



INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

**APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL  
DESARROLLO DE CAPACIDADES EN EL  
APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL EN  
ESTUDIANTES DE ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN.PASCO-2018**

**PRESENTADA POR  
NELY TERESA ALDANA TANIGUCHE**

**ASESOR  
OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTORA EN EDUCACIÓN**

**LIMA – PERÚ**

**2021**



**CC BY-NC-SA**

**Reconocimiento – No comercial – Compartir igual**

El autor permite transformar (traducir, adaptar o compilar) a partir de esta obra con fines no comerciales, siempre y cuando se reconozca la autoría y las nuevas creaciones estén bajo una licencia con los mismos términos.

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>



**INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN  
SECCIÓN DE POSGRADO**

**APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL DESARROLLO  
DE CAPACIDADES EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN  
LINEAL EN ESTUDIANTES DE ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN.PASCO-2018**

**TESIS PARA OPTAR  
EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTORA EN EDUCACIÓN**

**PRESENTADO POR:  
NELY TERESA ALDANA TANIGUCHE**

**ASESOR:  
DR. OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA**

**LIMA, PERÚ**

**2021**

**APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL DESARROLLO  
DE CAPACIDADES EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN  
LINEAL EN ESTUDIANTES DE ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN.PASCO-2018**

## **ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO**

### **ASESOR:**

Dr. Oscar Rubén Silva Neyra

### **PRESIDENTE DEL JURADO:**

Dra. Patricia Edith Guillén Aparicio

### **MIEMBROS DEL JURADO:**

Dr. Jorge Luis Manchego Villarreal

Dra. Alejandra Dulvina Romero Díaz

## **DEDICATORIA**

En memoria de mi padre Juan que ilumina mí camino.

A mi madre y hermanos, por su apoyo anímico para alcanzar mis metas profesionales.

## **AGRADECIMIENTO**

Mi gratitud a los docentes del Instituto para la Calidad de la Educación por compartir sus experiencias en nuestra formación.

Mi agradecimiento a mi asesor por sus orientaciones en la ejecución del estudio.

## ÍNDICE

<b>ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO</b>	<b>iii</b>
<b>DEDICATORIA</b>	<b>iv</b>
<b>AGRADECIMIENTO</b>	<b>v</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>vi</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>viii</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>xii</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>xvii</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO</b>	
1.1 Antecedentes	9
1.2 Bases teóricas	18
1.2.1 Software GeoGebra	18
1.2.2 Aprendizaje y capacidades en la matemática	
1.3 Definición de términos básicos	47
<b>CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES</b>	
2.1 Hipótesis principal y derivadas	50
2.1.1 Hipótesis principal	50



2.1.2 Hipótesis derivadas	50
2.2 Operacionalización de variables	51
<b>CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
3.1 Diseño metodológico	54
3.2 Diseño muestral	56
3.3 Técnicas de recolección de datos	57
3.4 Técnicas estadísticas para el procesamiento de datos	57
3.5 Aspectos éticos	58
<b>CAPÍTULO IV: RESULTADOS</b>	
4.1 Aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra grupo control	59
4.2 Aprendizaje de la función lineal con GeoGebra grupo experimental	69
4.3 Prueba de hipótesis	80
<b>CAPÍTULO V: DISCUSIÓN</b>	89
<b>CONCLUSIONES</b>	93
<b>RECOMENDACIONES</b>	95
<b>FUENTES DE INFORMACIÓN</b>	97
<b>ANEXOS</b>	
Anexo 1: Matriz de consistencia	106
Anexo 2: Evaluación de capacidades	108
Anexo 3: Ficha de evaluación de capacidades cognitiva y procedimental	109
Anexo 4: Ficha de evaluación de capacidades actitudinal	110
Anexo 5: Secuencia de aplicación	111
Anexo 6: Sesión de aprendizaje	113
Anexo 7: Actividad de aprendizaje	115
Anexo 8: Constancia de desarrollo del trabajo de investigación	123

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Operacionalización de aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico	52
Tabla 2.	Operacionalización de desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal	53
Tabla 3.	Población	56
Tabla 4.	Muestra	56
Tabla 5.	Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.	59
Tabla 6.	Estadísticos descriptivos del grupo control	60
Tabla 7.	Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018	61
Tabla 8.	Estadísticos descriptivos de las capacidades cognitivas	62
Tabla 9.	Estadísticos para las capacidades cognitivas desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra.	63
Tabla 10.	Puntuación de la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.	64

Tabla 11.	Estadísticos descriptivos de capacidades procedimentales	65
Tabla 12.	Estadísticos para las capacidades procedimentales desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra	66
Tabla 13.	Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018	67
Tabla 14.	Estadísticos descriptivos de las capacidades actitudinales	68
Tabla 15.	Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.	70
Tabla 16.	Estadísticos descriptivos del grupo experimental	71
Tabla 17.	Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.	72
Tabla 18.	Estadísticos descriptivos del grupo experimental	73
Tabla 19.	Estadísticos para las capacidades cognitivas desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra	74
Tabla 20	Puntuación de la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal con	75

GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

Tabla 21.	Estadísticos descriptivos de las capacidades procedimentales del grupo experimental	76
Tabla 22.	Estadísticos para las capacidades procedimentales desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra.	77
Tabla 23.	Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018	78
Tabla 24.	Estadísticos descriptivos de la capacidad actitudinal	79
Tabla 25.	Prueba de la normalidad	80
Tabla 26.	Prueba de rangos de la hipótesis general	81
Tabla 27.	Estadísticos de prueba de U de Mann-Whitney hipótesis general	82
Tabla 28.	Suma de rangos de la hipótesis 1.	83
Tabla 29.	Estadístico de prueba de U de Mann-Whitney para hipótesis 1	84
Tabla 30.	Suma de rangos para la hipótesis específica 2	85
Tabla 31.	Estadístico de prueba de U de Mann-Whitney para hipótesis 2	86
Tabla 32.	Suma de rangos para la hipótesis 3	87

Tabla 33. Estadístico de prueba de U de Mann-Whitney para hipótesis 88

3

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Fuente Geogebra. Interfaz	22
Figura 2.	Fuente GeoGebra. Vista gráfica de algebra	23
Figura 3.	Relación de la noción de capacidad	32
Figura 4.	Relación entre competencia, capacidad y tarea	35
Figura 5.	Función $y = x$	41
Figura 6.	Función $y = 3x$	41
Figura 7.	Función $y = 3x + 2$	42
Figura 8.	Función $y = -3x - 2$	42
Figura 9.	Función $y = -0.5x - 2$	44
Figura 10	Función lineal de demanda	45
Figura 11	Función lineal de oferta	45
Figura 12.	Punto de equilibrio	46
Figura 13.	Función $S(p) = 3a - 110$ .	47
Figura 14.	Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018	60
Figura 15.	Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas	62

en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

Figura 16. Puntuación de la evaluación de las capacidades 65  
procedimentales en el aprendizaje de la función lineal sin  
GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera  
profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel  
Alcides Carrión. Pasco -2018.

Figura 17. Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales 68  
en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los  
estudiantes del I semestre de la carrera profesional de  
economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.  
Pasco -2018.

Figura 18. Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función 70  
lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la  
carrera profesional de economía de la Universidad Nacional  
Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

Figura 19. Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas 72  
en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los  
estudiantes del I semestre de la carrera profesional de  
economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.  
Pasco -2018

Figura 20. Puntuación de la evaluación de las capacidades 75  
procedimentales en el aprendizaje de la función lineal con

GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018

Figura 21. Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales 78 en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018



## RESUMEN

El objetivo del presente trabajo fue determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco-2018. La investigación se desarrolló bajo el enfoque cuantitativo, se utilizó el diseño cuasi experimental de pre y pos prueba, la muestra estuvo conformada por 44 estudiantes distribuidos en dos grupos de estudio, experimental y control con 22 estudiantes cada uno, con quienes se desarrollaron los contenidos de función lineal correspondiente a la IV unidad, el instrumento consistió en una prueba escrita de preguntas abiertas para evaluar las capacidades cognitivas y procedimentales. Los resultados indicaron una mejora en el grupo experimental puesto que las calificaciones del grupo experimental obtenido fue 14.32 puntos y grupo control de 11.86 puntos en el aprendizaje de la función lineal. Se concluye que la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides

Carrión.Pasco-2018, al rechazarse la hipótesis nula debido a que el p-valor obtenido fue menor al nivel de significación  $\alpha$  ( $0,000 < 0,05$ ).

**Palabras claves:** Software GeoGebra, desarrollo de capacidades, aprendizaje de función lineal.

## **ABSTRACT**

The objective of this work was to determine to what extent the application of GeoGebra software as a didactic instrument improves the development of capacities in the learning of the linear function of the students of the first semester of the professional career in economics at the Daniel Alcides Carrión National University. Pasco-2018. The research was developed under the quantitative approach, the quasi-experimental design of pre and post-test was used, the sample consisted of 44 students distributed in two study groups, experimental and control with 22 students each, with whom the contents were developed of linear function corresponding to unit IV, the instrument consisted of a written test of open questions to assess cognitive and procedural capacities.

The results indicated an improvement in the experimental group since the scores of the experimental group obtained were 14.32 points and the control group of 11.86 points in learning the linear function.

It is concluded that the application of the GeoGebra software as a didactic instrument improves the development of capacities in the learning of the linear function of the students of the first semester of the professional career of economics at the Daniel Alcides Carrión National University. Pasco-2018, when

rejecting the null hypothesis because the p-value obtained was less than the significance level  $\alpha$  ( $0.000 < 0.05$ ).

**Keywords:** GeoGebra software, capacity building, linear function learning.

## INTRODUCCIÓN

La matemática es una ciencia empleada en la medicina, finanzas, ingeniería, ciencias económicas entre otras, encontrándose en muchas cosas que nos rodean y siendo utilizada por los seres humanos de manera empírica o formal en nuestra vida cotidiana, esta disciplina considerada en algunos programas de estudios como curso básico se les hace difícil aprender a los estudiantes y a los docentes enseñar, para resolver este inconveniente encontrado en los distintos niveles educativos, como educadores debemos hacer los mejores esfuerzos empleando algún método, diferentes estrategias, los medios adecuados, materiales cotidianos e inmediatos, inclusive emplear las últimas innovaciones en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Al respecto García (2011) en lo referente a España, mencionado por Bermeo, O. (2017) señala que:

A pesar de los reconocidos beneficios del uso de los ordenadores en las clases de matemáticas de todos los niveles educativos, y de su creciente disponibilidad en España todavía no se ha producido una modificación sustancial de los hábitos de enseñanza que favorezca su uso generalizado, sino que una mayoría de las clases matemáticas de hoy siguen ancladas en las metodologías de pizarra y libro de texto, y se diferencian poco de las de hace algunas décadas.

En nuestro país de igual manera las metodologías, la forma de ser impartida la asignatura de matemática son similares causando polémica en los diferentes niveles escolares inclusive a nivel universitario.

En el primer semestre de la Escuela Profesional de Economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco se evidenció alumnos desaprobados y los que aprobaron la asignatura de matemática sus calificativos estuvieron entre los rangos de 11 a 13, notas que se registraron en las actas de evaluación de los años 2015, 2016 y 2017, esta realidad se debe a la forma tradicional con la que se viene actualmente trabajando en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Por otro lado el desarrollo a pasos agigantados de la tecnología de la información y comunicación social nos lleva a los docentes realizar transformaciones educativas para generar, transmitir y aplicar conocimientos acordes a las características del estudiante inmerso a la nueva era tecnológica, con el objetivo de desarrollar capacidades conceptuales, procedimentales y actitudinales de los estudiantes y mejorar los aprendizaje, estas razones considero fue motivo para aplicar el software GeoGebra elaborado por Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo, Austria, puesto que es un software libre que combina tres partes de la matemática, cálculo, álgebra y geometría.

Martínez (2016) sostiene que "...en el mundo que viene, la hiperconectividad es una tendencia cada vez más al alcance de poblaciones de Latinoamérica..."; este estudio refuerza la afirmación que cuando se usan softwares educativos interactivos se mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos, por ello se hizo necesario recurrir al uso del GeoGebra como un

medio para llegar al fin establecido y desarrollar capacidades en los estudiantes en el aprendizaje de la función lineal.

Carranza (2010), sostiene que las funciones matemáticas son necesarias para la matemática como para cualquier carrera profesional universitaria, la metodología para el tratamiento de la definición matemática de la función lineal estima la propuesta más acertada de Velásquez (2011), que propone se realice mediante la resolución de problemas considerando el proceso de lo concreto a lo abstracto.

Seymour (1990), sostiene que, una ayuda fundamental para enriquecer y fortalecer el aprendizaje de la matemática, el uso del ordenador, programas y softwares educativos facilitan la interacción en el proceso de enseñanza en temas de matemática, en nuestro caso el software GeoGebra fue aplicado para la función lineal.

Mancera (1990), considera que, para desarrollar un contenido matemático es necesario tener en cuenta la metodología sugerida por George Polya, pero agrega que es importante que desde el inicio de toda actividad del desarrollo de la matemática, como de los contenidos referidos a la función lineal, se inicie formulando problemas, que se siga la metodología de Polya y que se finalice desarrollando la temática que salió de la resolución de problemas volviendo a formular nuevos problemas para el tratamiento respectivo y repitiéndose una y otra vez este proceso. Piscoya (2000), considera que, la matemática se aprende resolviendo problemas y haciendo las comprobaciones correspondientes y que lo más valioso hasta ahora, es esta ciencia, que ha ayudado al desarrollo de la tecnología y que cualquier hipótesis de investigación relacionada a ello y otras similares se debe probar usando la lógica en temas de matemática.

Gonzales (2015), expresa que las Tic permiten a los estudiantes de esta generación tener confianza, seguridad en sus aprendizajes, acceder a la información de manera que ayuda a consolidar conceptos, definiciones algoritmos y procedimientos en diferentes contenidos, asimismo los estudiantes olvidan sus temores en disciplinas consideradas difíciles, siendo herramientas útiles y aplicables en la educación puesto que son fácilmente manipulables.

Por estas consideraciones, nos enfocamos en el aprovechamiento de las Tics a través del empleo del software GeoGebra como recurso educativo para desarrollar capacidades matemáticas en el aprendizaje de las funciones lineales en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, por ello planteamos el siguiente problema ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco -2018?, los problemas específicos planteados fueron: ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco-2018?, así como ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco-2018? y finalmente ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de



los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco-2018?, el objetivo principal : propuesto fue: Determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018, el primer objetivo derivado fue determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018, el segundo objetivo fue determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018 y el tercer objetivo fue determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018.

La investigación desarrollada fue de enfoque cuantitativo de tipo aplicado, se empleó el método científico, el estadístico, inductivo, descriptivo y deductivo, de diseño experimental de tipo cuasi experimental con grupo experimental y control con preprueba y posprueba.

El estudio se desarrolló durante el período académico 2018-A, la población estuvo conformada por estudiantes que registraron matrícula en el I semestre de la Escuela Profesional de Economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco. La muestra fue no probabilística, de tipo intencional, tanto el grupo experimental y de control estuvo conformado por 22 estudiantes.

Las técnicas e instrumentos comprendieron el empleo de la observación, para evaluar las capacidades actitudinales a través de la Ficha de Evaluación de Capacidades Actitudinales en el Aula. La evaluación, para medir las capacidades cognitivas y procedimentales mediante la aplicación de la Ficha de Evaluación de Capacidades Cognitivas y Procedimentales evaluada a través de la resolución de los problemas para ambas capacidades.

La importancia de la presente investigación procede para el plano teórico y práctico; en el plano teórico sostiene la teoría formulada por el conectivismo y los aportes de Piaget, Polya, Montessori válida y aplicable a la enseñanza aprendizaje en nuestro caso, permitió fortalecer la propuesta metodológica centrada en la presentación y desarrollo de la función lineal con recursos didácticos, conceptos vigentes y ayudados por el software educativo GeoGebra; luego adoptamos este modelo teórico que sigue siendo válido para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática relacionado fundamentalmente en la educación superior universitaria. En el plano práctico permite que los estudiantes usen recursos vigentes para tratar el tema de función lineal, sistematicen los conceptos válidos del tema y usen el software educativo interactivo GeoGebra. Para los docentes es válido, porque permite reforzar su práctica pedagógica e incorporar el uso de las tecnologías de la información y comunicación social en el aula, fortaleciendo sus competencias profesionales al emplear el software

GeoGebra en el desarrollo de temas de la matemática, específicamente de la función lineal.

Siendo los beneficiados con este trabajo los estudiantes de economía, los futuros ingresantes y los docentes de la escuela, porque se ha desarrollado y validado una propuesta para el tratamiento de contenidos de la matemática básica y fundamentalmente de función lineal.

Los aspectos que viabilizaron la ejecución de la investigación, comprendieron; la disponibilidad de los recursos humanos necesarios; los estudiantes matriculados en la asignatura Matemática Básica del primer semestre Economía con los cuales se realizó la experiencia y el docente que llevó a cabo la investigación. En cuanto a los recursos financieros se contó con financiamiento propio. Respecto a los recursos materiales se accedió al centro de cómputo de la Escuela Profesional de Economía, donde se realizó la experiencia y también el aula de clase equipado para desarrollar los contenidos didácticos programados en el tiempo establecido. Finalmente, respecto al ingreso de la información y conocimientos se contó con acceso a la Internet y ahí se buscaron los recursos fundamentales para la investigación, asimismo se contó con la biblioteca de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión para la búsqueda de los antecedentes, textos y trabajos relacionados de matemática básica.

El informe de la tesis, está organizado por el capítulo I; donde se presenta las investigaciones realizadas sobre el objeto de nuestra investigación, además de los fundamentos teóricos y la definición de términos básicos; en el capítulo II; comprende las hipótesis y la operativización de nuestras variables de estudio; en el capítulo III, se describe la metodología de la investigación, el proceso de muestreo, los instrumentos para la recolección de datos, y las técnicas de

procesamiento de datos; en el capítulo IV; se presenta y describe los resultados de la investigación referente al aprendizaje de la función lineal con y sin GeoGebra y la presentación de las pruebas de hipótesis, en el Capítulo V; se presenta el análisis y discusión de resultados, argumentos sobre los resultados de la pruebas de hipótesis, finalmente presentamos las conclusiones y recomendaciones de la investigación, además de las referencias bibliográficas empleadas.

## **CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO**

### **1.1 Antecedentes de la investigación**

Ospina (2012), en su trabajo *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto funcional lineal*, se caracterizó por un enfoque cualitativo interpretativo, estudió el problema de los estudiantes al solucionar problemas de función lineal a través de actividades cognitivas de tratamiento y conversión de representaciones semióticas, el cual llega a la conclusión: El concepto de función lineal es importante y fundamental en el estudio del cálculo, ya que posee múltiples aplicaciones permitiendo solucionar problemas del campo matemático, de la vida diaria, empresariales, económicos que pueden ser modelados al presentar relaciones entre variables y tener algún comportamiento de gráficas lineales creciente o decreciente como el caso de la oferta y demanda.

Jerves (2014) realizó una investigación sobre: *Estrategias didácticas basadas en tic para el aprendizaje del módulo de función lineal y exponencial del décimo de básica en la unidad educativa Salesiana "María Auxiliadora"*, cuyo propósito fue averiguar la relación existente entre las estrategias didácticas con apoyo de las TICs y el aprendizaje logrado por las estudiantes del décimo de

básica de UESMA, en el contenido de función lineal y exponencial, del cual obtuvo las siguientes conclusiones: (1) Los estudiantes tuvieron mayormente dificultades al interpretar una forma verbal y/o una representación gráfica de una función cuando es llevada a una expresión algebraica, (2) Se debe fomentar en los centros de estudios, nuevas estrategias de enseñanza como la utilización de las TICs para conseguir los objetivos educativos y el aprendizaje, (3) El 68% de los estudiantes del grupo experimental emplearon el internet para comunicarse, como entretenimiento y para hacer deberes, mientras que, con el mismo motivo el 93, 70 y 79% de los estudiantes del grupo control, además para investigar un 73 y 72 % lo empleó en cada grupo y (4) Al comparar el pre-test y el pos-test del grupo experimental obtuvo una mejora significativa de 59% cuando evaluaron si crece o decrece la función lineal, en base a tabla de valores, gráfico o ecuación y el grupo de control mostró mayor porcentaje de respuestas correctas por lo que obtuvo una diferencia negativa.

Barrazueta (2014) en la investigación titulada El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra, Universidad del Cuenca propuso como objetivo general generar secuencias didácticas de aprendizaje basadas en la teoría socio-cognitiva para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante el software educativo libre GeoGebra. Para recolectar información sobre la situación del grupo y verificar su propuesta aplicó encuestas a todos los estudiantes que cursaron el 2° año de bachillerato, como también a los docentes del área de matemática. Concluyó que se mejora el nivel de aprendizaje de los estudiantes, siempre que se conozca de cerca el contexto en el cual se desarrolla éste, pues solo ese conocimiento

permite al docente aplicar métodos, estrategias y técnicas adecuadas dentro del aula de clase, para lograr un aprendizaje efectivo. Se puede combatir el desinterés que existe por parte de los estudiantes en aprender matemática específicamente en los temas concernientes a la ecuación de la recta y de la circunferencia, presentado dichos temas de una forma dinámica, activa que permita a los estudiantes involucrarse y comprometerse de forma directa con su aprendizaje. Afirmó así mismo que la aplicación de nuevos recursos didácticos como lo son las secuencias didácticas dentro del proceso de aprendizaje, resulta atractiva e interesante para los estudiantes. Y finaliza indicando que la utilización de un software educativo como lo es GeoGebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de GeoGebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad. El aprendizaje basado en la teoría social-cognitiva, presenta mejores resultados que un aprendizaje individualista y competitivo en este caso en particular.

Pumacallahui (2015) en su estudio sobre El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata-región de Madre de Dios -2012., su estudio fue aplicado a estudiantes de cuarto grado del nivel secundario de las I. E "Señor de Los Milagros" y "Nuestra Señora de las Mercedes", conformaron la muestra 154 estudiantes distribuida en tres grupos de control y tres grupos experimentales, realizó la diferencia entre dos medias poblaciones normales, para la prueba de hipótesis aplicó el estadístico t de Student, obtuvo en promedio 13.47619 puntos el grupo experimental frente 11.028571 puntos del grupo control, verificó la

influencia del uso de softwares educativos como estrategia en la enseñanza y el aprendizaje en geometría respecto a estudiantes que no utilizaron el software.

