ACADÉMICO
USMP

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO CICLO DE LA UNIVERSIDAD ESAN

PRESENTADA POR
MARÍA ISABEL PADILLA SANCHEZ

ASESORA
PATRICIA EDITH GUILLÉN APARICIO

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA

LIMA – PERÚ

2021

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO CICLO DE LA UNIVERSIDAD ESAN

TESIS PARA OPTAR

EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:

BACH. MARÍA ISABEL PADILLA SANCHEZ

ASESOR:

Dra. PATRICIA EDITH GUILLEN APARICIO

LIMA - PERÚ

2021

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO CICLO DE LA UNIVERSIDAD ESAN

ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO

ASESOR (A):

Dra. PATRICIA EDITH GUILLEN APARICIO

PRESIDENTE (A) DEL JURADO:

Dr. VICENTE JUSTO PASTOR SANTIVÁÑEZ LIMAS

MIEMBROS DEL JURADO:

Dr. OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA

Dr. CARLOS AUGUSTO ECHAIZ RODAS

DEDICATORIA

A mi madre, a quien le debo todo lo que soy en la vida, por todo su amor, comprensión y compañía en mis proyectos.

A mi padre, hermanos y sobrinos, por el apoyo constante en la realización de esta investigación.

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto para la Calidad de la Educación de la Universidad San Martín de Porres, por la grata experiencia de aprendizaje.

A mi asesora, por el apoyo durante el proceso de investigación.

A los estudiantes que participaron en este estudio.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

El objetivo de esta tesis consistió en determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.

Se utilizó, como metodología de investigación el diseño experimental, de acuerdo a un nivel cuasiexperimental, de tipo aplicada, con un marco de investigación con enfoque cuantitativo. La población quedó constituida de 612 universitarios de las carreras profesionales de Administración, Ingeniería y Economía de la Universidad ESAN (Lima) durante el ciclo 2019-II. Para la conformación de la muestra, se aplicó el muestreo no probabilístico. Se seleccionaron dos secciones de 30 estudiantes: una sección para el grupo control y otra sección como grupo experimental.

Los resultados evidenciaron, conforme a los puntajes en pretest y postest, las diferencias significativas entre el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes antes y después de la modelación matemática. Se concluyó que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN (2019-II). En el postest, el grupo de control obtuvo una media de 15,73, mientras el grupo experimental logró una media de 21,27. De esta forma, se mostraron diferencias significativas entre el pretest (9,77) y el postest (21,27) en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0,000. Con ello, se corrobora las mejoras sobre el aprendizaje por parte de la modelación matemática como recurso didáctico en aula.

Palabras clave: Modelación matemática, nivel de aprendizaje, función lineal, matemática, enseñanza, aprendizaje.

ABSTRACT

The objective of this work was to determine how mathematical modeling as a teaching methodology influences the learning of the linear function of students in the second cycle of ESAN University.

In this way, a research methodology was used, with an experimental design, according to a quasi-experimental level, of applied type, with a research framework with a quantitative approach. The population was constituted of 612 university students of the professional careers of Administration and others of the University ESAN, Lima, during the year 2019-II. For the conformation of the sample, non-probabilistic sampling was applied, taking under random selection, two sections of 30 students, a section for the control group and another section as an experimental group.

The results showed, according to the pre-test and post-test scores, the significant differences between the learning of the linear function of the students before and after the mathematical modeling. Thus, it was concluded that mathematical modeling as a teaching methodology influences the learning of the linear function of students in the second cycle of the ESAN University, 2019-II. In the post-test, the control group agreed to an average of 15.73, while in the experimental group an average of 21.27 was achieved as a score. Thus, significant differences were shown between the pre-test (9.77) and the post-test (21.27) in the experimental group with a p-value or significance level of 0.000. This corroborates the improvements in learning by mathematical modeling as a teaching resource in the classroom.

Keywords: Mathematical modeling, learning level, linear function, mathematics, teaching, learning.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la enseñanza de las matemáticas cuenta con diferentes recursos metodológicos para ser aplicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje con los estudiantes. Uno de estos es la modelación matemática.

La modelación matemática como metodología de enseñanza logra que el estudiante enfrente con menos temor su participación en clase y las evaluaciones de los cursos de ciencias que lleve. Sin embargo, modelar una situación contextualizada de la realidad es muy complicado para la mayoría de estudiantes y docentes. Por ello, el docente necesita recibir antes una preparación adecuada en el uso de esta nueva metodología de enseñanza, de manera que pueda motivar a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

El aprendizaje de la función lineal no se restringe a adquirir procedimientos algorítmicos formales en un proceso de transferencia en el aula, sino que supone un intercambio cultural para alcanzar metas de entendimiento contextual. Por tal razón, para aprender funciones lineales, los casos que se presentan son de la vida diaria, es decir, situaciones prácticas en las que los estudiantes puedan aplicar los saberes adquiridos a nivel personal, profesional y laboral. Desde el campo educativo, en la enseñanza de funciones lineales, es importante que el estudiante tenga un aprendizaje significativo, pues este incidirá directamente sobre el proceso que realizan los estudiantes en aula (Villa-Ochoa, 2014; Puculpala, 2016).

En la universidad ESAN se observa que muchos de los estudiantes presentan dificultad al plantear y resolver problemas de matemática. Esto se debe, muchas veces, a la falta de preparación y actualización de los docentes en las nuevas metodologías de enseñanza para que los estudiantes de los niveles inicial, primaria y secundaria logren un buen aprendizaje de las matemáticas. Las consecuencias de esta situación se evidencian en los estudiantes universitarios, quienes se sienten desmotivados frente a los cursos de Matemática, debido a su mala experiencia en la Educación Básica Regular (EBR). Ellos no entienden por qué se estudian en las aulas. Además, al no encontrar su aplicabilidad con otras ciencias, este curso se convierte en una materia odiada o sienten pocos deseos de aprender a pesar de que su campo profesional o laboral requerirá su aplicación.

Por tal razón, esta investigación se centra en la aplicación de la modelación matemática mediante problemas contextualizados y que respondan a la realidad en los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN. A partir de una noticia del periódico, un recibo de luz y agua, una boleta de pago de pensiones o diferentes planes de servicios telefónicos que otorgan las empresas de comunicaciones, etc., se pretende que los estudiantes desarrollen los procesos de análisis y resolución de problemas. De este modo, el utilizar casos reales promueve que los estudiantes participen con nuevas ideas y propongan nuevos problemas. Así, se logra, a través del proceso de la modelación matemática, encontrar un modelo matemático que represente la situación propuesta, es decir, encontrar una función lineal que les permita responder las preguntas que el docente y ellos mismos se hayan formulado.

A partir de lo señalado, se indagó la teoría respecto a las variables “modelación matemática como metodología de enseñanza” y “aprendizaje de la función lineal” en estudiantes universitarios pertenecientes a las disciplinas de Ingeniería, Administración y Economía. Con tal consideración, se planteó el siguiente problema: ¿de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II? Las preguntas específicas formuladas fueron las que se enuncian a continuación: ¿de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II?, ¿de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II? y ¿de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II?

El propósito de esta investigación consistió en determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

Los objetivos específicos que se consideraron son los siguientes: determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II, determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II y determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

La importancia del presente estudio, desde un punto de vista teórico, reside en identificar las variables que inciden en los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula universitaria para favorecer la obtención de competencias útiles en la vida cotidiana de los estudiantes mediante el análisis de casos reales que favorecerá un aprendizaje significativo. Por tal razón, los constructos modelación matemática como metodología de enseñanza y aprendizaje de la función lineal fueron estudiados a partir de su definición y de sus dimensiones para identificar la influencia del primero sobre el segundo. La importancia práctica se encuentra en el aprendizaje a partir de eventos cotidianos propios del entorno de los estudiantes, de tal forma que los estudiantes realicen análisis que faciliten el desarrollo de su pensamiento crítico y sean capaces de posibilitar la solución de problemas cotidianos como parte de sus competencias profesionales. Desde un punto de vista metodológico, la importancia del estudio se basa en permitir a la investigadora tomar las herramientas necesarias que se ajusten al planteamiento del problema. Para el presente estudio, la metodología ayudó a construir la investigación utilizando el diseño experimental, que buscó demostrar que la modelación matemática mediante el uso de casos basados en situaciones reales de la vida diaria es un elemento fundamental para el aprendizaje de la función lineal. Asimismo, desde el punto de vista pedagógico, permitió a la investigadora tomar en cuenta el contexto en el que se desenvuelve, de modo que busque aquellos métodos que lo ayuden a obtener mejores resultados con sus educandos. De allí, se puede afirmar que es necesario que se tomen en cuenta metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje basado en retos que ayudarán a obtener mejores resultados producto de su aplicación.

La investigación fue viable, puesto que se dispusieron de los recursos necesarios para llevar a cabo este trabajo y se contó con el apoyo del coordinador del departamento de Matemáticas de la Universidad ESAN. De esta manera, la investigadora pudo aplicar la metodología de modelación matemática con los estudiantes del segundo ciclo.

Entre las limitaciones, se presentó dificultad en la búsqueda de información, pues las fuentes bibliográficas para el estudio de las variables fueron escasas. Además, se contó con material escaso referente a metodología de la modelación matemática, dado que comúnmente se confunde con aprendizaje basado en problemas. En esta investigación, se solicitó a los estudiantes que describieran lo que fueron descubriendo al leer el enunciado del problema propuesto. Ellos fueron capaces de encontrar un modelo matemático que satisficiera el problema planteado, además predijeron y validaron sus resultados.

Otra limitación fue el tiempo. El plazo inicial señalado en el cronograma del proyecto de investigación y aprobado no se pudo cumplir, por lo que la investigadora tuvo que gestionar la extensión del plazo con la universidad. Además, se procuró establecer los horarios más pertinentes para la intervención de la modelación matemática en clases. Conforme a todo ello, se previó vencer cuanta limitación se mencionó para lograr el desarrollo del estudio.

Con todo ello y conforme a lo que sugiere el método científico, el informe se estructuró en cinco capítulos.

El primer capítulo consta del marco teórico, que considera los estudios previos en relación a las variables “modelación matemática como metodología de enseñanza” y “aprendizaje de la función lineal”, junto a los conceptos de los términos en el estudio.

El segundo capítulo presenta la hipótesis respecto a una general y otras específicas, las que son respuestas posibles a la pregunta de investigación; asimismo, se presentan las variables a fin de ser operacionalizadas en una matriz de dimensiones e indicadores.

El tercer capítulo desarrolla la metodología de la investigación, en la que se definen los aspectos del método científico, como el diseño metodológico, el diseño muestral, las técnicas empleadas para recoger datos sobre la validez y la confiabilidad, y las técnicas estadísticas para procesar los datos y los aspectos éticos.

El cuarto capítulo se orienta a la presentación de los resultados con alcance de información descriptiva por variable y dimensión, así como información inferencial sobre el contraste de la hipótesis general y las específicas.

En el quinto capítulo, se efectúa una discusión en torno a los datos encontrados, y se mencionan los resultados hallados en otros estudios, con los cuales se confrontan los hallazgos para llegar a conclusiones coherentes.

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones, así como se presentan las fuentes de las cuales se obtuvo información, los documentos anexos, la matriz de consistencia, los instrumentos para recojo de datos, los certificados de validación y otros.

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo, se llevó a cabo la revisión de la literatura que considera a las variables estudiadas: “modelación matemática como metodología de enseñanza” y “aprendizaje de la función lineal”.

1.1 Antecedentes de la investigación

Se consideró en este acápite todos los estudios relacionados a modelación matemática como metodología de enseñanza de la función lineal.

Aguilar-Hito (2015), en la investigación *Metodología con el software Geogebra para desarrollar la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas con funciones lineales,* para acceder a la maestría en la Universidad de Piura (Perú), tuvo por objetivo general aplicar un *software* como estrategia didáctica a efectos de desarrollar la capacidad de comunicar y representar las ideas matemáticas. Se trató de un estudio aplicado, que siguió un diseño experimental, de corte longitudinal. La población se conformó de 41 estudiantes de educación secundaria, con una muestra intencional. Se concluyó en que la aplicación del *software* Geogebra permitió el desarrollo de la capacidad de comunicar y representar las ideas matemáticas en la función lineal y función afín. Se obtuvo una media 2.61 en el desarrollo de la capacidad. Además, la práctica del profesor es expositiva, es decir, tradicional y sin un enfoque de competencias.

Vila (2017), en la tesis de maestría *Representaciones semióticas para el aprendizaje del concepto de función cuadrática en estudiantes de Tayacaja*, Universidad Nacional del Centro del Perú (Huancayo, Perú), tuvo por objetivo general realizar un análisis de la influencia de representaciones semióticas como recurso y estrategia didáctica para el aprendizaje de función cuadrática. El estudio fue de enfoque cuantitativo, de tipo aplicada, de nivel explicativo y diseño cuasiexperimental. La población quedó configurada por todos los estudiantes de la institución educativa Mi Perú; se eligieron, para la muestra, 25 estudiantes para el grupo control y 25 para el grupo experimental. Concluyó que las representaciones semióticas inciden significativamente en el aprendizaje de funciones. Actitudinalmente, en medio del trabajo cooperativo, se presentó el respeto, el apoyo entre compañeros y la responsabilidad.

Salazar (2018), en la tesis de maestría *Aplicación de la herramienta digital Geogebra en el proceso de aprendizaje de la función lineal en el grado noveno, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra, Santander 2017*, Universidad Norbert Wiener (Lima, Perú), tuvo por objetivo general la determinación de la forma de usar Geogebra sobre la comprensión de la función lineal. La investigación fue de enfoque cuantitativo, tipo aplicada, nivel explicativo y diseño cuasiexperimental. La población quedó configurada por 138 estudiantes y la muestra fue de 70 estudiantes: 36 estudiantes para el grupo control y 34 estudiantes para el grupo experimental. Se utilizaron 13 sesiones de aprendizaje. Se concluyó en que Geogebra facilitó la comprensión del concepto, las formas de expresión de la función lineal y se pudieron resolver los problemas del entorno educativo.

Roldán (2013), en la tesis de maestría *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8.° y 9.° grados de educación básica*, de la Universidad Nacional de Colombia (Bogotá, Colombia), tuvo por objetivo general realizar una propuesta que permitiera a los estudiantes manejar el concepto de función lineal para aplicarlo en situaciones de la realidad. Siguió un diseño no experimental, con enfoque cualitativo en base a una revisión documental. Se concluyó en que el aprendizaje del concepto de función es una herramienta que permite aplicar diversas ciencias con el uso de las matemáticas. Además, es un medio para el estudio y la modelación de problemas con cantidades que varían en el tiempo y el espacio, pues ayuda a identificar patrones y regularidades, lo que permite el desarrollo del pensamiento variacional. En cuanto a la enseñanza de la función lineal, debe organizarse de forma equilibrada la representación (gráficas cartesianas y algebraicas, formas tabulares) con la expresión verbal, junto a la contextualización para su fortalecimiento.

Molina-Mora (2017), en el artículo titulado "Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo", publicado en la *Revista Uniciencia*, 31(2), tuvo por objetivo general estudiar la modelación matemática como recurso didáctico en la enseñanza de Cálculo. Para ello, se empleó el diseño no experimental y se consideró un carácter descriptivo. De esta forma, se concluyó en que, como estrategia didáctica de modelación matemática, es de utilidad para brindar ejemplos y estudiar la aplicación de contenidos como integrales impropias, coordenadas polares, secciones cónicas y polinomios de Taylor para un curso de Cálculo. Así, se alcanzó saberes para la comprensión del problema gracias a la aplicación de conceptos y cálculos adecuados al modelo matemático, con enfoque en interpretación de resultados y análisis de ejemplos. Se mostró un alto nivel de satisfacción en el uso de modelos en casos concretos, lo que permitió solucionar los problemas planteados en situaciones de la realidad profesional.

Plaza (2017), en la investigación "Modelación matemática en Ingeniería", publicado en la *IE Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, 7 (13) (México), tuvo por objetivo general reunir información relevante y actual sobre la estrategia didáctica de la modelación matemática. Se trató de un trabajo analítico, de metodología básica, basado en la revisión sistemática de la literatura científica. Se concluyó en que los estudiantes reciben de forma próxima y favorable esta metodología didáctica y la matemática en contexto. Dos tendencias se identifican en el estudio: el uso de la modelación metodológica como estrategia de investigar y la aplicación de la enseñanza de matemáticas en contexto.

Villa-Ochoa (2014), en el artículo "Situaciones de modelación matemática. Algunas reflexiones para el aula de la clase", publicado en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 9 (12), 281-290 (Costa

Rica), tenía como objetivo general realizar un análisis de la experiencia alcanzada con docentes de matemática en dos situaciones en las que se usó modelos y modelación. Fue de corte cualitativo y se orientó a constituirse en documentación para un taller. Las situaciones planteadas con los futuros formadores se realizaron en tres momentos: (1) ¿Qué dice un modelo? Es decir, se describió la información siguiendo un modelo determinado tomando como ejemplo la evolución semanal del peso y tamaño del feto. (2) La matemática de los servicios públicos: aspectos a considerar para la toma de decisión. Por ejemplo, servicio de gas, acueducto, entre otros. (3) Una experiencia con futuros profesores en la cual se analizaron los aspectos relacionados a la experiencia sobre la intencionalidad de las actividades con los profesores. Se concluyó en que el uso de las situaciones permite intervenir en la construcción y análisis de modelos, lo que supone dos exigencias para los profesores de matemáticas: el uso de la modelación matemática y el dominio de investigación en educación matemática.

