



**INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE EDUCACIÓN  
SECCIÓN DE POSGRADO**

**EL SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA Y EL IMPACTO EN EL  
APRENDIZAJE DE COORDENADAS POLARES EN ESTUDIANTES  
DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN  
EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA**

**PRESENTADO POR:  
WILLIAM SERGIO ACOSTA ACOSTA**

**ASESOR:  
Dr. OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA**

**LIMA, PERÚ  
2019**

**EL SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA Y EL IMPACTO EN EL  
APRENDIZAJE DE COORDENADAS POLARES EN ESTUDIANTES DE  
INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**

## **ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO**

### **ASESOR:**

**Dr. Oscar Rubén Silva Neyra**

### **PRESIDENTE DEL JURADO:**

**Dr. Florentino Norberto Mayuri Molina**

### **MIEMBROS DEL JURADO:**

**Dr. Manuel Alejandro Cáceres Lampen**

**Dr. Luis Tadeo Celi Saavedra**

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo de investigación primero a Dios, luego a mis hijos, a mi esposa y a mi familia, ya que ellos son mi motivación principal.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco de mucho corazón a mis compañeros de trabajo, a mis asesores y la Universidad de San Martín de Porres por ayudarme en el desarrollo de la presente tesis.

## ÍNDICE

ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTOS.....	v
RESUMEN.....	ix
ABSTRACT.....	x
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO.....	7
1.1.2 Investigaciones internacionales.....	9
1.2.1 Software de geometría.....	11
1.2.2 Programa matemático GEOGEBRA.....	15
1.2.3 Concepto de coordenadas polares.....	16
1.2.4 Teorías de la educación.....	18
1.2.5 Teorías del aprendizaje.....	19
1.3 Definición de términos conceptuales.....	22
CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES.....	24
2.1 Formulación de hipótesis principales y derivadas.....	24
2.1.1 Hipótesis general.....	24
2.1.2 Hipótesis derivadas.....	24
2.2 Variables y definición operacional.....	25
2.2.1 Variable independiente.....	25
2.2.2 Variable dependiente.....	25
2.2.3 Dimensiones e indicadores de la variable independiente.....	26
2.2.4 Dimensiones e indicadores de la variable dependiente.....	27
2.2.5 Tratamiento de la variable independiente.....	29

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	30
3.1 Nivel de investigación.....	30
3.2 Diseño de investigación .....	30
3.3 Diseño muestral .....	31
3.3.1 Población .....	31
3.3.2 Muestra .....	32
3.4 Técnicas de recolección de datos.....	33
3.4.1 La técnica de encuesta y el instrumento cuestionario de conocimientos.....	33
3.5 Técnicas estadísticas para el procesamiento de la información .....	33
3.5.1 Confiabilidad de instrumentos .....	33
3.5.2 Técnicas estadísticas para la prueba de hipótesis.....	34
CAPÍTULO IV: RESULTADOS .....	35
4.1 Validación y confiabilidad de los instrumentos .....	35
4.1.1 Selección y validación de los instrumentos .....	35
4.1.2 Validez de los instrumentos de recolección de datos.....	36
Validez.....	36
4.2 Confiabilidad .....	36
4.2 Análisis descriptivo de datos.....	39
4.3.1 Prueba de normalidad.....	45
4.4 Prueba de hipótesis .....	46
4.4.1 Prueba de hipótesis general .....	46
CAPÍTULO V: DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	58
CONCLUSIONES .....	60
RECOMENDACIONES.....	62
FUENTES DE INFORMACIÓN .....	63
ANEXOS.....	67

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1: TABLA COMPARATIVA DE SOFTWARES GEOMÉTRICOS .....	14
TABLA 2: OPERACIONALIZACIÓN DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE: USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA.....	26
TABLA 3: OPERACIONALIZACIÓN DE LA VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE COORDENADAS POLARES.....	27
TABLA 4: VARIABLE INDEPENDIENTE: APLICACIÓN SOFTWARE MATEMÁTICO .....	29
TABLA 5: MUESTRAS POR GRUPOS DE LA POBLACIÓN DE INVESTIGACIÓN .....	32
TABLA 6: CRITERIO DE CONFIABILIDAD: VALORES SEGÚN GUILFORD.....	36
TABLA 7: RESUMEN DE LOS DATOS DE ENTRADA .....	38
TABLA 8: RESUMEN DE LOS DATOS DE SALIDA .....	39
TABLA 9: RESULTADOS DE EVALUACIONES .....	40
TABLA 10: COMPARACIÓN DE MEDIAS DE INICIO Y SALIDA .....	41
TABLA 11: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DEL GRUPO DE CONTROL .....	42
TABLA 12: RESULTADOS DE EVALUACIONES .....	43
TABLA 13: COMPARACIÓN DE MEDIAS DE INICIO Y SALIDA DE GRUPO EXPERIMENTAL .....	44
TABLA 14: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL .....	45
TABLA 15: PRUEBA DE NORMALIDAD SHAPIRO-WILK .....	45
TABLA 16: MUESTRAS INDEPENDIENTES .....	47
TABLA 17: MUESTRAS DEPENDIENTES .....	49
TABLA 18: MUESTRA DEPENDIENTES CON COORDENADAS POLARES.....	51
TABLA 19: DOS MUESTRAS DEPENDIENTES CON VOLÚMENES CON COORDENADAS POLARES.....	54
TABLA 20: PRUEBA Z PARA MEDIAS DE DOS MUESTRAS DEPENDIENTES PARA LA DIMENSIÓN APRENDIZAJE DE LONGITUD DE ARCO CON COORDENADAS POLARES....	56

## RESUMEN

En la presente tesis se determinó los efectos favorables del software matemático GEOGEBRA en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura; investigación de diseño experimental en la variante cuasi experimental con una muestra de 40 estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, a quienes se les aplicó dos instrumentos, al inicio y al final del ciclo 2018-I para medir el aprendizaje de coordenadas polares, dicha investigación nos permite acopiar la información y luego medir el efecto en la variable dependiente después del análisis de los resultados; se observa que el valor de  $z$  obtenido = - 12,27 se ubica en la zona de aceptación de la hipótesis general  $H_0$  propuesta para un nivel de significación (Hernández, et al, 2014. p. 306); por lo que las evidencias confirman que el grupo experimental superó al grupo de control en casi 5 puntuaciones y por consiguiente concluir que el uso del software matemático GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

**Palabras clave:** Software Geogebra, aprendizaje de coordenadas polares.

## **ABSTRACT**

In the present thesis it was determined that the effects of GEOGEBRA software in the learning of polar coordinates in the students of the Faculty of Engineering and Architecture; experimental design research in the quasi-experimental variant with a sample of 40 students from the Faculty of Engineering and Architecture of the University of San Martín de Porres, to whom two instruments were applied, at the beginning and at the end to measure the learning of coordinates polar, does not allow to collect the information and measure the effect on the dependent variable after the analysis of the results; It is observed that the z-value obtained = - 12.27 falls in the acceptance zone of the general  $H_0$  hypothesis proposed for a level of significance (Hernández, et al, 2014. p.306); therefore, the evidence confirms that the experimental group surpassed the control group in almost 5 scores and therefore conclude that the application of GEOGEBRA software significantly influences the learning of polar coordinates in Engineering and Architecture students.

**Keywords:** Geogebra software, learning polar coordinates.

## INTRODUCCIÓN

La presente tesis de grado titulada El software matemático geogebra y el impacto en el aprendizaje de coordenadas polares en estudiantes de ingeniería y arquitectura; fue ideada para verificar que la utilización del software matemático geogebra impacta favorablemente en el aprendizaje de coordenadas polares en estudiantes de ingeniería de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres.

Una preocupación constante de un buen maestro de matemática es lograr un aprendizaje significativo en sus estudiantes y en este afán idea estrategias que le permitan lograr este propósito. Actualmente estas estrategias deben estar acordes con el desarrollo tecnológico, el mundo que rodea al estudiante, sus necesidades e intereses. Al mismo tiempo el estudiante debe desarrollar competencias y capacidades las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere pertinentes a la situación

La tecnología surge como alternativa permitiendo utilizar el computador como medio de soporte para implementar actividades mediante el uso de programas o software computacionales.

La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana y el uso de la matemática nos permite entender el mundo que nos rodea. Es un

eje fundamental en el desarrollo de las sociedades y la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, y es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana. (MED, 2015, pp.8-11).

### Formulación del Problema

En la actualidad la enseñanza de matemática requiere de un diseño metodológico en donde el profesor articule los temas a impartir con un asistente matemático el cual logre consolidar las capacidades específicas para favorecer el aprendizaje de la asignatura.

Lamentablemente, la enseñanza en el área de matemática, se desarrolla de manera expositiva, teórica, utilizando estrategias algorítmicas, que exigen la memorización de procesos y fórmulas, así mismo el uso de materiales educativos se reducen al uso de tiza o plumón y en el mejor de los casos al uso de un texto como complemento.

Sin embargo, hoy en día las alternativas que se tienen para el desarrollo de la matemática son múltiples, considerando que vivimos en la era de la información y la tecnología, sin olvidar que los estudiantes de hoy utilizan en todo momento el lenguaje digital y para que se interesen por las opciones que les presentamos deberíamos estimar el uso de software educativos, que faciliten el aprendizaje y que supongan la aplicación de metodologías sencillas.

Fundamentalmente una de las deficiencias son la visualización espacial en las que se involucran funciones reales de varias variables y en la parte operativa es cuando se desea resolver problemas concernientes a la optimización matemática en las que tenemos que resolver problemas de nivel superior , la manipulación algebraica de ellas se hacen un tanto tediosas y finalmente cuando deseamos analizar las posiciones relativas entre rectas o planos y rectas nuestra perspectiva espacial se ve limitada.

Para el éxito del estudiante en el aprendizaje de límites, derivadas e integrales, así como el cálculo de áreas de funciones trascendentales como las coordenadas polares se proponen el uso del software matemático GEOGEBRA como herramienta procedimental para desarrollar el uso eficaz de capacidades específicas del tópico señalado.

Problema general.

¿En qué medida la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018?

Problemas específicos.

PE<sub>1</sub>. ¿En qué medida la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de gráficas de curvas con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018?

PE<sub>2</sub>. ¿En qué medida la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018?

PE<sub>3</sub>. ¿En qué medida la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018?

PE<sub>4</sub>. ¿En qué medida la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018?

Objetivos de la Investigación

Los objetivos propuestos pudieron brindarle al investigador una orientación para el fin planteado con el estudio realizado, puesto que, en este proceso, queda mostrado lo que se quiere lograr con la investigación, pues estos alcances pueden relacionarse directamente con el problema general y los problemas específicos propuestos. Debemos señalar que los objetivos de investigación ayudaron en determinar en parte las conclusiones del estudio.

## **Objetivo general**

Determinar que la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018

Objetivos específicos

- OE1.** Determinar que la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de gráficas de curvas con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018.
- OE2.** Determinar que la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018.
- OE3.** Determinar que la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018.
- OE4.** Determinar que la aplicación del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los alumnos de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres, Año 2018.

Justificación de la investigación

El uso de las nuevas tecnologías de información en la enseñanza de las matemáticas permite al estudiante explorar, inferir, hacer conjeturas, justificar, poner a prueba argumentos y de esta forma construir su propio conocimiento. Aquí el maestro se convierte en un facilitador que explora el conocimiento previo de los estudiantes y proporciona un ambiente adecuado para que el estudiante construya su propio conocimiento. El estudiante, por su parte, interactúa con el objeto de aprendizaje para lograr su objetivo. La tarea del profesor bajo estas situaciones será diseñar y presentar situaciones que apelando a las estructuras anteriores que el estudiante dispone, le permita asimilar y acomodar nuevos significados.

Este nuevo rol, exige una actividad mayor de parte del educador, pues es necesaria una constante creatividad de parte de éste. Los planes y programas de estudio señalan como propósitos fundamentales para los cursos de matemáticas, desarrollar en los estudiantes habilidades y conocimientos para adquirir un pensamiento crítico, reflexivo, flexible, capaz de realizar generalizaciones, clasificar, inducir, inferir, estimar numéricamente y resolver problemas.

Este estudio se justifica social y educativamente, porque los porcentajes de estudiantes desaprobados en el curso de Cálculo II en la Facultad de ingeniería y Arquitectura de la USMP son significativamente altos.