Meza (2015) realizó una investigación sobre “Influencia del software en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la institución educativa José De La Torre Ugarte, El Agustino-2015” su investigación la realizó en la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085 – El Agustino a una muestra de 60 estudiantes distribuidos en grupo experimental y control con 30 estudiantes cada uno, consideró un diseño cuasi experimental con evaluación de entrada y salida, llegando a demostrar la influencia significativa de la aplicación del software en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes al obtener en el post test mayor desempeño que en el grupo control, empleó la prueba T de Student obteniendo “t” calculado de 4,851 mayor al t crítico de 1,96 validando de esta manera su hipótesis general.

Vintimilla (2016) en la investigación titulada “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de décimo año de educación básica: propuesta metodológica”, propuso lograr la comprensión de los conceptos básicos de la función lineal fundamental dentro del dominio de números y funciones, trabajó un grupo de cuarenta estudiantes del décimo año de la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares” del Cuenca, concluye que 77,5% de estudiantes muestran interés por el sustento conceptual en temas matemáticos, 62,5% les agrada contestar o completar ejercicios de conceptos teóricos, preguntan sus dudas al maestro; indica que hay dificultades de comprensión y aplicación al verificar los conocimientos pre requisitos aún los alumnos conozcan el tema. Este problema también se evidencia al evaluar la



propuesta; la media en comprensión de conceptos 5,13/10 y en las aplicaciones 6,53/10 puntos, propuso seguir trabajando en lo conceptual para elevar el nivel de comprensión y así mejorar el desempeño escolar.

Max (2016) en su tesis de investigación “Software educativo GeoGebra en la capacidad representa del área de matemática”, para obtener el grado de doctor, trabajó con estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la institución educativa No 18084- “La Villa” de Pedro Ruíz- 2016”, su investigación fue de enfoque cuantitativo, de tipo cuasi experimental con dos grupos: experimental y control, su muestra estuvo conformada por 38 estudiantes, en la prueba pos test en el grupo experimental un 47% de estudiantes alcanzó el nivel regular y en el grupo control el 74% de los estudiantes llegaron al mismo nivel regular, haciendo notar que el 42 % del total de los estudiantes en el grupo experimental estuvieron en el nivel bueno por lo que concluyó que existe influencia de una variable sobre la otra, además el valor de la prueba estadística t Student respecto al valor calculado fue de 2.67 y el valor tabulado de 1. 69 de tal manera que rechazó su hipótesis nula aceptando su hipótesis alterna demostrando que el programa software educativo GeoGebra tuvo influencia en la capacidad representa del área de matemática.

Almerco y Cruzata (2016) en el artículo “GeoGebra como recurso didáctico para la comprensión y aplicación de los teoremas de Pitot, Poncelet y Steiner” realizado en Perú, expusieron los principales resultados de una investigación aplicada proyectiva que estudió la comprensión y aplicación de los teoremas de Pitot, Poncelet y Steiner en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” para lo cual se asumió el paradigma interpretativo con enfoque cualitativo educacional. Trabajó con una muestra de 39

estudiantes de cuarto grado, elegidos con la técnica de grupos intactos. Para recoger los datos se utilizaron una prueba escrita, la entrevista y el análisis documental. Los resultados evidenciaron que los estudiantes no grafican correctamente la circunscripción de las figuras y tuvieron dificultades para establecer la relación aritmética del enunciado de los teoremas y para la demostración de los mismos. Como contribución a la solución de las dificultades identificadas propuso una estrategia didáctica basada en el empleo del software educativo GeoGebra y un modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.

Flores (2017) en su estudio de “Efectos del programa GeoGebra en las capacidades del área de matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao, 2016”, empleó una metodología hipotética deductiva con diseño cuasi experimental, longitudinal, utilizó muestreo no probabilístico intencional; empleando la técnica de la encuesta en base a un cuestionario con preguntas dicotómica, concluyendo que el programa GeoGebra influye en las capacidades de estudiantes con una significatividad estadística de  $p = 0,000$  menor que  $\alpha=0,05$  ( $p < \alpha$ ) y  $Z = -5,688$  menor que  $-1,96$  (punto crítico).

De La Cruz (2017) en el trabajo desarrollado “El software GeoGebra en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes del tercer año de secundaria de la institución educativa Manuel González Prada de Chanshapamba, distrito de Cajabamba- 2015”, su trabajo de investigación fue de tipo explicativo y aplicativo con diseño pre experimental, la población estuvo conformada por 22 estudiantes, con su trabajo llegó a demostrar que la aplicación del software GeoGebra mediante actividades influyó de manera

positiva en el desarrollo de las capacidades de resolución de problemas matemáticos de los estudiantes.

Díaz (2017) desarrolló el trabajo: “La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015”, tuvo como finalidad determinar si el uso Software GeoGebra influye en el aprendizaje del Algebra en los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 – 2015, para ello trabajó con 96 estudiantes del Cuarto de Año de Educación Secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita – 2015. Concluye que la aplicación del software GeoGebra influye en el aprendizaje del algebra en los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita UGEL 06 – 2015 y recomienda que el desarrollo del software de GeoGebra en el aprendizaje del algebra debe ser una de las prioridades educativas en todos los niveles y modalidades del sistema, especialmente tratándose en los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita UGEL 06 – 2015.

López (2018) en la investigación titulada: “Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano” en la Universidad Católica de Manizales de Colombia, el propósito del trabajo fue dinamizar el aprendizaje del concepto matemático de función lineal por medio de la herramienta tecnológica GeoGebra y sus distintas representaciones semióticas, trabajó con estudiantes de educación media, del Instituto Latinoamericano, de la ciudad de Manizales. El enfoque de la investigación fue cuantitativo descriptivo, aplicando en un primer

paso, una prueba diagnóstica (pre test), que permitió identificar las dificultades de los 30 estudiantes de grado noveno, población seleccionada para el estudio de la función lineal y un pos test que permitió identificar si los estudiantes alcanzaron un aprendizaje significativo al implementar una guía de aprendizaje, donde se involucran las distintas representaciones semióticas y utilizó una herramienta tecnológica GeoGebra para dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En las dos pruebas aplicadas se emplearon tres registros de representación semiótica, el numérico, el algebraico y el gráfico, donde se obtiene la apropiación del concepto. Concluye, según los resultados estadísticos, que al involucrar herramientas tecnológicas como el GeoGebra y al estudiar el concepto de función lineal mediante sus diferentes representaciones semióticas, se favorece la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos. La investigación permitió además el desarrollo de competencias matemáticas en la metodología escuela activa urbana, usada en algunas Instituciones Educativas del sector público, donde se crea un ambiente innovador para el desarrollo de prácticas pedagógicas.

Grisales A. ( 2018) en su trabajo desarrollado sobre el “Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: reto y expectativas” fue un trabajo de campo en que hizo la revisión de literatura con el fin de identificar qué aspectos teóricos y tecnológicos debe tenerse en cuenta para la creación de estos recursos, cuál es el impacto de su aplicación y cuáles son las perspectivas en ese el campo de trabajo, habiendo revisado 33 referencias, aplicó el criterio de inclusión y exclusión, llegando a la conclusión que el uso de recursos tecnológicos en las clases de matemáticas tuvieron impacto positivo en los estudiantes, además indicó que para lograr aprendizajes significativos en esta área es necesario

articular en los currículos de formación las competencias comunicativas y tecnológicas, tanto en estudiantes como en docentes para transformar los métodos tradicionales de enseñanza en matemática.

Torres (2018) en su estudio de “La integración de GeoGebra en el desarrollo del carácter intelectual”, realizado en Colombia, con este estudio se propuso valorar cómo una práctica pedagógica busca la resolución de un problema geométrico, mediada por el uso del software GeoGebra y apoyada en la formulación de preguntas estratégicas, genera un carácter intelectual y desarrolla el pensamiento matemático en dos estudiantes de grado décimo de una institución educativa de carácter oficial de Bogotá. La investigación se caracterizó por ser de enfoque cualitativo del tipo Investigación acción, cuyo método de recolección de datos fue un estudio de casos. Los resultados obtenidos con las dos estudiantes en el ejercicio propuesto, tomando como referencia una tarea geométrica permite el afloramiento del carácter intelectual y hace evidente cómo esa disposición lleva a la competencia matemática. A su vez, el fortalecimiento de dicha competencia genera la aparición de nuevos interrogantes mediante los cuales se sigue propiciando el desarrollo de ese carácter intelectual. Luego concluye que los docentes debemos tener en cuenta al proponer tareas, que estas favorezcan el desarrollo del carácter intelectual, ya que sin la buena disposición esto no sería posible. Observando el papel que tuvo el software GeoGebra en la intervención, pudo afirmar que E1 y E2 vieron el software como una herramienta que les ayudó fácilmente a verificar sus ideas, a hacer construcciones, pero entendieron también que son ellas las protagonistas de su aprendizaje, porque ellas mismas son las que piensan en cómo usar el software a su favor.

## **1.2 Bases teóricas**

### **1.2.1 Software GeoGebra**

En la actualidad vivimos en una era digital, donde las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) están presentes en todos los aspectos relacionados con la vida diaria, en esta realidad las instituciones educativas no son la excepción, por lo cual las dinámicas que se generan al interior de las clases de matemáticas no pueden estar alejadas de ella. Según Moreno (2001), indica que “las herramientas computacionales han modificado profundamente la naturaleza de las exploraciones y la relación de dichas exploraciones con la sistematicidad del pensamiento matemático”, (p.77), esto se hace evidente cuando se integran al aula software educativos de geometría dinámica, permitiendo ver los objetos matemáticos desde otra realidad.

Las TICS y su incorporación en las instituciones de educación superior han dado pasos gigantes, de tal manera que nos permite introducirlas en todo el mundo, proporcionando así la interrelación entre las personas e instituciones a nivel mundial, derrumbando barreras entre el espacio y tiempo. Sin embargo, tomando en cuenta las nuevas políticas gubernamentales en referencia a la Educación Superior, en diversos países de latino América, son análogas con la finalidad de regular las instituciones educativas, de tal manera de evidenciar posiciones activas frente al reto de estar al día con las tecnologías y establecer así nuevos paradigmas educativos (Gil, Morales & Basantes, 2014; Tedesco, 2017; Jiménez & Figueroa, 2017).

González (2009) sostuvo que: Los softwares educativos (SE), se definen de forma genérica como aplicaciones o programas computacionales que faciliten el proceso de enseñanza aprendizaje. Algunos autores lo conceptualizan como

cualquier programa computacional cuyas características estructurales y funcionales sirvan de apoyo al proceso de enseñar, aprender y administrar, o el que está destinado a la enseñanza y el autoaprendizaje y además permite el desarrollo de ciertas habilidades cognitivas. (p. 15).

#### **1.2.1.1 Breve historia del Software GeoGebra**

El programa GeoGebra fue ideado por Markus Hohenwarter en el año 2001 como un trabajo final de maestría en Educación Matemática, en la universidad de Salzburgo (Austria). Se esperaba lograr un programa que reuniera las virtudes de los programas de geometría dinámica, con las de los sistemas de cálculo simbólico.

El creador de GeoGebra valoraba todos estos recursos para la enseñanza de la matemática, pero notaba que, para el común de los docentes, los programas de cálculo simbólico resultaban difíciles de aprender, dada la rigidez de su sintaxis, y que por esta razón evitaban su uso. Por otro lado, observaba que los docentes valoraban de mejor manera los programas de geometría dinámica, ya que su interfaz facilitaba su utilización. Así fue cómo surgió la idea de crear GeoGebra. Rápidamente el programa fue ganando popularidad en todo el mundo y un gran número de voluntarios se fue sumando al proyecto desarrollando nuevas funcionalidades, materiales didácticos interactivos, traduciendo tanto el software como su documentación a decenas de idiomas, colaborando con nuevos usuarios a través del foro destinado para tal fin. En la actualidad, existe una comunidad de docentes, investigadores, desarrolladores de software, estudiantes y otras personas interesadas en la temática, que se nuclean en los distintos Institutos GeoGebra locales que articulan entre sí a través del Instituto GeoGebra Internacional.

GeoGebra es un programa multiplataforma, desarrollado en Java, esto hace que funcione en cualquier sistema operativo que soporte este lenguaje, ya sea Linux, Mac o Windows. Puede ser utilizado on-line o a su vez puede ser instalado en el ordenador ya que es un software libre que se rige bajo las normas de las licencias Creative Commons (CC-BY-SA), que manifiestan que el usuario de este programa tiene derecho de copiar, distribuir, exhibir y representar la obra, hacer obras derivadas siempre y cuando reconozca y cite la obra de la forma especificada por el autor manteniendo la licencia de la obra original.

Este software libre es un sistema de geometría dinámica, por lo tanto, permite realizar construcciones geométricas planas, además permite introducir ecuaciones y coordenadas directamente, de esta manera GeoGebra ayuda en el análisis matemático de funciones.

En una primera etapa, desde la versión 3.0 a la 5.0, el versioning correspondía a una estrategia par-impar, en la cual los lanzamientos estables estaban representados por números pares y las versiones de desarrollo por números impares. Bajo el versioning par-impar, el software GeoGebra lanzó las versiones estables 3.0, 3.2, 4.0, 4.2 4.4 y 5.0, donde las versiones impares, como la 4.9.1.0 era una versión de desarrollo para la siguiente versión estable, en este caso la 5.0.

La estrategia par-impar se emplea habitualmente en software de ciclos largos de lanzamiento, por lo cual se realizó un cambio de estrategia a partir de la versión 5.0, a una que permitiera realizar lanzamientos estables más a menudo. En consecuencia, se adopta el versioning llamado modelo de integración continua, el cual consiste en realizar integraciones automáticas lo más a menudo posible, para poder detectar y resolver problemas cuanto antes. En el caso de



GeoGebra, los lanzamientos suelen publicarse semanalmente, los cuales quedan registrados en la página de referencia changelog 6.0.

Tal como su nombre lo dice, GeoGebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra. En este sentido, para la parte geométrica se puede ubicar dentro de los programas dinámicos de geometría los cuales, en general, permiten realizar construcciones geométricas, con la ventaja de poder mover los puntos de la construcción y observar sus invariantes y características. Sin embargo, GeoGebra presenta características adicionales que los programas dinámicos de geometría por lo general no poseen y que lo hace especial, conforme se realizan las construcciones geométricas en una ventana se van mostrando las expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción; también permite trabajar con las funciones al poderlas graficar y manipular de una manera sencilla.

Geogebra también puede calcular la derivada de las funciones, posee su propia hoja de cálculo y además ya tiene implementadas muchas funciones de manera interna lo que ahorra mucho trabajo (por ejemplo, la aproximación del área bajo la curva utilizando rectángulos).

#### **1.2.1.2 Ventanas del Software GeoGebra**

Es un software educativo que lo usaremos como un instrumento didáctico interactivo para el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal, éste tiene diversos comandos que son usados de acuerdo a los propósitos establecidos. En el manual del GeoGebra podemos encontrar las diversas funciones con sus respectivas indicaciones y ejemplificaciones, sin embargo, como ilustración se presenta las funciones más relevantes que se puede usar en GeoGebra como:

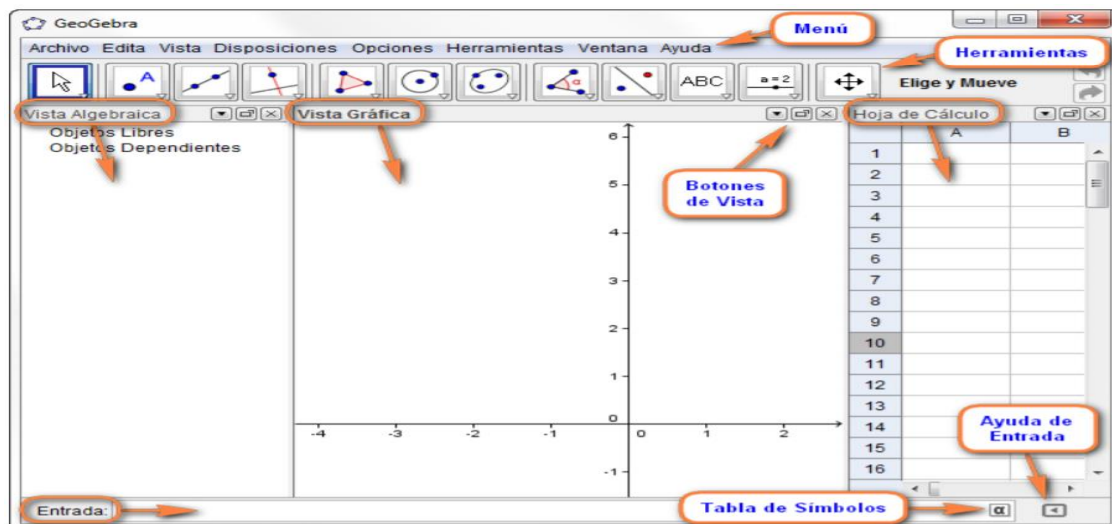


Figura 1. Fuente GeoGebra. Interfaz

**Barra de menú:** Es una barra en donde están las opciones de archivo, edita, vista, opciones, herramientas, ventana y ayuda. Tiene el siguiente aspecto. Nos permite realizar aplicaciones como guardar, abrir archivos, editar las imágenes, cambiar de tipo de vista, configurar la barra de herramientas, crear nuevas ventanas y obtener ayuda sobre el manejo del programa, por medio de un tutorial que se lo encuentra en esta opción.

**Barra de herramientas:** Aquí se encuentran ubicadas las diferentes opciones para graficar figuras geométricas como puntos, rectas, triángulos, rectángulos, etc. Las mismas que pueden ser observadas en la vista gráfica del programa. Además, permite rehacer o deshacer una acción. Esta opción nos permite corregir o volver a recuperar una acción determinada. Están ubicadas a la derecha de la barra y tienen formas de flechas en direcciones opuestas.

**Barra de entrada:** En esta barra podemos ingresar las diferentes funciones para obtener la gráfica en la pantalla de vista gráfica. Se encuentra ubicada en la parte inferior de la pantalla y tiene la siguiente forma.

Esta vista es una zona en donde se observan los datos algebraicos de las diferentes figuras geométricas, ecuaciones, funciones, etc. Se encuentra ubicada a la izquierda de la vista gráfica.

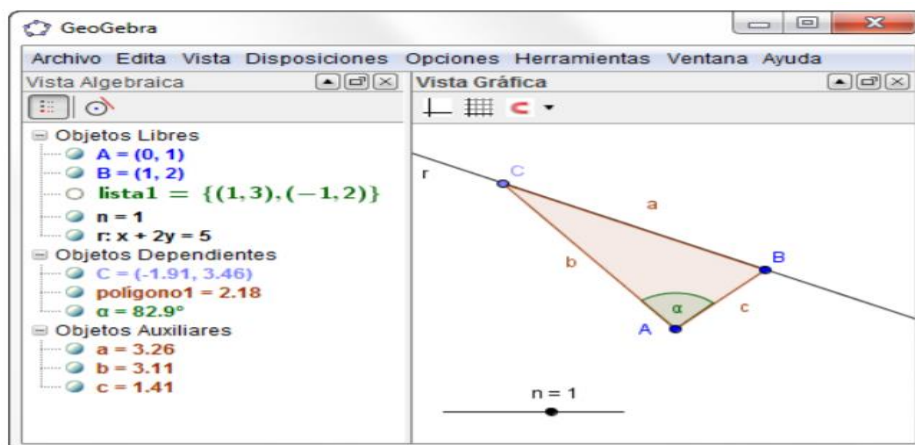


Figura 2. Fuente GeoGebra. Vista gráfica de algebra

### 1.2.1.3 GeoGebra en aprendizaje de la matemática

GeoGebra es un software muy versátil de fácil manejo y que presenta un ambiente de trabajo muy agradable, los usuarios (estudiantes, docentes, particulares, etc.) pueden realizar gráficos con una buena calidad los mismos que pueden ser manipulados de manera simple y esto hace que aumente su rendimiento visual.

Con respecto a las funciones, ecuaciones y el sistema de coordenadas, el programa cuenta con una gran cantidad de funciones muy útiles, como, por ejemplo, el trazado de tangentes, áreas inferiores, gráfica de ecuaciones, de manera similar a los graficadores, etc.

Unos elementos de gran potencial son los deslizadores, estos permiten controlar las animaciones con facilidad, con esto se puede rotar un triángulo, trasladar un punto. Por medio de esta animación se puede determinar varias características.

La ventana algebraica, es un sitio en donde se puede encontrar valores que son característicos de los objetos construidos. Los objetos pueden ser libres ya que se construyen sin depender de otros, dependientes, que son aquellos que parcialmente o totalmente dependen de otros y auxiliares.

Se debe de entender que la tecnología en la educación propone nuevos campos de reflexión didáctica y pedagógica. La enseñanza – aprendizaje en la matemática actualmente han presentado un cambio notable a medida que se han incorporado las nuevas tecnologías de información y comunicación, lo cual conlleva a estudiantes y docentes de los diferentes niveles de la educación peruana a prepararse con mayor conciencia y eficacia.

La tecnología en la educación se identifica en este sentido con la didáctica abarcando metodologías innovadoras que producen aprendizajes y mayor disposición y apertura del estudiante frente a los desafíos del contexto.

Cabe precisar que la inadecuada aplicación y desarrollo de las nuevas tecnologías en el campo educativo presenta ventajas y desventajas que se deben tener presente al momento de interactuar con esta gran gama de posibilidades y herramientas tecnológicas.