1.2 Bases teóricas

1.2.1 Variable independiente: Modelación matemática como metodología de enseñanza

En la actualidad, en las aulas universitarias o escolares, se suele enseñar aún las matemáticas desde un enfoque histórico o tradicional a pesar de los esfuerzos que se han dado a lo largo de las últimas décadas.

A finales de los años sesenta, se dio énfasis en la búsqueda del desarrollo de capacidades para la resolución de ejercicios y algoritmos de las operaciones básicas. Sin embargo, no hubo resultado alguno, debido a que los estudiantes solo se mecanizaban en el procedimiento a seguir y, cuando se les presentaba un problema contextualizado, distinto al resuelto en las aulas, no estaban capacitados para enfrentarlo y resolverlo. A partir de ello, se puede afirmar que evidentemente no se había fomentado la enseñanza a razonar y pensar.

A finales de los años setenta, frente al fracaso que había en cuanto a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se orientó el enfoque a la resolución de problemas, considerándose esta como una actividad esencial para aprender matemática.

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no solo debe basarse en que el estudiante aprenda los contenidos conceptuales y procedimentales, sino también desarrolle algunas estrategias que le permitan construir sus valoraciones desde un determinado caso o problema contextualizado de la realidad, donde se aplique el proceso de la modelación matemática.

1.2.1.1 Definición de modelación matemática

De acuerdo con Molina-Mora (2017), la modelación matemática como estrategia didáctica en la enseñanza se puede aplicar en el curso de Cálculo:

> La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que, en alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o

> métodos de validación. Un modelo matemático debe reflejar la estructura causal del sistema en estudio y ser capaz de predecir el resultado de manera eficiente y correcta (p. 3).

En ese sentido, la modelación matemática es un recurso para el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, es una actividad que empleada como parte de la estrategia educativa en el aula permite manejar y representar ideas abstractas procedentes de las matemáticas. Mediante tales actividades, según una planeación específica del docente, se administran los saberes de acuerdo a lo que permite la modelación matemática, en tal forma que el estudiante va asimilando los conocimientos y los va poniendo en práctica y se espera que pueda a partir de ello predecir resultados que sean correctos.

Para Villa-Ochoa (2013), la modelación matemática apela al uso de contextos distintos, incluso a los de la matemática:

> Durante el desarrollo de las situaciones de modelación por parte de los futuros profesores de matemática se identificaron los diferentes episodios en los cuales ellos mismos construyeron ciertos conocimientos, no solo matemáticos sino también propios del contexto del cual emerge la situación. Este tipo de episodios sirvió para observar algunas características de la actividad de modelación en la cual siempre ha de estar en relación con otras áreas, disciplinas o contextos, y en consecuencia, los lenguajes utilizados no siempre han de ser solo los de la matemática (p. 288).

Desde otra óptica, Huincachue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca (2018) definieron la modelación matemática de esta manera:

> En el aula, la modelación matemática ha sido considerada de diversas maneras, desde una herramienta didáctica centrada en un objeto matemático, hasta el motor de una construcción social de conocimiento matemático, pero, sin duda, es utilizada para que el aprendizaje se realice a partir de la realidad del estudiante y sea dirigido hacia el conocimiento matemático (p. 100).

De este modo, se logra entender que la modelación matemática constituye un instrumento de utilidad para la construcción y comprensión de conceptos matemáticos considerados en un micromundo o contexto. Con ello, se logra preparar al estudiante en el desarrollo de actitudes diferentes al preguntarse y tratar los problemas desde un contexto real y cotidiano (Villa-Ochoa, 2007).

La modelación matemática más que un proceso o herramienta es una metodología de enseñanza-aprendizaje que se debe aplicar en el aula de clase. Profesor y estudiantes deben estar totalmente involucrados en este proceso para lograr el propósito requerido, el de construir un modelo matemático, para luego predecir algunos otros resultados que los estudiantes mismos o el docente se planteen.

1.2.1.2 Teoría del aprendizaje significativo

Carranza (2017) sostiene que el aprendizaje significativo es una tendencia muy clara en diversos investigadores. Coloca a la cabeza de esta teoría a Ausubel, quien considera que el estudiante debe ser el centro de toda actividad educativa y de quien depende que se logre el aprendizaje significativo. Desde tal concepción, se afirma que no se trata de una cuestión dada, sino que es un proceso creciente, que se define en grados, por lo que no supone el diseño de una actividad de evaluación para establecer si se logró o no el aprendizaje significativo, sino que, por el contrario, se procura identificar el grado o nivel de significado del aprendizaje del estudiante mediante las tareas y acciones propuestas por el docente.

Por ello, es necesario que, para que el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula se torne significativo, se realicen acciones que favorezcan el desarrollo cognitivo, la motivación, la comprensión, la funcionalidad, la participación activa, la relación con la vida real (Coll, 2010).

1.2.1.3 Dimensiones de la modelación matemática como metodología de enseñanza

De acuerdo a Lesh y Doerr (citado por Porras, 2013), “este proceso involucra al estudiante en una serie de etapas, las cuales son: descripción, manipulación, predicción y validación” (p. 22). A estas etapas o fases también se les conocen como ciclo de la modelación.

Dimensión 1: Descripción. Se inicia con la formulación del problema contextualizado al mundo real, el cual debe ser observado, analizado y comprendido, de tal manera que permita a los estudiantes construir con facilidad un modelo que represente la situación del fenómeno o problema planteado. En esta etapa, es cuando se selecciona la información relevante e identifican los objetos matemáticos para luego crear una representación matemática de estos (Lesh y Doerr, citado por Porras, 2013).

Dimensión 2: Manipulación. Se hace una traducción de la información relevante y de los objetos matemáticos (pasar de un lenguaje verbal o escrito a un lenguaje matemático), y se construye así un modelo matemático de la situación planteada inicialmente. Porras (2013) señala que, en esta etapa, es cuando se hace uso de algunos conceptos y métodos matemáticos necesarios con el único propósito de obtener una solución del modelo matemático anterior y conclusiones. En esta parte del proceso, es muy importante el conocimiento previo del estudiante y el apoyo del docente como buen motivador de enseñanza de este proceso. Ambos juegan un papel fundamental para el logro de esta etapa y las otras dos siguientes.

Dimensión 3: Predicción. Corresponde a los resultados obtenidos con el fin de predecir datos a futuro (mundo real imaginado). En esta etapa, los resultados y conclusiones obtenidos se dan en base a la formulación del problema planteado inicialmente.

Dimensión 4: Validación. Se realiza la evaluación de los resultados que se obtuvieron del modelo matemático. Con ello, se aplica la valoración o revisión de la predicción, pues generalmente esta es poco refinada para aceptarla o rechazarla, por lo que se requiere un proceso de retroalimentación por medio de pruebas de ensayo. Este proceso es de suma importancia, ya que permite al estudiante juzgar la utilidad de la solución del problema matemático (Porras, 2013).

1.2.1.4 Situaciones con análisis de modelos matemáticos

Según Villa-Ochoa (2013), el uso de situaciones que favorecen el análisis o la construcción de modelos exigen que la formación de profesionales en educación matemática garantice el dominio de investigación educativa para la modelación matemática. Ello supone hallarse relacionada con lo siguiente:

- Reconocer el contexto o fenómeno como medio para producir al mismo tiempo conocimiento matemático como de diversas disciplinas.
- Generar involucramiento de los docentes futuros en reconocer roles o funciones que pudiesen tomar los modelos matemáticos en la cultura y en la sociedad.
- Generar discusión sobre la naturaleza de la construcción, el análisis y la validación de modelos en su diversidad, de tal forma que no se deja de modelar mediante la representación y los ciclos de modelación, lo que propiciaría visiones de la modelación matemática que conducirían a la trascendencia de los usos e instrucciones sobre tales representaciones.
- Reconocer los límites que las situaciones pudiesen presentar cuando producen conocimiento matemático.

1.2.2 Variable dependiente: Aprendizaje de la función lineal

1.2.2.1 Definición de aprendizaje de la función lineal

De acuerdo con Villa-Ochoa (2013), el aprendizaje de temas para el curso de Cálculo requiere de la participación y el establecimiento de metas:

> (…) el aprendizaje de las matemáticas no se limita a la adquisición de procedimientos algorítmicos formales transferidos de los matemáticos a los individuos a través de la escuela, sino que más bien, el aprendizaje de las mismas tiene lugar a través de la participación en prácticas culturales y en el intento de alcanzar las metas pragmáticas que en ellas se implican (p. 282).

En ese sentido, contar con la participación del estudiante para alcanzar una meta propuesta es de relevancia, dado que el aprendizaje de la función lineal no solo considera enseñar el proceso resolutivo del problema o la representación de funciones, sino que supone además un intercambio cultural de fenómenos que acontecen diariamente en el entorno, es decir, la intervención de otras disciplinas en la comprensión de los fenómenos sociales para llevarlos a un análisis matemático.

Según Roldán (2013),

> La transición desde la concepción “proceso” a la concepción “objeto” es lenta y difícil. En el escenario de las funciones lineales y en sus

representaciones asociadas a las acciones concretas de construcción de representaciones, análisis de las mismas, paso de una a otra, así como el abordaje del concepto desde diversas nociones (dependencia, correspondencia, transformación, etc.) aportan significativamente en el paso de “proceso” a “objeto” de la función lineal (p. 48).

Al respecto, Puculpala (2016), en relación a estrategia metodológica para aprender funciones lineales, señala:

> En nuestra vida diaria, nos encontramos con una variedad de situaciones en las que se evidencia una relación de dependencia de una variable con otra: el salario en función de las horas trabajadas, el recibo telefónico en función de los minutos utilizados, el aumento de peso con relación a las calorías que consumimos. Algunas de estas relaciones pueden ser tratadas como funciones (p. 53).

1.2.2.2 Concepto de función lineal

Cardozo y Espinel (2018) hacen una revisión histórica del concepto de función en la que resaltan lo importante de conocer este concepto desde sus inicios porque facilita identificar algunos aspectos relacionados con su evolución: las diversas interpretaciones desde la edad antigua hasta la edad moderna, cualquier relación entre variables, la correspondencia entre dos conjuntos y los principales obstáculos que afrontaron los matemáticos de esos tiempos hasta llegar a consolidar las definiciones que hoy en día se conocen.

Roldán (2013) señala que:

> Uno de los elementos conceptuales implícitos en el concepto de función lineal es el de proporcionalidad directa. En el estudio de la proporcionalidad hay algunos elementos que no se definen ni desarrollan y que se dan por sentados, son ellos razón, proporción y solución de problemas de proporcionalidad (p. 44).

Según Torres (2013), el concepto de función lineal conduce a:

> (…) las formas presentadas: $f(x) = ax + b$ y $f(x) = ax$, por cuestiones de practicidad y evitar la confusión en el sujeto de estudio. Además, el estudio se va a focalizar en el significado intuitivo de pendiente, su representación tabular y gráfica, y la relación entre variables que será realizada por el sujeto de estudio (p. 24).

Por su parte, Manfredi (2008) señala que: "Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado" (p. 48). De este modo, se busca mostrar que una función lineal es una expresión algebraica de la forma $f(x) = ax + b$, compuesta de las variables independiente (*x*) y dependiente ($y = f(x)$), donde a (pendiente de la recta) y b (ordenada en el origen) son números reales. La gráfica de una función lineal es una recta, cuyo dominio y rango (codominio) son todos los números reales (R). Al mismo tiempo, esta expresión algebraica se considera como un medio de expresión para dar a conocer algo.

A continuación, se muestran algunos aportes a través de la historia.

Tabla 1. *Aspectos históricos relevantes respecto al desarrollo del concepto de función.*

Aportes en la Edad Antigua	Aportes en la Edad Media	Aportes en la Edad Moderna
Hubo algunos aportes de las civilizaciones babilónica y griega. En la civilización babilónica, "el concepto de función era utilizado en forma intuitiva en prácticas tales como la de confeccionar tablas en las que se registraba el comportamiento de una magnitud sujeta a cambios de otra bajo una determinada relación" (Ospina, 2012, p. 49). En la civilización griega, de acuerdo a Azcárate y Deulofeu (1996), "Su relación con el origen del concepto de función se tiene principalmente en la aparición de la inconmensurabilidad y la proporcionalidad" (Roldán, 2013, p. 7).	Se resaltan los aportes de Leonardo de Pisa, Thomas Bradwardine y Nicolas Oresme. De acuerdo a Boyer (1999), citado en Roldán (2013), "Leonardo de Pisa, reconocido por el uso enfático de los números indoarabigos (…), justamente la formulación de unos de estos celebres problemas es la pista encontrada en su trabajo para el aporte al desarrollo del concepto de función" (p. 10). Thomas Bradwardine (1920, 1349) planteó "una teoría de proporciones en la que el trasfondo es la idea de variación" (Roldán, 2013, p. 7) Nicolás Oresme (1320,1382) amplió los trabajos de Bradwardine, "utilizó el grafismo para representar los cambios y así describirlos y compararlos" (Huapaya, 2014, p. 28). Roldán (2013) menciona que el aporte al desarrollo del concepto de función más significativo es el planteamiento para representar relaciones de cambio mediante gráficas.	Fermat y Descartes "descubren el mundo de la representación analítica al conectar los problemas de dos ramas de la matemática: la Geometría y el Álgebra" (Huapaya, 2014, p. 29). "(…) los progresos en el concepto de número (configuración de números reales), la aparición de los números imaginarios, el avance del álgebra simbólica en lo referente al empleo de signos y letras para las cantidades, todo estaba listo para la producción de ideas que llevaran al nacimiento del concepto formal (riguroso) de función" (Roldán, 2013, p.19) Ospina (2012) señala que el matemático Diricchlet da una definición formal moderna del concepto de función, al plantear que g(x) es una función real de una variable real x, si a cada número real x le corresponde un número real g(x). En conclusión, muchos autores dieron diferentes definiciones del concepto de función. Ospina (2012) nos dice que Goursat (1923) dio la definición que hoy aparece en los libros. Se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un valor de y. Esta correspondencia se indica mediante la ecuación y=f(x).

Fuente: Adaptado de Cardozo y Espinel (2018, p.30)

En muchas ocasiones, puede ser bastante útil modelar una situación real en la que se presenta una relación de dependencia entre dos variables.

Por ejemplo, en el lanzamiento de un proyectil:

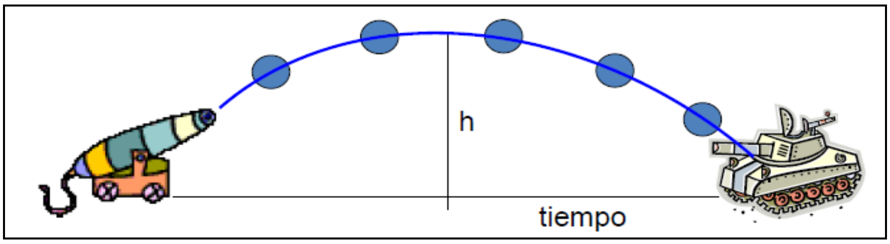


Figura 1. Introducción de función.

Podríamos averiguar la altura máxima que alcanza o el tiempo que tarda en llegar al objetivo.

- Inversión en marketing y ventas de una empresa.

Inversión en marketing ($)	Ventas (unidades)
20 000	400
30 000	600
40 000	800
50 000	1 000

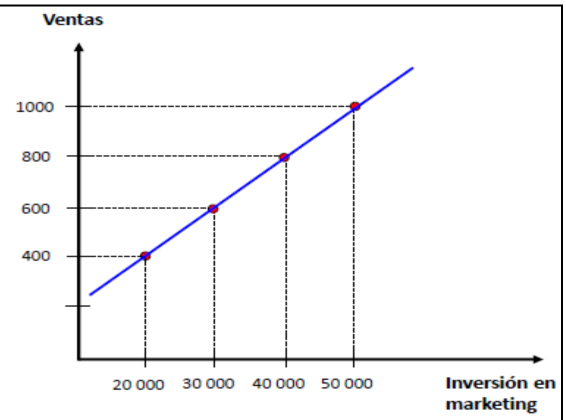


Figura 2. Introducción de función.

- Una función es una relación entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del conjunto de entrada le corresponde exactamente un elemento del conjunto de salida.

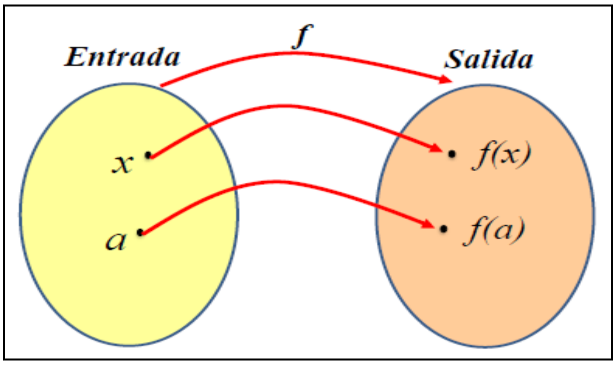


Figura 3. Definición de función.