Los resultados del presente trabajo serán utilizados por los docentes e instituciones de educación superior, que deseen obtener resultados positivos en el uso adecuado de los programas matemáticos en la enseñanza del curso Cálculo I y II y por ende servirá de consulta para futuros trabajos de investigación.

Viabilidad de la investigación

La presente investigación es viable debido a que el software es una herramienta que se emplea bastante en el ambiente universitario, por ende, es muy innovador para trabajarlo con alumnos de educación superior.

La utilización de software educativo en el aula puede servir como un recurso al servicio del proceso educativo, diversificando diferentes fuentes de información y ofreciendo una plataforma gráfica de gran motivación e interés para los alumnos. Frente a las tradicionales clases -que se han basado hasta ahora en la exclusiva verbalización por parte de los profesores de temas a veces difícilmente explicables y observables visualmente con facilidad-, las diapositivas pueden ser un instrumento privilegiado como soporte de apoyo y auxiliar didáctico de los diferentes contenidos o áreas de trabajo.

Dentro del ámbito pedagógico se pretende fortalecer las prácticas pedagógicas que presentan los docentes, con la finalidad de promover nuevas experiencias innovadoras entre los docentes ya sea en materia de capacitación y formación con nuevas herramientas e instrumentos tecnológicos, procesos de enseñanza y aprendizaje en aulas inteligentes, o proyectos productivos orientados a mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje y obtener una mejor educación de calidad.

Limitaciones de la investigación.

Todo trabajo de investigación conlleva limitaciones que no se pueden evitar, pero que necesitan ser superadas para alcanzar con eficacia las metas propuestas y que son en sí, el fin u objetivo de todo estudio.

Entre las limitaciones que se presentarán en el desarrollo de la presente investigación se han establecido las siguientes:

- La dificultad de que en el aula de no se encontraba instalada el software Geogebra y en cada sesión que se realizó, debía instalarse y luego ser desinstalarse el software.
- La dificultad del desconocimiento del software, de parte de los alumnos.
- La dificultad de no contar con bibliografía sobre el software Geogebra en la biblioteca

En ese sentido, esta investigación está orientada a la utilización del software matemático Geogebra como soporte para el aprendizaje de coordenadas polares. La investigación realizada esta organizada en cinco capítulos que de manera breve se exponen; dosificada de la siguiente manera:

**El Capítulo I: Marco teórico:** Se incluyeron algunos antecedentes nacionales e internacionales relacionados con la investigación. Se han desarrollado las bases teóricas del software matemático geogebra, aprendizaje de coordenadas polares, bases psicopedagógicas.

**El Capítulo II Hipótesis y variables:** Se propusieron la hipótesis general y específica, la teorización de las variables y su operacionalización.

**En el Capítulo III: Metodología de la investigación:** Se abordó el nivel, diseño, población y muestra de la investigación además de las técnicas e instrumentos de toma de datos.

**En el Capítulo IV Resultados:** Se detalla el análisis de la información recopilada, tras la aplicación de los instrumentos de medición, tabulación, cuadros y gráficos, pruebas de hipótesis.

**En el capítulo V,** se detalla la discusión de los resultados obtenidos.

Finalmente; se presentan las conclusiones, recomendaciones, las fuentes de información utilizadas y los anexos.

## **CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO**

### **1.1 Antecedentes de la investigación:**

#### **1.1.1 Investigaciones nacionales**

**Chumpitaz** (2013), titula su tesis *La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediados por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería*. Los objetivos de la investigación son analizar las acciones de los estudiantes que instrumentalizan al GeoGebra en una secuencia de aprendizaje de la función definida por tramos y estudiar las acciones de los estudiantes cuando instrumentalizan la función definida por tramos en una secuencia de aprendizaje de esta función mediada por el GeoGebra. El tipo de investigación es cualitativa-experimental. La investigación se desarrolló con seis estudiantes del curso de Análisis Matemático I de las carreras de ingeniería de la universidad San Ignacio de Loyola. Como instrumentos se diseñaron fichas de trabajo con preguntas según la secuencia didáctica. Se concluye que, aunque se observa que en las últimas actividades de la secuencia de aprendizaje se conservaron las funciones adquiridas por algunas propiedades del GeoGebra como de la función definida por tramos, el proceso de instrumentalización de ambos instrumentos fue local es decir que alcanzaron el primer nivel de instrumentalización.

**Santos (2014)** en la tesis El modelo van hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso de GeoGebra, realizado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, para acceder al grado de Magister en enseñanza de las matemáticas, tuvo el objetivo de demostrar que el modelo razonamiento de Van Hiele mediado mediante Geogebra mejora los procesos de comprensión de los elementos de la circunferencia. El estudio fue de tipo cualitativo con método investigación acción considerando cuatro fases de desarrollo: diagnostico, acción, evaluación y reflexión. El investigador arribó a la conclusión que el GeoGebra permite que los estudiantes demuestren y expresen axiomas geométricos. Asimismo, hizo posible que los estudiantes manipulen diversas representaciones de los elementos de la circunferencia para su posteriormente explicarlas. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de GeoGebra, expuesta a través del modelo de Van Hiele, como estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje de nociones de geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

**Maguiña (2013)** en la tesis titulada Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele, realizado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, para acceder al grado de Magister en enseñanza de las matemáticas, tuvo como objetivo formular una estrategia didáctica para enseñar cuadriláteros utilizando el modelo de Van Hiele y la mediación del GeoGebra. El estudio fue de tipo cuantitativo y diseño cuasi experimental. La muestra fue de 10 estudiantes, siendo el instrumento una prueba diseñada para propósitos del estudio. El investigador arribó a la conclusión que el uso del modelo Van hiele con mediación de GeoGebra permite que los alumnos incrementen la utilización del lenguaje matemático; alcance mejor rendimiento para justificar y explicar respuestas basándose en evidencias teóricas; formulen ejemplos para el análisis de premisas y alcancen mejores criterios para describir cuadriláteros. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis

porque en el desarrollo considera los efectos de GeoGebra, expuesta a través del modelo de Van Hiele, como propuesta didáctica para mejorar el aprendizaje de nociones de geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano

**Pablo** (2016) Tesis titulada “Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la IE José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015”, Tesis para optar el grado de Doctor en Ciencias de la Educación en la UNE.

El objetivo en esta tesis consistió en verificar que al usar el programa GEOGEBRA influirá en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del nivel secundaria.

Su diseño fue cuasi experimental con evaluación entrada y salida. Los instrumentos de toma de datos fueron los cuestionarios.

Los resultados estadísticos en el Pos test evidencian que las hipótesis probadas mediante el estadístico paramétrico T de Student, donde  $T$  calculado = 3.939 es mayor que el  $T$  Crítico = 1,96; la cual valida la hipótesis general

### **1.1.2 Investigaciones internacionales**

**Daza López, L. (2012).** Interpretación de la factorización a través del uso del Geogebra. Trabajo de investigación para optar al título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín – Colombia. El autor describió y analizó procesos involucrados en la interpretación de la factorización, desde el punto de vista geométrico, ligado a un medio didáctico (Ambiente de Geometría Dinámica AGD, Geogebra), facilitando la enseñanza y aprendizaje de la matemática. La metodología de la investigación usada para llevar a cabo el análisis de la unidad didáctica, fue el método mixto, relacionado con el enfoque cualitativo y cuantitativo, con los enfoques analíticos y descriptivos, con población total los estudiantes matriculados en el 8º grado (secciones A, B, C, D) de la Institución Educativa Rafael Uribe con un total de 150 estudiantes. La muestra tomada incluyó 40 unidades

didácticas constituidas por tres actividades. Los instrumentos de recojo de datos fueron: Hojas de trabajo 12 (unidad didáctica realizada por los alumnos), y Tablas de registros de datos. No se presentó variables ni la operacionalización de las mismas.

**Barrazuera** (2014), titula su investigación El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra. El objetivo de la investigación es generar secuencias didácticas de aprendizaje basadas en la teoría socio-cognitiva para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante el software educativo libre GeoGebra. El estudio utiliza tanto el método cuantitativo como cualitativo y además se llevó a cabo con estudiantes que cursan el 2° año de bachillerato y docentes del área de matemática; siendo en total 25 estudiantes y 2 profesores. Como instrumentos se usaron encuestas dirigidas. Se concluye de la investigación que la aplicación de nuevos recursos didácticos como lo son las secuencias didácticas dentro del proceso de aprendizaje, resulta atractiva e interesante para los estudiantes. La utilización de un software educativo como lo es GeoGebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de GeoGebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad.

**Jarne** (2006). Tesis de grado titulada: “Nuevas tecnologías en un curso cero de Matemáticas Experimento del Departamento de Análisis Económico Universidad de Zaragoza España”, sostuvo que en función de las deficiencias en las bases matemáticas de los alumnos que ingresan a la Universidad con deficiencias en el aprendizaje que dificultan el trabajo docente se hace uso de las Tic en una plataforma web con un conjunto de unidades didácticas donde se exponen los conceptos básicos para seguir las asignaturas de matemáticas en estudios de carácter económico logrando un mejor autoaprendizaje de las matemáticas con el soporte de nuevas tecnologías. Este proyecto

tomado y financiado por la Universidad de Zaragoza bajo el nombre “acciones de innovación y mejora de la docencia” y “enseñanza semipresencial”.

**Enríquez (2014)** en la tesis titulada Análisis del conocimiento geométrico aplicando el modelo de van hiele con el uso del software GeoGebra, elaborado en la Universidad de la Fuerzas Armadas, Ecuador, para acceder al grado de Magister en enseñanza de la matemática, tuvo el objetivo de demostrar que el modelo de enseñanza de Van Hiele, así como el uso de GeoGebra mejora el rendimiento de Geometría. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo y diseño cuasi experimental. La muestra se constituyó con 36 estudiantes del Octavo Básico (control) y 28 del Noveno Básico (Experimental). El instrumento fue una prueba objetiva de geometría. El investigador arribó a la conclusión que los estudiantes expuestos a las estrategias de enseñanza con el modelo de Van Hiele y GeoGebra, aumentaron de significativamente su desempeño académico en Geometría. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera uso de GeoGebra para mejorar el conocimiento geométrico, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

## **1.2 Bases teóricas**

Las bases teóricas es la “fundamentación teórica dentro de la cual se enmarcará la investigación que va a realizarse”. Según (Bernal; 2006, pp. 124.128). Es decir, es una exposición de enfoques o teorías importantes, las herramientas utilizadas y otros aspectos oportunos y relevantes sobre el objeto de estudio de la investigación.

### **1.2.1 Software de geometría**

El software de geometría ha tenido gran impacto en la educación ya que gráficos complejos se pueden automatizar con facilidad y sobre todo con exactitud, por ésta razón en este apartado se va a realizar un análisis del principal software funcional. Los parámetros principales a comparar del

software de geometría, son los siguientes: graficación de expresiones algebraicas, graficas atractivas, facilidad de utilizar, entre otros. En la siguiente tabla se puede observar la comparación de algunos softwares geométricos más utilizados.

### **CABRI**

Se trata de un excelente programa diseñado para construir Geometría. Permite construir objetos geométricos, visualizarlos de forma dinámica, manipularlos, transformarlos y realizar medidas sobre ellos. Permite estudiar en el plano y ahora con Cabri 3D también en el espacio todo tipo de propiedades geométricas y lugares geométricos de forma sencilla e intuitiva. Muy fácil de utilizar para los alumnos. Es un programa fundamentalmente gráfico que funciona a través de un menú basado en botones para acceder a las distintas funciones.

### **GEOMETER'S SKETCHPAD**

Sketchpad no sólo es uno de los primeros, sino que también es reconocido como uno de los más potentes procesadores geométricos. Las características que lo distinguen, dentro de la amplia gama de software de geometría dinámica, son principalmente las posibilidades que brinda para graficar ecuaciones, insertar botones para controlar animaciones (incluso opciones de visualización como ocultar/ mostrar objetos) y la elaboración de guiones de las construcciones (Keypress, 2005).

### **CINDERELLA**

Procesador geométrico que tiene la ventaja de estar programado en Java, posee potentes algoritmos utilizando geometría proyectiva compleja, posee un comprobador automático de resultados y la posibilidad de realizar construcciones y visualizar en geometría esférica e hiperbólica.