*Ventajas:*

- Permite encontrar información de manera rápida y con menor margen de error.
- Acceso a múltiples recursos
- Favorece el trabajo colaborativo
- Permite el aprendizaje interactivo y la educación a distancia
- Existen variedad de canales de información
- Favorece el aprendizaje autónomo

- Permite diseñar materiales didácticos alternativos y novedosos
- Se elige tiempo y velocidad de estudio
- Favorece el desarrollo armónico de las clases

*Desventajas:*

- Cansancio visual
- Los estudiantes pueden volverse dependientes de la tecnología
- Mala utilización
- Problemas físicos
- Copiar y pegar y no entender nada de la información
- Costos de soporte y mantenimiento

Es así, como el trabajo del docente y directivos docentes debe estar centrado en que dichas desventajas se transformen gradualmente en procesos positivos que enriquezcan las prácticas de aula, propiciando que los estudiantes desarrollen satisfactoriamente capacidades para trabajar en equipo, creatividad, resolución de problemas y liderazgo en cada una de las actividades, encaminando además el fortalecimiento de las actitudes emprendedoras como visión de futuro, comportamiento autorregulado, capacidad para asumir riesgos, materialización de ideas en proyectos, innovación, identificación de oportunidades y recursos en el entorno, autoaprendizaje y gestión del conocimiento y pensamiento flexible que hacen del estudiante un ser único y útil para la sociedad.

Según (Aguilar Hito, 2005) utilizando el TIC se puede optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje y la producción de conocimiento. En la actualidad se requiere una educación que esté acorde con los paradigmas de la sociedad y la cultura.

Educación basada en el aprendizaje y conocimiento, donde se estimule la creatividad, el pensamiento y el razonamiento para desarrollar en los estudiantes capacidades que les permitan trascender con los avances de la ciencia y la tecnología.

La matemática ha presentado valiosos beneficios con el avance tecnológico, ya que permite sintetizar procesos al determinar soluciones a problemas y ejercicios de forma más rápida y precisa.

#### **1.2.1.4 GeoGebra en el trabajo colaborativo**

GeoGebra es una herramienta que motiva el trabajo colaborativo y constructivista basado en interacción entre los diferentes grupos de trabajo y el docente a través de procesos de inter aprendizaje. GeoGebra ofrece herramientas para el aprendizaje de la geometría, álgebra y cálculo en un entorno de software completamente conectado, compacto y fácil de usar.

La investigación aprovecha las bondades de la herramienta GeoGebra, a través de los procesos de abstracción al desarrollo de objetos de aprendizaje relacionados a los contenidos de la asignatura de matemáticas como: función de variable real, definición intuitiva y formal de límite y su entorno, definición geométrica de la derivada, función creciente y decreciente, máximos y mínimos a través de los criterios de la primera y segunda derivada, cálculo de áreas, volúmenes, longitud de arco, centro de gravedad, momento de inercia.

GeoGebra fue creado para ayudar a los estudiantes a obtener una mejor comprensión de las matemáticas. Los estudiantes pueden manipular las variables fácilmente con sólo arrastrar objetos libres en todo el plano del dibujo, o utilizando controles deslizantes. Los estudiantes pueden generar cambios usando una técnica de la manipulación de objetos libres, y pueden aprender cómo se verán

afectados los objetos dependientes. De esta manera, los estudiantes tienen la oportunidad de resolver los problemas mediante la investigación de las relaciones matemáticas de forma dinámica en las funciones lineales.

El aprendizaje cooperativo es el contexto adecuado para un curso de matemáticas. Para las actividades de docencia tradicionales deben ser sustituidas por un aula interactiva que permita orientar las tareas. La función principal de la enseñanza no es dar una conferencia, explicar, o tratar de "transferencia" del conocimiento matemático, sino crear situaciones para los estudiantes que fomenten la toma de las construcciones mentales necesarias. En ese sentido, GeoGebra ofrece una buena oportunidad para el aprendizaje cooperativo o colaborativo, es decir, la resolución de problemas en grupos pequeños, o enseñanza interactiva a toda la clase o presentaciones individuales y grupales de los estudiantes de los diferentes niveles.

La entrada de álgebra permite al usuario generar nuevos objetos o modificar los ya existentes, mediante la línea de comandos. Los archivos de hoja de cálculo pueden ser fácilmente publicados como páginas Web.

GeoGebra estimula a que los profesores utilicen y evalúen la tecnología en: la visualización de las matemáticas; investigaciones en matemáticas; clases de matemáticas interactivas en el sitio o en la distancia; matemáticas y sus aplicaciones en las diferentes carreras profesionales.

### **1.2.2 Aprendizaje y capacidades en la matemática**

La investigación se fundamenta sobre las teorías del Conectivismo de Siemens, la teoría del aprendizaje de Piaget y Polya.

Con respecto a Siemens, G. y su conectivismo, Santamaría, F. (2006) en su blog hace una traducción de su artículo fundacional, "Connectivism: A Learning

Theory for the Digital Age“, en forma abreviada, plantea la necesidad de este enfoque que responda a los cambios, puesto que las grades teorías (Psicopedagógicas Conductista, cognitivista, constructivista) se desarrollaron antes del impacto de la TICs, por tanto el aprendizaje como las fuentes de información deben cambiar. El conectivismo considera el aprendizaje proceso de conexión entre nodos, con respecto a la organización del conocimiento las actividades en el conectivismo son más fluidas, precisas y actualizado siendo imprescindible las nuevas tecnologías

Como apreciamos hay una distinción fundamental, el conectivismo surge después del constructivismo, la teoría de aprendizaje que plantea y desarrolla tiene en cuenta las teorías del aprendizaje del constructivismo que son superadas en el conectivismo, luego es necesario que se tenga este soporte teórico como propuesta para desarrollar la función lineal, asimismo el uso de las tecnologías de la información y comunicación social están vinculadas con el conectivismo y el uso del GeoGebra fortalecerá la propuesta a desarrollar en la función lineal.

Considerando el aporte de Dimuro (2004) sobre la teoría de aprendizaje de Jean Piaget sostiene lo siguiente:

Ni un conocimiento es copia de lo real, conocer es actuar y transformar la realidad, es una modificación de las estructuras anteriores previas por el proceso de asimilación e integrar lo que recién se conoce y el significado dentro del contexto del ser que aprende.

Los reflejos o instintos son esquemas básicos heredados que se asimilan en nuestra genética a partir de ello respondemos al medio que nos rodea; al incrementar los estímulos y conocimientos ampliamos nuestra capacidad de



respuesta; asimilamos nuevas experiencias que influyen en nuestra percepción para responder al entorno.

Las conductas adquiridas sobrellevan procesos auto-reguladores, que indican cómo debemos percibir las y aplicarlas, un sistema auto-regulador son las operaciones lógico-matemáticas que garantizan autonomía y coherencia.

Según Piaget divide en dos niveles la regulación:

- a. Regulaciones orgánicas, relacionadas con las hormonas, metabolismo, información genética y sistema nervioso.
- b. Regulaciones cognitivas, originada por conocimientos previamente adquiridos en los individuos.

Generalmente el desarrollo cognitivo sucede al reorganizar las estructuras cognitivas a partir de la asimilación y acomodación de experiencias según los conocimientos previos de los aprendices, al incorporar nuevas experiencias físicas o sociales son reacomodadas, conllevando al aprendizaje, en tal sentido en las experiencias escolares debe promoverse el conflicto cognitivo del estudiante utilizando diferentes actividades, cuestionamientos desestabilizantes, proyectos retadores.

Los mecanismos de asimilación y acomodación conforman estructuras cognoscitivas, Piaget denomina esquemas que son representaciones interiorizadas de cierta clase de acciones mentales, ejecuciones sin acción es decir mentales, este esquema constituye un plan cognoscitivo y establece secuencia de pasos que encaminan a la solución de un problema.

Para Piaget el desarrollo cognitivo sucede de dos formas: la primera corresponde al propio desarrollo cognitivo como proceso adaptativo de asimilación y acomodación influenciada por la maduración biológica, experiencia,

transmisión social y equilibrio cognitivo. La segunda forma de desarrollo cognitivo referida cuando adquirimos nuevas respuestas o nuevas estructuras en operaciones mentales específicas.

Siendo necesaria la interactividad en todo proceso, cobra sentido e importancia para el aprendizaje de la función lineal, adecuar la tecnología en la enseñanza incorporando el software educativo GeoGebra.

Considerando los aportes de Bosch, M. y Gascón, J. (2004) sobre Polya el método de resolución de problemas sostiene que: ...Múltiples investigaciones han mostrado la dificultad de los estudiantes abordar con eficacia tarea matemática compleja, aun construyendo y utilizando estrategias pertinentes (Kilpatrick, 1967; Landa, 1972; Bell, 1976; Lesh y Landau, 1983; Schoenfeld, 1985; Gascón, 1989), esta dificultad se presenta así tenga formación los estudiantes, sean las tarea matemática “elemental”, (Roa, 2000), tampoco, al comprobar experimentalmente que los estudiantes dominando y aplicando técnicas “simples” puedan construir la estrategia compleja en cuestión.

Según Camacho, M. y Trigo M. (2015: 120) Las actividades matemáticas del docente y alumno al conceptualizar los problemas se deben considerar:

- Buscar múltiples maneras de resolverlos.
- Contrastar y analizar diversos métodos de solución.
- Desarrollar un lenguaje propio que permita comunicar y presentar resultados.
- Identificar y analizar recursos, conceptos, estrategias cognitivas y metacognitivas que aparezcan en los procesos de resolución.
- Extender los enunciados iniciales de los problemas.

Mientras que el método de resolución de problemas planteada por George Polya es fundamental para el tratamiento de temas de matemática y fomentar el trabajo colectivo dentro y fuera del aula, si bien sostiene cuatro pasos a desarrollar como:

- Formular el problema
- Identificar la/s estrategia/s que resolverá el problema
- Aplicar estrategias que resolverán el problema
- Hacer una revisión retrospectiva de la ejecución de pasos anteriores para hacer mejoras.

Las aplicaciones de estos pasos han permitido mejorar cada uno de ellos, creando en otras experiencias sub pasos o procedimientos, por ejemplo, Mancera. E. (1990) sostiene ocho procedimientos, Velásquez R. (2011) sostienen seis procedimientos y en el caso nuestro se tendrá en cuenta los cuatro pasos con las adecuaciones didácticas para la enseñanza aprendizaje de la función lineal.

#### **1.2.2.1 Capacidades a desarrollar en matemática**

En primer lugar, explicaremos el significado de capacidad y competencia porque en la actualidad, ambos términos tienen significados propios que permiten diferenciarlos. Así, por ejemplo, la noción física de volumen se relaciona con capacidad, mientras que la rivalidad en general o la rivalidad financiera y empresarial se relacionan con la noción de competencia.

Así mismo en los pasillos de la universidad muchos docentes comentan que son acepciones similares, y de ahí que a menudo se empleen indistintamente ambos vocablos como si fueran sinónimos. Uno de esos significados comunes es el que alude a la posesión de autoridad para realizar algún acto, y otro, es el que

se ocupa de describir la cualidad o conocimiento que pueda tener una persona sobre algún tema.

En su compendio de términos de psicología, Dorsch (1985), describe el término general **capacidad**, como el conjunto de condiciones necesarias para llevar a cabo una actividad concreta. Son cualidades complejas, adquiridas paulatinamente, y que controlan la realización de esa actividad (p. 96).

Con respecto al significado de **competencia**, en general la psicología analiza y emplea el término en términos del lenguaje, y muy vinculada con las investigaciones de Chomsky en este campo. Este estudio de las competencias lingüísticas también se desarrolla en profundidad en Wilson & Keil (2002), mientras que el significado general de competencia matemática se emplea como el de capacidad con cierto grado de inclusión:

El estudio de la capacidad numérica explora una amplia gama de competencias matemáticas a través de las especies, culturas y el ciclo vital humano. (...) Las competencias numéricas evidentes en los bebés son fuertes candidatos para los aspectos universales de la capacidad numérica humana” (p. 293).

En matemáticas, esta distinción entre capacidad y competencia es, por lo general difusa, y por tanto suelen emplearse como sinónimos. No obstante, suelen incidir en el carácter de actuación por parte de un escolar: capacidades y competencias se muestran al llevar a cabo actuaciones matemáticas, y por tanto son observables.

Partimos, por tanto, de la noción de capacidad. En el contexto de las matemáticas, utilizamos este término para referirnos a la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo tarea (por ejemplo, los problemas de

transformar una forma simbólica de la función cuadrática —la estándar— en otra —la canónica). Esta noción de capacidad es coherente con las posiciones de Dorsch (1985), que la describe como el conjunto de condiciones necesarias para llevar a cabo una actividad concreta, y con las de Grant (1996) y Schulze (1994), que relacionan capacidad con los conocimientos, experiencias y habilidades necesarias para desarrollar una tarea o actividad en proceso de las lecciones (Gómez & Lupiáñez, en prensa).

Por tanto, un individuo debe desarrollar ciertas capacidades cuando él puede resolver tareas que la requieren. Por lo tanto, las capacidades:

- Son específicas a un tema concreto;
- Pueden incluir o involucrar otras capacidades; y
- Están vinculadas a tipos de tareas.

La noción de capacidad es un elemento que relaciona los aspectos cognitivos (un individuo desarrolla una capacidad), de contenido (es específica a un tema concreto) y de instrucción (se refiere a tipos de tareas o problemas), como se representa en la Figura 3 (Gómez y Lupiáñez, 2005):

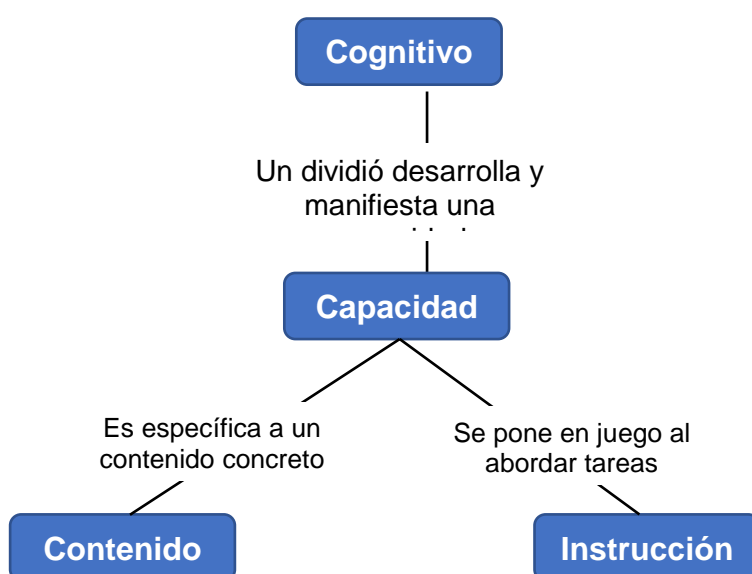


Figura 3. Relación de la noción de capacidad

Las capacidades aluden a cómo un estudiante puede movilizar y usar su conocimiento sobre un contenido concreto, se desarrollan y movilizan por medio de las actuaciones de los escolares cuando se enfrentan a la resolución de tareas. Pero al ir desarrollando capacidades relativas a diferentes temas matemáticos, los escolares se hacen paulatinamente más competentes en matemáticas.

Esa noción de competencia aparece en el marco del proyecto PISA, y se usa para describir diferentes perspectivas:

“La noción de competencia es central en el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- Expresa una finalidad de prioritaria en la enseñanza de las matemáticas.
- Expresa un conjunto de procesos cognitivos que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas.
- Concreta variable de tarea para los ítems en la evaluación; destaca por los grados de complejidad.
- Marca niveles de dominio en las tareas de hacer matemáticas.” (Rico, 2005, p. 14).

Por tanto, el término competencia alude a los modos en lo que los escolares actúan cuando hacen matemáticas y cuando se enfrentan a problemas. Pero el ser competente en matemáticas es un objetivo a largo plazo que se conseguirá a través de toda la formación escolar obligatoria.

Por tanto, las capacidades que desarrollan los escolares en los distintos temas de matemáticas contribuyen, en mayor o menor medida, a la evolución de sus competencias intelectuales y personales, con especial incidencia en aquellas vinculadas con las matemáticas, y esas capacidades se muestran al afrontar

tareas. Esta relación entre competencias, capacidades y tareas se describe en la Figura 4 (Gómez y Lupiáñez, 2005):

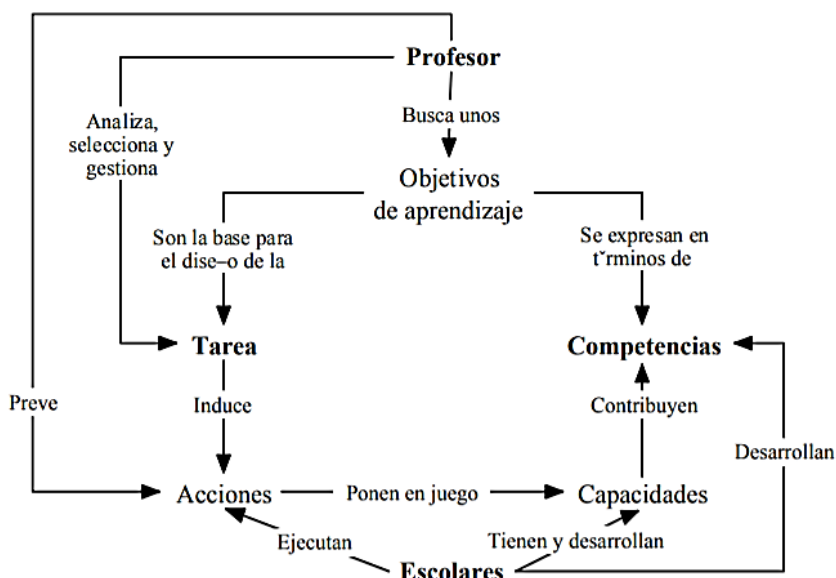


Figura 4. Relación entre competencia, capacidad y tarea

Cuando los estudiantes trabajan en temas matemáticos deben de activar capacidades como:

- **Argumentación:** La base de los procesos argumentativos son las leyes y convenciones matemáticas fundamentales, en tareas que exige la capacidad argumentativa incluye formulaciones como las siguientes: fundamente, comprueba, demuestra, contradice.

Leiss D. y Blum W. (2016) indican que las argumentaciones van desde la reproducción de patrones argumentativos conocidos, hasta la reflexión después de una secuencia de conclusiones mental internos para solucionar una tarea.

Nivel de exigencia de las argumentaciones:

- |               |  |
|---------------|--|
| exigencia I   | Cuando hace fundamentaciones de la vida cotidiana, a partir de simples cálculos, utiliza y reproduce argumentaciones de rutinarias (teoremas, procedimientos etc.) |
| exigencia II  | Cuando se desarrolla comprende, explica argumentaciones de varios pasos.   |
| exigencia III | Cuando usa, explica o evalúa diferentes argumentaciones complejas según criterios de alcance o coherencia.   |

- **Modelar matemáticamente:**

Los modelos matemáticos tienen un papel importante para solucionar problemas de situaciones reales y coincidimos con (Hehn 2002) mencionado por Leiss D. y Blum W. (2016) que define un modelo matemático como representación simplificada y matemática tomando algunos aspectos parciales del mundo que nos rodea.

Pasos del proceso cuando se trabaja una situación del mundo real:

1. Comprender el problema o situación.
2. Simplificar y estructurar el problema o situación descrita.
3. Trasladar el problema o situación a las matemáticas.
4. Resolver el problema o situación haciendo uso de técnicas matemáticas.
5. Interpretar la situación origen y verificar el resultado matemático a través del contexto real.



## Nivel de exigencia

- Exigencia I Cuando usamos e interpretamos modelos estándares conocidos directamente transferibles a situaciones reales.
- Exigencia II Cuando con pocas restricciones claras asignamos o hacemos modelados de varios pasos y se interpreta los resultados.
- Exigencia III Cuando construye, redefine supuestos, variables, relaciones y restricciones, comprueba, evalúa y compara un modelo de situación compleja.

- **Representaciones matemáticas:**

Es representar de manera gráfica, diagramas, ilustraciones bosquejos de situaciones reales en objetos matemáticos e viceversa, otras representaciones pueden ser:

- Fórmulas.
- Representaciones a través del lenguaje.
- Acciones y gestos.
- Programas (en lenguaje de programación)

- **Ámbito de exigencia**

- 

Exigencia I Cuando se elabora, utiliza representaciones estándares de objetos y situaciones matemáticas.

Exigencia II Cuando comprende, modifica, interpreta y alterna representaciones dadas.

Exigencia III Cuando comprender, utiliza y evalúa representaciones no familiares, desarrollar formas de representaciones adecuadas a un problema según un objeto final.

### **1.2.2.2 Manejar elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas:**

Incluye habilidades o hechos cuando nos preguntamos “saber que...” al evocamos en nuestra memoria una definición como por ejemplo la definición de función lineal.

Abarca habilidades definidas por “saber cómo...” aquí se usa algoritmos, como por ejemplo al calcular  $x$  a partir de  $f(x) = 5x - 1$ .

Los aspectos que comprende:

- Conocer y utilizar definiciones, reglas, algoritmos o fórmulas.
- Trabajar con variables, expresiones algebraicas ecuaciones o funciones formalmente.
- Seguir una secuencia específica al realizar procedimientos de solución y verificación.
- Hacer construcciones geométricas básicas.
- Utilizar recursos como fórmulas o la calculadora.

La exigencia debe considerar tres niveles desde procedimientos elementales a procedimientos y empleo de herramientas matemáticas complejas.

### **1.2.2.3 Instrumento didáctico**

Expresión compuesta por dos términos instrumento, según la RAE mencionado por Pinto. J. (2009) proviene del latín instrumentum, lo define como conjunto de diversas piezas combinadas adecuadamente que sirven con determinado objeto en el ejercicio de las artes y oficios. [ . . . ] Prosigue indicando, aquello de que nos servimos para hacer algo" (RAE, 2005) para nuestro trabajo consideramos esta definición última; en tanto "didáctica" viene del griego Didaskein= enseñar y Texne = arte definiéndose como “arte de enseñar” (RAE,

2005) uniendo los dos conceptos se define "instrumento didáctico" aquél que combina adecuadamente objetos, medios y técnicas para lograr aprendizajes a través del arte y la ciencia de enseñar. El instrumento didáctico es un intermediario o mediador en el proceso de aprendizaje entre:

- a. El sujeto que enseña y el que aprende,
- b. Los saberes teóricos y prácticos,
- c. La reflexión, sentimiento y acción en el desarrollo metacognitivo.
- d. El pensar y hacer cotidiano.

Gasparini (2006) mencionado por Pinto J. (2009) indica que los instrumentos didácticos ayudan, intermedia al proceso de aprendizaje; de este modo las tareas pueden realizarse en forma virtual cuando empleamos la tecnología, accediendo a libros necesarios en el desarrollo de actividades realizadas en casa o escuela en el tiempo que se dispone.