- Si *x* pertenece al conjunto de entrada e *y* pertenece al conjunto de salida, diremos que *y* se expresa como una función de *x*:

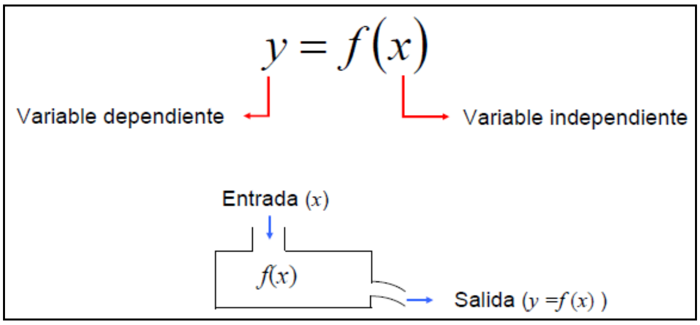


Figura 4. Definición de función.

Funciones como regla de correspondencia

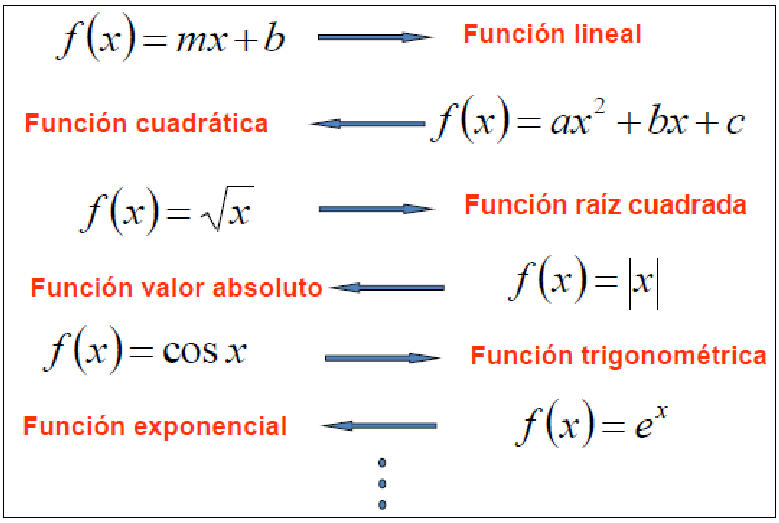


Figura 5. Función como regla de correspondencia.

Dominio y rango de una función

Dominio ⟶ Conjunto de todos los valores de la variable independiente (*x*) para los cuales existe la función.

Rango ⟶ Conjunto de todos los valores de la variable dependiente (*y*).

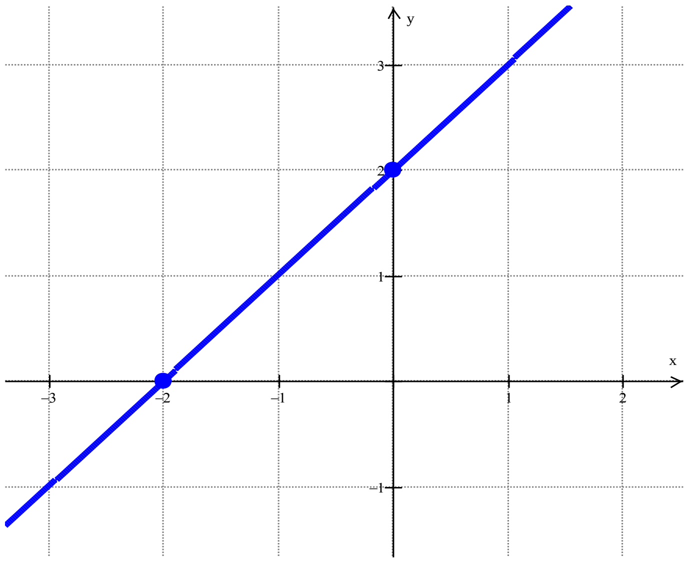
Una función lineal es una función de la forma:

$$y = f(x) = mx + b, \qquad (m \text{ y } b \text{ constantes, } m \neq 0)$$

Su gráfica viene representada por una recta, donde:

- *m* es la pendiente de la recta
- *b* es el valor de la ordenada en el origen

Ejemplo: $f(x) = x + 2$



Dom(f) = R

Ran(f) = R

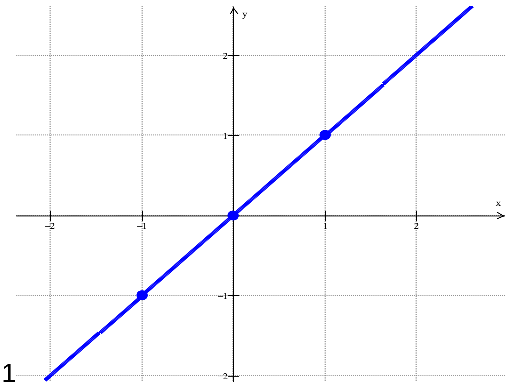
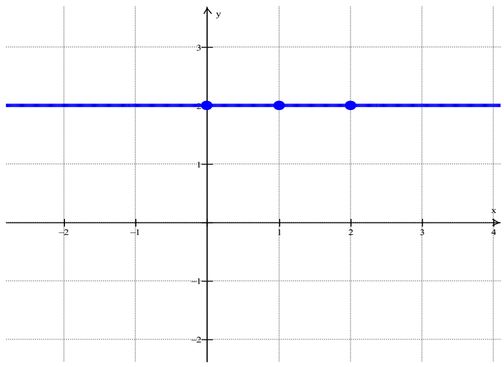
Función Identidad **y = x**	**Función constante** **y = b**
Es un tipo de función lineal con b=0 y  m=1 **Dom(f) = R** **Ran(f) = R**	Es un tipo de función lineal con m=0  **Dom(f) = R** **Ran(f) = b**

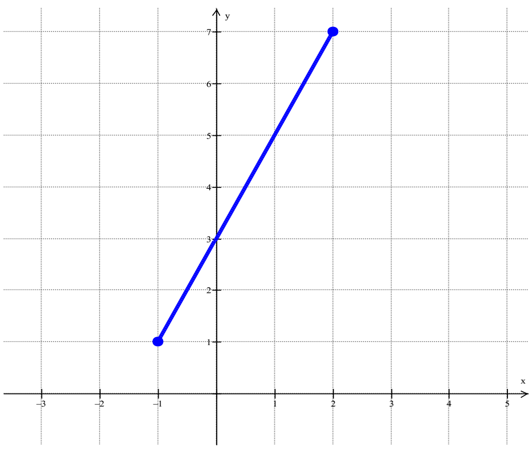
Figura 6. Tipos de función lineal.

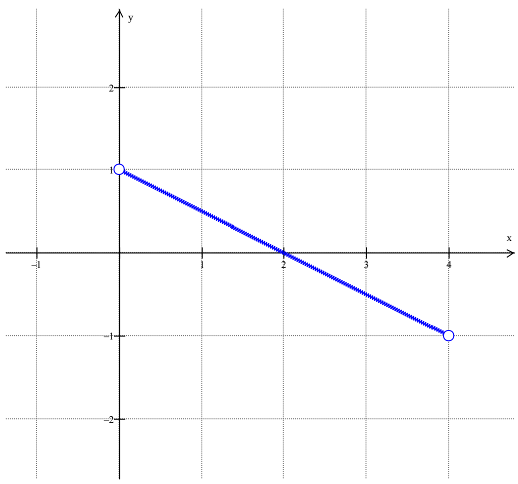
Función lineal con dominio acotado. Es una función lineal cuyo dominio se encuentra restringido a través de una desigualdad.

Ejemplos:

$$f(x) = 2x + 3 \qquad -1 \le x \le 2$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 1 \qquad x \in \left]0;4\right[$$

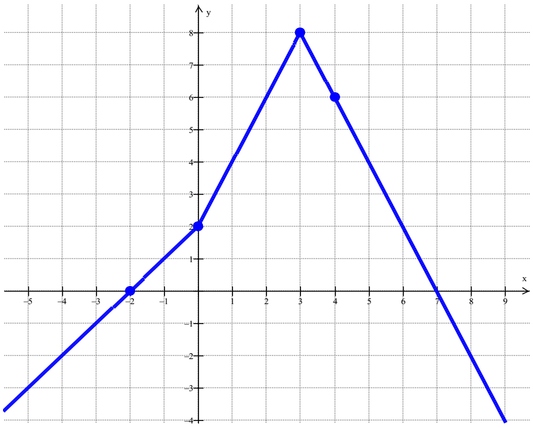




Función lineal con dominio partido. Son funciones seccionadas por tramos, en las cuales la regla de correspondencia varía de acuerdo a los valores de cada tramo del dominio de la función.

Ejemplo:

$$\psi(x)=\begin{cases} x+2 & ;\ si\ \ x<0 \\ 2x+2 & ;\ si\ \ 0\le x<3 \\ -2x+14 & ;\ si\ \ x\ge 3 \end{cases}$$



1.2.2.3 El aprendizaje del concepto de función lineal

Tanto en los colegios como en las instituciones de nivel superior, se ha visto que el trabajo de los docentes de la especialidad de matemática se limita a una enseñanza basada en cálculos algebraicos, más que analítico, lo que genera que los estudiantes se acostumbren a hacer cálculos repetitivos y crean, por ello, ser buenos estudiantes en matemática, lo que es un concepto erróneo. En la mayoría de los casos, se debe a la falta de preparación académica (talleres y cursos pedagógicos) y motivación (aplicación de estos cursos y talleres) de los docentes; y, en otros casos, como lo es en las instituciones superiores, se debe a que muchos de los alumnos estudian o siguen carreras ajenas a las que a ellos les gustan o apasionan.

En el presente trabajo, se buscó que los estudiantes aprendan funciones lineales no solo haciendo cálculos mentales, sino con un diseño y ejecución especial de una secuencia didáctica por parte del docente. Para realizar esto, “(…), se deben tener en cuenta diferentes tipos de representación de este concepto” (Roldán, 2013, p. 47).

Según lo que señala Azañero (2013), “los estudiantes al aprender Matemáticas están aprendiendo a discriminar y coordinar los sistemas semióticos de representación para llegar a ser capaces de transformar cualquier representación” (p. 17).

1.2.2.4 Las representaciones semióticas para el aprendizaje de la función lineal

Las representaciones semióticas son aquellas que se pueden expresar mediante el empleo de signos (enunciado en lenguaje verbal o escrito, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.)

García y Campuzano (2014) consideran que:

> (…) las representaciones semióticas son el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles o accesibles a los demás, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros, las representaciones semióticas estarían subordinadas por entero a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación (pp. 160-161).

En contextos reales, los registros de representación pueden mostrar situaciones mediante modelos matemáticos. Por ejemplo, el recibo de pago de un servicio muestra tarifas que pueden ser representadas como modelos lineales por tramos. Con ellos, puede predecirse el consumo. En esta investigación, cuando se trabaja con la metodología de la modelación matemática, se está haciendo uso de estas representaciones, pues, a través de una imagen como lo es un recorte de periódico, el recibo de servicios básicos (luz, agua, teléfono, cable, etc.), es posible transformar esa imagen a un lenguaje verbal, algebraico, numérico o geométrico, según lo requiera el proceso de modelación en sus etapas de descripción, manipulación, predicción y validación.

A continuación, se mostrarán los diversos registros de representación semiótica para la función lineal $f(x) = x + 2$.

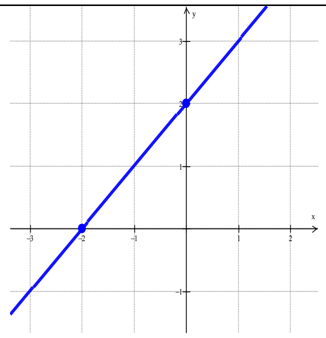
<table>
<tr><th>Registro numérico</th><th>Registro algebraico</th><th>Registro gráfico</th><th>Registro verbal</th></tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>x</th><th>$f(x) = x + 2$</th></tr>
<tr><td>-2</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td></tr>
</table>
</td>
<td>$f(x) = x + 2$</td>
<td></td>
<td>“Un número aumentado en 2”</td>
</tr>
</table>

Figura 7. Registros de representación semiótica para el objeto: función lineal: $f(x) = x + 2$

Fuente: Adaptado de Huapaya (2012, p. 53)

Duval (2004), citado por Huapaya (2012), afirma que la noción de función puede representarse en diferentes registros:

Registro verbal: En este registro, la función admite como representación una descripción en lenguaje natural. Si se quiere modelar un fenómeno, se debe partir de una descripción de este, ya sea de tipo verbal o escrito.

Registro numérico: Una función se presenta como una tabla de valores que pone en juego la relación de correspondencia. Este registro tiene limitaciones, ya que en una tabla solo puede incluirse un número finito de pares de valores.

Registro gráfico: En este registro, una función se puede representar por medio de una curva (continua o no) en el plano cartesiano. Se pone en juego la noción de gráfica de una función. También presenta limitaciones, ya que, como en el caso de la tabla, es necesario imaginar que continúa más allá de lo que es posible observar.

Registro algebraico: En este registro, una función se puede representar por una expresión algebraica o fórmula, que permite calcular la imagen f(x) para todo valor de *x* que pertenece al dominio de la función. Por lo tanto, esta representación tiene pocas limitaciones y son aquellas que provienen del cálculo.

1.2.2.5 Paradigma socio-cognitivo-humanista

Llontop (2015) refiere que este paradigma se fundamenta en el humanismo filosófico, con sustento en las ideas del Renacimiento dirigido al ideal griego de que la meta del hombre debe ser una elevada cultura. Como atributos, se destacan el aprecio a todo lo humano y el retorno a lo clásico. A partir de ello, se postula un currículo integrador de la cultura con cuatro elementos: contenidos, métodos, capacidades y valores. Los dos primeros son los que permiten acceder a los objetivos, capacidades y valores. Así, se entiende que el currículo es un conjunto de procesos cognitivos y afectivos que se deben desarrollar en los estudiantes. Se delega así a los docentes y escuelas toda forma de humanización, socialización y mediación cultural.

Con la participación de Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), el enfoque humanista del desarrollo humano cobra realce en la educación superior. Así, se busca el desarrollo de aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales de toda disciplina que se enseñe. La formación involucra así el desarrollo en las esferas afectiva y cognitiva, y se prepara al hombre para la vida al dotársele de los recursos necesarios para desarrollarse como persona (Sánchez y Pérez, 2017). A continuación, se explican estos aspectos:

Saber conceptual: Este conocimiento se orienta al aprendizaje de atributos literales, como la datación, los fenómenos, las cifras, los hechos, las etapas históricas, los lugares, etc. Esto se debe a que se espera que en el estudiante se realice la reestructuración cognitiva mediante el desarrollo de la inferencia, los juicios, la crítica y la argumentación. Así, analizar, relacionar, organizar son habilidades de importancia en este tipo de saber (Latorre, 2017).

Saber procedimental: Se refiere al saber hacer, por lo que se orienta al uso de métodos, técnicas y procedimientos. Se expresa mediante un verbo de acción que implica habilidad cognitiva y manual. Su desarrollo es por práctica y ejercicio. En este saber, se juntan la resolución y ejecución de acciones concretas de forma secuencial y planificada. Por ello, el estudiante se enfoca en analizar, clasificar, investigar, controlar, etc. (Latorre, 2017).

Saber actitudinal: Se refiere al aprendizaje de valores y cualidades de objetos, personas o situaciones, ante los que el ser humano no puede mostrarse indiferente. Supone, por tanto, estimar, apreciar el conocimiento y la práctica disciplinaria. Son los valores manifiestos en la actitud como disposición estable capaz de promover en el estudiante acciones determinadas. Por eso, se concede importancia a los valores que emergen durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, como ser responsable, ser sincero, tomar decisiones, expresar el pensar y el sentir, respetar las normas, respetar al otro, ser coherente, demostrar deseo de superarse, etc. (Latorre, 2017).

1.2.2.6 Dimensiones del aprendizaje de la función lineal

La Universidad ESAN (2019), desde el paradigma socio-cognitivo-humanista, aplica las dimensiones de aprendizaje conceptual, aprendizaje procedimental y aprendizaje actitudinal de la función lineal:

Dimensión 1: Aprendizaje conceptual de la función lineal. Este aprendizaje involucra la identificación y organización de los datos del problema o los problemas contextualizados propuestos en clase, así como la identificación de una función lineal a partir de su gráfica (pasar de un registro verbal a un registro algebraico o gráfico) con la determinación de su comportamiento (función creciente y/o decreciente y función constante). Para facilitar la comprensión de estos nuevos conceptos, se recomiendan actividades de modelación matemática en sus etapas de descripción y manipulación.

Dimensión 2: Aprendizaje procedimental de la función lineal. Este aprendizaje se logra y perfecciona a través del acompañamiento del docente en la práctica. Es decir, al realizar con los estudiantes actividades de modelación matemática en sus etapas de predicción y validación al ubicar los datos como pares ordenados en un plano cartesiano, al determinar la pendiente y la ordenada en el origen de una función lineal por tramos, al interpretar el modelo matemático y sus características, al identificar el dominio y rango de una función lineal por tramos, al reconocer los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de una función lineal por tramos, al hacer una proyección de los resultados a partir del modelo matemático establecido y al identificar las características del modelo en un determinado intervalo del dominio.