## **GEOGEBRA**

Es un software libre de matemática, elaborado por Markus Hohenwarter y un equipo internacional dedicado a su desarrollo, desde sus inicios, disponible en español (Sarmiento, 2007). Geogebra contiene una gran cantidad de herramientas y su interface es amigable por lo que hace práctica la interacción con esta aplicación, a la cual se le puede dar un uso pedagógico no solo en la educación de nivel superior sino también a partir de la educación secundaria.

## **REGLA Y COMPÁS**

Regla y Compás es un programa que simula las construcciones de la geometría escolar con regla y compás. El programa usa Java y corre en casi todas las plataformas modernas. Además, se pueden editar las construcciones y las tareas para ser publicadas en la red. La interface usa estándares modernos y corre en español inglés, alemán, italiano, portugués, polaco y danés. El programa es gratuito y la fuente está disponible bajo una Licencia Pública GNU.

## **KIG**

Kig es una aplicación de código abierto. Esto significa que usted es libre de utilizarlo y modificarlo en la forma que más le convenga. La distribución de Kig está sujeto a algunas restricciones, básicamente que cualquier persona, al igual que usted o yo mismo, tiene los mismos derechos de utilización de Kig, lo que incluye las modificaciones que usted haga.

Los programas de software libre se desarrollan con un espíritu muy abierto y sus desarrolladores normalmente responden bien a los comentarios de los usuarios. Por lo tanto, si tiene cualquier pregunta, queja o comentario acerca de Kig, por favor, contacte con la lista de distribución de kde-edu usando la dirección de correo (kde-edu@kde.org).

**Tabla 1: Tabla comparativa de softwares geométricos**

	 Cabri	 Sketchpad	 Cinderella	 Geogebra	 RvC	 Kia
Plataformas	PC	PC	PC/MAC	PC/MAC	PC/MAC	PC
Sistemas operativos	WIN	WIN	WIN/LINUX/ Mac OS	WIN/LINUX/M ac OS	WIN/LINUX/M ac OS	LINUX
Licencia	Comercial	Comercial	Comercial	Gratuito	Gratuito	Gratuito

### RESUMEN DE PUNTAJES

	 Cabri	 Sketchpad	 Cinderella	 Geogebra	 RvC	 Kia
Manipulación de objetos	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
Tipos de objetos	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>6</b>	<b>10</b>
Comprobación de propiedades	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>6</b>
Construcciones incorporadas	<b>11</b>	<b>11</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>3</b>	<b>19</b>
Medición	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>6</b>
Ecuaciones y coordenadas	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>0</b>	<b>7</b>
Lugares geométricos (LG)	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Macros y revisión de la construcción	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
Exportación a páginas Web	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>0</b>
Formato y visualización de objetos	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>4</b>
Totales	<b>58</b>	<b>56</b>	<b>41</b>	<b>60</b>	<b>27</b>	<b>60</b>

Artículo originalmente publicado en <http://www.geometriadinamica.cl>

Autor: Rafael Miranda Molina. Profesor de matemática e informática educativa. Web master Geometría Dinámica I

Después de realizar la comparación del software de geometría, según **Rafael Miranda** autor de la tabla de comparación afirma que Geogebra y Kig son las principales aplicaciones de geometría que pueden ser utilizados de apoyo para la educación superior.

### **1.2.2 Programa matemático GEOGEBRA**

GEOGEBRA es un programa matemático que engloba geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo. Orientado a todos los niveles de formación y encaminado tanto para profesores como para estudiantes.

La Aplicación geométrica del Geogebra permite realizar trazos virtuales con puntos, vectores, rectas, ángulos, cónicas y funciones que luego pueden replantearse, según Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. (2009).

Para Pina (2011, p.4). GEOGEBRA es un programa libre para la matemática. Permite representar diversas perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y hojas de cálculo.

#### **1.2.2.1 Características del programa GEOGEBRA**

- Es un programa libre aplicada a la matemática.
- Es un software de geometría dinámica, es decir, permite construcciones de geometría elemental, donde los elementos se construyen y se definen por propiedades cualitativas no mediante ecuaciones y geometría analítica.
- Sus instrucciones analíticas admiten su uso como instrumento para el estudio de una presentación clásica de forma gráfica y de tratamiento de puntos notables: corte con los ejes coordenados, extremos de una función, función derivada, cálculo de una integral, etc.
  - Es de muy fácil manejo. El aprendizaje es muy sencillo, lo que no requiere de sesiones exclusivas de manejo del programa ni preparación de apuntes sofisticados.
  - Permite implantar coordenadas y ecuaciones de forma inmediata. Permite manipular con variables enlazadas a números, vectores y puntos; permite encontrar derivadas e integrales de funciones y

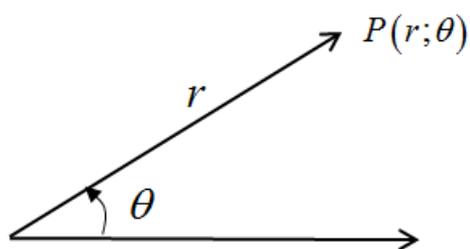
brinda una recopilación de instrucciones propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como raíces o valores extremos.

- Tiene realizado instrucciones de animación de funciones y de localización de máximos, mínimos, puntos de inflexión, función derivada, integral definida, recta tangente en un punto. También cabe la eventualidad de organizar construcciones geométricas fundamentales con regla y compás, para ilustraciones de triángulos y polígonos en general, construcción de cónicas, etc.
- Es un software portable, además, por ello, los estudiantes lo pueden instalar fácilmente en un USB.
- Este software se puede ejecutar en sistemas operativos Windows, Mac OS X, Linux o Solaris.

### 1.2.3 Concepto de coordenadas polares

Las coordenadas polares son sistemas coordenados bidimensionales en la que cada punto o posición en el plano está definido por un ángulo de giro y una distancia. Este método es útil en condiciones donde la dependencia entre puntos es sencilla de mostrar en procesos de ángulos y distancias.

El plano cartesiano con centro el origen se puede conceptualizar como un sistema de coordenadas polares de un punto  $P$  del plano, definidas por la distancia " $r$ " al centro de coordenadas, y el ángulo " $\theta$ " del vector de posición sobre el eje  $x$ .



### Conversión de un sistema de coordenadas rectangulares a polares

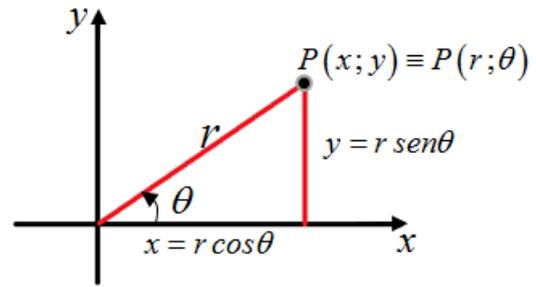
Sea un punto en el plano con coordenadas rectangulares  $(x, y)$ , se tiene que las coordenadas polares son:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \rightarrow \theta = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right)$$



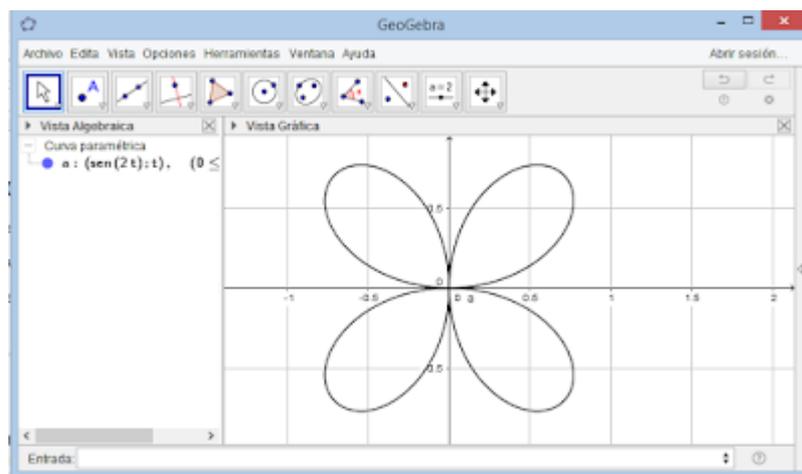
Las funciones que son de la forma  $r = \sin(b\theta)$  tienen como gráfica tipo flor. La cantidad de pétalos de dicha flor, depende del valor de  $b$ :

- Si  $b$  es par, la cantidad de pétalos es  $2b$ .
- Si  $b$  es impar, la cantidad de pétalos es  $b$ .

Las funciones del tipo  $r = \cos(b\theta)$  tienen un comportamiento idéntico a las del tipo  $r = \sin(b\theta)$  pero presentan un desfase de 90 grados.

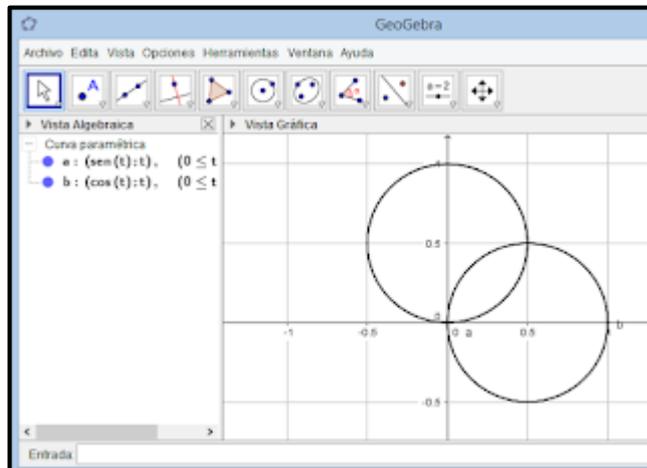
### Gráfica de funciones polares

- En lugar de la representar la gráfica con pares ordenados  $(x, y)$  se emplea una distancia al origen  $(r)$ , y un ángulo respecto al eje  $x$   $(\theta)$
- Ejemplo:  $r = \sin(2t)$ ,
- En el área de entrada, ingresar: **Curve[(sin(2\*t); t), t, 0, 2pi]**
- Y el resultado es:



- Se pueden graficar simultáneamente dos o más funciones.
- $r = \sin t$
- $r = \cos t$

- Se ingresa la definición de las funciones una por una:
- **Curve[(sin(t); t), t, 0, 2pi]**  
**Curve[(cos(t); t), t, 0, 2pi]**



#### 1.2.4 Teorías de la educación.

Rossi (2003, p.24). “La teoría de la educación es el conglomerado de proposiciones alternativas que el docente fórmula para detallar, explicar, optimizar e incluso predecir el hecho o fenómeno de la educación. Su rigurosidad tiene que ver con el hecho educativo considerado como ciencia, filosofía o técnica”. Establece tres tipos de la teoría de la educación:

**Teoría filosófica**, cuyo objetivo se orienta al conocimiento amplio, riguroso y reflexivo del fenómeno educativo.

**Teoría científica**, cuyo objetivo se orienta al conocimiento de aquella que en la educación es perceptible, verificable o probable.

**Teoría tecnológica**, los objetivos se orientan en los medios para viabilizar y optimizar la educación de calidad.

Por lo expuesto, podemos decir, que la educación “es un fenómeno social, esencialmente humano, que consiste en la previsión, transmisión, adquisición, construcción y generación de un conjunto de modelos a través de acciones sistemáticas o espontáneas realizadas por el

educador, educando y la comunidad educativa, orientadas por la concepción científica del mundo y del hombre y desarrolladas en el contexto real y científico”.

## **1.2.5 Teorías del aprendizaje.**

### **1.2.5.1. Concepto de aprendizaje**

Es un “proceso activo de construcción y reconstrucción. El aprendizaje se entiende como un proceso que conlleva una reconstrucción de que está en el sujeto, para interiorizar lo que le viene de afuera”.

Según *Moral (2010, p.128)*. El aprendizaje radica en “adquirir un repertorio de estrategias cognitivas y meta cognitivas que permita a los sujetos relacionar la nueva información (conceptos, procedimientos o actitudes) con los conocimientos previos, y organizar esta nueva información en una estructura ordenada de esquemas”. Según Estévez Nenninger, (2002), cita por Moral, C. (2010, p.128).

De lo expuesto, se asume que el aprendizaje necesita de una adecuada planificación de actividades, adecuado manejo y pertinente de conceptos, procedimientos y actitudes para hacer frente al planteamiento y solución de problemas en un contexto apropiado.