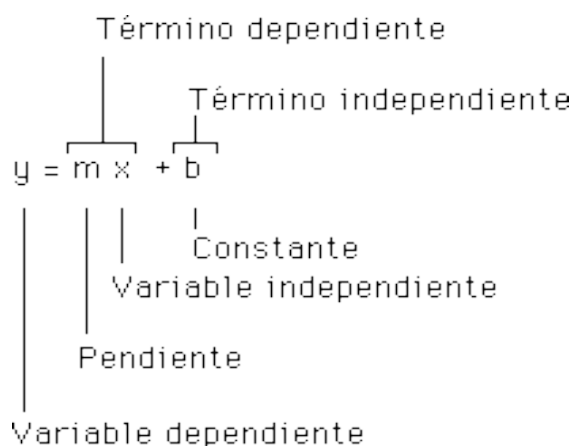
La tecnología como instrumento didáctico ayuda a resolver problemas matemáticos razonando y empleando estrategias diferentes a cuando solo se emplea solo lápiz y papel que puede ser considerado rutinario.

#### **1.2.2.4 Función lineal**

Con el aporte de Castro y Alvarado (2012), respecto al tratamiento de la función lineal se tiene, que tratar primero definiendo:

- *Variable*, símbolo que puede tomar diferentes valores. Son denotados con las últimas letras del alfabeto: u, v, w, x, y, z.
- *Constante*, símbolo que tiene un solo valor, generalmente las constantes son representadas por las primeras letras del alfabeto: a, b, c.

Función lineal, ecuación o expresión del tipo:  $y = mx + b$  o  $f(x) = mx + b$



- *Pendiente*, se denota por  $m$  y se define como inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas  $X$ . Además, si  $m > 0$  la función crece y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje  $OX$  es agudo. Si  $m < 0$  la función decrece y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje  $OX$  es obtuso.

- *Gráfica de una función lineal*, se traza de manera rápida y práctica hallando las intersecciones con los ejes de coordenadas  $X$  e  $Y$  del sistema cartesiano como sigue:

Si  $x = 0$  entonces de  $f(x) = ax + b$  tenemos  $y = b$  formando el punto  $(0, b)$  que es una intersección con el eje de las ordenadas  $Y$ .

Si  $y = 0$ , entonces de  $f(x) = ax + b$  teniendo en cuenta que  $f(x) = y$  por remplazo y despeje tenemos  $x = -b/a$  formando el punto  $(-b/a, 0)$  que es intersección con el eje de las abscisas  $X$ .

Con ayuda de las calculadoras programables, el software GeoGebra se aplica el concepto de función lineal para el análisis, solución e interpretación de casos relacionados con la vida cotidiana; estableciendo la ecuación de los modelos lineales a partir de situaciones reales, se hacen predicciones del comportamiento, relaciona el valor de la pendiente y la intersección con el eje  $Y$ .

Se verifica temas tratados, luego se continúa con la sesión a partir de casos o problemas sencillos de solucionar planteamos una ecuación de manera indirecta se trabaja las formas de ecuaciones lineales.

Trabajando ejercicios de exploración para observar la gráfica de la ecuación  $Y = 0$ , en la misma pantalla representan una a una las gráficas con GeoGebra:

$y = x,$        $y = 3x,$        $y = 3x + 2,$        $y = -3x - 2$

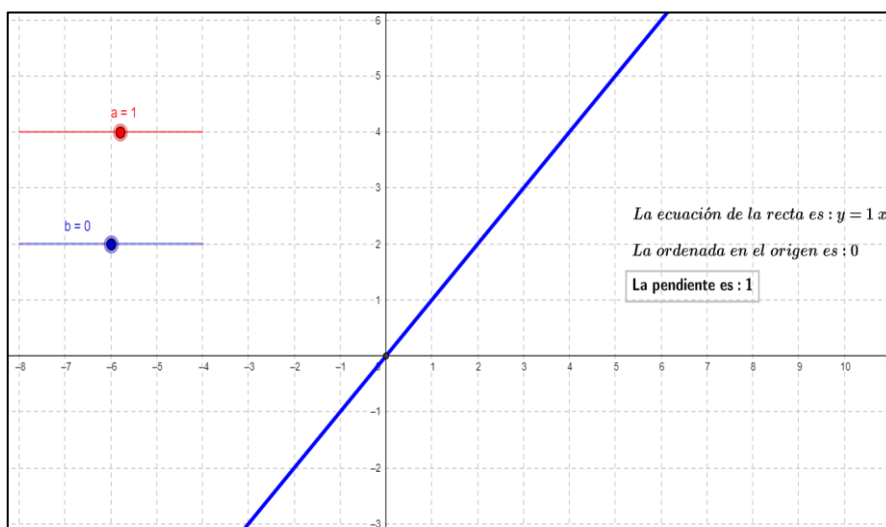


Figura 5, Función  $y = x$

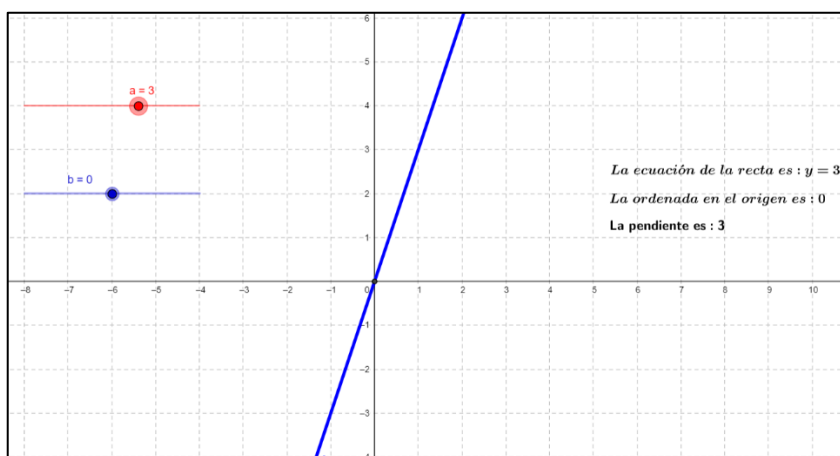


Figura 6. Función  $y = 3x$

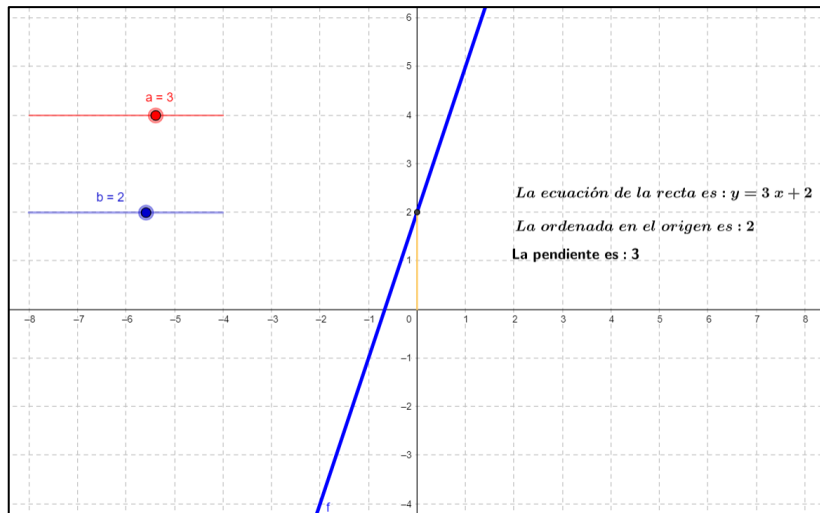


Figura 7. Función  $y = 3x + 2$

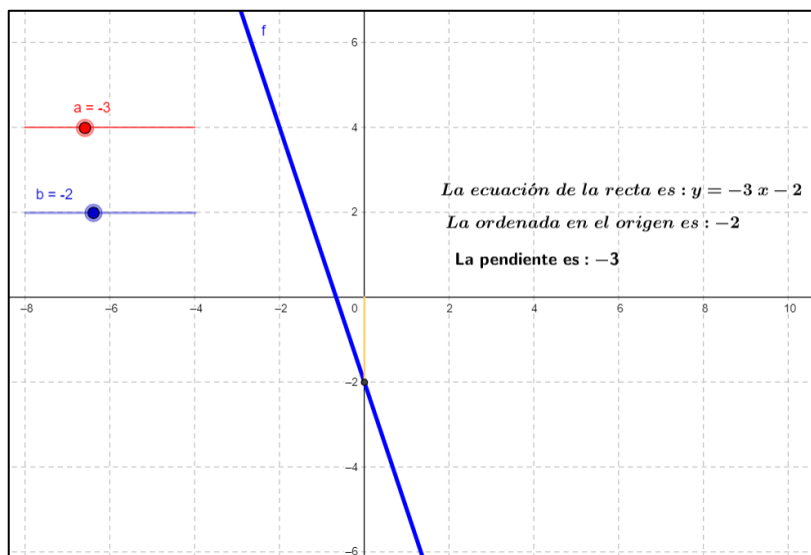


Figura 8. Función  $y = -3x - 2$

Visualizando el comportamiento de las gráficas, sus intersecciones con los ejes de coordenadas, la relación del valor de la pendiente como razón de cambio y el valor  $b$ , se construye modelos y se hace predicciones.

Los alumnos pueden discutir ¿Qué puede concluir respecto a la relación entre la gráfica? ¿Advierte algún patrón?, aprovechando la tecnología los estudiantes exploran otros ejemplos y hacen resumen de aspectos que resalten.

### 1.2.2.5 Modelos lineales

La modelización es un proceso que consiste en traducir una situación problemática de la realidad en una función matemática. A través de un modelo matemático convertimos un problema difuso en un problema netamente matemático. Modelar una situación matemáticamente significa representarla en términos matemáticos. La representación mediante funciones lineales se denomina modelos lineales.

Al saber los alumnos establecer modelos, proceden a trabajar situaciones con mayor dificultad mediante ecuaciones de funciones analizando situaciones que se presenten.

Como se aprecia la definición de función lineal, la tenemos en cuenta para solucionar diversas situaciones y su tratamiento didáctico se puede realizar con aplicación de tecnología de la información y comunicación social.

#### Ejemplos

En la quebrada de Yanahuanca se observa que en las 10 primeras semanas de cultivo de una planta de papa que medía 2 cm. su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, pues en la primera semana ha pasado a medir 2,5 cm. Grafique la función que exprese la altura de la planta en función del tiempo.

*Solución:*

$t$ : tiempo en semanas

$y$ : Altura de la planta después de  $t$  semanas

$\Delta t$ : Variación de tiempo

Determinado la variación del tiempo:  $\Delta t = t_f - t_i = 2.5 - 2$ . Entonces  $\Delta t = 0.5$ , por lo tanto, la función lineal será:  $f(x) = y = 0.5x - 2$  y la gráfica de esta función será:

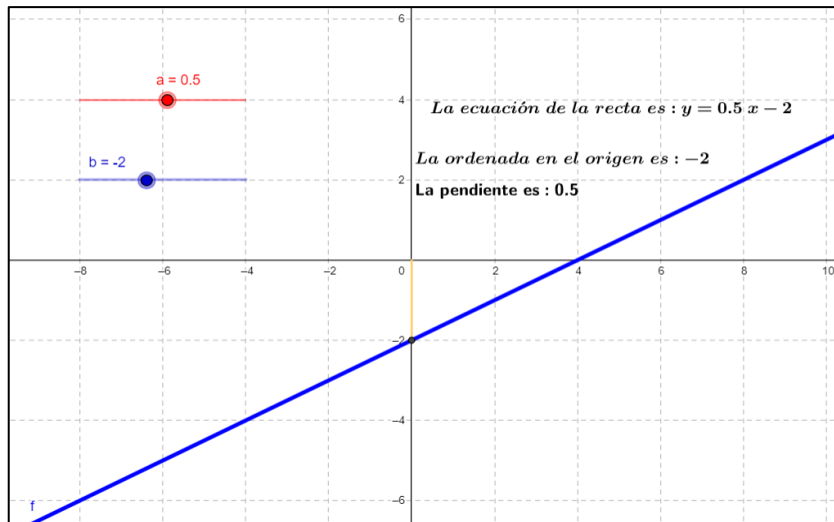


Figura 9. Función  $y = -0.5 x - 2$

#### 1.2.2.6 Modelos lineales aplicados a la economía

Se puede modelizar con la ayuda de funciones lineales las relaciones entre el precio y la **oferta** o la **demanda**. También se puede hablar de la relación lineal entre el número de artículos producidos y el costo total de producción. En cualquier caso, la expresión permite esta relación es  $y = ax + b$ , es decir la ecuación de la recta o la función lineal. Los parámetros **a** y **b** son indicadores importantes en el estudio de los fenómenos antes indicados; por ejemplo, **a** representa el *costo marginal*, la razón de cambio o simplemente la pendiente de la recta; mientras que **b** representaría por ejemplo el **costo** de producir 0 unidades cuando estamos hablando de una función de costo.

Realizamos la interpretación del concepto anterior en forma gráfica para que el estudiante puede diferenciar oferta y la demanda de un determinado producto en el mercado:

**Demanda:** Por lo general, a mayor precio la cantidad demandada es menor; cuando el precio baja la cantidad demandada aumenta. Así:



A mayor precio



Menor cantidad demandada



La función lineal que la representa tiene pendiente negativa, por lo tanto, la representación gráfica es una recta que baja

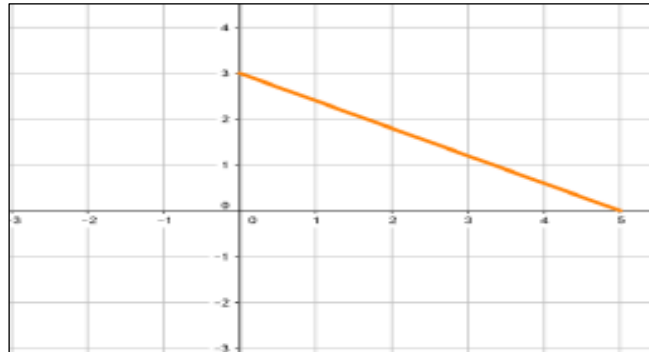


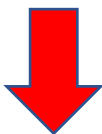
Figura 10. Función lineal de demanda

**Oferta:** Por lo general, a mayor precio por unidad es mayor la cantidad que los productos están dispuestos a proveer; cuando el precio disminuye también lo hace la cantidad suministrada. Así:

A menor precio



Menor cantidad ofertada



La función lineal que la representa tiene pendiente positiva, por lo tanto, la representación gráfica es una recta que sube

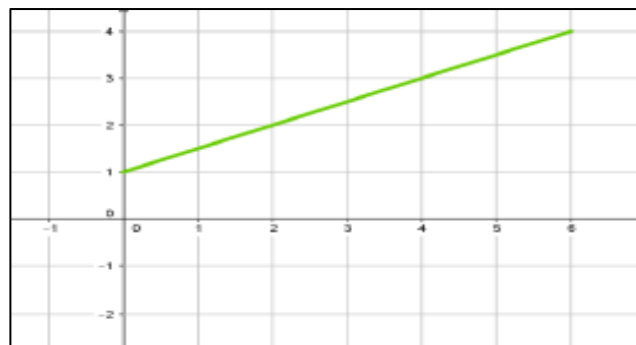


Figura 11. Función lineal de Oferta

**Punto de equilibrio,** Es el punto común entre la oferta y la demanda. Coinciden el precio y las cantidades, en este caso la gráfica lineal de la función se corta en un punto y ese punto es denominado punto de equilibrio. Así su gráfica es:

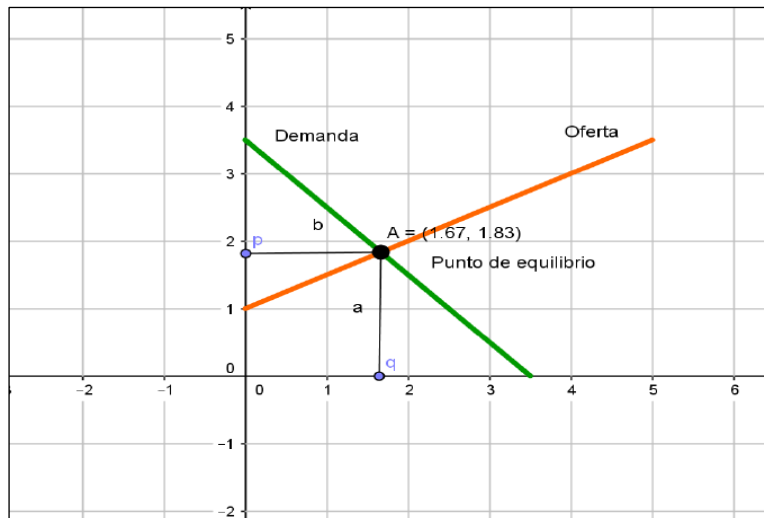


Figura 12. Punto de equilibrio

**Ejemplo:**

Por el día de la madre un fabricante producirá de 70 carteras cuando el precio sea 60 soles y 40 carteras cuando el precio sea 50 soles. Supóngase que el precio ( $p$ ) y la cantidad producida ( $q$ ) están relacionados de manera lineal. Grafica la función oferta.

**Solución:**

Como la Función oferta es lineal se tiene:  $q = S(p) = a(p) + b$ , de los datos del problema se tiene:

$$p_1 = 60, \text{ entonces } q_1 = 70$$

$$p_2 = 50, \text{ entonces } q_2 = 40$$

Reemplazando en la ecuación lineal se tiene: 
$$\begin{cases} 70 = 60a + b \\ 40 = 50a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene:  $a = 3$  y  $b = - 110$

Por lo tanto, la función oferta es:  $S(p) = 3(a) - 110$

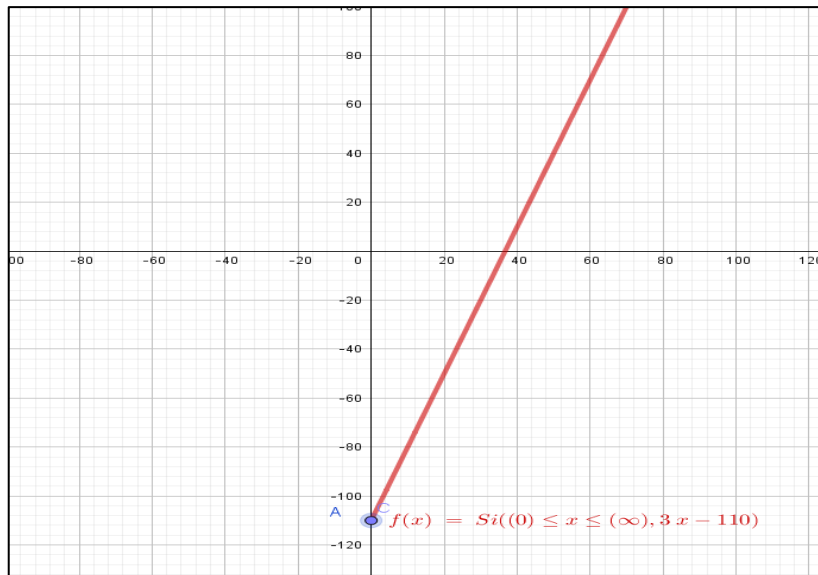


Figura 13. Función  $S(p) = 3a - 110$ .

La función es creciente por lo que cumple con la definición de oferta porque la pendiente es positiva.

### 1.3 Definición de términos básicos

- **Software GeoGebra**

De la Cruz P. (2016), menciona:

GeoGebra es un software matemático que interactúa dinámicamente la geometría, algebra y el cálculo, fue desarrollado por Markus Hohenwarter, junto a un equipo de especialistas internacionales como resultado de su proyecto de tesis de maestría en educación Matemática, iniciando en el 2001 y culminando de manera exitosa en su tesis doctoral en la universidad de Salzburgo.

- **Instrumento didáctico**

Son todos aquellos elementos materiales físicos o sensoriales útiles que el docente utiliza como soporte que ayude a la tarea docente de acuerdo de los contenidos objeto de enseñanza.

- **Desarrollo de capacidades**

Incremento de habilidades cognoscitivas y de autoaprendizaje para comprender y responder a situaciones del contexto educativo, cultural y social con eficacia y eficiencia a lo largo del tiempo.

- **Capacidad conceptual**

Proceso a través del cual el estudiante reúne las condiciones para aprender, acumular y desarrollar conceptos.

- **Capacidad procedimental**

Proceso a través del cual el estudiante reúne y desarrolla las condiciones para emplear metodologías, técnicas específicas para realizar o solucionar una situación problemática, que han de abreviar procesos mentales asociadas a los conocimientos.

- **Capacidad actitudinal**

Es la iniciativa de los estudiantes ante diversas situaciones, responsabilidad y autonomía necesarias en el ejercicio individual o grupal.

- **Aprendizaje significativo**

Proceso por cual una persona aprehende información modificando los conocimientos que posee al relacionar la nueva información que adquiere reajustando y reconstruyendo ambas.

- **Función**

Farfan (2013), citado en Bermeo (2017), nos dice:

La naturaleza del concepto función es en extremo complejo; su desarrollo se ha hecho casi a la par del humano, es decir encontramos vestigios de uso de correspondencias en la antigüedad, y actualmente se debate sobre la vigencia, en el ámbito

de las matemáticas, del paradigma de la función como un objeto analítico. Empero el concepto de función devino protagónico hasta que se le concibe como una fórmula, es decir, hasta que se logró la integración entre dos dominios de representación: el algebra y la geometría. La complejidad del concepto de función se refleja en diversas concepciones y representaciones con las que se enfrentan los estudiantes y profesores (p. 56)

- **Función lineal**

Tipo de función polifónica con grado o exponente uno en la variable  $x$ , su representación una consecución de puntos formando línea recta en el sistema de coordenadas o plano cartesiano. Las funciones lineales tienen la forma  $f(x) = ax$  y  $f(x) = ax + b$  son los modelos lineales más simples. (Ospina, 2012, p. 47).

- **Gráfica lineal**

Diagrama o representación de la unión de una secuencia de puntos o datos de una ecuación o función lineal que son unidos por segmentos de rectas.