Dimensión 3: Aprendizaje actitudinal de la función lineal. Este aprendizaje está orientado a los valores. El estudiante muestra ser participativo al realizar las actividades de funciones lineales, se muestra motivado durante la sesión de aprendizaje, valora el uso de herramientas interactivas para comprensión de la materia y las utiliza con entusiasmo, muestra respeto por las opiniones de sus compañeros, y evidencia solidaridad para con sus compañeros en la comprensión de los temas de estudio

1.3 Definición de términos básicos

Modelación: La modelación se basa en la construcción de un gráfico, mediante la apropiación de datos, y representa la realidad concebida desde la abstracción.

La modelación es el proceso mediante el cual se crea una representación o modelo para investigar la realidad.

Modelación matemática: La modelación matemática consiste en establecer la relación entre los contenidos matemáticos y la experiencia cotidiana, de manera que puedan ser representados en un contexto determinado. En ese sentido, “la matemática en contexto plantea, en su ambiente de aprendizaje, la determinación de un modelo matemático con su respectiva solución. Esta forma de utilizar la MM deviene en una estrategia didáctica” (Plaza, 2017, p. 52).

Modelación matemática como estrategia: La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos, que, de alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación (Molina-Mora, 2017).

Aprendizaje: Como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje en la labor diaria como docentes, se analizan algunas propuestas en base a las distintas definiciones sobre “aprendizaje”:

Schunk (2012) define el aprendizaje como: “…un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia”.

Portela (2015) sostiene que el aprendizaje es el proceso de adquisición y/o modificación de conocimientos, habilidades, actitudes y valores, como consecuencia de la experiencia y la enseñanza (p. 63).

Díaz, Rigo y Hernández (2015) manifiestan que el aprendizaje es, ante todo, un proceso de construcción de significados cuyo atributo definitorio es su carácter dialógico y social.

Tomando estas definiciones, se considera el aprendizaje es el proceso por el cual un estudiante se apropia del conocimiento mediante el empleo de medios o recursos adecuados, de tal forma que su aplicación puede repetirse para modificar en cada proceso las estructuras mentales y psíquicas que posee un individuo. Lo que se aprende son capacidades, habilidades, destrezas, procedimientos y valores.

Aprendizaje conceptual: El aprendizaje de contenido de tipo conceptual implica objetivos netamente dirigidos al conocimiento, a la memorización de hechos o datos, que constituyen imágenes mentales que el estudiante debe recordar de manera verbal o escrita (Registro verbal). Estos datos o hechos han de facilitar la comprensión de otros conceptos. Para conseguir estos objetivos, se recomiendan actividades de organización de la información, como la siguiente: a partir de un problema contextualizado, el estudiante podrá encontrar un modelo matemático, que pueda relacionarlo con el concepto de función lineal, concepto de función cuadrática, concepto de la derivada, etc., y construya su propio conocimiento. El docente, al considerar este contenido de aprendizaje, debe orientar a los estudiantes tanto en el proceso como en el resultado de la construcción de conceptos, ayudándolos a activar los conocimientos previos que poseen para que, a partir de estos, generen nuevos conocimientos y los retengan.

Aprendizaje procedimental: El aprendizaje de contenido de tipo procedimental requiere por lo general realizar una secuencia de pasos o secuencia de acciones. Para ello, se requiere la adquisición de habilidades y destrezas necesarias, de los elementos que intervienen y del conocimiento de cómo trabajarlos. Por ejemplo, a partir de un modelo matemático encontrado, el estudiante podrá lograr representar una simulación de la realidad, es decir aplicar lo aprendido a situaciones que implican procesos de modelación matemática. Dicho aprendizaje implica el empleo de otros contenidos, como lo son el conceptual y actitudinal.

El docente dentro de este contenido de aprendizaje, debe antes, diseñar una buena sesión de aprendizaje de tal manera que los estudiantes puedan entender con claridad el conocimiento que tienen del procedimiento a realizar, identifiquen sus objetivos y pasos a seguir.

Aprendizaje actitudinal: El aprendizaje de contenido de tipo actitudinal está relacionado con los valores, actitudes, ética, hechos, normas, creencias, etc., necesarios para lograr un buen aprendizaje. Este aprendizaje se puede desarrollar mediante estrategias que permitan que el estudiante logre construir sus valoraciones en un determinado caso o problema. Además, requiere la aplicación de habilidades y destrezas, y del desarrollo de los contenidos conceptuales y procedimentales. Se trata de aspectos que no pueden enseñarse, pero sí se pueden aprender mediante el ejemplo de quien asume el rol de docente, guía o facilitador de la enseñanza.

Matemática: Es la ciencia que considera a los números con sus propiedades y relaciones entre ellos. La matemática educativa es la denominada didáctica sin escenarios en una institución educativa, caracterizada por su tratamiento sistémico, en la que se considera la relación entre el estudiante, el maestro y el saber, todo ello propio de la enseñanza tradicional. En la actualidad, se la define como didáctica en escenarios socioculturales, cuya característica principal es valorar la matemática como actividad humana construida socialmente, en atención de los contextos socioculturales en los que emergen los contenidos matemáticos (Correa, Molfino y Schaffel, 2018).

Enseñanza: Desde el enfoque de método, la enseñanza supone la asociación e interacción entre maestro y estudiante, en cuya duración del proceso se realiza la organización de actividades que aplica el estudiante sobre un objeto de estudio, que tiene como fin la asimilación del contenido de enseñanza por parte del estudiante (Navarro y Samón, 2017).

CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES

2.1 Formulación de hipótesis

2.1.1 Hipótesis general

La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

2.1.2 Hipótesis específicas

a) La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

b) La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

c) La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

2.1.3 Variables y definición operacional

Modelación matemática: La modelación matemática se compone de cuatro dimensiones. La primera dimensión denominada *descripción* se inicia con la formulación del problema contextualizado (presenta el contenido a partir de situaciones reales) y la identificación de la información relevante para la resolución del problema. La segunda dimensión denominada *manipulación* consiste en traducir la información recogida a un lenguaje matemático para obtener un modelo matemático de la situación planteada y en usar conceptos matemáticos relacionados al tema con el fin de obtener una solución del modelo planteado. La tercera dimensión denominada *predicción* se halla compuesta por el análisis y la obtención de resultados con el fin de predecir datos a futuro en virtud de los conocimientos iniciales de la situación del problema. La cuarta y última dimensión, *validación*, consiste en evaluar y comparar los resultados con el mundo real.

Aprendizaje de la función lineal: El aprendizaje de la función lineal se compone de tres dimensiones: una primera dimensión denominada aprendizaje conceptual, que consta de dos ítems; una segunda dimensión denominada aprendizaje procedimental, que consta de ocho ítems, y la tercera dimensión denominada aprendizaje actitudinal, que consta de cinco ítems.

Tabla 2. *Tratamiento de la variable independiente para el grupo experimental y control.*

GRUPO EXPERIMENTAL					GRUPO CONTROL				
VARIABLE	**ETAPAS**	**PASOS**	**CONTROL**	**INSTRUMENTO DE CONTROL**	**VARIABLE**	**ETAPAS**	**PASOS**	**CONTROL**	**INSTRUMENTO DE CONTROL**
CON MODELACIÓN MATEMATICA	Descripción	1. Se inicia con la formulación del problema contextualizado (presenta el contenido a partir de situaciones reales)	Sesión 1 Sesión 2 Sesión 3	Observación (Lista de cotejo)	**SIN MODELACIÓN MATEMÁTICA**	Inicio	1. Recuperación de saberes previos sobre funciones	Sesión 1 Sesión 2 Sesión 3	Observación (Lista de cotejo)
		2. Identifica la información relevante para la resolución del problema					2. Identifica la función lineal, reconociendo la pendiente e intercepto con el eje de las ordenadas		
	Manipulación	3. Traduce la información recogida a un lenguaje matemático para obtener un modelo matemático de la situación planteada				Proceso	3. Identifica los elementos de una función lineal (regla de correspondencia, interceptos con los ejes coordenados, dominio y rango)		
		4. Usa conceptos matemáticos relacionados al tema con el fin de obtener una solución del modelo planteado.					4. Reconoce la función constante		
	Predicción	5. Analiza y obtiene resultados con el fin de predecir datos a futuro en virtud de los conocimientos iniciales de la situación del problema.					5. Halla la regla de correspondencia de funciones con dominio acotado y con dominio partido		
	Validación	6. Evalúa y compara los resultados con el mundo real.				Salida	6. Aplicación de las funciones lineales a situaciones ligadas a la administración, economía e ingeniería		
							7. Plantea e interpreta sus resultados		

Tabla 3. *Tratamiento de la variable dependiente.*

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	INSTRUMENTO	ESCALA	ESTADÍSTICO
APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL	Es el proceso de adquisición de conocimientos que adquiere un estudiante a través de las diferentes teorías didácticas y en este caso a través de la teoría de registros de representación semiótica (TRRS) que están inmersas en cada una de las etapas del proceso de la modelación matemática.	La variable se medirá mediante un instrumento que consta de 10 preguntas que indicarán el nivel de aprendizaje de la función lineal (aprendizaje conceptual, aprendizaje procedimental y aprendizaje actitudinal de la función lineal) desarrolladas por los estudiantes de Cálculo 1.	Aprendizaje conceptual (Función Lineal)	• Identifica y organiza los datos a partir del enunciado	• Ítem 1	Técnica de Evaluación • Prueba de entrada (Conceptual y procedimental) • Prueba de salida (Conceptual y procedimental)	• Ordinal Logrado: 2 En proceso: 1 No logrado: 0	**Estadígrafo de Normalidad de** **Shapiro-Wilks** $W = \frac{D^2}{nS^2}$ **D: La suma de las diferencias corregidas** **Comparación de medias T de Student** $t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \times \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$
				• Identifica una función lineal a partir de su gráfica y determina su comportamiento	• Ítem 3			
			Aprendizaje procedimental (Función lineal)	• Ubica los datos como pares ordenados en un plano cartesiano	• Ítem 2			
				• Determina la pendiente y la ordenada en el origen de una función lineal por tramos	• Ítem 4			
				• Interpreta el modelo matemático y sus características	• Ítem 5 • Ítem 6			
				• Identifica el dominio y rango de una función lineal por tramos	• Ítem 7			
				• Reconoce los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de una función lineal por tramos.	• Ítem 8			
				• Proyecta resultados a partir del modelo matemático establecido.	• Ítem 9			
				• Identifica las características del modelo en un intervalo del dominio.	• Ítem 10			
			Aprendizaje actitudinal (Función lineal)	• Respeto al medio ambiente	• Ítem 1	Técnica de Observación • Lista de cotejo (Ficha actitudinal)	• Ordinal Logrado: 2 En proceso: 1 No logrado: 0	
				• Valoración de la norma	• Ítem 2			
				• Uso de lenguaje coherente	• Ítem 3			
				• Práctica de tolerancia	• Ítem 4			
				• Toma decisiones	• Ítem 5			

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1 Diseño metodológico

De acuerdo con la metodología de investigación, se empleó un diseño experimental nivel cuasiexperimental, de tipo aplicada práctica, que tiene por marco el enfoque cuantitativo.

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014), el diseño experimental busca la manipulación de variables determinadas; específicamente, el diseño cuasiexperimental se orienta a una investigación que analiza situaciones de causa y efecto con un control moderado de las variables en estudio. En este diseño se llegó a medir la variable dependiente en dos momentos distintos.

Conforme a ello, este diseño experimental tiene por objetivo aplicar cierto grado de control a una población. Tal como afirma Valderrama (2014), se siguió un mediano control sobre los diseños cuasiexperimentales, lo que implica condiciones de comparación. Para ello, se tomaron dos grupos en base a atributos valorados previamente, como lo ofrece lo dispuesto por la variable independiente “modelación matemática como metodología de enseñanza” y su incidencia sobre la variable dependiente “aprendizaje de la función lineal”.

De igual forma, según Hernández, Fernández y Baptista (2014), la investigación aplicada se asocia muy estrechamente a la investigación de tipo básica, dado que de ella proceden los avances teóricos alcanzados que serán puestos en práctica durante su aplicación, de tal forma que se puedan conocer las consecuencias o efectos generados.

Los mismos autores señalan que el enfoque cuantitativo tiene por fin medir la variable dependiente a partir de la recolección y análisis de datos para dar respuesta a las preguntas del estudio probando las hipótesis planteadas y haciendo uso de la estadística inferencial.

Tabla 4. *Diseño de pretest y postest*.

Grupo			
Ge	$\xrightarrow{\text{con modelación matemática}}$	R_1	$P\ (R1) = M_1$ $P\ (R2) = M_2$ $H_o: M_1 \leq M_2$ $H_1: M_1 > M_2$
Gc	$\xrightarrow{\text{sin modelación matemática}}$	R_2	

Ge = Grupo experimental = 30 estudiantes Aula 1

Gc = Grupo control = 30 estudiantes Aula 2

R_1 = Resultado por estudiante Ge

R_2 = Resultado por estudiante Gc

M_1 = Resultado promedio Ge

M_2 = Resultado promedio Gc

De esta forma, en el grupo experimental (Ge), se hace posible la aplicación de la variable independiente como investigación experimental, la que se compara con un grupo de control (Gc), sobre el cual no se aplica la modelación matemática como metodología de enseñanza. Así quedaron ambos grupos de estudiantes identificados para el propósito del estudio.

3.2 Diseño muestral

3.2.1 Población

La población estuvo conformada por estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, que suman un total de 612 estudiantes aproximadamente.

Los estudiantes son del género masculino y femenino, sus edades sobrepasan los 17 años en la gran mayoría. El nivel socioeconómico está en el rango de medio-alto.

3.2.2 Muestra

El muestreo es un método de selección de una muestra a partir de una población. En la presente investigación se aplicó un muestreo no probabilístico por conveniencia para trabajar con un grupo experimental y otro no. Para ello, se seleccionaron 60 estudiantes: 30 estudiantes que conformaron el grupo de control y otros 30 estudiantes para el grupo experimental (n = 60).

Grupo experimental

Se seleccionaron a 30 estudiantes, a quienes se les aplicó la modelación matemática como metodología de enseñanza.

Tabla 5. *Grupo experimental.*

	Aula	Total
Estudiantes	1	30
Total		30

Grupo de control

Se seleccionaron a 30 estudiantes, quienes no participaron de la aplicación de modelación matemática como metodología de enseñanza.

Tabla 6. *Grupo de control.*

	Aula	Total
Estudiantes	2	30
Total		30

3.3 Técnicas para la recolección de datos

La técnica aplicada fue la evaluación. El instrumento consistió en un examen escrito aplicado en dos momentos establecidos a fin de recoger información para el logro de los objetivos propuestos para la investigación: uno de entrada y otro de salida.

Los mencionados exámenes se caracterizaron por ser escritos y contener preguntas relacionadas con situaciones reales que requerían el aprendizaje de la función lineal. Los exámenes fueron confeccionados bajo los criterios que los indicadores señalaban y se aplicaron tanto al grupo experimental como al grupo de control.

3.3.1 Descripción de los instrumentos

Se realizó un examen escrito de entrada y de salida, que evaluaba las tres dimensiones del aprendizaje de la función lineal: aprendizaje conceptual, aprendizaje procedimental y aprendizaje actitudinal. El cuestionario elaborado para tal fin permitió obtener los datos pertinentes para medir la variable “aprendizaje de la función lineal” en el grupo de control como en el grupo experimental. Los instrumentos pueden observarse en el Anexo 2.

3.3.2 Validez y confiabilidad de los instrumentos

La validez y la confiabilidad, según Sánchez y Reyes (2015), son modos de establecer si los instrumentos son pertinentes para la medición que se quiere hacer respecto a una determinada variable. Desde tal perspectiva, se optó por la validez del juicio de expertos, es decir, profesionales del área que valoran los ítems propuestos. Además, se eligió la confiabilidad por Alfa de Cronbach, que se define por el grado de confianza o consistencia en relación a los puntajes obtenidos por una muestra bajo reiteradas ocasiones, lo que permite la estabilidad de su aplicación. De acuerdo a lo dicho, la fórmula de Alfa de Cronbach para la confiabilidad es la siguiente:

$$\boxed{\alpha = \frac{K}{K-1}\left[1-\frac{\sum S_i^{\,2}}{S_T^{\,2}}\right]}$$

ΣSi^2: Sumatoria de varianza de los ítems

K: Número de ítems

S_T^2: Varianza de la suma de los Ítems

α Coeficiente de Alfa de Cronbach

Tabla 7. *Validez por juicio de expertos.*

Expertos	Resultados
Dr. José Flores Salinas	92%
Dr. Félix Iván Velásquez Millones	93%
Dr. Freddy Ciro Tineo Córdova	91%

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la validez, se solicitó el parecer de tres expertos sobre los instrumentos para la medición de variables y dimensiones.

Tabla 8. *Prueba de confiabilidad.*

Alfa de Cronbach	N de elementos
0.829	15

Fuente: Resultados de SPSS.