- ¿Cómo conseguir un aprendizaje adecuado?
- ¿Cuánto conocemos a los estudiantes?
- ¿Cuáles son las estrategias más adecuadas para conseguirlo?
- ¿Cómo produce el aprendizaje?
- ¿Cuáles son las evidencias que pueden ser considerados para verificar que el aprendizaje es significativo?

Para responder una serie de interrogantes planteadas, nos remitimos a la aportación de distintas teorías explicativas del aprendizaje. Se presenta una síntesis de los principios derivados de

la psicología de la educación relacionada con los postulados de la teoría del constructivismo.

#### **1.2.5.2. Teorías de aprendizaje.**

En este trabajo presentamos guías específicas de David Ausubel, Jean Piaget, Vygotsky y J. Bruner, grandes expertos de la psicología del progreso educativo durante finales del siglo. Para conocer cómo los autores mencionados afrontan la problemática de las relaciones entre los factores socio-culturales y el desarrollo cognitivo, interrelación clave en la explicación de la educación y la inclusión en la sociedad.

##### **Teoría de aprendizaje por estadios de Piaget**

El desarrollo de aprendizaje cognitivo, es una construcción continua que está marcada por el proceso de equilibración. Es solidario del progreso cognitivo del aprendiz. Este se da como resultado de la adaptación (reestructuración de los esbozos de asimilación existentes), a través de un proceso equilibrador asimilación/acomodación, aumentando su adaptación al entorno.

El aprendizaje se construye o asimilación involucra el nuevo conocimiento al antiguo y la acomodación a lo que no ha sido previsto.

##### **Teoría de aprendizaje sociocultural de Lev Vygotsky**

Vygotsky planteó la relación entre el pensamiento y el lenguaje. Es decir, el estudiante aprende del entorno socio cultural. Por ende, la sociedad modela el aprendizaje del aprendiz.

##### **Teoría de aprendizaje: El conectivismo**

Es un paradigma de la era digital, planteada y sostenida por George Siemens y por Stephen Downes. Se expone el aprendizaje en un mundo social digital en vertiginosa evolución. El modelo emplea el concepto de una malla con nodos y enlaces para detallar el aprendizaje.

Los estudiantes exploran y explican los ejemplos; éstos se ven afectados por la multiplicidad de las redes, la potencia de los lazos y su contexto

### 1.2.5.3 Curso de cálculo II

El curso de Cálculo II es un curso teórico- práctico. La intención de la asignatura es ofrecer al estudiante los conceptos y principios básicos de Matemáticas y sus aplicaciones en el mundo real, para que pueda desarrollarse en las áreas científicas y tecnológicas. El contenido del curso se distribuye en unidades de aprendizaje:

- I. Integrales Indefinidas-definidas: técnicas de integración, integrales impropias, integración numérica.
- II. Aplicaciones de la integral definida (físicas y geométricas.), integrales impropias, integración numérica.
- III. Funciones de dos variables: derivadas parciales.
- IV. Integrales múltiples y aplicaciones geométricas y mecánicas.
- V. Series: numéricas, de potencias, serie de Taylor, Maclaurin, aplicaciones.

#### **Objetivos de aprendizaje:**

- Analizar y aplicar métodos de integración para calcular áreas de diferentes regiones  
Planas.
- Calcular el volumen de un sólido de revolución.
- Analizar una función dado en coordenadas polares.
- Relacionar entre las funciones hiperbólicas y circulares

CUARTA SEMANA Primera sesión: Cálculo de áreas en coordenadas rectangulares casos. Segunda sesión: Coordenadas polares: transformación

entre coordenadas polares y cartesianas y viceversa gráficas en coordenadas polares. QUINTA SEMANA Primera sesión: Áreas en coordenadas polares Segunda sesión: Volumen de un sólido de revolución: Método del anillo, capas cilíndricas, casos SEXTA SEMANA Primera sesión: Volumen de sólidos cuyas secciones transversales se conocen, ejercicios de aplicación. Segunda sesión: Longitud de arco en coordenadas rectangulares, coordenadas paramétricas y coordenadas polares, ejercicios de aplicación SÉPTIMA SEMANA Primera sesión: Áreas de superficies de revolución en coordenadas rectangulares y en coordenadas paramétricas. Segunda sesión: Funciones hiperbólicas Seno y Coseno Hiperbólicos, Derivadas de Funciones Hiperbólicas Integrales de las Funciones Hiperbólicas.

### **1.3 Definición de términos conceptuales**

#### **Competencia matemática**

Es “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2003, p. 24)

## **Estrategias de enseñanza**

Son procedimientos que el docente utiliza para lograr aprendizajes en los estudiantes.

## **Software educativo**

Programas educativos llamados también didácticas tiene como fin servir de herramientas para apoyar la labor del docente y reforzar aprendizajes.

Coloma (2015)

## **CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES**

### **2.1 Formulación de hipótesis principales y derivadas**

#### **2.1.1 Hipótesis general**

El software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

#### **2.1.2 Hipótesis derivadas**

**H<sub>1</sub>**. El software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

**H<sub>2</sub>**. El software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

**H<sub>3</sub>**. El software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

**H<sub>4</sub>**. El software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura

## **2.2 Variables y definición operacional**

### **2.2.1 Variable independiente**

Variable independiente X: Usabilidad del software GEOGEBRA. Es todo aquel aspecto, hecho, situación, que se razona como “causa de” del aprendizaje.

### **2.2.2 Variable dependiente**

Variable dependiente Y: Aprendizaje de coordenadas polares. Es el resultado o efecto producido por la aplicación del software GEOGEBRA.

### **Operacionalización de variables**

Una vez reconocidas las variables objeto de estudio, es preciso conceptualizarlas y operacionalizarlas. Para Hernández, et al, (2006, p. 146). Operacionalizar variables consiste en descomponer una variable para lograr medir una variable.

### 2.2.3 Dimensiones e indicadores de la variable independiente

**Tabla 2: Operacionalización de la variable independiente: Uso del software GEOGEBRA**

V.I.	Dimensiones	Indicadores
<b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b> <b>USO DEL SOFTWARE GEOBRA</b>	<b>Performance</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diseño adecuado de imágenes, sonidos, mensajes</li> <li>- Interactividad del software educativo con el usuario.</li> <li>- Portabilidad</li> <li>- Idioma</li> <li>- Simulación</li> </ul>
	<b>Contenidos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Contenidos matemáticos del software educativo.</li> <li>- Contenidos matemáticos para la contextualización</li> <li>- Niveles de aplicabilidad matemática.</li> <li>- Contenidos para educación básica y superior</li> </ul>
	<b>Utilidad</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manejo sencillo</li> <li>- Entendimiento</li> <li>- Aplicabilidad</li> <li>- Uso en matemática y estadística</li> </ul>

**Fuente:** Elaboración propia

## 2.2.4 Dimensiones e indicadores de la variable dependiente

**Tabla 3: Operacionalización de la variable dependiente: Aprendizaje coordenadas polares**

V.D.	Dimensiones	Indicadores
<b>VARIABLE DEPENDIENTE</b> <b>Aprendizaje de coordenadas polares</b>	Aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entender el concepto de gráficas y curvas desde la noción intuitiva y la definición informal.</li> <li>• Análisis de una función.</li> <li>• Representar gráficamente las funciones polares</li> <li>• Analizar el concepto y las propiedades más importantes de las coordenadas polares.</li> </ul>
	Aprendizaje de de cálculo de áreas con coordenadas polares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar claramente conceptos de áreas o superficies de figuras geométricas.</li> <li>• Aplicar las reglas del cálculo de áreas con coordenadas polares</li> </ul>
	aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar claramente conceptos de volúmenes de figuras geométricas.</li> <li>• Aplicar las reglas de del cálculo de volúmenes con coordenadas</li> </ul>

---

polares

polares.

---

aprendizaje de  
longitud de  
arco con  
coordenadas  
polares

- Identificar claramente conceptos de longitud de arco de figuras geométricas.
  - Aplicar las reglas de uso y aplicabilidad de longitud de arco con coordenadas polares
-

## 2.2.5 Tratamiento de la variable independiente

**Tabla 4: Variable independiente: Aplicación software matemático  
GEOGEBRA**

Grupo experimental: alumnos				Grupo Control: alumnos			
Variable independiente	Proceso Etapas	Actividad	Control	Variable independiente	Proceso Etapas	Actividad	Control
<b>USO SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA</b>	Clases teóricas	- Definición Coordenadas polares	Lista de cotejo	<b>SIN USO SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA</b>	Clases teóricas	Definición Coordenadas polares	Lista de cotejo
	Clases prácticas	- Conversión de coordenadas rectangulares a polares	Lista de cotejo		Clases prácticas	- Conversión de coordenadas rectangulares a polares	Lista de cotejo
	Cases teórica-prácticas	- Gráfica de Funciones polares.	Lista de cotejo		Cases teórica-prácticas	- Gráfica de Funciones polares	Lista de cotejo
	Clases prácticas Con computadoras	- Ejemplo con Geogébra	Práctica dirigida		Clases prácticas	- Ejemplos sin geometra	Práctica dirigida
	Clases teóricas	- Áreas de figuras planas en coordenadas polares.	Lista de cotejo		Cases teórica-prácticas	- Áreas de figuras planas en coordenadas polares.	Lista de cotejo
	Clases prácticas	- Ejemplos con Geogébra	Lista de cotejo		Clases prácticas	- Ejemplos sin geometra	Lista de cotejo
	Cases teórica-prácticas		Práctica dirigida				Práctica dirigida
	Clases						
		prácticas Con computadoras	- Longitud de arco en coordenadas polares.  - Ejemplos con Geogébra		Lista de cotejo  Lista de cotejo  Práctica dirigida		Cases teórica-prácticas  Clases prácticas

## CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

### 3.1 Nivel de investigación

El nivel es el explicativo, ya que busca el porqué de los hechos causa-efecto, en nuestra investigación se busca los efectos (investigación experimental), mediante la prueba de hipótesis, Sus resultados y conclusiones constituyen el nivel más profundo de conocimientos.

### 3.2 Diseño de investigación

El diseño es cuasi experimental donde se aplica un pre test y pos test al grupo control o testigo y experimental . Según Hernández, et, al. (2006:193). “este diseño aplica pruebas pre y pos a los grupos que componen el experimento”

Se eligió dos grupos: Grupo Control (GC) y otro Grupo Experimental (GE).

El diseño se esquematiza de la siguiente manera:

	Pre prueba		Pos prueba
<b>GC:</b>	<b>O<sub>1</sub></b>	<b>-</b>	<b>O<sub>3</sub></b>
<b>GE:</b>	<b>O<sub>2</sub></b>	<b>X</b>	<b>O<sub>4</sub></b>

Dónde:

GC: Grupo de control, enseñanza sin software matemático Geogebra

GE: Grupo experimental, enseñanza con el software matemático Geogebra

X: Tratamiento del Software Geogebra

- : Tratamiento sin el Software Geogebra
- O<sub>1</sub>: Observación Inicial del Grupo Control
- O<sub>2</sub>: Observación Inicial del Grupo Experimental
- O<sub>3</sub>: Observación Final del Grupo Control
- O<sub>4</sub>: Observación Final del Grupo Experimental

El plan experimental se realizó de la siguiente forma:

1. Se eligió al grupo experimental de modo intencional por ser una muestra no probabilística. Los estudiantes Ingeniería Civil serán el grupo experimental y los estudiantes de Ingeniería industrial serán el grupo de control.
2. Después se elaboró las pruebas de conocimiento o test
3. Luego se hizo la validación de las pruebas de conocimientos para aplicarlos al grupo experimental y de control.
4. Se aplicará una prueba inicial a los grupos con el fin de conocer que elementos y competencias dominan los estudiantes.
5. Entre ambos grupos se desarrollarán las unidades teóricos y prácticos del curso de Cálculo II.
6. Al grupo experimental se aplicará, en las sesiones de clase, el software GEOGEBRA durante el tiempo del experimento.
7. Acabado el periodo del ciclo se utilizará entre ambos grupos una prueba final para percibir los resultados.

### **3.3 Diseño muestral**

#### **3.3.1 Población**

**Hernández**, et al. (2006, p. 238), La “población es el conjunto de individuos con características homogéneas”. Es el total de elementos que tienen características similares y sobre las cuales se va a inferenciar .

La población son todos los estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad San Martín de Porres que llevan el curso de Cálculo II del tercer ciclo de estudios.