## **CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES**

### **2.1 Hipótesis principal y derivadas**

#### **2.1.1 Hipótesis principal**

La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco - 2018.

#### **2.1.2 Hipótesis derivadas**

- a) La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco - 2018
- b) La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

- c) La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018

## **2.2 Operacionalización de variables**

**Variable 1.** Aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico

Es la utilización o empleo del software matemático libre GeoGebra diseñado por Markus Hohenwarter como recurso interactivo dinámico para el tratamiento algebraico, cálculo de funciones, es decir asignaturas puramente matemáticas.

**Variable 2.** Desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal.

Proceso por el cual los estudiantes incrementan sus habilidades argumentativas, simbolización, resolución de problemas, modelación, esenciales para el aprendizaje la función lineal y responder a sus necesidades académicas de manera sostenible.

**Tabla 1.**

*Operacionalización de aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico*

VARIABLE	DIMENSIONES	SUBDIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico	Vista algebraica	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hoja de calculo</li> <li>• Símbolos y operadores</li> <li>• Protocolo de construcción</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce la barra del menú del software</li> <li>• Reconoce los iconos de la barra.</li> <li>• Ingresa con facilidad a las herramientas</li> <li>• Ingresa con facilidad a la función lineal</li> <li>• Utiliza los deslizadores para analizar la función lineal</li> <li>• Ingresa con facilidad a la función valor absoluto</li> </ul>	1-5
	Vista Gráfica	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfica en 2D</li> <li>• Gráfica en 3D.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza la animación en las funciones lineales para presentar sus problemas matemáticos</li> <li>• Analiza la gráfica de la función lineal</li> <li>• Identifica el dominio y rango en la gráfica de la función lineal.</li> <li>• Ingresa una función lineal y determina su inversa de dicha función.</li> </ul>	6-10



**Tabla 2.**

*Operacionalización de desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal.*

VARIABLE	DIMENSIONES	SUBDIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
Desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal	Capacidades cognitivas	• Utiliza expresiones simbólicas	• Utiliza las expresiones simbólicas para representar matemáticamente una situación real.	1-3
		• Argumenta	• Argumenta los resultados de la función lineal	
		• Comunica	• Comunica los resultados de la función lineal	
aprendizaje de la función lineal	Capacidades procedimentales	• Matematiza	• Matematiza la expresión simbólica de la función lineal	4-6
		• Representa gráficamente	• Representa gráficamente la función matematizada	
		• Elabora estrategias	• Elabora estrategias para realizar el cálculo de ecuación lineal	
	Capacidades actitudinales	• Participación	• Participa en la solución de problemas	1-10
		• Valoración	• Valoración del empleo de GeoGebra	

## **CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

### **3.1 Diseño metodológico**

El estudio corresponde a la investigación de tipo aplicada, puesto que se aplicó el software GeoGebra y de nivel explicativo ya que ello permitió explicar la influencia del empleo del software GeoGebra en el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de las funciones lineales en el proceso de formación de los estudiantes, con respecto al diseño se consideró un diseño experimental, cuasiexperimental porque no se hizo manipulación de las variables.

El enfoque considerado en la investigación fue cuantitativo porque se evaluaron las puntuaciones de los calificativos de los estudiantes para la obtención de información ayudando a la construcción del conocimiento humano, así como al incremento de la información existente a la fecha.

El desarrollo de la investigación se basó en el empleo del diseño cuasiexperimental con preprueba - posprueba (Hernández, S. 2014), en el que se realizó inicialmente la medición del estado de entrada de la variable dependiente (desarrollo de capacidades en el aprendizaje de función lineal), para posteriormente aplicar la variable experimental (Aplicación del software

GeoGebra como instrumento didáctico), concluida esta etapa nuevamente medir el estado de salida la variable dependiente (desarrollo de capacidades en el aprendizaje de función lineal), para posteriormente comparar los resultados.

El diseño cuasiexperimental se resume en el siguiente esquema:

GE:	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>
GC:	O <sub>3</sub>	-----	O <sub>4</sub>

Donde:

GE : Grupo experimental

GC : Grupo Control

X : Experimentación con la variable estímulo (Aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico)

- - - : Sin Aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico

O<sub>1</sub> y O<sub>2</sub> : Preprueba (Medición previa del desarrollo de capacidades en el aprendizaje de función lineal)

O<sub>3</sub> y O<sub>4</sub> : Posprueba (Medición posterior del desarrollo de capacidades en el aprendizaje de función lineal).

### **3.2 Diseño muestral**

#### **3.2.1 Población**

La población lo conformaron todos los estudiantes matriculados en el primer semestre de la Escuela Profesional de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Contables, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco en el periodo 2018-I, mostrado en la tabla 3.

**Tabla 3.***Población*

<b>Semestre</b>	Secciones	Número
<b>Primero</b>	A	33
	B	32
	C	30
<b>Total</b>	--	95

Fuente: Nómina de matrícula 2018

**3.2.2 Muestra**

La muestra se seleccionó mediante el muestreo no probabilístico del tipo intencionado puesto que los estudiantes estaban en turnos establecidos según su matrícula, se eligió el grupo experimental y control considerando que la muestra sea lo más homogénea posible, como se muestra en la tabla 4:

**Tabla 4.***Muestra de estudio*

<b>Semestre</b>	Secciones	Número		Total
		Varones	Mujeres	
<b>Primero</b>	A	15	7	22
	B	12	10	22
<b>Total</b>	--	27	17	44

Fuente: Nómina de matrícula 2018

Se consideró para la muestra de los estudiantes el criterio de exclusión la asistencia regular a las clases durante la experiencia.

### **3.3 Técnicas de recolección de datos**

La observación, nos permitió evaluar las capacidades actitudinales a través de la Ficha de Evaluación de Capacidades Actitudinales en el Aula, formado con diez (10) ítems con una escala mixta: Casi siempre (5); Siempre (4); A veces (3); Casi a veces (2) y Nunca (1), para un total de 20 puntos.

La evaluación, se realizó mediante la aplicación del instrumento denominado: Instrumento de Evaluación de Capacidades Cognitivas y Procedimentales formado por cinco (05) problemas de resolución sobre funciones lineales, medidos con una puntuación vigesimal de 0 a 20 y la Ficha de Evaluación de Capacidades Cognitivas y Procedimentales para evaluar la resolución de los problemas, considerando las capacidades cognitivas: 1.Utiliza las expresiones simbólicas para representar matemáticamente una situación real. 2. Argumenta los resultados de la función lineal; 3. Comunica los resultados de la función lineal y las capacidades procedimentales: 1. Matematiza la expresión simbólica de la función lineal; 2. Representa gráficamente la función matematizada; 3. Elabora estrategias para realizar el cálculo de ecuación lineal, con una escala de Excelente (4); Bueno (3); Regular (2); Malo (1); Deficiente (0), para un total de 20 puntos para cada tipo de capacidad.

### **3.4 Técnicas estadísticas para el procesamiento de datos**

Se empleó procesamiento electrónico en los datos, se utilizó el programa estadístico SPSS, además de una hoja electrónica con Excel para el proceso de tabulación.

Las técnicas estadísticas aplicadas en el procesamiento comprendieron: Las técnicas de la estadística descriptiva para la reducción, distribución de los datos en tablas de frecuencias y la determinación de los estadísticos descriptivos como: Media, Mediana, Moda, Desviación estándar, Rango, Mínimo y Máximo. Las técnicas de la estadística inferencial: Pruebas no paramétrica U Man-whitney para comparar la media de los grupos independientes (grupo de control y grupo experimental).

### **3.5 Aspectos éticos**

El ejercicio de la investigación demanda el cumplimiento de normas éticas, debemos tener comportamiento de respeto a las ideas y las producciones de los investigadores, de las personas para no perjudica el avance científico, por ello se ha considerado el reconocimiento de autoría del conocimiento, fiabilidad de los datos.

En la presente investigación declaró que no presenta conflicto de intereses, ya que la investigación conduce a un propósito establecido y con financiamiento propio.

## CAPÍTULO IV: RESULTADOS

### 4.1 Aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra grupo control

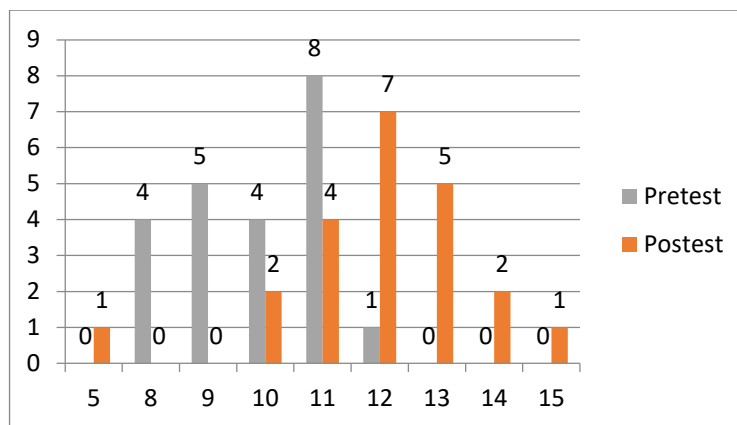
Los resultados en la evaluación del aprendizaje de la función lineal del grupo de control que trabajó sin el empleo de GeoGebra correspondientes al pre prueba y posprueba de forma comparativa, se presentan en las tablas:

**Tabla 5.**

*Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.*

Puntos	Preprueba		Posprueba	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
5	0	0,0	1	4,5
8	4	18,2	0	0,0
9	5	22,7	0	0,0
10	4	18,2	2	9,1
11	8	36,4	4	18,2
12	1	4,5	7	31,8
13	0	0,0	5	22,7
14	0	0,0	2	9,1
15	0	0,0	1	4,5
Total	22	100,0	22	100,0

Fuente: Pre y posprueba – 2018.



*Figura 14.* Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018

**Tabla 6**

*Estadísticos descriptivos del grupo control*

	PreAPR	PosAPR
N	Válido 22	22
Media	9,8636	11,8636
Mediana	10,0000	12,0000
Moda	11,00	12,00
Desv. Desviación	1,24577	1,98315
Rango	4,00	10,00
Mínimo	8,00	5,00
Máximo	12,00	15,00

Fuente: pre y posprueba

Los resultados para el aprendizaje de la función lineal alcanzados por el grupo de control que trabajó sin GeoGebra, muestran que en la pre prueba las puntuaciones con mayor frecuencia son 9 (22.7%) y 11 (36.4%) distribuidos en un rango de 4 puntos, mientras que los resultados para la posprueba muestran mayor frecuencia para las puntuaciones 12 (31.8%) y



13 (22.7%) distribuidos en un rango de 10 puntos con puntuación mínima 5 y puntuación máxima 15.

En los estadísticos de los datos de la Tabla 6, se observa en los resultados en la evaluación del aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra que, la media alcanzada por el grupo de control en la pre prueba es 9.86 puntos frente a los 11.86 puntos alcanzados en la posprueba en una escala de 0 a 20 puntos, una mediana de 10 y 12 puntos respectivamente, lo que nos señala la existencia de mejora poco significativa en el resultado de los aprendizaje cuando se trabaja de forma tradicional.

#### 4.1.1 Capacidades cognitivas grupo control

**Tabla 7.**

*Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018*

Puntos	Preprueba		Posprueba	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
5			1	4,5
7	4	18,2	3	13,6
8	2	9,1	1	4,5
9	2	9,1		
10	8	36,4	3	13,6
11	4	18,2	6	27,3
12	2	9,1	1	4,5
13			3	13,6
14			1	4,5
16			3	13,6
Total	22	100,0	22	100,0

Fuente: Resultados del pre y posprueba de las capacidades cognitivas - 2018

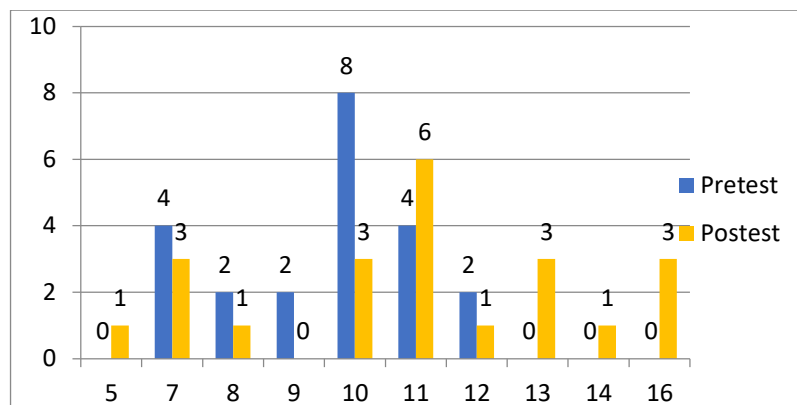


Figura 15. Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

**Tabla 8.**

*Estadísticos descriptivos de las capacidades cognitivas*

	PrePCC	PosPCC
N	Válido 22	22
Media	9,5455	11,0455
Mediana	10,0000	11,0000
Moda	10,00	11,00
Desv. Desviación	1,59545	3,03122
Rango	5,00	11,00
Mínimo	7,00	5,00
Máximo	12,00	16,00

Fuente: pre y posprueba de capacidades cognitivas- 2018

Los resultados para el aprendizaje de la función lineal alcanzados por el grupo control que trabajó sin GeoGebra en cuanto a capacidades cognitivas, muestra que las puntuaciones con mayor frecuencia son 7 y 11 con (18.2%) y 10(36,4%) distribuidos en un rango de 5 puntos con puntuación mínima de 7 y máximo de 12, mientras que los resultados para la

posprueba muestra mayor frecuencia en las puntuaciones 7,13 y 16 (13.6%) y 11 (27.3%) distribuidos en un rango de 11 puntos con puntuación mínima de 5 y puntuación máxima de 16.

En los estadísticos de los datos de la tabla 8, se aprecia en los resultados de la evaluación de aprendizaje de la función lineal en capacidades cognitivas sin GeoGebra que, la media de la puntuación alcanzado por el grupo control en la pre prueba es 9.54 puntos frente a los 11,04 alcanzados en la pos prueba en una escala de 0 a 20 puntos, con mediana de 10 y 11 puntos respectivamente, señalando la existencia poco significativa en la mejora en los aprendizaje del grupo en la capacidad cognitiva cuando se trabaja de forma tradicional.

Los resultados para cada una de las capacidades cognitivas que, evaluadas en el aprendizaje conceptual, se presentan en la siguiente tabla 9:

**Tabla 9**

*Estadísticos para las capacidades cognitivas desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra.*

		PreCC1	PosCC1	PreCC2	PosCC2	PreCC3	PosCC3
N	Válido	22	22	22	22	22	22
Media		9,454	11,181	9,363	11,090	9,636	11,227
Mediana		9,500	11,000	10,000	11,500	10,000	11,000
Moda		11,00	11,00	10,00 <sup>a</sup>	12,00	10,00	11,00
Desv. Desviación		1,9205	3,1718	2,4406	3,2937	2,0129	2,5622
Rango		7,00	12,00	10,00	13,00	8,00	9,00
Mínimo		5,00	5,00	3,00	4,00	5,00	7,00
Máximo		12,00	17,00	13,00	17,00	13,00	16,00

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

En la capacidad utiliza expresiones simbólicas, los niveles evaluados muestran que, la pre prueba presentan una media de 9.45 puntos y en el posprueba 11.18 puntos, la moda es 11 y una variación poco significativa en un nivel regular.

En la capacidad argumenta, los niveles de puntuación en la evaluación muestran en la pre prueba una media de 9.36 puntos y para la posprueba 11.09 puntos, con moda de 10 y 12 respectivamente además una variación levemente significativa en un nivel regular.

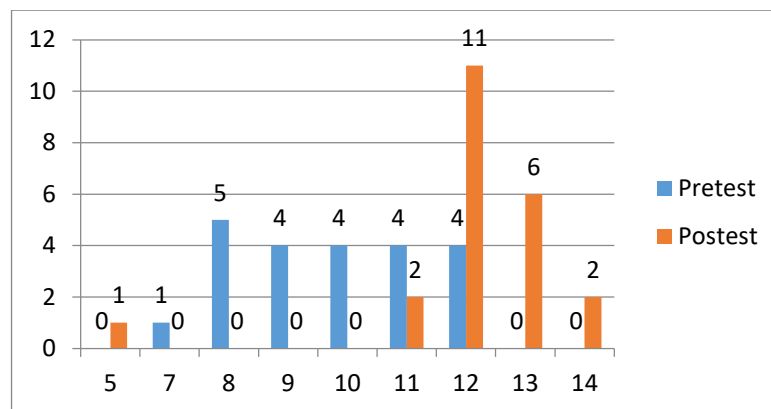
Finalmente, para la capacidad comunica, los niveles de puntuación en la evaluación muestran que estos en la pre prueba presentan una media de 9.63 puntos y para la posprueba 11.22 puntos con moda de 10 y 11 respectivamente y variación levemente significativa en un nivel regular.

#### 4.1.2 Capacidades procedimentales grupo control

**Tabla 10.**

*Puntuación de la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.*

Puntos	Preprueba		Posprueba	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
5			1	4,5
7	1	4,5		
8	5	22,7		
9	4	18,2		
10	4	18,2		
11	4	18,2	2	9,1
12	4	18,2	11	50,0
13			6	27,3
14			2	9,1
Total	22	100,0	22	100,0



*Figura 16.* Puntuación de la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

**Tabla 11.**

*Estadísticos descriptivos de capacidades procedimentales*

		PrePCP	PosPCP
N	Válido	22	22
Media		9,7727	12,0455
Mediana		10,0000	12,0000
Moda		8,00	12,00
Desv. Desviación		1,57153	1,75871
Rango		5,00	9,00
Mínimo		7,00	5,00
Máximo		12,00	14,00

Fuente: Resultados de la pre y posprueba – 2018.

Los resultados para el aprendizaje de la función lineal alcanzados por el grupo control que trabajó sin GeoGebra en cuanto a capacidades procedimentales muestran que en la pre prueba las puntuaciones con mayor frecuencia son 9,10, 11 y 12 (18.2%) y 8 (22.7%) distribuidos en un rango de 5 puntos con valor mínimo de 7 y puntuación máxima de 12,

mientras que los resultados para la pos prueba muestran mayor frecuencia para las puntuaciones 12(50%) y 13(27.1%) distribuidos en un rango de 11 puntos, con puntuación mínima 5 y puntuación máxima 14.

En los estadísticos de los datos de la tabla 11, observamos en la evaluación de capacidades procedimentales de aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra que, la media de la puntuación alcanzado por el grupo de control en la pre prueba es 9.77 puntos frente a los 12.04 puntos alcanzados en la posprueba, en una escala de 0 a 20 puntos, con una mediana de 10 y 12 puntos respectivamente, lo que nos muestra mejora poco significativa en los resultados del aprendizaje en cuanto se trabaja en forma tradicional.

**Tabla 12**

*Estadísticos para las capacidades procedimentales desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra*

		PreCP1	PosCP1	PreCP2	PosCP2	PreCP3	PosCP3
N	Válido	22	22	22	22	22	22
Media		9,863	12,227	9,681	12,090	9,954	11,954
Mediana		10,000	13,000	10,000	12,000	10,000	12,000
Moda		10,00	13,00	11,00	12,00	12,00	12,00
Desv. Desviación		1,859	1,849	1,523	1,823	1,785	2,148
Rango		7,00	9,00	5,00	9,00	5,00	10,00
Mínimo		7,00	5,00	7,00	5,00	7,00	5,00
Máximo		14,00	14,00	12,00	14,00	12,00	15,00

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

Para la capacidad matematiza, los niveles evaluados nos muestran que los resultados en la pre prueba presentan una media de 9.86 y en el pos prueba 12.22 puntos con una moda de 10 puntos en la pre prueba y 13

puntos en la posprueba con una variación poco significativa en un nivel regular.

En la capacidad representa gráficamente, los niveles de puntuación en la evaluación nos muestran que estos para la pre prueba presentan una media de 9.68 y en la posprueba 12.09 puntos con una moda de 11 y 12 respectivamente con una variación leve significativamente en un nivel regular.

Finalmente, para la capacidad elabora estrategias los niveles de puntuación en la evaluación nos muestra que estos para la pre prueba presentan una media de 9.95 puntos y para la posprueba 11.95 puntos con una moda de 12 puntos y variación poco significativa en un nivel regular.

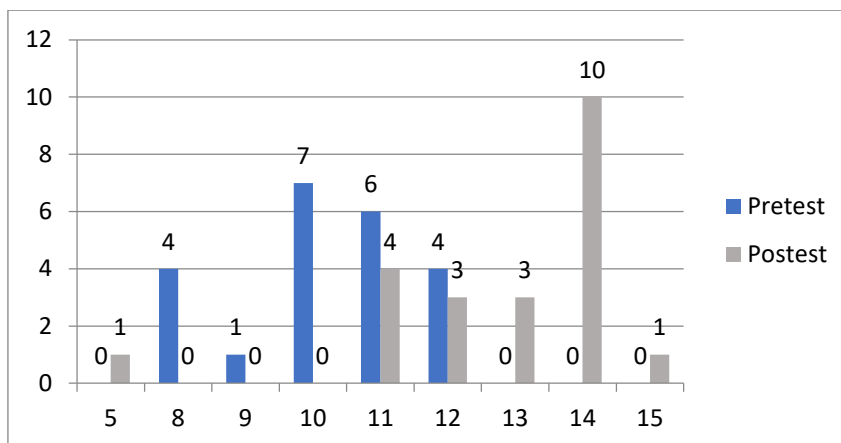
#### 4.1.3 Capacidades actitudinales grupo control

**Tabla 13**

*Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018*

Puntos	Pretest		Postest	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
5			1	4,5
8	4	18,2		
9	1	4,5		
10	7	31,8		
11	6	27,3	4	18,2
12	4	18,2	3	13,6
13			3	13,6
14			10	45,5
15			1	4,5
Total	22	100,0	22	100,0

Fuente: Resultados de la evaluación capacidad actitudinal – 2018.



*Figura 17.* Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

**Tabla 14.**

*Estadísticos descriptivos de las capacidades actitudinales*

	PrePCA	PosPCA	
N	Válido	22	22
Media	10,2273	12,6818	
Mediana	10,0000	13,5000	
Moda	10,00	14,00	
Desv. Desviación	1,34277	2,12438	
Rango	4,00	10,00	
Mínimo	8,00	5,00	
Máximo	12,00	15,00	

Fuente: Resultados de la pre y posprueba – 2018.