En la tabla 8, se presenta la fiabilidad o consistencia interna de la prueba compuesta por 15 ítems sobre el desarrollo de capacidades en la variable “aprendizaje de la función lineal”. Se observó un resultado de más del 82%, lo cual confirma que la prueba es de consistencia alta.

3.4 Técnicas estadísticas para el procesamiento de la información

Para el procesamiento estadístico, la técnica corresponde tanto a la estadística descriptiva como inferencial: se llegó a aplicar el programa estadístico SPSS-23, que es de utilidad para realizar los procesos requeridos por la investigación. Asimismo, se aplicó el Excel para fines de registro de datos.

- Estadística descriptiva: Está orientada a la obtención de porcentajes en tablas y gráficas para mostrar con coherencia los datos en tablas de contingencias, gráficos de barras, promedio, mediana y moda.
- Estadística inferencial: Está dirigida a estimar parámetros y a la comprobación de hipótesis, con sustento en la distribución muestral. Los procesos que se deben considerar son los de Shapiro-Wilk, así como la prueba T de Student.

3.5 Aspectos éticos

En la realización de la investigación se pidió el consentimiento informando a cada estudiante, es decir, a cada unidad de análisis. Se les dio a conocer que los datos se usarían exclusivamente en la investigación y se respetaría la confidencialidad de los datos alcanzados.

Además, para que el estudio sea valorado como corresponde por el sector académico, se aplicaron todas las normas que regulan la investigación científica, desde la revisión de la literatura citándose a los autores de los cuales se toman referencias hasta la recolección de datos con instrumentos elaborados para tal finalidad y bajo seguimiento pertinente de la asesoría universitaria.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

Realizada la revisión del marco teórico, así como las definiciones requeridas por la metodología de investigación, se alcanzan los hallazgos que permiten señalar los siguientes resultados:

4.1 Resultados descriptivos

Tabla 9. *Análisis descriptivo de pretest y postest del aprendizaje de la función lineal en los grupos control y experimental.*

Grupo		Pretest	Postest
Control	N	30	30
	Media	10.30	15.73
	Mediana	10.00	9.00
	Desv. típ.	3.761	3.170
	Mínimo	4	4
	Máximo	18	18
Experimental	N	30	30
	Media	9.77	21.27
	Mediana	15.00	21.00
	Desv. típ.	3.732	2.449
	Mínimo	10	15
	Máximo	25	25

Fuente: Resultados de SPSS.

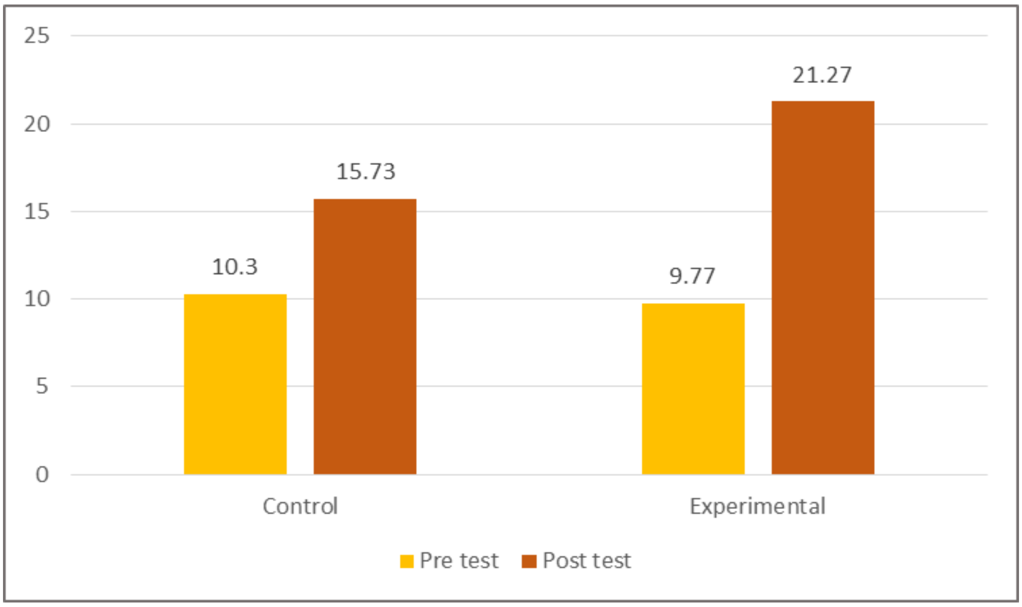


Figura 8. Resultados estadísticos para el pretest y postest del aprendizaje de la función lineal.

Fuente: Resultados de SPSS

En vista a lo indicado en la tabla 9 y la figura 8, en el pretest, el grupo de control obtuvo una media de 10,30 puntos, mientras el experimental una media de 9,77. Así, queda corroborada la homogeneidad de cada uno de los grupos durante el pretest, sin distinguirse diferencia significativa en el resultado mostrado. De la misma manera, en el postest, en el grupo de control, se obtuvo un promedio de 15,73 y, en el experimental, una media de 21,27 puntos. Esto comprueba las diferencias significativas presentes entre los dos grupos.

Dimensión 1: Aprendizaje conceptual

Tabla 10. *Resultados descriptivos del aprendizaje conceptual de la función lineal en el pretest y postest.*

Grupo		Pretest	Postest
Control	N	30	30
	Media	3.23	3.43
	Mediana	3.00	3.00
	Desv. típ.	.898	1.106
	Mínimo	0	0
	Máximo	4	4
Experimental	N	30	30
	Media	3.13	3.77
	Mediana	3.50	4.00
	Desv. típ.	.679	.568
	Mínimo	1	2
	Máximo	4	4

Fuente: Resultados de SPSS

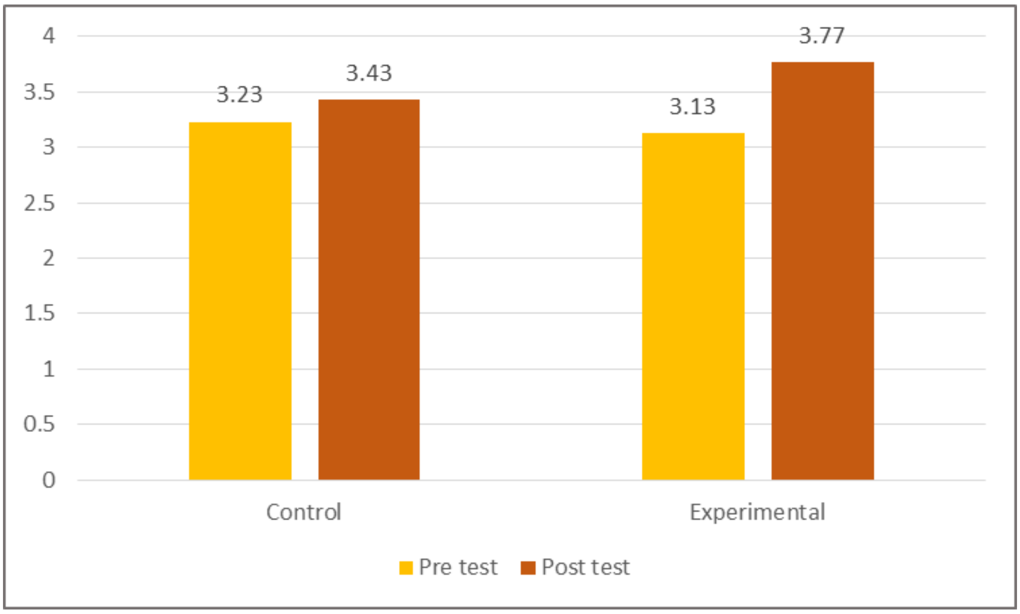


Figura 9. Resultados estadísticos para el pretest y postest del aprendizaje conceptual de la función lineal.

Fuente: Resultados de SPSS

En vista a lo indicado en la tabla 10 y la figura 9, en el pretest, el grupo de control obtuvo una media de 3,23 puntos de la evaluación realizada por medio de la prueba del aprendizaje conceptual de la función lineal, y el experimental una media de 3,13. Así, se corrobora la homogeneidad de cada uno de los grupos durante el pretest, sin distinguirse diferencia significativa en el resultado mostrado. De la misma manera, en el postest, en el grupo de control, se obtuvo un promedio de 3,43 puntos y, en el experimental, una media de 3,77 en el puntaje, lo que comprueba las diferencias significativas presentes entre los dos grupos.

Dimensión 2: Aprendizaje procedimental

Tabla 11. *Resultados descriptivos del aprendizaje procedimental de la función lineal en el pretest y postest.*

Grupo		Pretest	Postest
Control	N	30	30
	Media	3.37	5.57
	Mediana	2.50	2.50
	Desv. típ.	3.135	2.526
	Mínimo	0	0
	Máximo	10	10
Experimental	N	30	30
	Media	2.97	10.20
	Mediana	5.00	10.50
	Desv. típ.	3.104	1.710
	Mínimo	1	7
	Máximo	13	14

Fuente: Resultados de SPSS

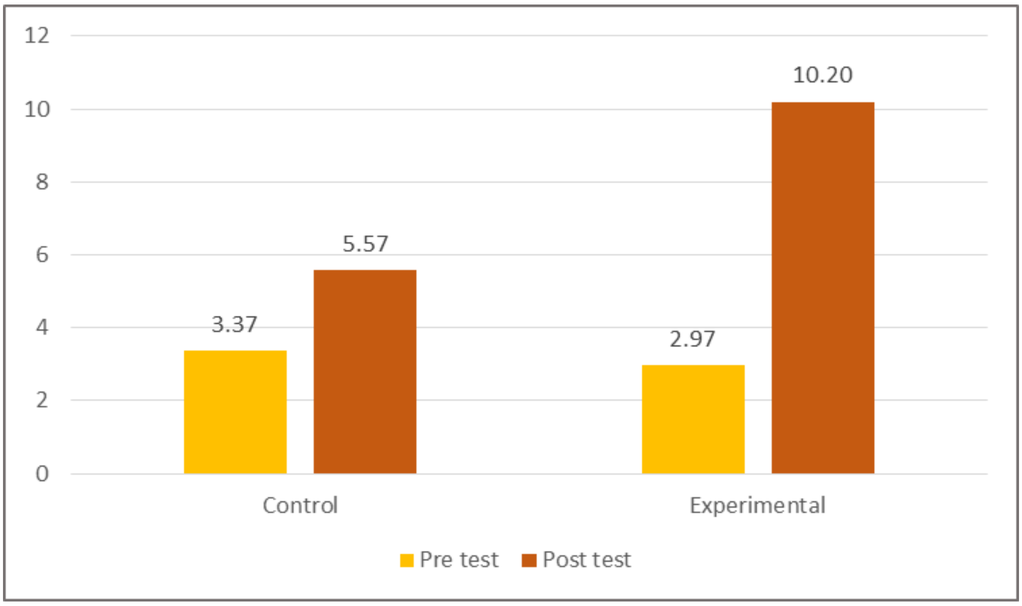


Figura 10. Resultados estadísticos para el pretest y postest de aprendizaje procedimental de función lineal.

Fuente: Resultados de SPSS

En vista a lo indicado en la tabla 11 y la figura 10, en el pretest, el grupo de control tiene una media de 3,37 puntos de la evaluación realizada por medio de prueba del aprendizaje procedimental de la función lineal, y el experimental una media de 2,97. Queda corroborada la homogeneidad de cada uno de los grupos durante el pretest, sin distinguirse diferencia significativa en el resultado mostrado. De la misma manera, en el postest, en el grupo de control, se obtuvo un promedio de 5,57 y, en el experimental, una media de 10,20 en el puntaje. Se comprueba así las diferencias significativas presentes entre los dos grupos.

Dimensión 3: Aprendizaje actitudinal

Tabla 12. *Resultados descriptivos del aprendizaje actitudinal de la función lineal en el pretest y postest.*

Grupo		Pretest	Postest
Control	N	30	30
	Media	3.70	6.73
	Mediana	4.00	4.00
	Desv. típ.	.915	.802
	Mínimo	2	2
	Máximo	5	5
Experimental	N	30	30
	Media	3.67	7.30
	Mediana	7.00	7.00
	Desv. típ.	1.856	1.705
	Mínimo	3	4
	Máximo	10	10

Fuente: Resultados de SPSS

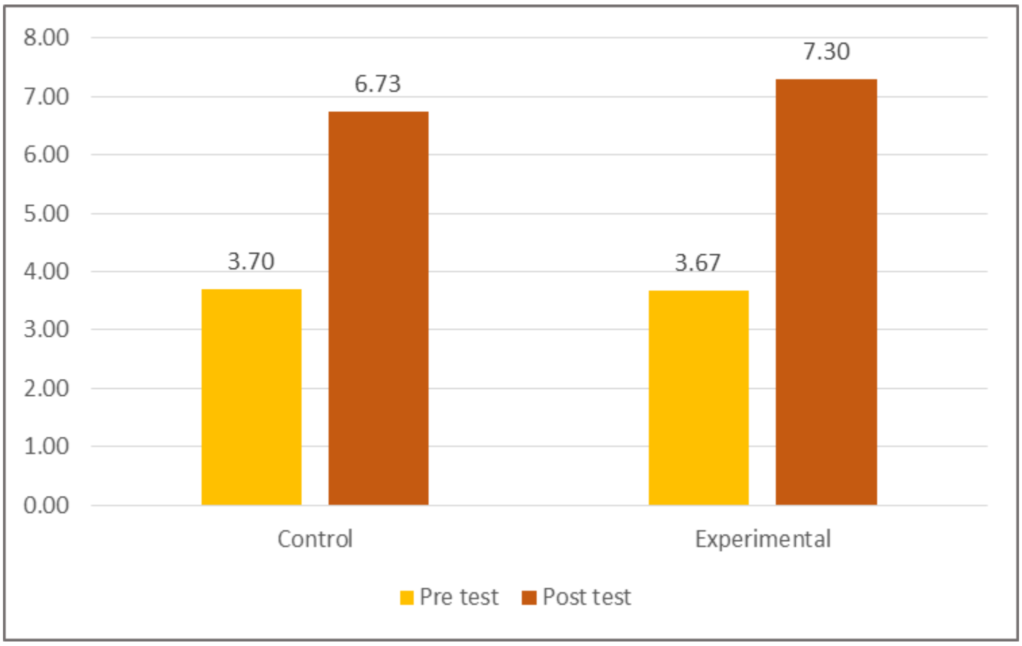


Figura 11. Resultados estadísticos para el pretest y postest del aprendizaje actitudinal de la función lineal.

Fuente: Resultados de SPSS.

En vista a lo indicado en la tabla 12 y la figura 11, en el pretest, el grupo de control tuvo una media de 3,70 puntos de la evaluación realizada por medio de prueba del aprendizaje actitudinal de la función lineal y, el experimental una media de 3,67. Queda corroborada la homogeneidad de cada uno de los grupos durante el pretest, sin distinguirse diferencia significativa en el resultado mostrado. De la misma manera, en el postest, en el grupo de control, se obtuvo un promedio de 6,73 y, en el experimental, una media de 7,30 en el puntaje. Se comprobó así las diferencias significativas presentes entre los dos grupos.

4.2 Prueba de hipótesis

Tabla 13. *Prueba de normalidad previa a determinar la prueba de hipótesis.*

		Shapiro-Wilk		
Aula		Estadístico	gl	Sig.
Aprendizaje de la función lineal pretest	Control	0.937	30	0.075
	Experimental	0.941	30	0.095
Aprendizaje de la función lineal postest	Control	0.960	30	0.304
	Experimental	0.937	30	0.074

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

En lo correspondiente a los datos mostrados en la tabla 13, los valores del nivel de significancia en caso de ambos test según grupos control y experimental se muestran superiores al valor teórico (0.05), motivo que lleva a aceptar la normalidad de la distribución, por lo que se aplicó la prueba T de Student.

Prueba de hipótesis general

Ho: La modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

H1: La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

Tabla 14. *Comparación de medias del aprendizaje de la función lineal.*

Aula		N	Media
Aprendizaje de la función lineal pretest	Control	30	10.30
	Experimental	30	9.77
Aprendizaje de la función lineal postest	Control	30	15.73
	Experimental	30	21.27

Fuente: Resultados de SPSS.

Tabla 15. *Nivel de significancia por muestras independientes (Postest).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Aprendizaje de la función lineal pretest	Se han asumido varianzas iguales	.022	.884	-5.617	58	.000	-5.433	.967	-7.370	-3.497
	No se han asumido varianzas iguales			-5.617	57.996	.000	-5.433	.967	-7.370	-3.497
Aprendizaje de la función lineal postest	Se han asumido varianzas iguales	1.492	.227	-15.726	58	.000	-11.500	.731	-12.964	-10.036
	No se han asumido varianzas iguales			-15.726	54.522	.000	-11.500	.731	-12.966	-10.034

Fuente: Resultados de SPSS.