Facultad de Ingeniería y arquitectura	N° de estudiantes
Ingeniería civil	40
Ingeniería industrial	40
<b>POBLACIÓN</b>	<b>80</b>

### 3.3.2 Muestra

El muestreo es no probabilístico e intencional, porque se seleccionó la muestra según criterio, ya que los grupos son intactos y ya conformados buscando que sea representativa, por lo que es necesario verificar las características de la población de estudio. Se sustenta por el diseño de investigación cuasi experimental propuesta puesto que se trabajará con dos grupos.

Según Hernández, et al. (2006, p. 262) “la elección de los sujetos no es al azar sino a decisión del investigador o grupo de investigadores que acopian los datos”.

**Tabla 5: Muestras por grupos de la población de investigación**

Facultad de Ingeniería y arquitectura	N° de estudiantes
Grupo experimental - Ingeniería civil	40
Grupo control - Ingeniería industrial	40

### 3.4 Técnicas de recolección de datos

Las técnicas e instrumentos de investigación, según Ñaupas, H. Mejía, E. Novoa, E. Villagómez, A. (2014, p. 201), son procedimientos y herramientas para el acopio de los datos e información necesarias para probar o contrastar las hipótesis. El cuestionario es un instrumento para acopiar los datos. Según Hernández, et al. (2006, p. 310). “Un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas de una o más variables a medir”.

Para el acopio de datos en el proceso de investigación se han considerado las siguientes técnicas e instrumentos:

#### 3.4.1 La técnica de encuesta y el instrumento cuestionario de conocimientos

La encuesta es una técnica de acopio de datos utilizada en la tesis de investigación.

Los instrumentos se enmarcan en cuestionarios o preguntas elaboradas con el propósito de evaluar las capacidades de coordenadas polares en el aprendizaje del curso de Cálculo II.

### 3.5 Técnicas estadísticas para el procesamiento de la información

El procesamiento de datos, se ha realizado mediante el uso de herramientas estadísticas con el apoyo de la computadora, utilizando programas informáticos estadísticos como SPSS. Versión 24. En el presente informe final presentamos el procedimiento mediante la descripción de las deducciones de la investigación.

#### 3.5.1 Confiabilidad de instrumentos

Se probará con el estadístico Kuder Richardson 20. Este procedimiento estadístico es para verificar la confiabilidad de los instrumentos a aplicar en pre prueba y pos prueba.

La fórmula de confiabilidad Kuder-**Richardson 20**:

$$kr20 = \frac{k}{k-1} \left[ \frac{S^2 - \sum p * q}{S^2} \right]$$

Dónde:

**S<sup>2</sup>** varianza total de los ítems o preguntas de la prueba

**p** proporción de respuestas correctas

**q** proporción de respuestas incorrectas

**k** número de ítems o preguntas de la prueba

### 3.5.2 Técnicas estadísticas para la prueba de hipótesis

Emplearemos la estadística descriptiva (posición y dispersión) porque los datos son

Cuantitativos y la estadística inferencial para probar las hipótesis utilizando para ello el estadístico paramétrico Z curva normal:

#### Elección de la prueba estadística

Dado que las varianzas son desiguales; además  $n > 30$ , entonces aplicamos la prueba estadística de **Z**. Con la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}}$$

Dónde:

$Z_c$  : "Z" calculado

$\bar{X}_1$  : Promedio del primer grupo

$\bar{Y}_2$  : Promedio del segundo grupo

$S_1^2$  : Varianza del primer grupo

$S_2^2$  : Varianza del segundo grupo.

n: Tamaño de la muestra del primer grupo

m: Tamaño de la muestra del segundo grupo.

## **CAPÍTULO IV: RESULTADOS**

### **4.1 Validación y confiabilidad de los instrumentos**

#### **4.1.1 Selección y validación de los instrumentos**

##### **Prueba de inicio**

La herramienta, prueba de inicio, está constituida por una prueba conceptual – procedimental, constituida por 5 ítems, 04 puntos cada ítem el cual mide el aprendizaje conceptual – procedimental del estudiante de la carrera de Ingeniería Civil para medir la variable dependiente en función de las dimensiones y de los indicadores.

##### **Prueba de salida**

La herramienta prueba de salida está constituida por: una prueba conceptual – procedimental, constituida por 5 ítems, 04 puntos cada ítem el cual mide el aprendizaje conceptual – procedimental del estudiante de la carrera de Ingeniería Civil para medir la variable dependiente en función de las dimensiones y de los indicadores.

#### 4.1.2 Validez de los instrumentos de recolección de datos

##### Validez

Según Sampieri, (1991: 243), “La validez se refiere al grado en que un instrumento mide realmente la variable que pretende medir”.

Se conceptualiza la validación de los instrumentos como la capacidad de las pruebas (pre test y pos test) para medir cualidades y por lo cual fueron contruidos.

#### 4.2 Confiabilidad

El criterio de confianza de los instrumentos es determinado por el estadístico Kuder-**Richardson 20**; de una sola administración y es aplicable en pruebas de conocimiento o cuando el instrumento tiene ítems dicotómicos con dos respuestas posibles. La confiabilidad es el nivel en que un instrumento es consistente al evaluar la variable de estudio. Está dada por las siguientes escalas:

**Tabla 6: Criterio de confiabilidad: Valores según Guilford**

Escala	Categoría
0 - 0,20	Muy Baja
0,21 - 0,40	Baja
0,41 - 0,60	Moderada
0,61 - 0,80	Alta
0,81 - 1	Muy Alta

La fórmula de confiabilidad Kuder-Richardson 20:

$$kr20 = \frac{k}{k-1} \left[ \frac{S^2 - \sum p * q}{S^2} \right]$$

Dónde:

**S<sup>2</sup>** varianza total de los ítems de la prueba

**p** proporción de respuestas correctas

**q** proporción de respuestas incorrectas

**k** número de ítems o preguntas de la prueba

Se aplicó el Software estadístico Excel 2016, para generar la formula Kuder-Richardson 20.

**a) Confiabilidad del pre test o prueba de Inicio**

El instrumento prueba de inicio se aplicó a una muestra piloto de 10 estudiantes del II ciclo de la carrera de Ingeniería Civil para ver el dominio en el aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal. (*Ver Tabla 6*)

**Tabla 7: Resumen de los datos de entrada**

Estudiante	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Total
1	1	1	1	1	1	5
2	1	1	0	0	0	2
3	1	1	1	1	1	5
4	0	0	1	1	0	2
5	1	1	1	1	1	5
6	1	1	1	1	1	5
7	0	1	1	1	1	4
8	1	0	0	0	0	1
9	0	1	1	1	1	4
10	1	0	0	0	0	1
Correctos	9	9	9	9	8	
p	0.60	0.60	0.60	0.60	0.53	Vt = 2.93333
q	0.40	0.40	0.40	0.40	0.47	
pq	0.24	0.24	0.24	0.24	0.25	Suma (pq)= 1.21
						KR20 = 0.62987

$$kr20 = \frac{k}{k-1} \left[ \frac{S^2 - \sum p^* q}{S^2} \right]$$

Reemplazando datos:  $Kr20 = 5/4 \times ((2,9-1,21) / 2,9) = 0,62$

### Comentario

El coeficiente Kuder Richardson 20 arroja 0,62, quiere decir que el instrumento presenta **alta confianza** por estar en la escala de 0,61 a 0,80. Por lo que el instrumento utilizado muestra consistencia interna y es aplicable.

### b) Confiabilidad del pos test o la prueba de Salida

El instrumento prueba de salida se aplicó a una muestra piloto de 10 estudiantes del III ciclo de la carrera de Ingeniería Civil para ver el dominio en el aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal. (Ver Tabla 8)

**Tabla 8: Resumen de los datos de salida**

Estudiante	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Total
1	1	0	1	1	1	4
2	0	1	0	0	0	1
3	1	1	1	1	1	5
4	0	0	1	1	0	2
5	1	1	1	1	1	5
6	1	1	1	1	1	5
7	0	1	1	1	1	4
8	1	0	0	0	0	1
9	0	1	1	1	1	4
10	1	0	0	0	0	1
Correctos	8	8	9	9	8	
p	0.53	0.53	0.60	0.60	0.53	Vt = 3.06667
q	0.47	0.47	0.40	0.40	0.47	
						Suma
pq	0.25	0.25	0.24	0.24	0.25	(pq)= 1.23
						KR20
						= 0.64286

$$kr20 = \frac{k}{k-1} \left[ \frac{S^2 - \sum p^* q}{S^2} \right]$$

Reemplazando datos:  $Kr20 = 5/4 \times ((3,06-1,23) /3,6) = 0,64$

### **Comentario**

El coeficiente Kuder Richardson 20 arroja 0,64, quiere decir que dicho instrumento presenta una alta confianza al estar ubicada en la escala de 0,61 a 0,80. Por lo tanto el instrumento es consistente e interno y es aplicable.

### **4.2 Análisis descriptivo de datos**

Las Tablas 9 y 10 son las deducciones de la aplicación de las pruebas de inicio y salida del grupo de control.

**Tabla 9: Resultados de evaluaciones**

<b>Alumno</b>	<b>Inicio</b>	<b>Salida</b>
1	12	14
2	10	11
3	12	14
4	12	13
5	7	14
6	10	13
7	13	12
8	12	15
9	12	11
10	11	15
11	12	13
12	8	14
13	7	13
14	13	11
15	12	13
16	11	15
17	10	16
18	12	16
19	13	15
20	11	16
21	12	12
22	10	17
23	8	14
24	10	16
25	10	13
26	7	3
27	11	12
28	12	11
29	11	12
30	12	12
31	10	11
32	13	13
33	15	12
34	12	12
35	11	14
36	8	14
37	10	11
38	11	11

39	12	13
40	11	14
<b>Media</b>	<b>10.9</b>	<b>13.025</b>

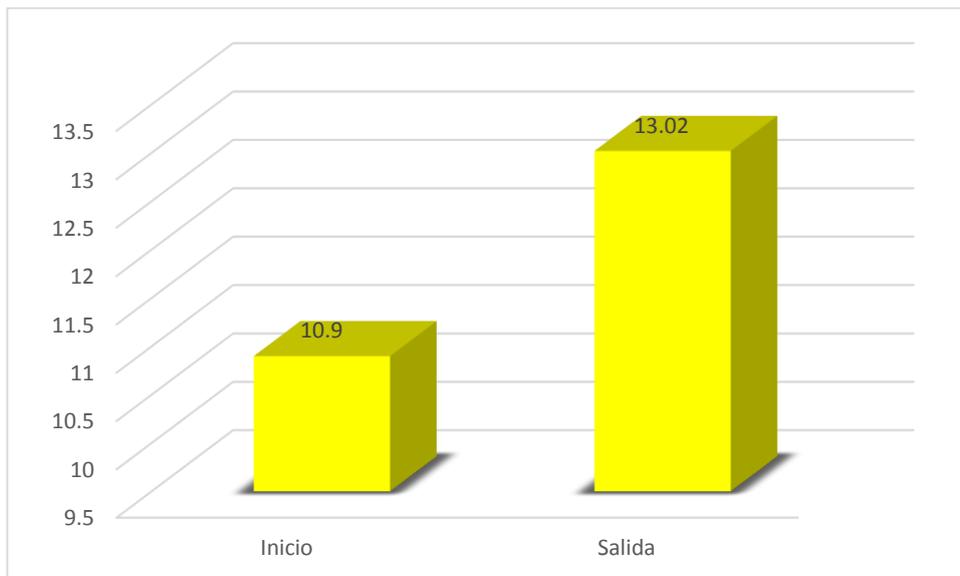
**Comentario:**

Se observa en la tabla 8, que la media de inicio del grupo de control, fue de 10,9 y la media de salida fue de 13,02.

**Tabla 10: Comparación de medias de inicio y salida**

<b>Grupo</b>	<b>Inicio</b>	<b>Salida</b>
Grupo Control	10,9	13,02

*Elaboración propia*



*Figura 1 : Analisis de comparación de medias del grupo Control en inicio y salida*

**Comentario:**

De acuerdo a la figura 1 mostrada, se puede observar una diferencia de medias de casi 2 puntos entre la prueba de salida y de inicio.