Los resultados para el aprendizaje de la función lineal en las capacidades actitudinales alcanzado por el grupo control que trabajo sin GeoGebra muestran que, en la pre prueba las puntuaciones con mayor frecuencia son 10 (31.8%) y 11(27.3%) distribuidos en un rango de 4 con



puntuación mínima de 8 y puntuación máxima de 12, mientras que los resultados para la posprueba muestran mayor frecuencia para las puntuaciones 11(18.2%) y 14(45.5%) distribuidos en un rango de 10 puntos con puntuación mínima de 5 y puntuación máxima de 15.

En los estadísticos de la tabla 14, se aprecia en los resultados de la evaluación del aprendizaje de la función lineal sin GeoGebra en la capacidad actitudinal que, la media alcanzada por el grupo control en la pre prueba es 10.22 puntos frente a los 12.68 puntos alcanzados en la posprueba, en una escala de 0 a 20 puntos, con una mediana de 10 y 13.5 puntos respectivamente, que nos señala la existencia de mejora poco significativa en los resultados de aprendizaje del cuando se trabaja de forma tradicional.

#### **4.2 Aprendizaje de la función lineal con GeoGebra grupo experimental**

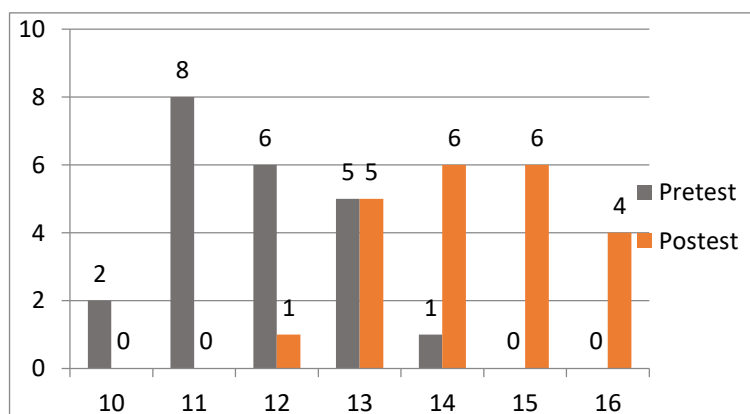
Los resultados de la evaluación del aprendizaje de la función lineal del grupo experimental, que trabajó con el empleo de GeoGebra correspondientes al pre prueba y posprueba de forma comparativa, se presentan en la Tabla 15.

**Tabla 15.**

*Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.*

Puntos	Pretest		Postest	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
10	2	9,1	0	0,0
11	8	36,4	0	0,0
12	6	27,3	1	4,5
13	5	22,7	5	22,7
14	1	4,5	6	27,3
15	0	0,0	6	27,3
16	0	0,0	4	18,2
Total	22	100,0	22	100,0

Fuentes: Resultados de pre y pos test del grupo experimental – 2018.



*Figura 18. Puntuación de la evaluación del aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.*

**Tabla 16.***Estadísticos descriptivos del grupo experimental*

	PreAPR	PosAPR	
N	Válido	22	22
Media	11,7727	14,3182	
Mediana	12,0000	14,0000	
Moda	11,00	14,00 <sup>a</sup>	
Desv. Desviación	1,06600	1,17053	
Rango	4,00	4,00	
Mínimo	10,00	12,00	
Máximo	14,00	16,00	

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

Los resultados para el aprendizaje de la función lineal alcanzados en el grupo experimental que trabajó con GeoGebra, muestran que en la pre prueba las puntuaciones con mayor frecuencia son 11 (36.4%) y 12 (27.3%) distribuidos en un rango de 4 puntos, mientras que los resultados para la pos prueba muestran mayor frecuencia para las puntuaciones 14 (27.3%) y 15 (27.3%) distribuidos en un rango de 4 puntos semejante al pretest,

En los estadísticos de los datos de la Tabla 16, se aprecia en la evaluación del aprendizaje de la función lineal con GeoGebra que, la media de la puntuación alcanzado por el grupo de control en la pre prueba es 11.77 puntos frente a los 14.32 puntos alcanzados en la posprueba en una escala de 0 a 20 puntos, con una mediana de 12 y 14 puntos, lo que nos señala la existencia de mejora significativa en el aprendizaje de los estudiantes por el empleo del programa.

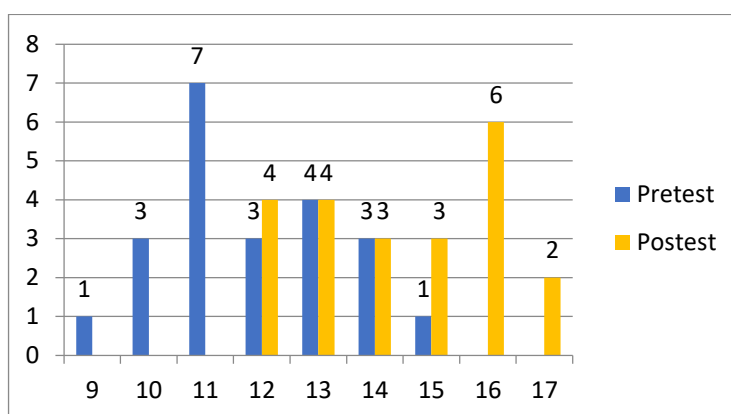
#### 4.2.1 Capacidades cognitivas grupo experimental

**Tabla 17.**

*Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.*

Puntos	Pretest		Posttest	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
9	1	4,5		
10	3	13,6		
11	7	31,8		
12	3	13,6	4	18,2
13	4	18,2	4	18,2
14	3	13,6	3	13,6
15	1	4,5	3	13,6
16			6	27,3
17			2	9,1
<b>Total</b>	<b>22</b>	<b>100,0</b>	<b>22</b>	<b>100,0</b>

Fuentes: Resultados de pre y pos test del grupo experimental – 2018.



*Figura 19.* Puntuación de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018

**Tabla 18.***Estadísticos descriptivos del grupo experimental*

		PrePCC	PosPCC
N	Válido	22	22
Media		11,8636	14,4091
Mediana		11,5000	14,5000
Moda		11,00	16,00
Desv. Desviación		1,58251	1,70878
Rango		6,00	5,00
Mínimo		9,00	12,00
Máximo		15,00	17,00

Los resultados del aprendizaje de la función lineal alcanzados por el grupo experimental que trabajó con GeoGebra en capacidades cognitivas, muestran que en la pre prueba las puntuaciones con mayor frecuencia son 11 (31.8%) y 13(18.2%) distribuidos en un rango de 6 puntos, mientras que los resultados para la posprueba muestra mayor frecuencia para las puntuaciones 16(27.3%) y 12 y 13 (18.2%) distribuidos en un rango de 5 puntos con puntuaciones mínimo 12 y máximo 17.

En los estadísticos de los datos de la tabla 18, se observa en los resultados de la evaluación de las capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra que, la puntuaciones media alcanzada por los estudiantes en la pre prueba es 11.86 puntos frente a los 14.4 puntos alcanzados en la posprueba en una escala de 0 a 20 puntos, con una mediana de 11.5 y 14.5 respectivamente , lo que nos señala una mejora significativa en el aprendizaje del grupo experimental cuando se trabaja con Software GeoGebra.

**Tabla 19.**

*Estadísticos para las capacidades cognitivas desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra*

		PreCC1	PosCC1	PreCC2	PosCC2	PreCC3	PosCC3
N	Válido	22	22	22	22	22	22
Media		11,727	14,318	11,818	14,863	12,000	14,136
Mediana		12,000	15,000	12,000	15,000	12,000	14,000
Moda		12,00	12,00 <sup>a</sup>	12,00	15,00	12,00	12,00 <sup>a</sup>
Desv. Desviación		1,695	1,936	1,708	1,859	1,976	1,780
Rango		6,00	7,00	6,00	7,00	6,00	6,00
Mínimo		9,00	11,00	9,00	11,00	9,00	11,00
Máximo		15,00	18,00	15,00	18,00	15,00	17,00

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

En la capacidad utiliza expresiones simbólicas, los niveles evaluados nos muestran que estos en la pre prueba presentan una media de 11.73 puntos frente a 14.32 puntos en la posprueba con una moda de 12 puntos y una variación significativa en un nivel regular.

En la capacidad argumenta, los niveles de puntuación en la evaluación nos muestran que estos para la pre prueba presentan una media de 11.82 puntos y para la posprueba 14.86 puntos con una moda de 12 y 15 respectivamente con una variación significativa en un nivel regular.

Finalmente, para la capacidad comunica, los niveles de puntuación en la evaluación nos muestran que estos para la pre prueba presentan una media de 12.00 puntos y para la pos prueba 14.13 puntos con una moda de 12 respectivamente con una variación significativa en un nivel regular.

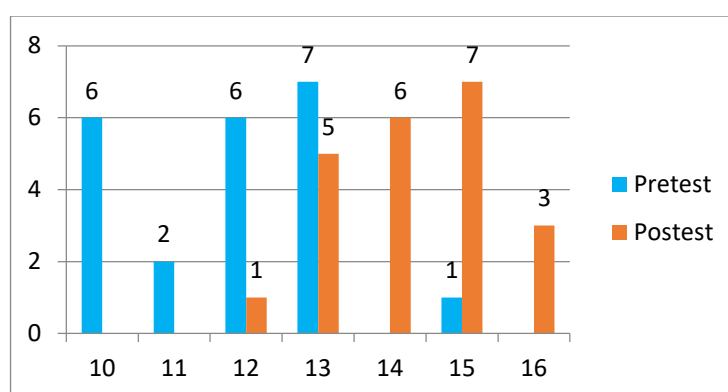
#### 4.2.2 Capacidades procedimentales grupo experimental

**Tabla 20.**

*Puntuación de la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.*

Puntos	Pretest		Postest	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
10	6	27,3		
11	2	9,1		
12	6	27,3	1	4,5
13	7	31,8	5	22,7
14			6	27,3
15	1	4,5	7	31,8
16			3	13,6
Total	22	100,0	22	100,0

Fuentes: Resultados de pre y pos test del grupo experimental – 2018.



*Figura 20.* Puntuación de la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018

**Tabla 21**

*Estadísticos descriptivos de las capacidades procedimentales del grupo experimental*

		PrePCP	PosPCP
N	Válido	22	22
Media		11,8182	14,2727
Mediana		12,0000	14,0000
Moda		13,00	15,00
Desv. Desviación		1,40192	1,12045
Rango		5,00	4,00
Mínimo		10,00	12,00
Máximo		15,00	16,00

Los resultados para el aprendizaje alcanzado por el grupo experimental en la evaluación de las capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra, muestra que, en la pre prueba las puntuaciones con mayor frecuencia son 13 (31.8%) y 10 y 12 (27.3 %) ambos distribuidos en un rango de 5 puntos con puntuación mínima de 10 y puntuación máxima de 15, mientras que los resultados para la pos prueba muestran mayor frecuencia para las puntuaciones 14(27.3%) y 15(31.8%) distribuidas en un rango de 4 puntos, con puntuación mínimas de 12 y puntuación máxima de 16



**Tabla 22.**

*Estadísticos para las capacidades procedimentales desarrolladas para el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra.*

		PreCP1	PosCP1	PreCP2	PosCP2	PreCP3	PosCP3
N	Válido	22	22	22	22	22	22
Media		11,818	14,181	11,863	14,818	12,090	14,090
Mediana		12,000	14,000	12,000	15,000	12,000	14,000
Moda		12,00	15,00	12,00	14,00	13,00	15,00
Desv. Desviación		1,622	1,139	1,612	1,220	1,477	1,341
Rango		6,00	4,00	6,00	4,00	6,00	4,00
Mínimo		9,00	12,00	9,00	13,00	9,00	12,00
Máximo		15,00	16,00	15,00	17,00	15,00	16,00

Para la capacidad matematiza, los niveles evaluados nos muestran que los resultados en el pretest presentan una media de 11.81 y en el posprueba 14.18 puntos con una moda de 12 puntos en la pre prueba y 15 puntos en la pos prueba con una variación significativa en un nivel regular.

En la capacidad representa gráficamente, el nivel de puntuación en la evaluación nos muestra que estos para la pre prueba presentan una media de 11.86 y en la posprueba 14.81 puntos con una moda de 12 y 14 respectivamente con una variación significativamente en un nivel regular.

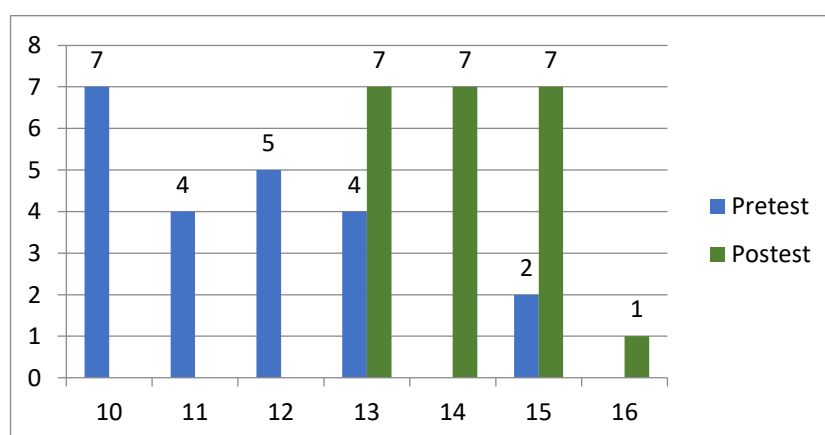
Finalmente, para la capacidad elabora estrategias los niveles de puntuación en la evaluación nos muestra que estos para la pre prueba presentan una media de 12.09 puntos y para el posprueba 14.09 puntos con una moda de 13 y 15 puntos con una variación poco significativa en un nivel regular.

### 4.2.3 Capacidades actitudinales grupo experimental

**Tabla 23**

*Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018*

Puntos	Pretest		Posttest	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
10	7	31,8		
11	4	18,2		
12	5	22,7		
13	4	18,2	7	31,8
14			7	31,8
15	2	9,1	7	31,8
16			1	4,5
Total	22	100,0	22	100,0



*Figura 21. Puntuación de la evaluación de las capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal con GeoGebra de los estudiantes del I semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018*

**Tabla 24***Estadísticos descriptivos de la capacidad actitudinal*

	PrePCA	PosPCA
N	22	22
Media	11,6364	14,0909
Mediana	11,5000	14,0000
Moda	10,00	13,00 <sup>a</sup>
Desv. Desviación	1,55978	,92113
Rango	5,00	3,00
Mínimo	10,00	13,00
Máximo	15,00	16,00

Los resultados para el aprendizaje de la función lineal en la capacidad actitudinal alcanzado por los estudiantes que trabajó con software GeoGebra muestran que, en el pretest las puntuaciones con mayor frecuencia son 10 (31.8%) y 12(22.7%) distribuidos en un rango de 5 con puntuación mínima de 10 y puntuación máxima de 15, mientras que los resultados para el posprueba muestran mayor frecuencia para las puntuaciones 14(45.5%) y 13,14 y 15 (31.8%) cada una distribuidos en un rango de 3 puntos con puntuación mínima de 13 y puntuación máxima de 16.

En los estadísticos de la tabla 24, se aprecia en la evaluación del aprendizaje en la función lineal con GeoGebra referente a la capacidad actitudinal que, la puntuación media alcanzada por los estudiantes en la pre prueba es 11.63 puntos frente a los 14 .09 puntos alcanzados en la pos prueba, en una escala de 0 a 20 puntos, con una mediana de 11.5 y 14 puntos respectivamente, nos señala una mejora poco significativa en los resultados del aprendizaje de los estudiantes cuando se trabaja con el software GeoGebra.

### 4.3 Prueba de hipótesis

La determinación de la prueba de hipótesis se basó en dos aspectos: primero el tipo de diseño de investigación empleado, que corresponde al tipo cuasi - experimental con pre y pos prueba con grupo de control que implica la comparación de los resultados alcanzados por el grupo experimental y el grupo de control en la posprueba. Segundo: La normalidad de los datos para determinar la aplicación de una prueba paramétrica o no paramétrica.

La regla de decisión en la prueba de la hipótesis, corresponde al Método del valor  $p$ , que comprende la aproximación del valor  $p$  al valor del nivel de significancia  $\alpha$ , para tomar la alternativa de "rechazo" o "no rechazo". Si  $p \leq 0.05$  se rechaza  $H_0$ . considerándose como nivel de significación de 0,05 correspondiente a un 95% de confiabilidad ( $\alpha = 0,05_{2colas}$ ) aplicable a las investigaciones educativas.

#### 4.3.1 Prueba de Normalidad

Antes de realizar la prueba de hipótesis los datos de la investigación fueron sometidos a la prueba de normalidad, los resultados del pos prueba para los datos de los grupos de estudio se presenta en la siguiente tabla 25:

**Tabla 25**

#### ***Prueba de la normalidad***

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
PosAPR	,141	44	,028	,888	44	,000
PosPCC	,115	44	,173	,934	44	,014
PosPCP	,196	44	,000	,825	44	,000
PosPCA	,232	44	,000	,753	44	,000

a. Corrección de significación de Lilliefors

En base a la prueba de normalización se desprende que estos no se aproximan a una distribución normal, por lo que se aplicó la prueba no paramétrica (U Man-whitney) para comparar los parámetros de dos grupos independientes (grupo de control y grupo experimental).

#### 4.3.2 Prueba de la hipótesis general

**H<sub>0</sub>:** ( $Md_1=Md_2$ ) No hay diferencias en el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**H<sub>1</sub>:** ( $Md_1 \neq Md_2$ ) Hay diferencias en el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**Tabla 26**

*Prueba de rangos de la hipótesis general*

Rangos				
	Grupos	N	Rango promedio	Suma de rangos
PreAPR	Experimental	22	30,55	672,00
	Control	22	14,45	318,00
	Total	44		
PosAPR	Experimental	22	31,05	683,00
	Control	22	13,95	307,00
	Total	44		

**Tabla 27***Estadísticos de prueba de U de Mann-Whitney hipótesis general*

Estadísticos de prueba <sup>a</sup>		
	PreAPR	PosAPR
U de Mann-Whitney	65,000	54,000
W de Wilcoxon	318,000	307,000
Z	-4,280	-4,478
Sig. asintótica (bilateral)	<b>,000</b>	<b>,000</b>

a. Variable de agrupación: Grupos

Considerando la regla de decisión para la prueba, si  $p(0.000) < 0.05$ , presenta un valor de significancia menor a 0.05 por tanto se rechaza  $H_0$ , asumiéndose  $H_1$ , por lo tanto, el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 es diferente entre el grupo control y experimental.

Además, asumiendo los estadísticos del resultado de la tabla 6 y 16 del pos prueba, donde la media en el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal alcanzado por el grupo experimental es 14.31 puntos frente a los del grupo de control 11,86 puntos, observándose una diferencia positiva de 2.46 puntos, por lo tanto, se confirma que la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018

### 4.3.2 Prueba de las hipótesis derivadas

#### a. Hipótesis 01

**H<sub>0</sub>:** ( $Md_1=Md_2$ ) No hay diferencias en el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**H<sub>1</sub>:** ( $Md_1 \neq Md_2$ ) Hay diferencias en el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**Tabla 28**

*Suma de rangos de la hipótesis 1.*

		Rangos		
	Grupos	N	Rango promedio	Suma de rangos
PrePCC	Experimental	22	30,05	661,00
	Control	22	14,95	329,00
	Total	44		
PosPCC	Experimental	22	29,84	656,50
	Control	22	15,16	333,50
	Total	44		

**Tabla 29***Estadístico de prueba de U de Mann-Whitney para hipótesis 1*

Estadísticos de prueba <sup>a</sup>		
	PrePCC	PosPCC
U de Mann-Whitney	76,000	80,500
W de Wilcoxon	329,000	333,500
Z	-3,965	-3,825
Sig. asintótica(bilateral)	,000	,000

a. Variable de agrupación: Grupos

Considerando la regla de decisión para la prueba, si  $p(0.000) < 0.05$ , presenta un valor de significancia menor a 0.05 rechazándose  $H_0$ , asumiéndose  $H_1$ , por lo tanto, el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco-2018 es diferente entre el grupo control y experimental.

Además, asumiendo los estadísticos del resultado de la tabla 8 y 18 el pos prueba, donde, la media en el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal alcanzado por el grupo experimental es 14.41 puntos frente a los del grupo de control 11,04 puntos, observándose una diferencia positiva de 3.37 puntos, por tanto, se confirma que la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018



## b. Hipótesis 02

**H<sub>0</sub>:** ( $Md_1=Md_2$ ) No hay diferencias en el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**H<sub>1</sub>:** ( $Md_1\neq Md_2$ ) Hay diferencias en el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**Tabla 30.**

*Suma de rangos para la hipótesis específica 2*

Rangos				
Grupos		N	Rango promedio	Suma de rangos
PrePCP	Experimental	22	29,68	653,00
	Control	22	15,32	337,00
	Total	44		
PosPCP	Experimental	22	31,48	692,50
	Control	22	13,52	297,50
	Total	44		

**Tabla 31.***Estadístico de prueba de U de Mann-Whitney para hipótesis 2*

Estadísticos de prueba <sup>a</sup>		
	PrePCP	PosPCP
U de Mann-Whitney	84,000	44,500
W de Wilcoxon	337,000	297,500
Z	-3,769	-4,746
Sig. asintótica(bilateral)	,000	,000

a. Variable de agrupación: Grupos

Considerando la regla de decisión para la prueba, si  $p(0.000) < 0.05$ , presenta un valor de significancia menor a 0.05 rechazamos  $H_0$ , asumiendo  $H_1$ , por lo tanto, el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 es diferente entre el grupo control y experimental.

Además, asumiendo los estadísticos del resultado de la tabla 11 y 21 el pos prueba, donde la media en el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal alcanzado por el grupo experimental es 14.27 puntos frente a los del grupo de control 12,04 puntos, observándose una diferencia positiva de 2.23 puntos, por tanto, se confirma que la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

**c. Hipótesis 03.**

**H<sub>0</sub>:** ( $Md_1=Md_2$ ) No hay diferencias en el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**H<sub>1</sub>:** ( $Md_1\neq Md_2$ ) Hay diferencias en el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 entre el grupo control y el grupo experimental.