En correspondencia a los datos mostrados en la tabla 15, hay diferencias significativas entre el pretest y los postest evidentes en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, lo que conduce a aceptar la hipótesis alterna y rechazar la hipótesis nula. De esta manera, se puede aseverar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

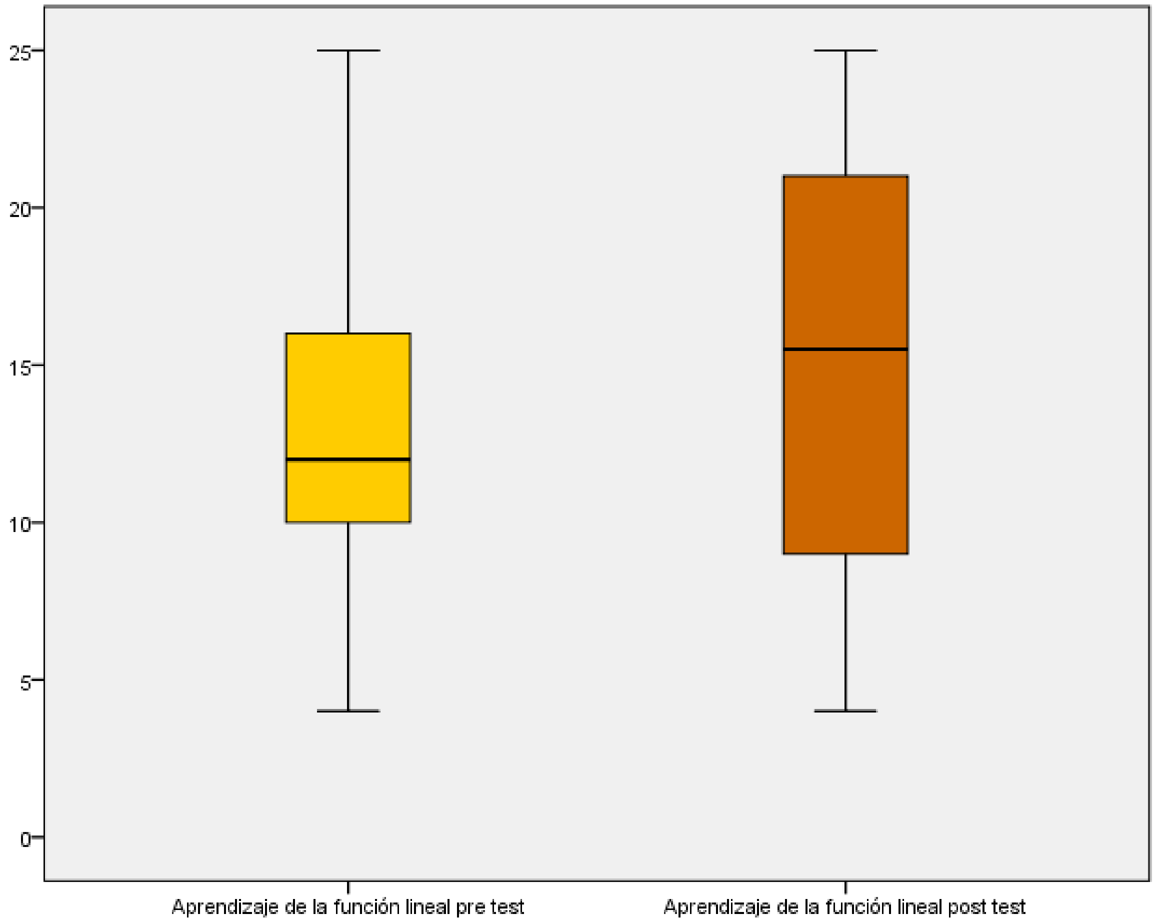


Figura 12. Comparación entre el grupo control y el experimental del aprendizaje de la función lineal en estadística descriptiva en postest.

Prueba de primera hipótesis específica

Ho: La modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

H1: La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

Tabla 16. *Comparación de medias del aprendizaje conceptual de la función lineal.*

Aula		N	Media
Aprendizaje conceptual pretest	Control	30	3.23
	Experimental	30	3.13
Aprendizaje conceptual postest	Control	30	3.43
	Experimental	30	3.77

Fuente: Resultados de SPSS.

Tabla 17. *Nivel de significancia por muestras independientes (Postest).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Aprendizaje conceptual pretest	Se han asumido varianzas iguales	.600	.442	-.973	58	.334	-.200	.205	-.611	.211
	No se han asumido varianzas iguales			-.973	53.998	.335	-.200	.205	-.612	.212
Aprendizaje conceptual postest	Se han asumido varianzas iguales	7.426	.008	-2.790	58	.007	-.633	.227	-1.088	-.179
	No se han asumido varianzas iguales			-2.790	43.319	.008	-.633	.227	-1.091	-.176

Fuente: Resultados de SPSS.

En correspondencia a los datos mostrados en la tabla 17, existen diferencias significativas entre el pretest y el postest evidentes en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, lo que conduce a aceptar la hipótesis alterna y rechazar la hipótesis nula. De esta manera, se puede aseverar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

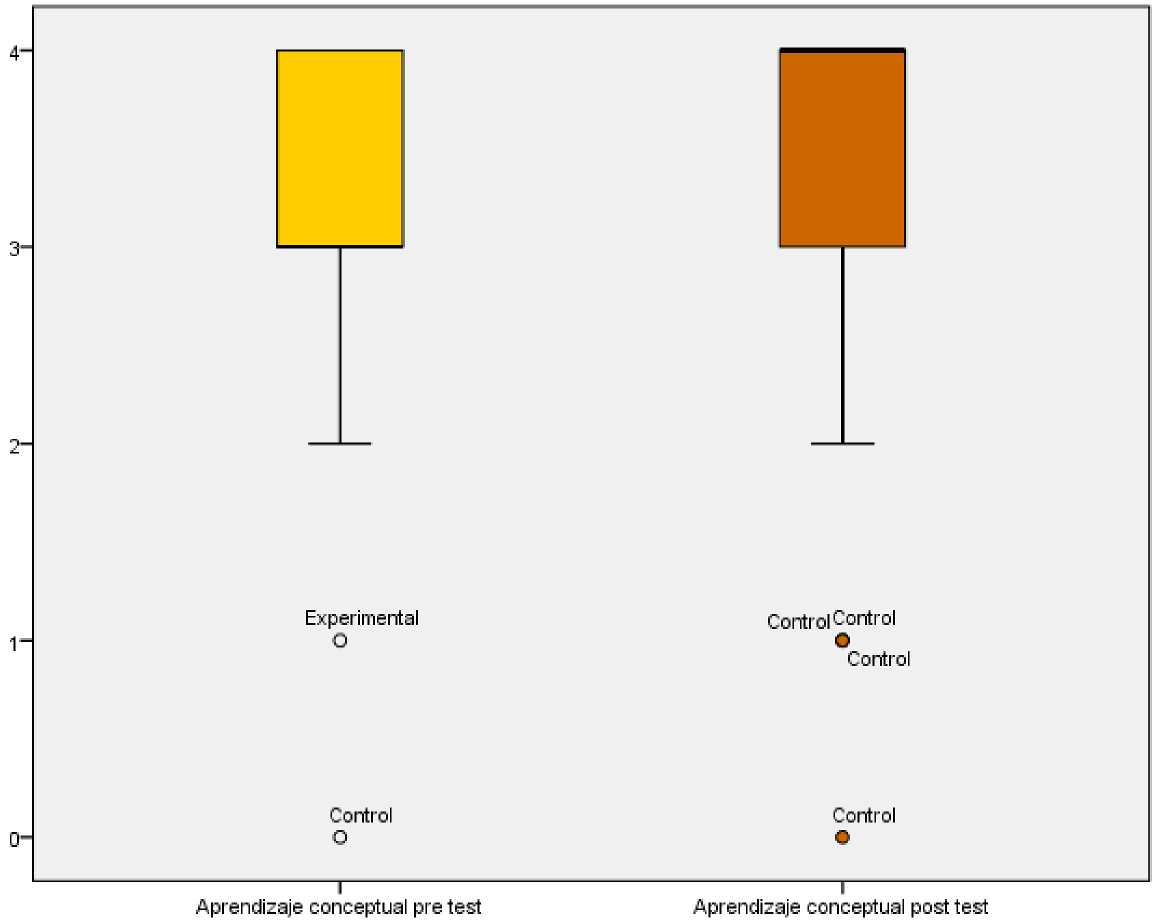


Figura 13. Comparación entre el grupo control y el experimental del aprendizaje conceptual de la función lineal.

Prueba de segunda hipótesis específica

Ho: La modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

H1: La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

Tabla 18. *Comparación de medias del aprendizaje procedimental de la función lineal.*

Aula		N	Media
Aprendizaje procedimental pretest	Control	30	3.37
	Experimental	30	2.97
Aprendizaje procedimental postest	Control	30	5.57
	Experimental	30	10.20

Fuente: Resultados de SPSS.

Tabla 19. *Nivel de significancia por muestras independientes (Postest).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Aprendizaje procedimental pretest	Se han asumido varianzas iguales	.000	.984	-2.732	58	.008	-2.200	.805	-3.812	-.588
	No se han asumido varianzas iguales			-2.732	57.994	.008	-2.200	.805	-3.812	-.588
Aprendizaje procedimental postest	Se han asumido varianzas iguales	4.014	.050	-12.990	58	.000	-7.233	.557	-8.348	-6.119
	No se han asumido varianzas iguales			-12.990	50.972	.000	-7.233	.557	-8.351	-6.115

Fuente: Resultados de SPSS.

En correspondencia a los datos mostrados en la tabla 19, hay evidencia que demuestra las diferencias significativas entre el pretest y el postest evidentes en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, lo que conduce a aceptar la hipótesis alterna y rechazar la hipótesis nula. De esta manera, se puede aseverar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

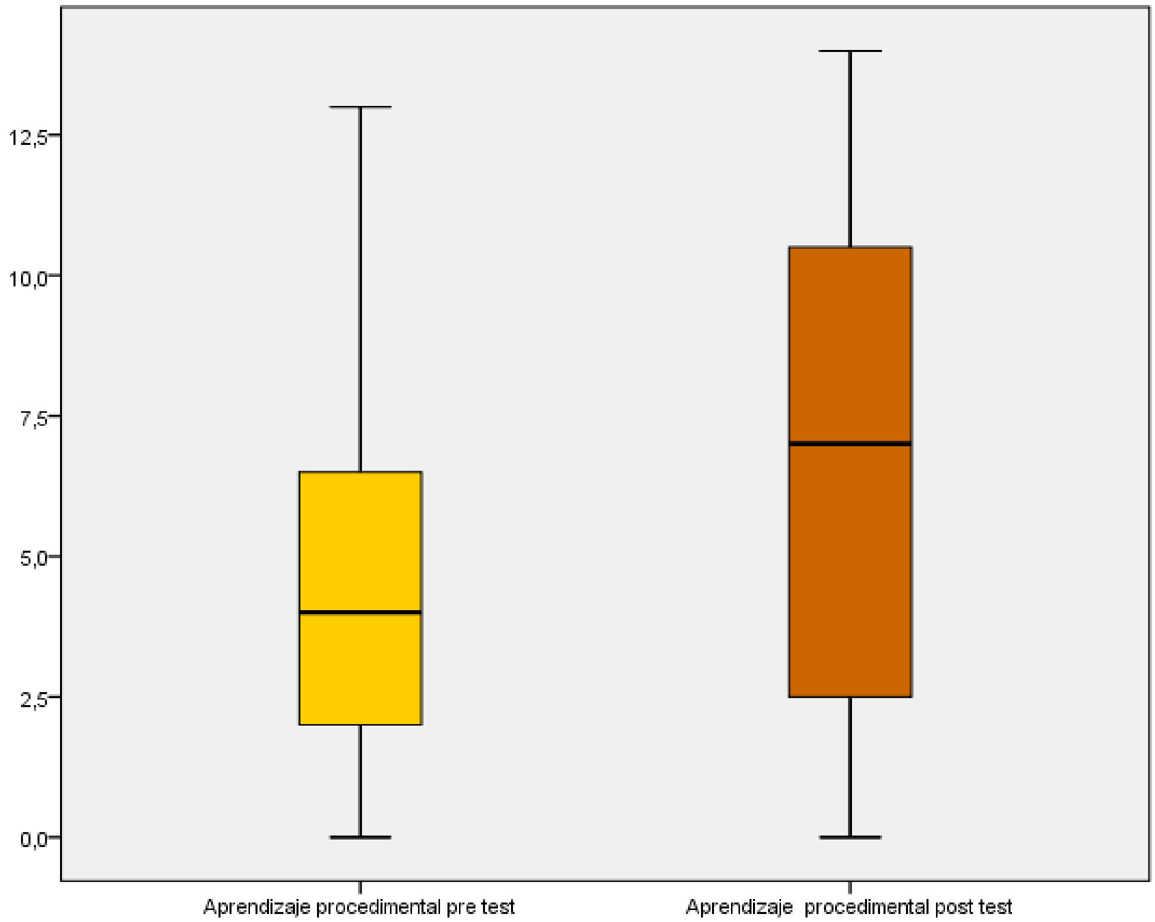


Figura 14. Comparación de grupo control y experimental del aprendizaje procedimental de la función lineal.

Prueba de tercera hipótesis específica

Ho: La modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

H1: La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

Tabla 20. *Comparación de medias del aprendizaje actitudinal de la función lineal.*

Aula		N	Media
Aprendizaje actitudinal pretest	Control	30	3.70
	Experimental	30	3.67
Aprendizaje actitudinal postest	Control	30	6.73
	Experimental	30	7.30

Fuente: Resultados de SPSS.

Tabla 21. *Nivel de significancia por muestras independientes (Postest).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	Gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Aprendizaje actitudinal pretest	Se han asumido varianzas iguales	15.179	.000	-8.029	58	.000	-3.033	.378	-3.790	-2.277
	No se han asumido varianzas iguales			-8.029	42.324	.000	-3.033	.378	-3.796	-2.271
Aprendizaje actitudinal postest	Se han asumido varianzas iguales	14.602	.000	-10.561	58	.000	-3.633	.344	-4.322	-2.945
	No se han asumido varianzas iguales			-10.561	41.243	.000	-3.633	.344	-4.328	-2.939

Fuente: Resultados de SPSS.

En correspondencia a los datos mostrados en la tabla 16, hay evidencia que demuestra las diferencias significativas entre el pretest y el postest evidentes en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, lo que conduce a aceptar la hipótesis alterna y rechazar la hipótesis nula. De esta manera, se puede aseverar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II.

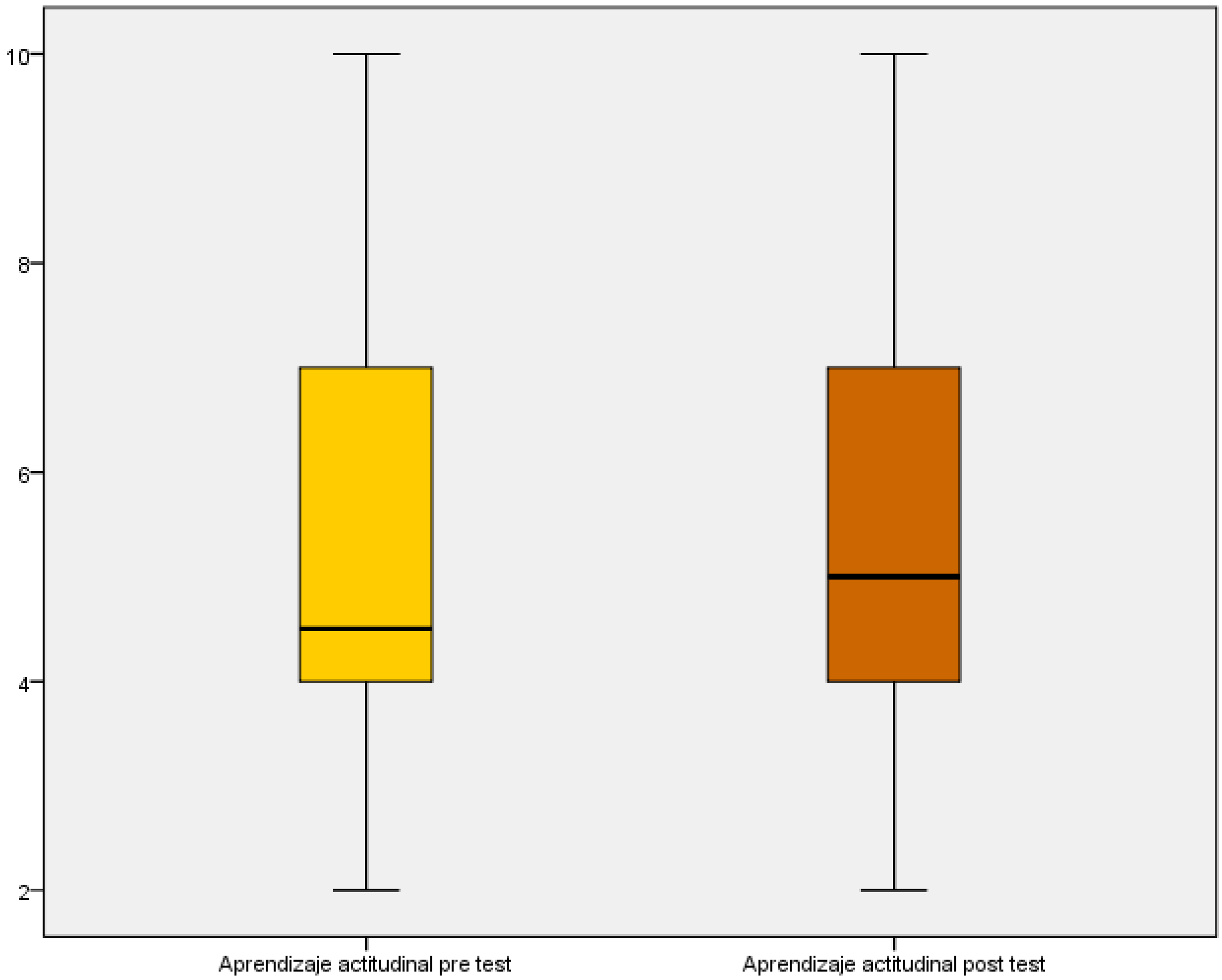


Figura 15. Comparación entre el grupo control y el experimental del aprendizaje actitudinal de la función lineal.