**Tabla 11: Estadísticos descriptivos del grupo de control**

Estadísticos descriptivos	GC Inicio	GC Salida
Media	10.9	13.025
Mediana	11	13
Moda	12	14
Desviación estándar	1.80881035	2.32585799
Varianza de la muestra	3.27179487	5.40961538
Rango	8	14
Mínimo	7	3
Máximo	15	17

**Tabla 12: Resultados de evaluaciones**

<b>Alumno</b>	<b>Inicio</b>	<b>Salida</b>
1	12	18
2	12	15
3	10	16
4	10	15
5	9	15
6	12	16
7	10	14
8	10	17
9	13	16
10	17	17
11	10	16
12	8	14
13	11	15
14	10	16
15	11	17
16	10	14
17	10	14
18	11	17
19	10	15
20	10	16
21	12	14
22	11	15
23	12	16
24	11	15
25	12	16
26	10	14
27	10	17
28	11	17
29	11	15
30	8	13
31	12	16
32	10	14
33	11	17
34	13	16
35	10	17
36	10	16
37	11	16

38	10	15
39	10	16
40	12	14
<b>Media</b>	<b>10.825</b>	<b>15.55</b>

**Comentario:**

Se observa en la tabla 12, que la media de inicio del grupo experimental, fue de 10,82 y la media de salida, luego de aplicar el software GEOGEBRA fue de 15,56 lo cual muestra que la influencia de la aplicación de software mejora el aprendizaje

**Tabla 13: Comparación de medias de inicio y salida de grupo experimental**

<b>Grupos</b>	<b>Inicio</b>	<b>Salida</b>
Grupo Experimental	10,82	15,55

Elaboración propia

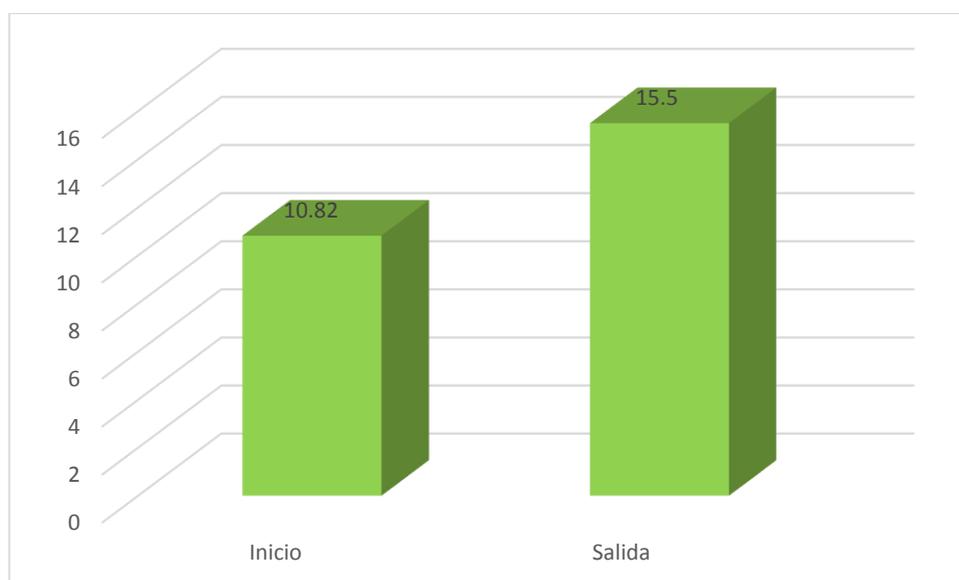


Figura 2 : Analisis de comparación de medias del grupo Experimental en inicio y salida

**Comentario:**

De acuerdo a la figura 2 mostrada, se puede observar una diferencia de medias de casi 5 puntos entre la prueba de salida y de inicio.

La tabla 13 y 14 ha sido obtenida de la tabulación de las calificaciones de los estudiantes de la carrera de Ingeniería Civil que es el grupo experimental tanto del Inicio y Salida.

**Tabla 14: Estadísticos descriptivos del grupo experimental**

Estadísticos descriptivos	GE Inicio	GE Salida
Media	10.825	15.55
Mediana	10.5	16
Moda	10	16
Desviación estándar o típica	1.51720898	1.17560677
Varianza de la muestra	2.30192308	1.38205128
Rango	9	5
Mínimo	8	13
Máximo	17	18

Fuente: Elaboración propia

#### 4.3.1 Prueba de normalidad

Antes de probar las hipótesis primeramente se determinará que los datos están distribuidos normalmente (estadística paramétrica) o que no están distribuidos normalmente (estadística no paramétrica). Para la cual se usará la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk ( $n < 50$ ).

**Tabla 15: Prueba de normalidad Shapiro-Wilk**

Pruebas de normalidad			
Shapiro-Wilk			
	Estadístico	Grado libertad	Sig.
GE_Inicio	0,879	40	0,064
GE_Salida	0,914	40	0,054

*Elaboración propia*

Para establecer si es simétrica la distribución de los datos de la muestra se tiene que establecer las siguientes hipótesis:

**H<sub>0</sub>:** Los datos muestrales proceden de una población normal. (sig. > 0,05)

**H<sub>1</sub>**: Los datos muestrales no proceden de una población normal. (sig.  $\leq 0,05$ )

Se determinó que los datos muestrales proceden de una población normal porque el sig.  $>0,05$  y por lo tanto se utilizará los estadísticos paramétricos para la contratación de la hipótesis, en nuestro caso la Z curva normal.

#### 4.4 Prueba de hipótesis

El estadístico paramétrico para probar las hipótesis fue la comparación de medias utilizando la prueba Z curva normal.

Comparación de medias:

X1: grupo experimental al inicio o pre test

X2: grupo experimental en la Salida o pos test

La diferencia de medias es:  $X2 - X1 = 15,55 - 10,8 = 4,7 = 5$

La diferencia de medias es significativa.

##### 4.4.1 Prueba de hipótesis general

###### a) Planteamiento de la hipótesis

H<sub>g</sub>: El software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura

H<sub>0</sub>: El software GEOGEBRA no impacta en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes.

###### b) Nivel de Confianza permitido

95%

###### c) Nivel de Significancia permitido

$\alpha = 0.05 = 5\%$  (una cola)       $\alpha/2 = 0,025$  (2 colas)

###### d) Elección del Estadístico paramétrico

Como las varianzas son desiguales; además  $n > 30$ , entonces aplicamos la

siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}}$$

Dónde:

$Z_c$  : "Z" calculado

$\bar{X}_1$  : Media del primer grupo

$\bar{Y}_2$  : Media del segundo grupo

$S_1^2$  : Varianza del primer grupo

$S_2^2$  : Varianza del segundo grupo.

n: Tamaño de la muestra del primer grupo

m: Tamaño de la muestra del segundo grupo.

**Tabla 16: Muestras independientes**

<i>Prueba Z para dos muestras suponiendo varianzas desiguales</i>		
	<i>GC Salida</i>	<i>GE Salida</i>
Media	13.025	15.55
Varianza (conocida)	5.4	1.38
Observaciones	40	40
Diferencia hipotética de las medias	2.53	
z	-12.278245	
P(Z<=z) una cola	0	
Valor crítico de z (una cola)	1.64485363	
Valor crítico de z (dos colas)	0	
Valor crítico de z (dos colas)	1.95996398	

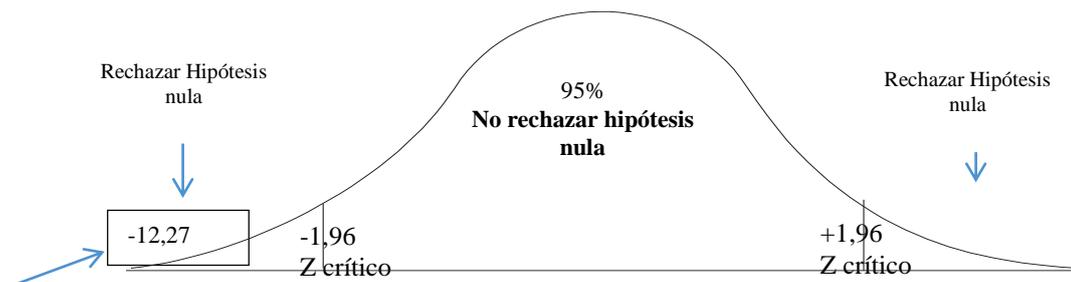
De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se visualiza los estadígrafos  $Z$  obtenido y  $Z$  crítico, a partir de los datos de los grupos independientes (control y experimental) en la salida.

Se obtiene el valor de  $Z$  obtenido = - 12,27; y el valor de  $Z$  crítico=  $\pm$  1,96

Luego: Como:  $|Z$  obtenido  $>$   $|Z$  crítico , para (2 colas)

Es decir:  $|-12,27| > |1,96| \rightarrow 12,27 > 1,96$

Gráficamente:



Z obtenido

El valor de z obtenido= - 12,27 se ubica en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que se acepta la hipótesis general  $H_g$  propuesta para el nivel de significación.

### e) Conclusión

A partir del análisis realizado, se evidencia que el del software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

#### 4.4.1.1 Prueba de hipótesis específica 1

##### a) Planteamiento de la hipótesis

$H_1$ . El software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

$H_0$ . El software GEOGEBRA no impacta en el aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura

##### b) Nivel de confianza permitido

95%

##### c) Nivel de significancia permitido

$\alpha = 0.05 = 5\%$  (una cola)       $\alpha/2 = 0,025$  (2 colas)

##### d) Elección del estadístico paramétrico

Como las varianzas son distintas; además  $n > 30$ , entonces aplicamos

la

siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}}$$

Dónde:

$Z_c$  : "z" calculado

$\bar{X}_1$  : Media del primer grupo

$\bar{Y}_2$  : Media del segundo grupo

$S_1^2$  : Varianza del primer grupo

$S_2^2$  : Varianza del segundo grupo.

n: Tamaño de la muestra del primer grupo

m: Tamaño de la muestra del segundo grupo

**Tabla 17: Muestras dependientes**

<i>Prueba Z para medias de dos muestras dependientes para la dimensión aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares</i>		
	<i>GE Inicio</i>	<i>GE Salida</i>
Media	10.51	16.01
Varianza (conocida)	2.1	1.27
Observaciones	40	40
Diferencia hipotética de las medias	5.5	
z	-30.123452	
P(Z<=z) una cola	0	
Valor crítico de z (una cola)	1.64485363	
Valor crítico de z (dos colas)	0	
Valor crítico de z (dos colas)	1.95996398	

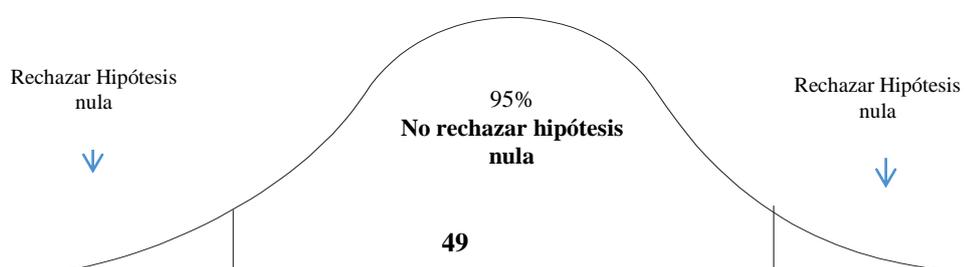
De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se visualiza los estadígrafos  $Z$  obtenido y  $Z$  crítico, a partir de los datos de los grupos independientes (control y experimental) en la salida.

Se obtiene el valor de  $Z$  obtenido = - 30,12; y el valor de  $Z$  crítico=  $\pm$  1,96

Luego: Como:  $|Z$  obtenido  $>$   $|Z$  crítico , para (2 colas)

Es decir:  $|-30,12| > |1,96| \rightarrow 30,12 > 1,96$

Gráficamente:





El valor de z obtenido = - 30,12 se ubica en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que se acepta la hipótesis específica  $H_1$  propuesta para el nivel de significación.

### e) Conclusión

A partir el análisis realizado, se evidencia que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

#### 4.4.1.2 Prueba de hipótesis específica 2

##### a) Planteamiento de la hipótesis

$H_2$ : El software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

$H_0$ : El software GEOGEBRA no impacta en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

##### b) Nivel de confianza permitido

95%

##### c) Nivel de significancia permitido

$\alpha = 0.05 = 5\%$  (una cola)       $\alpha/2 = 0,025$  (2 colas)

##### d) Elección del estadístico paramétrico

Como las varianzas son distintas; además  $n > 30$ , entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}}$$

Dónde:

$Z_c$  : “z” calculado

$\bar{X}_1$  : Media del primer grupo

$\bar{Y}_2$  : Media del segundo grupo

$S_1^2$  : Varianza del primer grupo

$S_2^2$  : Varianza del segundo grupo.

n: Tamaño de la muestra del primer grupo

m: Tamaño de la muestra del segundo grupo.