**Tabla 32.**

*Suma de rangos para la hipótesis 3*

<b>Rangos</b>				
	Grupos	N	Rango promedio	Suma de rangos
PrePCP	Experimental	22	29,68	653,00
	Control	22	15,32	337,00
	Total	44		
PosPCP	Experimental	22	31,48	692,50
	Control	22	13,52	297,50
	Total	44		

**Tabla 33.***Estadístico de prueba de U de Mann-Whitney para hipótesis 3*

Estadísticos de prueba <sup>a</sup>		
	PrePCP	PosPCP
U de Mann-Whitney	82,000	41,500
W de Wilcoxon	327,000	257,500
Z	-2,7679	-2,755
Sig. asintótica(bilateral)	<b>,008</b>	<b>,0008</b>

a. Variable de agrupación: Grupos

Aplicando la regla de decisión para la prueba, si  $p$  (0.008) < 0.05, presenta un valor de significancia menor a 0.05 rechazando  $H_0$ , asumiendo  $H_1$ , por lo tanto, el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 es diferente entre el grupo control y experimental.

Considerando los estadísticos del resultado del pos prueba, la media en el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal alcanzado por el grupo experimental es 14.10 puntos frente a los del grupo de control 12,68 puntos, observándose una diferencia positiva de 1.42 puntos, por tanto, se confirma que la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.

## CAPÍTULO V: DISCUSIÓN

La investigación tuvo como propósito determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco-2018. Trabajándose con dos grupos, un grupo con el software GeoGebra y otro sin el software durante el desarrollo de la IV Unidad de la asignatura de matemática Básica.

El grupo de control donde no se utilizó el software GeoGebra, la capacidad cognitiva en los estudiantes del primer semestre de la Escuela de Economía de la UNDAC, los resultados en la pre prueba la media fue 9,545 y en la pos prueba la media alcanzada es de 11,045 como se registra en la tabla 8; esto demuestra que en capacidades cognitivas sin efecto no fue favorable en los estudiantes; sin embargo en el grupo experimental los resultados de la pre prueba el promedio fue 11,863 y la pos prueba fue de 14,409 tal como se tiene en la tabla 18; esto demuestra que el software GeoGebra favorece el desarrollo de la capacidad cognitiva; así mismo se observa claramente en la hipótesis 1 que el valor de  $p = 0,000$  es menor que  $\alpha = 0,05$ . Con lo cual queda demostrado que hay diferencias en el

desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal por los estudiantes de economía de la UNDAC.

Así mismo con relación al software GeoGebra y la capacidad procedimental en los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de Economía de la UNDAC, los resultados del grupo control en la pre prueba el promedio fue 9,772 y en la pos prueba llegó a 12,04 como se indica en la tabla 11; esto demuestra que las capacidades procedimentales sin efecto no fue favorables en los estudiantes; sin embargo en el grupo experimental los resultados de la pre prueba el promedio fue 11,818 y la pos prueba fue de 14,27 tal como se tiene en la tabla 21; esto demuestra que el software GeoGebra favorece el desarrollo de la capacidad procedimental, de esa misma manera se observa claramente en la hipótesis 2 el valor  $p = 0,000$  es menor que  $\alpha = 0,05$ . Demostrando que hay diferencias en el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal por los estudiantes de economía de la UNDAC.

Finalmente, al comparar los resultados en forma general entre el grupo control y experimental con respecto al desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera de Economía de la UNDAC; al aplicar la prueba estadística de U de Mann-Whitney, se tuvo que el  $p$ -valor (0,000) es menor que el nivel de significación  $\alpha$  (0,05). Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula por la cual se afirma que el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018 es diferente entre el grupo control y experimental. De igual modo se muestra

diferencias en los promedios de las calificaciones de 14.32 del grupo experimental frente a 11.86; lo cual se observa que el grupo experimental tiene un mejor promedio que el grupo control.

Los resultados alcanzados en nuestra investigación, se sustentan sobre los aspectos teóricos expresados por (Camacho, 2015) que afirma: “El profesorado de matemática aprenda a utilizar y en efecto utilice la tecnología para generar más y mejores oportunidades de aprendizaje del alumnado”, situación que realizamos en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje de la asignatura Matemática Básica. Además, considera un componente esencial en el desarrollo del pensamiento matemático se vincula con el uso de diversas herramientas digitales en las actividades de aprendizaje y resolución de problemas. El uso de estas herramientas promueve aspectos del pensamiento matemático que se completan con aspecto promovidos mediante el trabajo, con lápiz y papel (Camacho, 2015). Siguiendo al mencionado autor, hay diversos estudios sobre tipos de software relacionados con el aprendizaje de las matemáticas esta variedad va desde programas de matemáticas especializados concebidos para uso profesional y educativo, dentro de los cuales se ubica el software GeoGebra que empleamos en la presente investigación.

De los trabajos considerados en los antecedentes de nuestra investigación y comparando con ellos se tiene el trabajo de Jerves (2014) sobre: Estrategias didácticas basadas en tic para el aprendizaje del módulo de función lineal y exponencial del décimo de básica en la unidad educativa Salesiana María Auxiliadora, al comparar el pre-test y el pos-test del grupo experimental obtuvo una mejora significativa de 59% cuando evalúa si crece

o decrece la función lineal, en base a tabla de valores, gráfico o ecuación y el grupo de control mostró mayor porcentaje de respuestas correctas por lo que obtuvo una diferencia negativa lo mismo sucede con el trabajo realizado con los estudiantes de la carrera de economía de la UNDAC. La tesis de Max (2016) en su tesis: “Software educativo GeoGebra en la capacidad representa del área de matemática”, indica que influye la variable sobre la otra, además el valor de la prueba estadística t Student respecto al valor calculado fue de 2.67 y el valor tabulado de 1.69 de tal manera que rechazó su hipótesis nula aceptando su hipótesis alterna demostrando que el programa software educativo GeoGebra tuvo influencia en la capacidad representa del área de matemática; lo mismo se tiene en nuestro resultado al aplicar el GeoGebra en las capacidades de aprendizaje también mejora significativamente según los resultados de la tabla 27.

Finalmente el estudio de López (2018) denominado “Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano” en la Universidad Católica de Manizales de Colombia, concluye que los resultados estadísticos, al involucrar herramientas tecnológicas como GeoGebra al estudiar el concepto de función lineal mediante sus diferentes representaciones semióticas, favorece la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos.

Por lo tanto, afirmo que la investigación desarrollada en la carrera profesional de Economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de la Región Pasco que el software GeoGebra influye significativamente en el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal.



## CONCLUSIONES

Al analizar e interpretar los resultados obtenidos del procesamiento estadístico se concluyó lo siguiente:

1. La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejoró el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018, debido a que el p-valor obtenido es menor al nivel de significación  $\alpha$  ( $0,000 < 0,05$ ) y mostrarse diferencias en los promedios de las calificaciones de 14.32 del grupo experimental frente a 11.86 del grupo de control variando en 2.46 puntos, por lo cual se rechazó la hipótesis nula.
2. La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejoró el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018, debido a que el p-valor obtenido es menor al nivel de significación  $\alpha$  ( $0,000 < 0,05$ ) y mostrarse diferencias en los promedios de las calificaciones de 14.41 del grupo experimental frente

a 11.04 del grupo de control variando en 3.37 puntos, por lo que se rechazó la hipótesis nula

3. La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018, debido a que el p-valor obtenido es menor al nivel de significación  $\alpha$  ( $0,000 < 0,05$ ) y al mostrarse diferencias en los promedios de las calificaciones de 14.27 del grupo experimental frente a 12.04 del grupo de control variando en 2.23 puntos, por lo que se rechazó la hipótesis nula.
4. La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejoró el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018, debido a que el p-valor obtenido es menor al nivel de significación  $\alpha$  ( $0,008 < 0,05$ ) y mostrarse diferencias en los promedios de las calificaciones de 14.10 del grupo experimental frente a 12.68 del grupo de control variando en 1.42 puntos, por lo que se rechazó la hipótesis nula.

## **RECOMENDACIONES**

1. Los programas informáticos son instrumentos didácticos muy valiosos que generan experiencias directas y contribuyen en el aprendizaje, por lo que se debe establecer como línea de investigación para desarrollar investigaciones sobre su aprovechamiento en el contexto de la formación profesional de los estudiantes, que permitan validar nuestro estudio.
2. Las instituciones superiores universitarias y no universitarias de formación profesional deben considerar programas de capacitación docente para el aprovechamiento de los recursos tecnológicos que actualmente se disponen, y permitan fortalecer la formación profesional con tecnologías.
3. Por la importancia que tiene la formación con tecnologías para la formación de los futuros profesionales las instituciones formadoras deben implementar laboratorios informáticos actualizados con programas informáticos para fortalecer el trabajo en el aula y el desarrollo de capacidades.

4. Se recomienda a los futuros investigadores ampliar la muestra de estudio para comparar los resultados obtenidos en la investigación con otros contenidos de aprendizaje de la función matemática en los estudiantes del nivel universitario aplicando el software de GeoGebra u otros Software educativos.

## FUENTES DE INFORMACIÓN

- Aguilar, A. E. (2018). *Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas con funciones lineales* (Tesis de maestría). Universidad de Piura, Perú. Recuperado de <https://hdl.handle.net/11042/3188>
- Almérico-Ávalos, T. y Cruzata-Martínez, A. (2016). GeoGebra como recurso didáctico para la comprensión y aplicación de los teoremas de Pitot, Poncelet y Steiner. *Revista de Educación*, (3), 271-296. Recuperado de [https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r\\_educ/article/view/1913](https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/1913).
- Barrazueta J. (2014). *El Aprendizaje de la Línea Recta y la Circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la Teoría Social-Cognitiva y desarrollada en GEOGEBRA*. Tesis para optar el grado de maestro. Cuenca –Ecuador. Recuperado de <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20824/1/tesis.pdf>
- Bates A. y Sangrá, A. (2012). *La gestión de la Tecnología en Educación Superior*. Estrategias para transformar la enseñanza y el aprendizaje. 1a Ed. Edit. Octaedro, ICE-UB. Barcelona.

- Bermeo, O. (2017). *Influencia del Software GeoGebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016*. PERÚ. Disponible en- [http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/UCV/5190/Bermeo\\_COA.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/UCV/5190/Bermeo_COA.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- Blum W., Druke C. Hartung R. y Koller R. (2016). *Estándares de Aprendizaje de la Matemática*. SINEACE. Cornelcen. Lima-Perú.
- Bosch, M. y Gascón, J. (2004). *La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos*. Madrid. España.
- Casparri, M. y Otros (2012). *II Seminario de Docencia, Investigación y Transferencia en las Cátedras de Matemática para Economistas*. Disponible en [http://www.lareferencia.info/vufind/Record/AR\\_d0f4fa1684a47b25566100e494c41b0f](http://www.lareferencia.info/vufind/Record/AR_d0f4fa1684a47b25566100e494c41b0f), accedido el 05 de enero 2018.
- Camacho, M. (2015). *Aportes de resolución de problemas, tecnología y formación de profesores de matemática*. En Planas, N. (2015). *Avances y realidades de la Educación Matemática*. Barcelona: Editorial Grao.
- Castro, A y Alvarado, R. (2012). *La enseñanza del concepto de función lineal mediante ejemplos de la vida real*. Escuela de Ciencias y Letras, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Santa Clara de San Carlos, Alajuela, Costa Rica. Costa Rica.
- Carranza, C. (2010). *Matemática Básica*. Pontificia Universidad Católica Del Perú, Lima. Perú.

Comisión de Currículo de la Escuela de Economía. (2017). *Currículo 2017*.  
Escuela de Formación Profesional de Economía. Facultad de  
Ciencias Económicas y Contables.

De la Cruz, P. (2016). *Software GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de las Funciones Reales en los estudiantes del primer ciclo de la Facultad de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Callao*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional del Callao, Callao - Perú.

De la Cruz, P. (2017). “*El software GeoGebra en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas*” en los estudiantes del tercer año de secundaria de la Institución Educativa “Manuel González Prada” de Chanshapamba, distrito de Cajabamba- 2015 (tesis de Maestría). Disponible en <https://www.grin.com/document/366670>

Díaz, N. J. (2017) *La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Educación, Perú.  
Recuperado de <http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/1371>.

Dimuro, C. (2004). *Teoría del Aprendizaje de Jean Piaget*. Córdoba, Argentina.

Flores, M. (2017). *Efectos del programa Geogebra en las capacidades del área de Matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao, 2016*. (Tesis doctoral). Universidad Cesar

Vallejo, Perú. Disponible en  
file:///C:/Users/NELY/Downloads/Flores\_FMR.pdf

García, L. (2013). *Las representaciones Semióticas en el aprendizaje del Concepto Función Lineal*. Disponible en  
[http://www.lareferencia.info/vufind/Record/CO\\_84af576444af55762a3cd560f037b3ce/Description#tabnav](http://www.lareferencia.info/vufind/Record/CO_84af576444af55762a3cd560f037b3ce/Description#tabnav), accedido el 03 de enero del 2018.

Gil, J. L., Morales Cruz, M. y Basantes Garcés, J. L. (2014). Una aproximación a la calidad universitaria a partir de los procesos de evaluación y acreditación. *Universidad y Sociedad*, 7 (1), 17-21.  
Recuperado de: <http://rus.ucf.edu.cu/>

Gómez, P., & Lupiáñez, J. L. (2005). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Trabajo presentado en V Congreso Ibero-americano de educação matemática, Oporto, Portugal.

González, P. (2015). *Dificultades en el Aprendizaje de las funciones en Matemática*. (Tesis de maestría). Universidad de Cantabria Santander- España.

Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. Docente investigador en el área de matemáticas y estadística en la Universidad Católica Luis Amigó, Regional Caldas - Manizales. *Entramado* vol.14, No .2 p.198-214 (ISSN 1900-3803 / e-ISSN2539-0279) disponible en  
<http://www.scielo.org.co/pdf/entra/v14n2/1900-3803-entra-14-02-198.pdf>



Jerves, F. (1014) *Estrategias Didácticas Basadas en TIC para el Aprendizaje del Módulo de Función Lineal y Exponencial del décimo de básica en la unidad educativa Salesiana "María Auxiliadora"*. Disponible en <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20841/1/TESIS.pdf>, accedido el 02 de enero 2018.

López (2018) en la investigación titulada: "*Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano*" (Tesis de grado). Universidad Católica de Manizales de Colombia. Recuperado de <http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/2204/Luis%20Enrique%20L%C3%B3pez%20Orozco.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Luis, M. (2001) *Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia*. Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia.

Mancera, E. (1990). *Didáctica de la Matemática*. Ediciones Universo, Lima Perú.

Mas, W (2016). *Software Educativo "Geogebra" en la Capacidad Representa del Área de Matemática*, (Tesis doctoral). Universidad César Vallejo. Perú Disponible en [http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/UCV/7903/mas\\_pw.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/UCV/7903/mas_pw.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Meneses, M. y Artunduanga, L. (2014). *Software Educativo para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en el Grado 6°*. Tesis

para optar el Título en Matemáticas. Universidad de Manizales.  
Colombia. Disponible en

[http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/838/  
Magda%20Cecilia%20Meneses%20Osorio.pdf?sequence=1](http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/838/Magda%20Cecilia%20Meneses%20Osorio.pdf?sequence=1)

Meza, P. (2016). *Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Perú. Disponible en de <http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/2006?show=full>

Montessori, M. (1990). *Materiales didácticos para niños*. Ediciones NOCEDAL, Perú.

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal* (Tesis Maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Disponible en [http://repositorio.autonoma.edu.co/xmlui/bitstream/handle/11182/165/  
/Represen\\_semi%20aprendiz\\_concep\\_funcional\\_lineal.pdf?se  
quence=1&isAllowed=y](http://repositorio.autonoma.edu.co/xmlui/bitstream/handle/11182/165/Represen_semi%20aprendiz_concep_funcional_lineal.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Paper, S. (1990). *Alas para la Mente*. Canadá

Piaget, Jean (2000). *Teoría de Aprendizaje*. Editorial Universo. Argentina.

Pinto, J. (2009). *Métodos e Instrumentos Didácticos como Mediadores del Aprendizaje Situado*. En Revista CEPIES Investigativa. Universidad Mayor de San Andrés. Boliviana Disponible en

[http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rccepies/v1n1/v1n1\\_a03.pdf](http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rccepies/v1n1/v1n1_a03.pdf)

accedido el 27 de febrero del 2018.

Piscoya, L. (2000). *Lógica General*. Lima: Ediciones Nocedal.

Polya, G. (1980). *Planteo y Resolución de problemas*. Editorial Trillas. México.

Pumacallahui, E. (2015). *El uso de los Softwares Educativos como Estrategia de Enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de cuarto grado de nivel secundario en las Instituciones Educativas de la Provincia de Tambopata-Región de Madre de Dios* (Tesis doctoral) Universidad Nacional de Educación, Perú. Disponible en <http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/530>.

Rico, L. (2005) *La competencia matemática en PISA*. Conferencia impartida en el VI Seminario de Primavera: la Enseñanza de las Matemáticas y el Informe PISA, Madrid, España.

Santamaría, F. (2006). “*Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age*”, blog.

Torres, L. I. (2018). “*La integración de GeoGebra en el desarrollo del carácter intelectual* (Tesis de maestría), Universidad Externado de Colombia. Recuperado de

<https://bdigital.uexternado.edu.co/bitstream/001/906/1/CCA-spa-2018->

[La\\_integracion\\_de\\_geogebra\\_en\\_el\\_desarrollo\\_del\\_caracter\\_intelectual.pdf](https://bdigital.uexternado.edu.co/bitstream/001/906/1/CCA-spa-2018-La_integracion_de_geogebra_en_el_desarrollo_del_caracter_intelectual.pdf).

Velásquez, R. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Pontificia Universidad Católica Del Perú, Lima. Perú.

Vitimilla G. (2016). *Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de décimo año de educación básica: propuesta metodológica*. Disponible en <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/25981>, accedido el 02 de enero 2018.

## **ANEXOS**

### Anexo 1. Matriz de consistencia

TITULO: APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL DESARROLLO DE CAPACIDADES EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL EN ESTUDIANTES DE ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN.PASCO-2018.

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN
Problema Principal	Objetivo Principal	Hipótesis Principal	Independiente	
¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión Pasco -2018?	Determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018.	La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.	Aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico.	<b>Tipo:</b> Investigación aplicada.  <b>Nivel:</b> Explicativo causal  <b>Enfoque:</b> cuantitativo  <b>Diseño:</b> El diseño es experimental-cuasiexperimental con pre y pos test, así: GE: O <sub>1</sub> X O <sub>2</sub>  GC: O <sub>3</sub> ----- O <sub>4</sub>  <b>Población:</b> 95 estudiantes de la Escuela Profesional de Economía de I semestre.  <b>Muestra:</b> Es no probabilística de tipo intencional, conformada por 44 estudiantes grupo experimental 22 y control 22, de I semestre de dos turnos.  <b>Técnicas</b> Observación
Problemas Derivados	Objetivos Derivados	Hipótesis Derivadas	Dependiente	
a) ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión? Pasco-2018?	a) Determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.Pasco-2018	a) La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades cognitivas en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.	Desarrollo de capacidades en el aprendizaje de la función lineal	

<p>b) ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión? Pasco-2018?</p>	<p>b) Determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco-2018.</p>	<p>b) La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades procedimentales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018</p>		<p>Pre prueba y pos prueba</p> <p><b>Instrumentos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuestionario</li> <li>- Ficha de evaluación de capacidades actitudinales.</li> <li>- Ficha de evaluación de capacidades cognitivas y procedimentales.</li> </ul> <p><b>Técnicas estadísticas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Hoja de cálculo Excel</li> <li>- SPSS</li> <li>- Estadísticas descriptivas: De concentración y dispersión.</li> <li>- Estadística inferencial: Prueba no paramétrica de U Mann-Whitney</li> </ul>
<p>c) ¿En qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión? Pasco-2018?</p>	<p>c) Determinar en qué medida la aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de Economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco-2018.</p>	<p>c) La aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico mejora significativamente el desarrollo de capacidades actitudinales en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco -2018.</p>		

## Anexo 2:

### Evaluación de Capacidades Cognitivas y Procedimentales

CURSO: Matemática Básica

APELLIDOS Y NOMBRES: .....

INTRUCCIONES: Lea con cuidado cada una de los siguientes problemas, luego responda las interrogantes planteadas. (DURACIÓN: 50 Minutos).

1. El costo variable de producir cierto artículo es de 45 soles por unidad y el costo fijo es de 120 soles al día. El artículo se vende por 50 soles cada uno ¿Cuántos artículos se deben producir y vender para garantizar que no haya ganancia, ni pérdida? ( 4 Puntos)
2. Establezca la ecuación y la gráfica de la función de demanda cuando los clientes requieren 40 unidades de un producto a un precio de 12.75 soles la unidad y 25 unidades a un precio de 18.75 soles por unidad. Además, determine el valor demandado cuando las unidades demandadas son 37unidades. (4 puntos)
3. Si  $y = f(x)$  es una función lineal de manera que  $f(2) = 6$  y  $f(5) = - 3$ . Formalice y grafica la función  $f(x)$  encontrada. (4 Puntos)
4. Al probar una dieta para pollos se establece que el precio de un pollo en gramos está representada por el número de días  $x$  después de iniciada la dieta con  $0 \leq x \leq 50$ . Si el peso promedio de un pollo al inicio de la dieta es de 40 gramos y después de 25 días su peso es de 675 gramos. Determine la función del precio en término de la variable  $x$ , además, determine el peso promedio de un pollo cuando el pollo tiene 10 días. ( 4 Puntos)
5. Suponga que el costo total diario en soles de producir  $x$  mesas está dado por:  
 $y = 50x + 180$ . (4 Puntos)
  - a) ¿cuál es el punto de equilibrio, Si cada mesa se vende a 70 soles?
  - b) ¿cuál es el nuevo punto de equilibrio si se incrementa a 80 soles por mesa?
  - c) ¿Qué precio debe fijarse con el objeto de garantizar que no halla perdida, si se sabe que al menos 150 mesas pueden vender al día?