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN

Con los resultados hallados, se procedió a la discusión de los datos según los antecedentes seleccionados en el estudio.

En referencia a la hipótesis general, llevada a la práctica la corroboración de las diferencias significativas entre el pretest y el postest notados en el grupo experimental, con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, se procedió a la aceptación de la hipótesis alterna, con lo que fue posible afirmar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. Sobre la metodología, Plaza (2017) concluyó que los estudiantes reciben de forma muy próxima y favorable esta metodología didáctica y la matemática en contexto. Dos tendencias se identifican en el estudio: el uso de la modelación metodológica como estrategia para investigar y la aplicación de la enseñanza de matemáticas en contexto. Al respecto, en los estudios experimentales realizados por Aguilar-Hito (2015), se encontró que el uso del software Geogebra permitió el desarrollo de la capacidad de comunicar y representar las ideas matemáticas en la función lineal y función afín. La media que se logró fue de 2.61 en el desarrollo de la capacidad. Además, se evidenció que la práctica del profesor era expositiva, es decir, tradicional.

De acuerdo con la primera hipótesis específica, llevada a la práctica la corroboración de las diferencias significativas entre el pretest y el postest notados en el grupo experimental, con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, se procedió a la aceptación de la hipótesis alterna, con lo que fue posible afirmar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. Se encuentra similitud con estudios como el de Salazar (2018), quien afirmó que Geogebra facilitó la comprensión del concepto y las formas de expresión de la función lineal, lo que pudo resolver los problemas del entorno educativo. Asimismo, Roldán (2013) señala que el aprendizaje del concepto de función es una herramienta que permite aplicar diversas ciencias con el uso de las matemáticas, pues es un medio para el estudio y la modelación de problemas, con cantidades que varían en el tiempo y el espacio, porque se identifican patrones y regularidades, que permiten el desarrollo del pensamiento variacional. En cuanto a la enseñanza de la función lineal, debe organizarse de forma equilibrada la representación (gráficas cartesianas y algebraicas, formas tabulares) con la expresión verbal, junto a la contextualización para su fortalecimiento.

Conforme a la segunda hipótesis específica llevada a la práctica la corroboración de las diferencias significativas entre el pretest y el postest notados en el grupo experimental, con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, se procedió a la aceptación de la hipótesis alterna, con lo que fue posible afirmar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. Al respecto, dice Molina-Mora (2017) que, como estrategia didáctica de modelación matemática, es de utilidad para brindar ejemplos y estudiar la aplicación de contenidos como integrales impropias, coordenadas polares y secciones cónicas, y polinomios de Taylor para un curso de Cálculo. Así se alcanzó saberes para la comprensión del problema con la aplicación de conceptos y cálculos adecuados al modelo matemático, con enfoque en interpretación de resultados y análisis de ejemplos. Se mostró alto nivel de satisfacción sobre el uso de modelos en casos de ejemplos concretos, lo que permitió dar solución a los problemas planteados en situaciones de la realidad profesional.

En cuanto a la tercera hipótesis específica, llevada a la práctica la corroboración de las diferencias significativas entre el pretest y el postest notados en el grupo experimental, con un p-valor o nivel de significancia de 0.000, se procedió a la aceptación de la hipótesis alterna, con lo que fue posible afirmar que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. Estos hallazgos se confirman con estudios como los de Vila (2017), quien concluyó que las representaciones semióticas inciden significativamente en el aprendizaje de funciones. Actitudinalmente, en medio del trabajo cooperativo, se presentó el apoyo entre compañeros y la responsabilidad.

Asimismo, Villa-Ochoa (2014), quien sostuvo que el uso de las situaciones permite intervenir en la construcción y análisis de modelos, lo que supone dos exigencias en torno a los profesores de matemáticas como es el uso de la modelación matemática y el dominio de investigación en educación matemática.

CONCLUSIONES

Según los resultados encontrados, se formulan las conclusiones siguientes:

1. La modelación matemática como metodología de enseñanza influye de manera significativa en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. De tal modo que, en el postest, el grupo de control accedió a una media de 15.73, mientras en el grupo experimental se logró una media de 21.27 como puntaje. Se mostraron diferencias significativas entre el pretest (9.77) y el postest (21.27) en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0,000.

2. La modelación matemática como metodología de enseñanza influye de manera significativa en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. En el postest, del grupo control se obtuvo una media de 3.43, mientras en el experimental una media de 3.77 como puntaje. Se mostraron diferencias significativas entre

el pretest (3.13) y el postest (3.77) en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0,000.

3. La modelación matemática como metodología de enseñanza influye de manera significativa en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. Por lo cual, en el postest, el grupo de control alcanzó una media de 5.57, mientras el grupo experimental una media de 10.20 como puntaje. Se mostraron diferencias significativas entre el pretest (2.97) y el postest (10.20) en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0,000.

4. La modelación matemática como metodología de enseñanza influye de manera significativa en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. En el postest, el grupo de control obtuvo una media de 6.73, mientras en el experimental una media de 7.30 como puntaje. Se mostraron diferencias significativas entre el pretest (3.67) y el postest (7.30) en el grupo experimental con un p-valor o nivel de significancia de 0,000.

RECOMENDACIONES

Después de presentadas las conclusiones, se realizan las siguientes recomendaciones:

1. A los docentes de las universidades se sugiere aplicar la modelación matemática como metodología de enseñanza en sus cuatro etapas: descripción, manipulación, predicción y validación para logar el aprendizaje de la función lineal de manera óptima en los estudiantes de Ingeniería y carreras afines.

2. A los docentes de la especialidad de matemática, se les propone impulsar la modelación matemática como metodología de enseñanza para lograr un buen aprendizaje conceptual de la función lineal. Debe orientar a los estudiantes tanto en el proceso como en el resultado de la construcción de conceptos, ayudándolos a activar los conocimientos previos que poseen para que, a partir de estos, generen nuevos conocimientos y los retengan.

3. A los docentes de la especialidad de matemática, se les recomienda capacitarse constantemente en temas relacionados con las nuevas metodologías de enseñanza, sobre todo en la modelación matemática para el aprendizaje procedimental, de manera que estén en capacidad de diseñar una buena sesión de aprendizaje para que sus estudiantes puedan entender con claridad el conocimiento que tienen del procedimiento a realizar, identifiquen sus objetivos y pasos a seguir.

4. A los docentes de la especialidad de matemática, se les recomienda considerar el aprendizaje actitudinal mediante estrategias que permitan que los estudiantes logren construir sus valoraciones. De esta manera, se debe reconocer que se trata de aspectos que no pueden enseñarse, pero sí se pueden aprender mediante el ejemplo de quien asume el rol de docente, guía o facilitador de la enseñanza.

5. Las instituciones formadoras de docentes, específicamente de matemáticas, deberían:
   - Reformular sus planes curriculares con contenidos innovadores, incluyendo temáticas sobre la modelación matemática.
   - Realizar convocatorias a docentes de matemática cuyos perfiles y formación profesional estén orientados a la innovación.
   - Realizar programas de capacitación y perfeccionamiento permanente de todos los docentes de la institución, considerando actualización disciplinaria, actualización pedagógica y actualización tecnológica.

FUENTES DE INFORMACIÓN

Aguilar-Hito, A. (2015). *Metodología con el software Geogebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales*. (Tesis de Maestría). Piura, Perú: Universidad de Piura.

Azañero, L. M. (2013). *Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales.* (Tesis de Maestría). Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Cardozo, H. G. y Espinel, L. A. (2018). *Construcción del concepto de función lineal a partir del razonamiento covariacional en estudiantes de grado noveno.* (Tesis de Maestría). Bogotá D.C.: Pontificia Universidad Javeriana.

Carranza, M. (2017). Enseñanza y aprendizaje significativo en una modalidad mixta: percepciones de docentes y estudiantes. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8 (15), 1-25.

Coll, C. (2010). Enseñar y aprender en el mundo actual: desafíos y encrucijadas. *Pensamiento Iberoamericano*, 7, 47-66.

Díaz Barriga, F., Rigo, M., Hernández, G. (2015). Experiencias de aprendizaje mediadas por las tecnologías digitales. *Pautas para docentes y diseñadores educativos. México: Universidad Nacional Autónoma de*

Mexico, Newton. Edición y Tecnología Educativa.

Correa, M. C., Molfino, V. y Schaffel, V. (2018). Matemática educativa: una visión –ilustrada- de su evolución. *Educación Matemática*, 30 (2), 232-255. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n2/1665-5826-ed-30-02-232.pdf

García, L. I. y Campuzano, C. M. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, 8 (15), 157-181.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.

Huincachue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 36 (1), 99-115.

Latorre, M. (2017). *Contenidos declarativos (factuales, conceptuales), procedimentales y actitudinales.* Recuperado de http://umch.edu.pe/arch/hnomarino/58_Contenidos%20declarativos%20procedimentales%20y%20actitudinales.pdf

Lesh, R. A., y Doerr, H. M. (2003). Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. *Book Reviews*, ZDM 35 (6), 325-329.

Llontop, C. S. (2015). *Aplicación del paradigma socio cognitivo humanista y el desempeño docente en escuelas de educación superior del Comando de Educación y Doctrina del Ejército.* (Tesis Doctoral). Lima, Perú: Universidad Nacional de Educación.

Manfredi, V. (2007). Funciones matemáticas, ¿para qué se utilizan?: la realidad de las funciones lineales. *Revista argentina de psicopedagogía*, (61), 9.

Molina-Mora, J. A. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. Revista *Uniciencia*, 31(2).

Plaza, L. F. (2017). Modelación matemática en ingeniería. *IE Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, 7 (13), México.

Portela, M. M. (2015). *MF1445_3-Evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje en formación profesional para el empleo*. Editorial Elearning, SL.

Puculpala, M. S. (2016). *Aplicación de la metodología de resolución de problemas para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas de los estudiantes de segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa Universitaria Milton Reyes, en la ciudad de Riobamba durante el año lectivo 2015-2016.* (Tesis). Riobamba, Ecuador: Universidad Nacional de Chimborazo.

Roldán, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8 y 9 grados de educación básica.* (Tesis de Maestría). Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Salazar, J. H. (2018). *Aplicación de la herramienta digital Geogebra en el proceso de aprendizaje de la función lineal en el grado noveno, del Colegio Nuestra Señora de la Candelaria de Cimitarra, Santander 2017*. (Tesis de Maestría). Lima, Perú: Universidad Norbert Wiener.

Sánchez, V. y Pérez, M. C. (2017). La formación humanista, un encargo para la educación. *Universidad y Sociedad*, 9 (3), 265-269.

Schunk, D. H. (1997). *Teorías del aprendizaje*. Pearson educación.

Torres, C. (2013). *Aproximación al concepto de función lineal. El caso de una alumna invidente que cursa el segundo grado de secundaria*. (Tesis de

Maestría). Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Vila, M. A. (2017). *Representaciones semióticas para el aprendizaje del concepto de función cuadrática en estudiantes de Tayacaja*. (Tesis de Maestría). Huancayo, Perú: Universidad Nacional del Centro del Perú.

Villa-Ochoa, J. A. (2014). Situaciones de modelación matemática: Algunas reflexiones para el aula de clase. *I Congreso de educación matemática de América Central y el Caribe, República Dominicana*.

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

Título: LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO CICLO DE LA UNIVERSIDAD ESAN.

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	VARIABLE	METODOLOGÍA	POBLACIÓN
Problema general	**OBJETIVO GENERAL**	**HIPÓTESIS GENERAL**	**Variable independiente**		
¿De qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN?	Determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.	La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.	Modelación Matemática	Investigación cuasiexperimental, en donde un grupo (experimental) se somete a la metodología experimental de la modelación matemática y luego se compara el aprendizaje con el otro grupo (control) el cual ha seguido la metodología tradicional de enseñanza.	Grupo experimental 30 estudiantes del curso de Cálculo 1 de la Universidad ESAN Grupo control 30 estudiantes del curso de Cálculo 1 de la Universidad ESAN
Problemas específicos	**Objetivos específicos**	**Hipótesis específicas**	**Variable dependiente**		
¿De qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN?	Determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.	La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.	Aprendizaje de la función lineal		
¿De qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN?	Determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.	La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.			
¿De qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN?	Determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.	La modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN.			

Anexo 2. Instrumentos para la recolección de datos.

PRUEBA PRETEST Y POSTEST

INSTRUCCIONES: Lee atentamente y responde lo que se te indica.

"CONTAMINACIÓN SONORA"

"El 90,2% de un total de 250 puntos críticos medidos en Lima y Callao de contaminación sonora exceden los estándares de calidad ambiental de Ruido (ECA-Ruido), indicó la Dirección de Evaluación de la OEFA (Organismo de Evaluación y Fiscalización Ambiental) *en base a una medición realizada en el 2015.*

Esto representó un aumento de 0,60 puntos porcentuales con respecto a la medición del 2013, cuando el 89,6% de puntos medidos en Lima y Callao superó sus respectivos ECA-Ruido.
Se les denomina "puntos críticos o zonas críticas" cuando sobrepasan un nivel de presión sonora de 80 dba (decibeles), lo que ya representa dolor para los transeúntes.

Tomado de: Diario Gestión 19 de julio de 2016. Disponible en:
http://gestion.pe/tecnologia/contaminacion-sonora-90-zonas-lima-exceden-estandares-segun-oefa-2165835
Suponga que para ese año (2016) se redujo en 1,70 % de puntos críticos medidos en Lima y Callao y que el mismo porcentaje de reducción se mantendría a largo plazo. Responda a las siguientes cuestiones:

1. Interprete el enunciado del problema y llene los datos en la siguiente: **(2 puntos)**

Tabla 1

Año	**% de zonas críticas de contaminación sonora en Lima y Callao**
2013(t=0)	
2015	
2016	
2018	

2. En el plano cartesiano adjunto, considere que:
   - Eje de abscisas representa al tiempo en años.
   - Eje de ordenadas representa al porcentaje de zonas críticas de contaminación sonora en Lima y Callao.