**Tabla 18: Muestra dependientes con coordenadas polares**

<i>Prueba z para medias de dos muestras dependientes para la dimensión aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares</i>		
	<b>GE Inicio</b>	<b>GE Salida</b>
Media	10.02	15.05
Varianza (conocida)	2.1	1.56
Observaciones	40	40
Diferencia hipotética de las medias	5.03	
z	-32.13421	
P(Z<=z) una cola	0	
Valor crítico de z (una cola)	1.64485363	
Valor crítico de z (dos colas)	0	
Valor crítico de z (dos colas)	1.95996398	

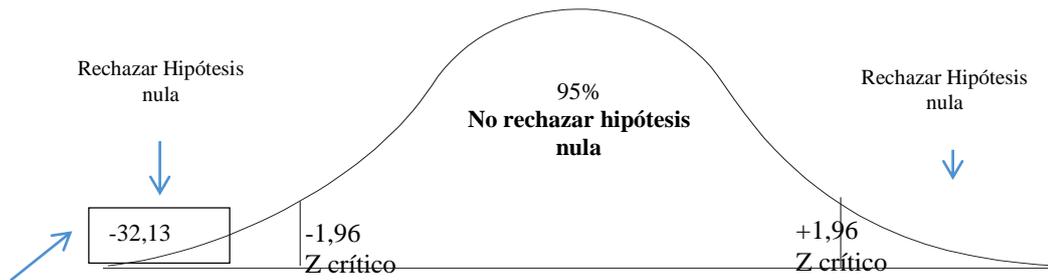
De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se visualiza los estadígrafos  $Z_{\text{obtenido}}$  y  $Z_{\text{crítico}}$ , a partir de los datos de los grupos independientes (control y experimental) en la salida.

Se obtiene el valor de  $Z_{\text{obtenido}} = -32,13$ ; y el valor de  $Z_{\text{crítico}} = \pm 1,96$

Luego: Como:  $|Z_{\text{obtenido}}| > |Z_{\text{crítico}}|$ , para (2 colas)

Es decir:  $|-32,13| > |1,96| \rightarrow 32,13 > 1,96$

Gráficamente:



$Z_{\text{obtenido}}$

El valor de  $z_{\text{obtenido}} = -32,13$  cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que se acepta la hipótesis alterna  $H_2$  propuestas para cualquier nivel de significación.

### e) Conclusión

A partir el análisis realizado, se evidencia que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

#### 4.4.1.3 Prueba de hipótesis específica 3

##### a) Planteamiento de la Hipótesis

$H_3$ : El software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

H<sub>0</sub>: El software GEOGEBRA no impacta en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

**b) Nivel de Confianza permitido**

95%

**c) Nivel de Significancia permitido**

$\alpha = 0.05 = 5\%$  (una cola)       $\alpha/2 = 0,025$  (2 colas)

**d) Elección del Estadístico paramétrico**

Como las varianzas son distintas; además  $n > 30$ , entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}}$$

*Donde:*

$Z_c$  : "z" calculado

$\bar{X}_1$  : Media del primer grupo

$\bar{Y}_2$  : Media del segundo grupo

$S_1^2$  : Varianza del primer grupo

$S_2^2$  : Varianza del segundo grupo.

n: Tamaño de la muestra del primer grupo

m: Tamaño de la muestra del segundo grupo.

**Tabla 19: Dos muestras dependientes con volúmenes con coordenadas polares**

<i>Prueba z para medias de dos muestras dependientes para la dimensión aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares</i>		
	<i>GE Inicio</i>	<i>GE Salida</i>
Media	11.612	15.78
Varianza (conocida)	1.9	1.45
Observaciones	40	40
Diferencia hipotética de las medias	4.17	
z	-30.145667	
P(Z<=z) una cola	0	
Valor crítico de z (una cola)	1.64485363	
Valor crítico de z (dos colas)	0	
Valor crítico de z (dos colas)	1.95996398	

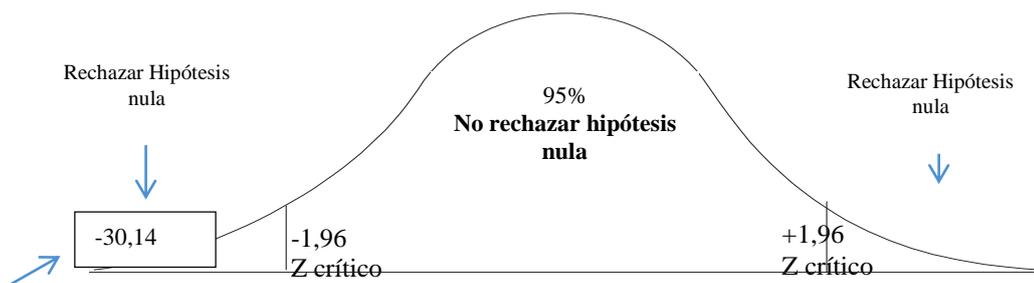
De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se visualiza los estadígrafos  $Z_{obtenido}$  y  $Z_{crítico}$ , a partir de los datos de los grupos independientes (control y experimental) en la salida.

Se obtiene el valor de  $Z_{obtenido} = -30,14$ ; y el valor de  $Z_{crítico} = \pm 1,96$

Luego: Como:  $|Z_{obtenido}| > |Z_{crítico}|$ , para (2 colas)

Es decir:  $|-30,14| > |1,96| \rightarrow 30,14 > 1,96$

Gráficamente:



$Z_{obtenido}$

El valor de  $z$  obtenido =  $-30,14$  cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que se acepta la hipótesis específica  $H_3$  propuestas para cualquier nivel de significación.

## e) Conclusión

A partir del análisis realizado, se evidencia que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

### 4.4.1.4 Prueba de hipótesis específica 4

#### a) Planteamiento de la Hipótesis

$H_4$  : El software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

$H_0$  : El software GEOGEBRA no impacta en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

#### b) Nivel de Confianza permitido

95%

#### c) Nivel de Significancia permitido

$\alpha = 0.05 = 5\%$  ( una cola)                       $\alpha/2 = 0,025$  (2 colas)

#### d) Elección del Estadístico paramétrico

Como las varianzas son distintas; además  $n > 30$ , entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}}$$

*Dónde:*

$Z_c$  : “t” calculado

$\bar{X}_1$  : Media del primer grupo

$\bar{Y}_2$  : Media del segundo grupo

$S_1^2$  : Varianza del primer grupo

$S_2^2$  : Varianza del segundo grupo.

$n$  : Tamaño de la muestra del primer grupo

**Tabla 20: Prueba z para medias de dos muestras dependientes para la dimensión aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares**

	<i>GE Inicio</i>	<i>GE Salida</i>
Media	10.921	15.92
Varianza (conocida)	2.7	1.34
Observaciones	40	40
Diferencia hipotética de las medias	5	
z	-29.23434	
P(Z<=z) una cola	0	
Valor crítico de z (una cola)	1.64485363	
Valor crítico de z (dos colas)	0	
Valor crítico de z (dos colas)	1.95996398	

De acuerdo al resultado del procesamiento obtenido se visualiza los estadígrafos

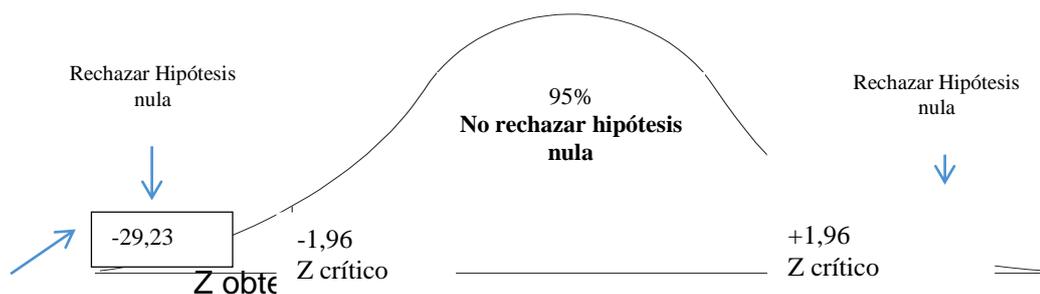
$Z$  obtenido y  $Z$  crítico, a partir de los datos de los grupos independientes (control y experimental) en la salida.

Se obtiene el valor de  $Z$  obtenido = - 29,23; y el valor de  $Z$  crítico=  $\pm 1,96$

Luego: Como:  $|Z$  obtenido  $> |Z$  crítico , para (2 colas)

Es decir:  $|-29,23| > |1,96| \rightarrow 29,23 > 1,96$

Gráficamente:



El valor de  $z$  obtenido = - 29,23 cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que se acepta la hipótesis específica  $H_4$  propuestas para cualquier nivel de significación.

#### **e) Conclusión**

A partir el análisis realizado, se evidencia que el software GEOGEBRA i impacta en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura.

## CAPÍTULO V: DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de la presente investigación, expresan que el software GEOGEBRA impacta positivamente en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres.

La prueba Inicial o pre test muestra una media baja en el conocimiento y manejo de conceptos porque ambos grupos no conocen todavía la temática o los tópicos de coordenadas polares.

La prueba final o post test muestra una mejoría en el conocimiento y manejo de conceptos por parte de ambos grupos. El grupo experimental evidencia un aumento en el valor medio de los puntajes, llegando a ser 15,5 evidenciando un nivel aceptable.

Las pruebas de hipótesis fueron favorables en la general y las específicas, arrojan datos cuantificables evidenciables, de esta forma en concordancia también con las conclusiones de:

**Pablo** (2016) Tesis titulada *Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la*

*IE José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015*, Tesis para optar el grado de Doctor en Ciencias de la Educación en la UNE.

El objetivo de la tesis verificó que al usar el programa GEOGEBRA influirá en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del nivel secundaria. Su diseño fue cuasi experimental con evaluación entrada y salida. Los instrumentos de toma de datos fueron los cuestionarios.

El resultado estadístico en el Pos test detalla que el grupo experimental obtiene una mejor media en comparación al grupo de control, lo que evidencia que el uso del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes, se evidencia las hipótesis probadas mediante el estadístico paramétrico T de Student, donde  $T_{\text{calculado}} = 3.939$  es mayor que el  $T_{\text{Crítico}} = 1,96$  la cual valida la hipótesis general.

Por lo que afirmamos en esta discusión, el del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de las coordenadas polares.

## CONCLUSIONES

1. **Primero.** Al 95% de nivel de confianza se concluyó que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura; tal como se evidenció con el contraste de hipótesis ( $Z$  calculado= -12,77 cae en la zona de aceptación de la Hipótesis General) y la discusión de resultados.
2. **Segundo.** Al 95% de nivel de confianza se concluyó que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de graficas de curvas con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura; tal como se evidenció con el contraste de hipótesis ( $Z$  calculado = -30,12 cae en la zona de aceptación de la Hipótesis específica  $H_1$ ) y la discusión de resultados.
3. **Tercero.** Al 95% de nivel de confianza se concluyó que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de cálculo de áreas con coordenadas polares en estudiantes de Ingeniería y Arquitectura; tal cómo se evidenció con el contraste de hipótesis ( $Z$  calculado = - 32,13 cae en la zona de aceptación de la Hipótesis específica  $H_2$ ) y la discusión de resultados.
4. **Cuarto.** Al 95% de nivel de confianza se concluyó que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de cálculo de volúmenes con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura; tal como se evidenció con el contraste de hipótesis ( $Z$  calculado = - 30,14 cae en la zona de aceptación de la Hipótesis específica  $H_3$ ) y la discusión de resultados.

5. **Quinto.** Al 95% de nivel de confianza se concluyó que el software GEOGEBRA impacta en el aprendizaje de longitud de arco con coordenadas polares en los estudiantes de Ingeniería y Arquitectura; tal como se evidenció con el contraste de hipótesis ( $Z$  calculado = - 29,23 cae en la zona de aceptación de la Hipótesis específica H4) y la discusión de resultados.