**ANEXO 3.****FICHA DE EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS Y  
PROCEDIMENTALES****CURSO: MATEMÁTICA BASICA**

Apellido y nombres .....

Sección:

INSTRUCCIONES: A partir de la hoja de resolución de los problemas sobre funciones lineales, valore las capacidades aprendidas para cada caso resuelto.  
Escala: Excelente (4); Bueno (3); Regular (2); Malo (1); Deficiente (0)

CAPACIDADES COGNITIVAS	PROBLEMAS					TOTAL
	1	2	3	4	5	
1. Utiliza las expresiones simbólicas para representar matemáticamente una situación real.						
2. Argumenta los resultados de la función lineal						
3. Comunica los resultados de la función lineal						
<b>PROMEDIO</b>						

CAPACIDADES PROCEDIMENTALES	PROBLEMAS					TOTAL
	1	2	3	4	5	
1. Matematiza la expresión simbólica de la función lineal						
2. Representa gráficamente la función matematizada						
3. Elabora estrategias para realizar el cálculo de ecuación lineal						
<b>PROMEDIO</b>						

## ANEXO 4

### FICHA DE EVALUACIÓN DE LAS CAPACIDADES ACTITUDINAL EN EL AULA

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION

ESCUELA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

FICHA DE EVALUACIÓN DE CAPACIDADES ACTITUDINALES EN EL AULA						
<b>CURSO: MATEMÁTICA BASICA</b>						
<b>Apellido y nombre de estudiante.....</b>						
<b>Sección:</b>						
<b>Docente: Nely Aldana Taniguche</b>						
Casi siempre (5)	1	2	3	4	5	Observación
Siempre (4)						
A veces (3)						
Casi a veces (2)						
Nunca (1)						
1. Es puntual a la hora de entrar a clases.						
2. Es atento a las explicaciones del docente						
3. Trabaja de forma individual en clase.						
4. Utiliza herramientas y orientaciones.						
5. Acepta correcciones del docente e intenta mejorar.						
6. Se involucra en el desarrollo de clase.						
7. Pregunta dudas al docente.						
8. Trabaja en equipo responsablemente.						
9. Respete la opinión de sus compañeros.						
10. Ayuda a sus compañeros en caso de necesidad.						

*Gracias por su colaboración*

## ANEXO 5

### SECUENCIA DE LA APLICACIÓN

Grupo Experimental: Ge				
Variable	Material y Método	Proceso	Pasos	Control
Con Aplicación del software GeoGebra como instrumento didáctico.	Materiales:  Software GeoGebra  Guía de la actividad.	Inicio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Indicación del tema.</li> <li>- Instrucciones para el empleo de uso de GeoGebra.</li> <li>- Lectura de la guía de actividad del tema con GeoGebra.</li> </ul>	Evaluación inicial  Evaluación final.
		Proceso	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analiza la situación problemática dada.</li> <li>- Reconoce y aplica los comandos de GeoGebra en temas de la función lineal.</li> <li>- Desarrolla la actividad dada con GeoGebra.</li> <li>- Grafica funciones lineales.</li> <li>- Modela funciones según condiciones.</li> <li>- Interactúa con el software.</li> </ul>	Ficha de evaluación de capacidades cognitivas y procedimientos  Ficha de evaluación actitudinales.
	Final	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Revisión de conclusiones y Verificación de capacidades adquiridas con GeoGebra.</li> </ul>		
	Método:  -Activo.  -Demostrativo  - Colaborativo.			

Grupo Control: Gc				
Variable	Material y Método	Proceso	Pasos	Control
Sin software GeoGebra	Materiales: - Pizarra - Silabo - Sesión de clase. - Rol de problemas y Ejercicios.	Inicio	<i>Motivación:</i> Atraer el interés personal.	Evaluación inicial
			Exploración: Indagar la experiencia personal	
			<i>Conflicto:</i> Generar el desequilibrio cognitivo	
	Método: - Tradicional - Explicativo - Expositivo.	Proceso	Construcción y Transferencia Desarrollo de la información. Aplicar los conocimientos	Evaluación final
		Final	Evaluación Comprobación de los aprendizajes	

## ANEXO 6.

### UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE ECONOMÍA

#### SESIÓN DE APRENDIZAJE

##### I. DATOS INFORMATIVOS:

- a. ASIGNATURA : Matemática Básica  
 b. SEMESTRE : I  
 c. NOMBRE DE LA UNIDAD : Funciones.  
 d. DOCENTE : ALDANA TANIGUCHE , Nely Teresa  
 e. FECHA : 30-07-2018  
 f. DURACION : 150 MIN.

##### II. CAPACIDAD:

- Gráfica funciones lineales según características dadas.
- Modela y expresa simbólicamente funciones del contexto real.

##### III. SECUENCIA METODOLÓGICA

CONTENIDOS	PROCESO	DESARROLLO DE ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	TIEMPO.
Sílabos	Inicio	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Motivación</b></li> </ul> Se comenta la importancia de la función lineal en la economía y otras áreas, como para estudios posteriores de matemática. Mención del tema y capacidades que deben adquirir.	Expresión verbal y escrita	10"
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Exploración de Saberes Previos.</b></li> </ul> Se les pregunta ¿Qué debe de conocer para graficar una función? ¿Cuántos puntos se necesita para trazar una línea recta?		15"
	Proceso	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Conflicto Cognitivo</b></li> </ul> Los estudiantes responden la siguiente interrogante ¿El dominio de una función lineal en matemática será igual para una función lineal económica? ¿Por qué se debe restringir los dominios en economía?	Pizarra	15"
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Construcción de Conocimientos</b></li> </ul> - Instrucciones para el empleo de GeoGebra - Analiza la situación problemática dada. - Reconoce y aplica los comandos de GeoGebra en temas de la función lineal. - Desarrolla la actividad dada con GeoGebra. - Grafica funciones lineales con GeoGebra. - Modela funciones según condiciones. - Interactúa con el software. - Construye definiciones según lo estudiado del tema función lineal.	Software GeoGebra  Guía de actividad	50"  25"
Final	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Trasferencia de lo Aprendido a Contextos Reales</b></li> </ul> Resuelve problemas y ejercicios similares con el software GeoGebra de la guía de actividad.		35"	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Evaluación</b></li> </ul>		

		Revisión de conclusiones y Verificación de capacidades adquiridas con GeoGebra.		
--	--	---	--	--

## ANEXO 7.

### Actividad de aprendizaje

**Tema: Función Lineal**

**Capacidad:**

- Representa funciones lineales, mediante de tablas, gráficas y analiza características.
- Elabora modelos matemáticos sencillos como funciones lineales en la solución de problemas.

A. **Actividad:** Analiza la siguiente situación problemática:

En los centros comerciales, los cajeros disponen de balanzas digitales en las cuales se puede introducir el precio por Kg de las verduras que se pesan, la balanza emite un ticket donde se indica el precio a pagar dependiendo de la cantidad de verdura pesada más el precio de la funda que contiene las verduras el mismo que es 0,05 de nuevo sol.

La tabla siguiente presenta las cantidades pesadas y el precio de cada una de ellas.

Peso (Kg)	1	2	3	4	5
Dinero (Soles)	3,05	6,05	9,05	12,05	15,05

Responda las siguientes preguntas:

a) ¿Qué ocurre con la cantidad de dinero a pagar a medida que la cantidad de verdura aumenta? ..... Eso significa que :

.....

b) A mayor cantidad de verduras ..... Cantidad de dinero a pagar.

¿Siempre se obtendrán tablas de este tipo? Si ..... No .....

¿Por qué?

.....

c) ¿Los valores de peso y dinero (soles) son valores constantes o variables?

Si ..... No .....

¿Por qué?

.....

d) ¿Es posible que cobren por llevar una funda vacía?

.....

**B. Desarrollo de la actividad con GeoGebra**

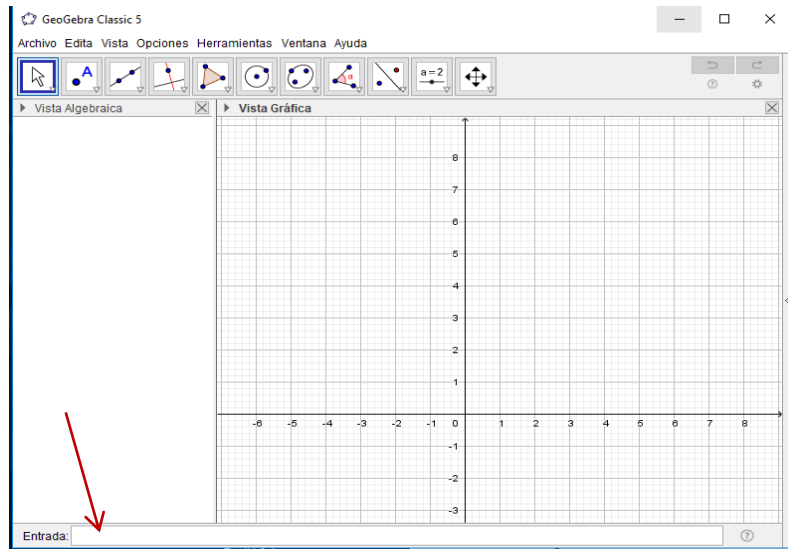
Con los datos anteriores realice un gráfico ayudado del Software GeoGebra.

Paso 1: En el comando de entrada inserte los pares ordenados de la tabla anterior de la siguiente manera:


**Punto1:** (1, 3.05)

**Punto 2:** (2, 6.05)

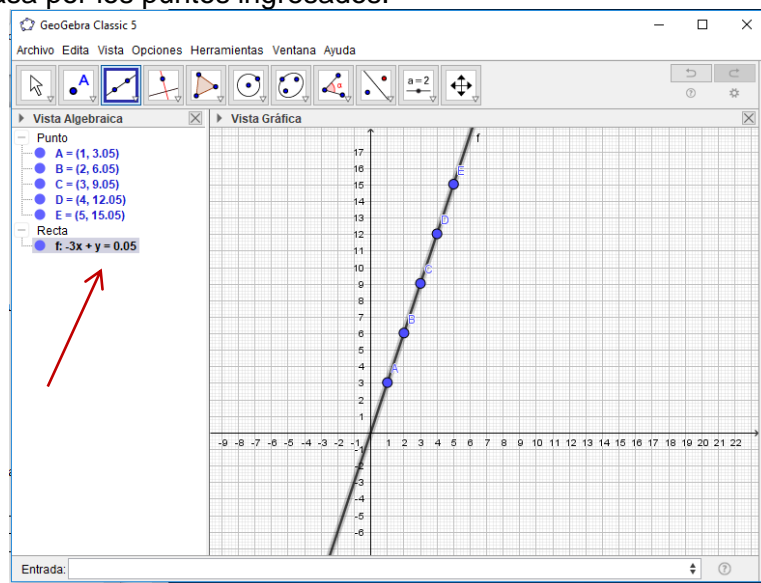
Continuar de la misma manera con los demás puntos



Fuente: Elaboración: Propia

Paso 2: Cuando tenga insertado todos los pares ordenados, trazar una línea por los puntos con ayuda de  la opción (recta), analice e interprete el gráfico formado.

Paso 3: En la parte izquierda de la ventana del software verá la ecuación de la recta que pasa por los puntos ingresados.



Fuente: Elaboración propia

Del gráfico obtenido responda las siguientes preguntas:

1. ¿Qué forma tiene? .....
2. ¿Es la gráfica creciente o decreciente?.....
3. ¿Es parte de la gráfica cada par ordenado de la tabla? Si .....No.....
4. Amplíe el gráfico y revise en qué valor corta la gráfica al eje Y. Valor.....
5. De las preguntas anteriores, extraer con ayuda del profesor las palabras claves que servirán para formar la definición de función lineal.
  - a).....
  - b).....
  - c).....
  - d).....



**Creación:**

6. Invente una nueva tabla con datos diferentes, que al representar con el software GeoGebra corresponda a una gráfica de este tipo.

7. Con las palabras claves forme un concepto de función.

.....  
.....

8. Escriba características de la función lineal

.....  
.....  
.....

**C. Cierre de la actividad**

Lea la situación problemática, analice y realice las actividades propuestas:  
“En Pasco, La empresa DIRECTV para instalar sus antenas satelitales en los domicilios cobra 30 soles por la visita a domicilio, más 5 soles por cada hora de trabajo”

a) Relacione las variables dependientes e independientes con las magnitudes dadas en el problema

.....  
.....

b) Elabore una tabla que represente la dependencia de estas variables.

Horas  
trabajadas  
Total, en  
soles

c) Inserte los pares ordenados en GeoGebra y trace la recta que pasa por dos puntos.

d) Si el técnico permanece dos horas en el domicilio ¿Cuánto se debe de cancelar?

.....  
.....  
.....

e) Teniendo en cuenta la gráfica y la tabla ¿Cuánto le cobraría a un cliente por haberse acercado al domicilio sin haber reparado ningún TV?

.....  
.....

**Conclusiones:**

1. ¿A qué llamamos función lineal?

.....  
.....

2. ¿Qué es una variable dependiente?

.....  
.....  
.....  
3. ¿Qué es una variable independiente?

.....  
.....  
Compare su concepto de función y sus características con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

**¿Qué es una función?**

Una función es como una máquina que tiene una entrada y una salida. Lo que sale está relacionado de alguna manera con lo que entra.

Una función lineal es una expresión de la forma  $y = ax + b$ , donde  $a$  y  $b$  son números reales que se denominan constantes, con  $a \neq 0$ . Los términos  $x$  e  $y$  se llaman variables,  $x$  es la variable independiente,  $y$  es la variable dependiente.

Características de la función lineal:

- Su gráfica es una línea recta
- El valor de la pendiente  $m$  se llama constante de proporcionalidad.
  - Si  $m > 0$ , la función es creciente.
  - Si  $m < 0$ , la función es decreciente
- Su dominio es el conjunto de los reales ( $\mathbb{R}$ ).
- Su rango es el conjunto de los reales.
- Es una función continua, porque no presenta saltos ni interrupciones o cortes en todo su dominio.

**Tema: Función Lineal**

**Capacidad:** Comprende el concepto de función lineal mediante el empleo de tablas, grafica, una regla o ley de asignación y relaciones matemáticas, sus parámetros y comportamiento.

**Destrezas con criterio de desempeño**

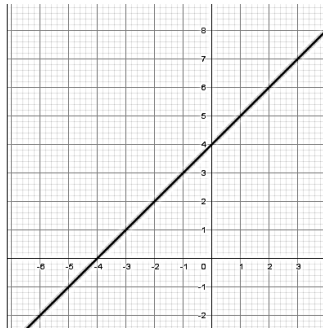
- Representa funciones lineales y definidas por partes, por medio de tablas, gráficas, una ley o regla de asignación y ecuación algebraica.
- Evalúa una función en valores numéricos y simbólicos.

**Introducción al tema**

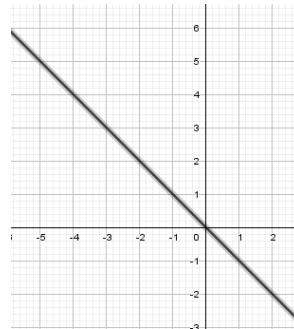
Se observa el comportamiento de la función lineal, mediante su representación gráfica y algebraica. Los estudiantes observarán la ecuación de la recta, analizando cada componente de la ecuación y la forma de su gráfica al variar dichas componentes.

**Actividad**

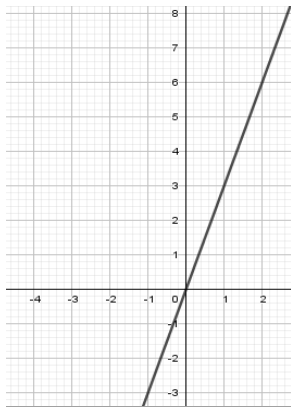
Observe detenidamente las siguientes gráficas y responda las siguientes preguntas:



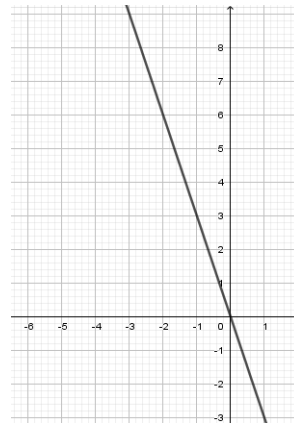
(a)



(b)



(b)



(d)

Fuente: Elaboración Propia

a) ¿Qué tipo de función representa cada gráfica?

.....  
 .....

b) ¿Las gráficas representan funciones lineales?

Si..... No..... Justifique su respuesta.

.....  
 .....

c) ¿Son las gráficas iguales?

Si..... No..... Indique razones.

.....  
 .....

d) ¿Cuál de las gráficas son crecientes?

.....  
 .....

e) ¿Cuál de las gráficas son decrecientes?

.....  
 .....

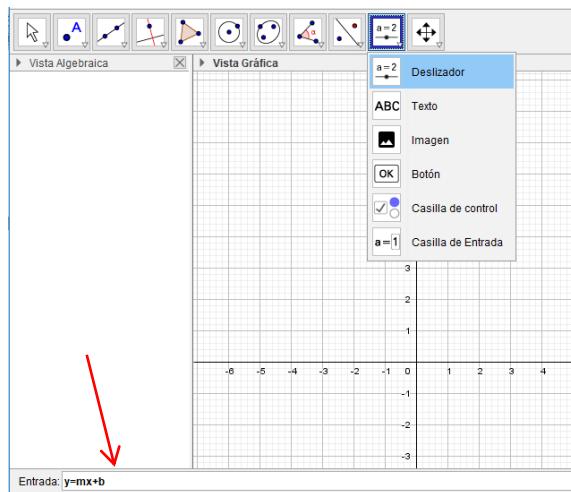
f) De las preguntas anteriores, extraiga las palabras claves, las mismas que servirán para formar un concepto

- 1.....
- 2.....
- 3.....
- 4.....

## Desarrollo de la actividad con GeoGebra

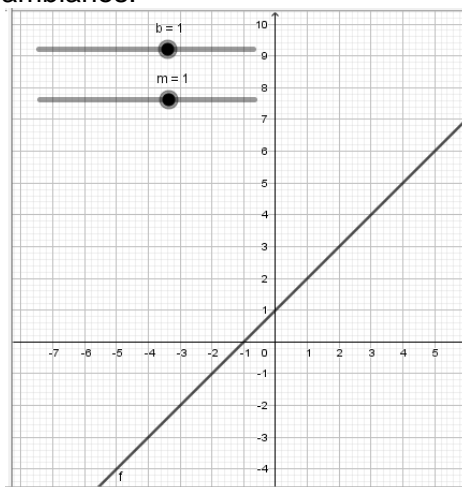
En el software GeoGebra ingrese en el comando de entrada la forma de la ecuación de la recta  $y = mx + b$ .

El software no podrá graficar la ecuación debido a que los parámetros  $m$  y  $b$  necesitan tener valores numéricos, por lo que, usted deberá crear deslizadores para  $m$  y  $b$ .



Fuente: Elaboración Propia

Al crear los deslizadores aparecerá la gráfica y dos reglas para deslizar y cambiar los valores numéricos de  $m$  y  $b$ . Por defecto los deslizadores están en un rango de -5 y 5 si usted desea puede cambiarlos.



Fuente: Elaboración Propia

Realizar las actividades siguientes:

a) Mueva con el mouse el deslizador ( $m$ ) y observe que ocurre con la gráfica, deslice de valores positivos a negativos.

b) Describa las características de la recta al variar el valor ( $m$ )

.....  
.....

c) ¿Qué ocurre cuando el valor  $m$  es cero?

.....

d) Mueva el deslizador ( $b$ ) y observe que ocurre con la gráfica, deslice de valores positivos a negativos.

e) Describa las características de la recta al variar el valor ( $b$ )

- .....  
 .....  
 .....  
 g) ¿Qué ocurre cuando el valor de b es cero?  
 h) De las preguntas, extraiga las palabras claves, las que servirán para formar un concepto.  
 1.....  
 2.....  
 3.....  
 4.....  
 i) Con las palabras claves forme un concepto de función lineal considerando sus parámetros

**Cierre de la actividad**

Observe e indique las características con respecto a su inclinación, corte y pendientes de las siguientes gráficas de las funciones.

1.  $f(x) = 3x + 3$

.....  
 .....  
 .....

2.  $f(x) = -3x + 2$

.....  
 .....  
 .....

3.  $f(x) = x$

.....  
 .....  
 .....

**Conclusiones**

1. ¿Qué es una función lineal?

.....  
 .....  
 .....

2. ¿Cómo se le conoce al parámetro m?

.....  
 .....  
 .....

3. ¿Cómo se le conoce al parámetro b?

.....  
 .....  
 .....

4. Compare su concepto de función lineal considerando sus parámetros con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

**Función lineal**

Es toda función de la forma  $y = mx + b$ , donde  $m$  y  $b$  son constantes reales distintas de cero.

Es una función lineal es una función real cuya característica principal es que su gráfica es una línea recta.

## Anexo 8.

### Constancia emitida por la institución donde se realizó la investigación



Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión  
Facultad de Ciencias Económicas y Contables  
**ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE ECONOMÍA**



Ciudad Universitaria – Pab. FACECA 3° Piso

*“Año del Dialogo y la Reconciliación Nacional”*

**EL DIRECTOR (E) DE LA ESCUELA DE FORMACIÓN  
PROFESIONAL DE ECONOMÍA QUE SUSCRIBE:**

## HACER CONSTAR:

Que, a la Mg. Nely Teresa ALDANA TANIGUCHE Docente Adscrita a la Escuela de Formación Profesional de Economía se autoriza el permiso a fin de que realice el Trabajo de Investigación Intitulado “Aplicación del Software GeoGebra en el Desarrollo de Capacidades en el Aprendizaje de la Función Lineal en estudiantes de Economía de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Pasco - 2018” dentro de la institución, dicha investigación se desarrollará en el semestre Académico impar a partir del 11-06-2018 hasta el tiempo que dure el mencionado trabajo.

Se expide la presente, a solicitud de la interesada para los fines pertinentes.

Cerro de Pasco, 11 de junio de 2018.

Atentamente,

  
UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y CONTABLES  
ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE ECONOMÍA  
Mg. Francisco Alfredo HIDALGO MATTA  
DIRECTOR (e)

C.c.  
Archivo  
FHM/Dir.