   Coloque las variables a los ejes, haga uso de una **escala adecuada** y ubique los pares ordenados obtenidos en la tabla anterior. **(2 puntos)**

3. Responda a las siguientes preguntas. Marque la alternativa correcta. **(0,5 puntos c/u)**

   3.1 ¿Qué tipo de gráfica se obtiene al unir los dos primeros puntos?
   a) Curva b) Recta infinita c) Tramo de una recta

   3.2 ¿Y al unir el segundo y tercer punto, la gráfica es…?
   a) Curva b) Recta infinita c) Tramo de una recta

   3.3 ¿Qué comportamiento observa en el primer tramo de la gráfica?
   a) Creciente b) Decreciente c) Constante

   3.4 ¿Qué comportamiento observa en el segundo tramo de la gráfica?
   a) Creciente b) Decreciente c) Constante

4. Determine la regla de correspondencia de la función. **(2 puntos)**

5. Explique qué modela la función encontrada en la pregunta anterior. **(2 puntos)**

6. Explique qué representa el intercepto con el eje de ordenadas. **(2 puntos)**

7. Indique el dominio y el rango de la función. **(2 puntos)**

8. Explique qué indica que la función sea creciente o decreciente en cada tramo. **(2 puntos)**

9. Determine, ¿en qué año se prevé que Lima y Callao no tendrá zonas críticas de Contaminación Sonora? **(2 puntos)**

10. Se puede afirmar que: del año 2016 al año 2018, la función es constante. **(2 puntos)**

RÚBRICA

DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	RÚBRICA	PUNTAJE (Por indicador)	PUNTAJE (Por dimensión)	PUNTAJE TOTAL
D1. Aprendizaje conceptual	Identifica y organiza los datos a partir del enunciado.	1	No identifica ni organiza datos en la tabla	**0**	**Hasta 4 puntos**	**Hasta 20 puntos**
			Identifica y escribe a lo más dos datos en la tabla	**1,0**		
			Identifica y escribe más de dos datos en la tabla	**2,0**		
	Identifica una función lineal a partir de su gráfica y determina su comportamiento.	3	No responde ninguna de las preguntas	**0**		
			Responde dos de las preguntas	**1,0**		
			Responde todas las preguntas	**2,0**		
D2. Aprendizaje procedimental	Ubica los datos como pares ordenados en un plano cartesiano.	2	No ubica los pares ordenados en el plano cartesiano ni traza las rectas	**0**	**Hasta 16 puntos**	
			Ubica a lo más dos pares ordenados en el plano cartesiano y une los dos primeros puntos dibujados en el plano cartesiano y traza la recta	**1,0**		
			Ubica más de dos pares ordenados en el plano cartesiano, une los tres últimos puntos dibujados en el plano cartesiano y traza la recta y traza dos rectas en el plano cartesiano	**2,0**		
	Determina la pendiente y la ordenada en el origen de una función lineal por tramos.	4	No determina la regla de correspondencia de la función ni la restricción	**0**		
			Determina la regla de correspondencia de la función y la restricción para el primer tramo	**1,0**		
			Determina la regla de correspondencia de una función lineal por tramos	**2,0**		
	Interpreta el modelo matemático y sus características.	5	No interpreta correctamente la representación de la función hallada en el ítem 4.	**0**		
			Interpreta de forma parcialmente correcta la representación de la función hallada en el ítem 4.	**1,0**		
			Interpreta correctamente la representación de la función hallada en el ítem 4.	**2,0**		
		6	No interpreta correctamente la representación del intercepto con el eje de ordenadas.	**0**		
			Interpreta de forma parcialmente correcta la representación del intercepto con el eje de ordenadas.	**1,0**		
			Interpreta de forma correcta la representación del intercepto con el eje de ordenadas	**2,0**		
	Identifica el dominio y rango de una función lineal por tramos.	7	No determina el dominio ni el rango de la función por tramos	**0**		
			Determina el dominio o el rango de la función por tramos	**1,0**		
			Determina el dominio y el rango de la función por tramos	**2,0**		
	Reconoce los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de una función lineal por tramos.	8	No identifica los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento y no interpreta sus resultados	**0**		
			Identifica por lo menos un intervalo de crecimiento y/o decrecimiento e Interpreta sus resultados de por lo menos un intervalo de crecimiento y/o decrecimiento	**1,0**		
			Identifica los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento e interpreta sus resultados	**2,0**		
	Proyecta resultados a partir del modelo matemático establecido.	9	No plantea ni resuelve la ecuación a partir del modelo. Tampoco interpreta resultados	**0**		
			Plantea y resuelve una ecuación a partir del modelo	**1,0**		
			Plantea, resuelve e interpreta resultados a partir del modelo	**2,0**		
	Identifica las características del modelo en un intervalo del dominio.	10	No afirma ni justifica por qué la función hallada no es constante en ese dominio	**0**		
			Afirma que la función no es constante en ese intervalo del dominio	**1,0**		
			Afirma y justifica por qué la función no es constante en ese intervalo del dominio	**2,0**		

FICHA DE OBSERVACIÓN ACTITUDINAL

(Evaluación para uso docente)

A continuación, después de evaluada la prueba de "CONTAMINACIÓN SONORA", se valoran los resultados según la escala siguiente:

1 = No logrado
2 = En proceso
3 = Logrado

Se marcará con una "X" la respuesta que más se aproxime a las observaciones.

Nº	ITEMS	VALORACIÓN		
1	El estudiante muestra ser participativo al realizar las actividades de funciones lineales.	1	2	3
2	El estudiante se muestra motivado durante la sesión de aprendizaje	1	2	3
3	El estudiante valora el uso de herramientas interactivas para comprensión de la materia y las utiliza con entusiasmo	1	2	3
4	El estudiante muestra respeto por las opiniones de sus compañeros	1	2	3
5	El estudiante evidencia solidaridad para con sus compañeros en la comprensión de los temas de estudio	1	2	3

Anexo 3. Opinión de expertos de los instrumentos.

INFORME DE OPINIÓN DE EXPERTOS

DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1 Apellidos y nombres del validador: Dr. José Flores Salinas
1.2 Especialidad del validador: Ciencias de la Educación
1.3 Nombre del instrumento y finalidad de su aplicación: Prueba y ficha de observación de actitudes
1.4 Título de la investigación: "La modelación matemática como metodología de enseñanza para el nivel de aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN"
1.5 Autora del instrumento: María Isabel Padilla Sánchez

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

1 CRITERIOS	2 INDICADORES	Deficiente 00 – 20%	Regular 21 – 40%	Buena 41 – 60%	Muy Buena 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
1.CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado y específico.					X
2.OBJETIVIDAD	Está expresado en capacidades observables.					X
3.ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
4.SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					X
5.INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					X
6.CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos – científicos.					X
7.COHERENCIA	Entre las variables, dimensiones e indicadores.					X
8.METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del estudio.					X
9.PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					X
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						92%

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 92 %

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD.

(X) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.
( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha: Surco, 19 de agosto de 2019.

Dr. .

DNI. N° 08377390

UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INFORME DE OPINIÓN DE EXPERTOS

DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1 Apellidos y nombres del validador: Dr. Felix Iván Velasquez Millónes
1.2 Especialidad del validador: Educación
1.3 Nombre del instrumento y finalidad de su aplicación: Prueba y ficha de observación de actitudes
1.4 Título de la investigación: "La modelación matemática como metodología de enseñanza para el nivel de aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN"
1.5 Autora del instrumento: María Isabel Padilla Sánchez

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

1 CRITERIOS	2 INDICADORES	Deficiente 00 – 20%	Regular 21 – 40%	Buena 41 – 60%	Muy Buena 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
1.CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado y específico.					X
2.OBJETIVIDAD	Está expresado en capacidades observables.					X
3.ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
4.SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					X
5.INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					X
6.CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos – científicos.					X
7.COHERENCIA	Entre las variables, dimensiones e indicadores.					X
8.METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del estudio.					X
9.PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					X
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						93%

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN:_____93_____%

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD.

(X) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.
( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha: Surco, 19 de agosto de 2019.

Dr.

DNI. N° 43628180

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INFORME DE OPINIÓN DE EXPERTOS

DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1 Apellidos y nombres del validador: Dr. Tineo Córdova Freddy Ciro
1.2 Especialidad del validador: Ciencias de la Educación
1.3 Nombre del instrumento y finalidad de su aplicación: Prueba y ficha de observación de actitudes
1.4 Título de la investigación: "La modelación matemática como metodología de enseñanza para el nivel de aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN"
1.5 Autora del instrumento: María Isabel Padilla Sánchez

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

1 CRITERIOS	2 INDICADORES	Deficiente 00 – 20%	Regular 21 – 40%	Buena 41 – 60%	Muy Buena 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
1.CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado y específico.					X
2.OBJETIVIDAD	Está expresado en capacidades observables.					X
3.ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
4.SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					X
5.INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					X
6.CONSISTENCIA	Basado en aspectos teóricos – científicos.					X
7.COHERENCIA	Entre las variables, dimensiones e indicadores.					X
8.METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del estudio.					X
9.PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					X
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						91%

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN: _____91_____%

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD.

(X) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.
(   ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha: Surco, 19 de agosto de 2019.

Dr.

DNI. N° 10048652

Anexo 4. Sesiones de aprendizaje.

Sesión 1

UNIVERSIDAD ESAN – ÁREA DE MATEMÁTICA (Estudios generales) Ciclo 2019 – II
CURSO: Cálculo 1
SEMANA 1: SESIÓN PRESENCIAL DE APRENDIZAJE 1 - Duración 100 minutos
PROFESOR: María Isabel Padilla Sánchez.

COMPETENCIA	Verbos	Dominios de Aprendizaje	Categorías de Aprendizaje
Al terminar la sesión, el estudiante **identifica** la gráfica y el comportamiento de una función lineal con dominio acotado, **aplicándolo** en determinar e interpretar el modelo matemático, **valorando** las reglas en respeto de su entorno.	Identifica	Cognitivo	Información
	Aplica	Procedimental	Aplicación
	Valora	Actitudinal	Valoración

CAPACIDADES	
COGNITIVA	**PROCEDIMENTAL Y ACTITUDINAL**
Contenidos conceptuales: - Identifica y organiza los datos a partir del enunciado sobre función lineal	**Contenidos procedimentales:** • Identifica y organiza los datos a partir del enunciado. • Identifica una función lineal y función lineal con dominio acotado a partir de su gráfica y determina su comportamiento. • Ubica los datos como pares ordenados en un plano cartesiano • Determina la pendiente y la ordenada en el origen de un modelo lineal con dominio acotado. • Interpreta el modelo matemático obtenido y sus características. **Valores y actitudes:** • Respeto al medio ambiente • Valoración de la norma

<table>
<tr><th colspan="2">PROCESOS PEDAGÓGICOS</th><th>ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES</th><th>TIEMPO</th><th>RECURSOS</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes</td><td rowspan="2">INICIO
- Despertar el interés
- Recuperar saberes previos
- Estimular el conflicto cognitivo</td><td>Aplicación de prueba de entrada</td><td>30 min</td><td rowspan="4">Computadora/ laptop
Proyector multimedia
Diapositivas
Plumones de pizarra
Block con hojas de cálculo
Papelógrafos
Plumones para cartón/papel</td></tr>
<tr><td>Observan un caso (práctica de aula n° 01) en el que se aplica la función lineal en la vida cotidiana.
Dialogan sobre ¿Para qué se utiliza la función lineal? ¿Por qué es importante tomarla en cuenta?
Se analizan las creencias y argumentos, registrándose aquellas que son válidas.</td><td>20 min</td></tr>
<tr><td>DESARROLLO
- Adquirir información
- Aplicar
- Transferir lo aprendido</td><td>Lectura sobre definición de función lineal.
Observan en diapositivas la teoría sobre la función lineal y función lineal con dominio acotado.
Escuchan las explicaciones del tema mediante ejemplos y lluvias de ideas.
Se resuelven problemas con participación del aula en la resolución.
Se entrega a cada grupo de estudiantes un conjunto de problemas contextualizados de una función lineal con dominio acotado para ser resueltos.</td><td>35 min</td></tr>
<tr><td>CIERRE
- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</td><td>Redactan las ideas fuerza de la lectura en sus cuadernos.
Sustentan los problemas contextualizados resueltos en pizarra.
Se registra la información en la lista de cotejo sobre el desarrollo de las capacidades.</td><td>15 min</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">EVALUACIÓN</th><th>INSTRUMENTO</th></tr>
<tr><td>Evidencia de conocimiento</td><td>Define una función lineal</td><td>Test de evaluación</td></tr>
<tr><td>Evidencia de proceso</td><td>Resuelve los enunciados propuestos en clase</td><td>Lista de cotejo</td></tr>
<tr><td>Evidencia de producto</td><td>Ejercicios resueltos con la retroalimentación del docente.</td><td>Test de evaluación</td></tr>
</table>

Sesión 2

UNIVERSIDAD ESAN – ÁREA DE MATEMÁTICA (Estudios generales) Ciclo 2019 – II
CURSO: Cálculo 1
SEMANA 1: SESIÓN PRESENCIAL DE APRENDIZAJE 2 - Duración 100 minutos
PROFESOR: María Isabel Padilla Sánchez.

COMPETENCIA	Verbos	Dominios de Aprendizaje	Categorías de Aprendizaje
Al terminar la sesión, el estudiante **identifica** la gráfica y el comportamiento de una función lineal por tramos, **aplicándolos** en determinar e interpretar el modelo matemático, **valorando** las reglas en respeto de su entorno.	Identifica	Cognitivo	Información
	Aplica	Procedimental	Aplicación
	Valora	Actitudinal	Valoración

CAPACIDADES	
COGNITIVA	**PROCEDIMENTAL Y ACTITUDINAL**
Contenidos conceptuales: - Identifica y organiza los datos a partir del enunciado sobre función lineal	**Contenidos procedimentales:** • Identifica y organiza los datos a partir del enunciado propuesto. • Identifica una función lineal por tramos a partir de su gráfica y determina su comportamiento. • Ubica los datos como pares ordenados en un plano cartesiano • Determina la pendiente y la ordenada en el origen de un modelo lineal por tramos. • Interpreta el modelo matemático obtenido y sus características. **Valores y actitudes:** • Respeto al medio ambiente • Valoración de la norma

<table>
<tr><th colspan="2">PROCESOS PEDAGÓGICOS</th><th>ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES</th><th>TIEMPO</th><th>RECURSOS</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes</td><td>INICIO
- Despertar el interés
- Recuperar saberes previos
- Estimular el conflicto cognitivo</td><td>Observan un caso (práctica de aula n° 02) en el que se aplica la función lineal por tramos en la vida cotidiana.
Dialogan sobre ¿Para qué se utiliza la función lineal? ¿Por qué es importante tomarla en cuenta? ¿discrimina entre una función lineal con dominio acotado y función lineal por tramos?
Se analizan las creencias y argumentos, registrándose aquellas que son válidas.</td><td>20 min</td><td rowspan="3">Computadora/ laptop
Proyector multimedia
Diapositivas
Plumones de pizarra
Block con hojas de cálculo
Papelógrafos
Plumones para cartón/papel</td></tr>
<tr><td>DESARROLLO
- Adquirir información
- Aplicar
- Transferir lo aprendido</td><td>Observan en diapositivas la teoría sobre la función lineal por tramos.
Escuchan las explicaciones del tema mediante ejemplos y lluvias de ideas.
Se resuelven problemas contextualizados con participación del aula en la resolución de problemas.
Se entrega a cada grupo de estudiantes un conjunto de problemas contextualizados sobre función lineal por tramos para ser resueltos.</td><td>50 min</td></tr>
<tr><td>CIERRE
- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</td><td>Redactan las ideas fuerza de la lectura en sus cuadernos.
Sustentan los problemas resueltos en pizarra.
Se registra la información en la lista de cotejo sobre el desarrollo de las capacidades.</td><td>30 min</td></tr>
</table>

EVALUACIÓN		INSTRUMENTO
Evidencia de conocimiento	Define función lineal	Test de evaluación
Evidencia de proceso	Resuelve los enunciados propuestos	Lista de cotejo
Evidencia de producto	Ejercicios resueltos con la retroalimentación del docente. Entrega de ejercicios publicados en la plataforma virtual.	Test de evaluación

Sesión 3

UNIVERSIDAD ESAN – ÁREA DE MATEMÁTICA (Estudios generales) Ciclo 2019 – II
CURSO: Cálculo 1
SEMANA 2: SESIÓN PRESENCIAL DE APRENDIZAJE 3 - Duración 100 minutos
PROFESOR: María Isabel Padilla Sánchez.

COMPETENCIA	Verbos	Dominios de Aprendizaje	Categorías de Aprendizaje
Al terminar la sesión, el estudiante **identifica** la gráfica y el comportamiento de una función lineal, **aplicándolos** en determinar e interpretar el modelo matemático, **valorando** las reglas en respeto de su entorno.	Identifica	Cognitivo	Información
	Aplica	Procedimental	Aplicación
	Valora	Actitudinal	Valoración

CAPACIDADES	
COGNITIVA	**PROCEDIMENTAL Y ACTITUDINAL**
Contenidos conceptuales: - Identifica y organiza los datos a partir del enunciado sobre función lineal	**Contenidos procedimentales:** • Identifica el dominio y rango de una función lineal cualquiera y se analizan los aciertos y errores. • Reconoce los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de una función lineal cualquiera. • Proyecta resultados a partir del modelo matemático establecido. • Los estudiantes reflexionan sobre sus procesos y la justificación planteada por ellos mismos. • Identifica las características del modelo en un intervalo del dominio. **Valores y actitudes:** • Uso de lenguaje coherente • Práctica de tolerancia • Toma decisiones

<table>
<tr><th colspan="2">PROCESOS PEDAGÓGICOS</th><th>ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES</th><th>TIEMPO</th><th>RECURSOS</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Motivación, desarrollo y evaluación permanentes de actitudes</td><td>INICIO

- Despertar el interés
- Recuperar saberes previos
- Estimular el conflicto cognitivo</td><td>Observan un caso en el que se aplica la función lineal en la vida cotidiana.
Dialogan sobre ¿Para qué se utiliza la función lineal? ¿Por qué es importante tomarla en cuenta?
Se analizan las creencias y argumentos, registrándose aquellas que son válidas.</td><td>15 min</td><td rowspan="4">Computadora/ laptop
Proyector multimedia
Diapositivas
Plumones de pizarra
Block con hojas de cálculo
Papelógrafos
Plumones para cartón/papel</td></tr>
<tr><td>DESARROLLO

- Adquirir información
- Aplicar
- Transferir lo aprendido</td><td>Resuelven problemas contextualizados trabajando en parejas o de manera individual.
Se entrega a cada grupo de estudiantes un conjunto de problemas contextualizados para ser resueltos.</td><td>35 min</td></tr>
<tr><td rowspan="2">CIERRE

- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje</td><td>Sustentan los problemas resueltos en pizarra.
Se registra la información en la lista de cotejo sobre el desarrollo de las capacidades.</td><td>20 min</td></tr>
<tr><td>Aplicación de prueba de salida</td><td>30 min</td></tr>
</table>

EVALUACIÓN		**INSTRUMENTO**
Evidencia de conocimiento	Define dominio y rango función lineal	Test de evaluación
Evidencia de proceso	Interpreta correctamente la modelación matemática	Lista de cotejo
Evidencia de producto	Prueba de salida.	Test de evaluación