## RECOMENDACIONES

1. Las Facultades, en coordinación con el docente especialista de software programe talleres para replicar a los otros docentes de Matemática el uso del software y la aplicación de software educativo GEOGEBRA para mejorar el aprendizaje de la Matemática.
2. Existen diferentes formas de enseñanza y aprendizaje de la Matemática y que el medio virtual a través del TIC es una opción.
3. La aversión a las matemáticas se arrastra desde la educación básica, ya sea por la metodología empleada por el docente o el desconocimiento del alumno en usar otras alternativas de aprendizaje como las Tic.
4. Capacitar a los docentes en las nuevas tecnologías de información TIC, para mejorar su desempeño profesional. Sobre todo, en estos momentos en que la educación viene atravesando por una seria crisis estructural de calidad. En la medida que se mejora el nivel de desempeño del docente se mejorará la calidad del aprendizaje de los estudiantes

## FUENTES DE INFORMACIÓN

1. Albero, M. (2002). *Adolescentes e Internet. Mitos y realidades de la sociedad de la información*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado de [http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/williamsoler/adolescencia\\_e\\_internet.pdf](http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/williamsoler/adolescencia_e_internet.pdf)
2. Arratia, O., Jañes, L. y Pérez, T. (2005). En su trabajo, *Matemáticas y Nuevas Tecnologías: Educación e Investigación con Manipulación Simbólica*, Dpto. de Matemática Aplicada a la Ingeniería Universidad de Valladolid. España
3. Barnett, R. (2001) *Los límites de la competencia. El conocimiento, la educación superior y la sociedad*. Barcelona: Gedisa.
4. Beltrán, J. (1996) *Procesos, Estrategias y Técnicas de Aprendizaje*. Madrid: Editorial Síntesis.
5. Cabrajos, R. (2011) En su tesis titulada, *Uso del software google earth para la mejora del aprendizaje de la geografía en los estudiantes de la Universidad Nacional de educación Enrique Guzmán y Valle*.
6. Carrillo A. Y Llamas I. (1994). *Derive. Aplicaciones matemáticas para PC*. Madrid: Rama.
7. Castillo, Y. (2015). *Teorías Cognitivas*. Republica Dominicana. Recuperado de <https://www.monografias.com/trabajos107/teorias-cognitivistas/teorias-cognitivistas.shtml>
8. Castro, I. (1992) *Cómo hacer matemáticas con derive*. Colombiana: Reverté.
9. Cortez, I. y Goatache, Y. (2004) realizaron una investigación, *Curso de Matemática Asistido con Derive*, una experiencia en la Facultad de Agronomía Universidad Central de Venezuela
10. Del Rio, P. (1990). *Infancia y Aprendizaje*. Journal for the Study if Education and delopment. Universidad Complutense de Madrid.

11. Díaz, A. (2005). El profesor de educación superior frente a las demandas de los nuevos debates educativos. *Revista Perfiles Educativos* 27(108). México.
12. Díaz, M. (2005) *Cambio de paradigma metodológico en la Educación Superior*. España. Universidad de Ovidio.
13. Francia, A. (sin fecha) Desde la Subjetividad Pedagógica Tradicional a la Virtual. *Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)*. Universidad Nacional de La Pampa. Argentina
14. García, A., Martínez, A. y Miñano, R. (1995) *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Síntesis.
15. Gamboa, R. (2007). Costa Rica en su artículo de investigación: *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas*.
16. Gonzales, A. (2006) *La generalización de la integral definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica utilizando entornos informáticos. Problemas de enseñanza y aprendizaje* (tesis doctoral) Universidad de La Laguna España.
17. González, A., (1995) *Matemáticas con DERIVE en la economía y la empresa*, Inglaterra: Rama.
18. Pizarro, R. (2009). Argentina en su tesis de Magister en *Tecnología Informática Aplicada en Educación*. Buenos Aires: UNLP.
19. Jarne, G. (2006). Realizó una investigación titulada; *Nuevas tecnologías en un curso cero de Matemáticas Experimento del Departamento de Análisis Económico Universidad de Zaragoza España*.
20. Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. 6ta edición. Perú: Mc Graw Hill/Interamericana
21. Naval, C., Sádaba, C. y Bringue, X. (2003). *Impacto de las tecnologías de la información de la comunicación (TIC) en las relaciones sociales de los jóvenes navarros*. España: Universidad de Navarra
22. Ñaupas, H. Mejía, E. Novoa, E, Villagómez, A. (2014). *Metodología de la investigación científica y asesoría de tesis. (2ª. Edición)*. Lima: Ediciones de la UNMSM
23. Ortega, P. Sanz, P. , Vásquez, F. (1998) *Problemas de álgebra lineal: cuestiones, ejercicios y tratamiento en DERIVE*, Madrid: Prentice Hall.

24. Pablo, M (2016). Tesis de grado titulada *Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015*. Para optar el grado de Para optar al Grado Académico de Doctor en Ciencias de la Educación en la UNE
25. Pozo, J. (2006). *Teoría Cognitiva del Aprendizaje*. Editorial Morata. España.
26. Ramirez, C. (2002). La formación de docentes en espacios educativos virtuales. Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.
27. Rodríguez, J. y Sáez, O. (1995) *Tecnología Educativa. Nuevas Tecnologías Aplicadas a la educación*. Alcoy, Marfil
28. Sánchez, M. (2014) *Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje*. Revista de Investigación Educativa. Universidad Internacional de la Rioja
29. Siemens, G. (2004). Conectivismo: Una teoría del Aprendizaje para la era Digital. Recuperado de [http://www.comenius.cl/recursos/virtual/minsal\\_v2/Modulo\\_1/Recursos/Lectura/conectivismo\\_Siemens.pdf](http://www.comenius.cl/recursos/virtual/minsal_v2/Modulo_1/Recursos/Lectura/conectivismo_Siemens.pdf)
30. Terrero, J. y Pérez, O. (2010). en su trabajo; *Propuesta didáctica para la enseñanza del tema funciones a través de la de utilización de estrategias meta cognitivas y el uso del Derive*.
31. Valdez, A. (2012). Teorías educativas y su relación con las tecnologías de la información y comunicación (TIC). México: UNAM.
32. Ventura, A. (2011). Estilos de aprendizaje y prácticas de enseñanza en la universidad: Un binomio que sustenta la calidad educativa. *Perfiles educativos*, 33 (spe) 142-154. Recuperado , de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982011000500013&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982011000500013&lng=es&tlng=es).
33. Wood, J., Brunner, J. y Ross, G. (1976).” The role of Tutoring in problem solving “En: *Journal of child Psychology and psychiatry*, 17 (2), 89-100
34. Barraza, J. (2014). *El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra*. Recuperada de: <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20824/1/tesis.pdf>

35. Bello, J. (2013). *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Recuperada de:  
[http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4737/BELLO\\_DURAND\\_JUDITH\\_MEDIACION\\_SECUNDARIA.pdf?sequence=1](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4737/BELLO_DURAND_JUDITH_MEDIACION_SECUNDARIA.pdf?sequence=1)
36. Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.* Recuperada de:  
file:///C:/Users/dannyzeta/Downloads/visualizacion-y-razonamiento-en-las-construcciones-geometricas-utilizando-el-software-geogebra-con-alumnos-de-ii-de-magisterio-de-la-enmpn%20(1).pdf
37. Chumpitaz (2013). *La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería*. Recuperada desde:  
[file:///C:/Users/dannyzeta/Downloads/CHUMPITAZ\\_MALPARTIDA\\_LUIS\\_GENESIS\\_GEOGEBRA.pdf](file:///C:/Users/dannyzeta/Downloads/CHUMPITAZ_MALPARTIDA_LUIS_GENESIS_GEOGEBRA.pdf)
38. Echevarría (2015). *Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria*. Recuperada de:  
[http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6756/ECHEVARRIA\\_ANAYA\\_JULIO\\_ESTUDIO.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6756/ECHEVARRIA_ANAYA_JULIO_ESTUDIO.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
39. Mauricio Andrés Mosquera Ríos, Sandra Juliana Vivas Idrobo. *Análisis comparativo de software matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial*. Recuperado desde:  
<http://oaji.net/articles/2017/5027-1525739010.pdf>

## ANEXOS

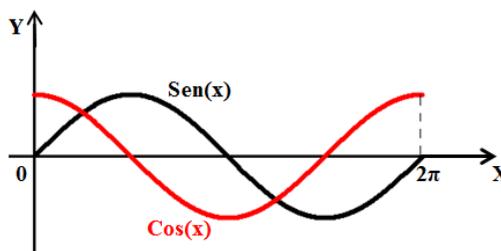


**USMP**  
UNIVERSIDAD DE  
SAN MARTÍN DE PORRES | FACULTAD DE  
INGENIERÍA Y ARQUITECTURA



<b>EVALUACIÓN</b>	<b>PRUEBA DE ENTRADA</b>	<b>SEM. ACADE.</b>	2018 –I
<b>CURSO</b>	<b>CÁLCULO I</b>	<b>SECCIÓN</b>	Todas
<b>PROFESOR (ES)</b>	<b>William Acosta</b>	<b>DURACIÓN</b>	90 min.
<b>ESCUELA (S)</b>	Ing. Computación y Sistemas; Industrial;	<b>CICLO (S)</b>	II
	Civil		

1. Responder si es VERDADERO o FALSO, justificando adecuadamente en cada uno de los casos:
  - a. La función  $f$ , cuya regla de correspondencia  $f(x) = \cos(x)$ , es creciente en  $\langle 0; \pi \rangle$ .
  - b. Dada la curva  $f(x) = \text{sen}(x)$ ; entonces  $f$  es cóncava hacia abajo en el intervalo  $\langle \pi; 2\pi \rangle$
2. Determine la gráfica de la función  $f(x) = 2\cos(x)$  y  $g(x) = -\text{sen}(x)$ , en el intervalo  $[0; 2\pi]$
3. Resolver las siguientes ecuaciones:
  - a.  $2\cos x - 1 = 0$
  - b.  $(4\text{sen}x - 2)(\cos x - 4) = 0$
4. En el gráfico, determine los puntos donde se interceptan las dos curvas:



5. Calcule:

$$E = \frac{3\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\cos(\pi)}{\left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^2}$$

02 – 03 – 2018

2018 – 1



<b>EVALUACIÓN</b>	<b>PRUEBA DE SALIDA</b>	<b>SEM. ACAD.</b>	2018 -I
<b>CURSO</b>	<b>CÁLCULO II</b>	<b>SECCIÓN</b>	
<b>PROFESOR (ES)</b>	<b>William Acosta</b>	<b>DURACIÓN</b>	90 min.
<b>ESCUELA (S)</b>	Ing. Computación y Sistemas; Industrial;	<b>CICLO (S)</b>	III
	Civil		

- Responder:
  - Expresar la ecuación  $r = 2 - 2\text{Sen}(\theta)$ , en coordenadas cartesianas.
  - Expresar la ecuación  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ , en coordenadas polares
- Sea la región R; formada por la curva:  $r = 1 + \cos(\theta)$ . Calcular el área de la región.
- Si R es la región exterior a  $r = 2 - 2\text{Sen}(\theta)$  e interior  $r = 2\text{Sen}(\theta)$ . Calcular
  - El área de la región R
  - el perímetro de R.
- Sea  $u = f(x, y)$  con  $x = r \text{Cos}(\theta)$  ;  $y = r \text{Sen}(\theta)$ . Y además se cumple :

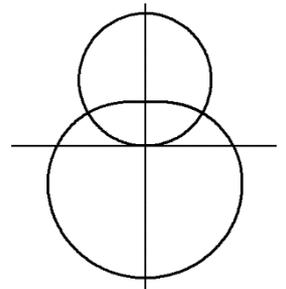
$$\frac{\partial u}{\partial x} = x^2 + 2xy - y^2 \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = x^2 - 2xy + 2 \quad . \quad \text{Calcular} \quad \frac{\partial u}{\partial \theta}(2, \pi/2)$$

- Dadas las siguientes curvas:

$$\begin{cases} C_1: & r = 3 \text{sen}\theta & (\text{circunferencia}) \\ C_2: & r = 2 - \text{sen}\theta & (\text{caracol}) \end{cases}$$

Hallar:

- El área de la región común, limitada por ambas curvas
- La longitud de arco de la región exterior a la curva  $C_2$  e interior a la curva  $C_1$



15- 05 - 2018