



FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRÓNICA

**DISEÑO DE UN CONTROLADOR LINEAL PARA UN
BRAZO ROBOT PROTOTIPO DE 4 GRADOS DE
LIBERTAD ORIENTADO A LA AUTOMATIZACIÓN DEL
PROCESO DE EMPACADO EN LA PRODUCCIÓN DE
PISCO**

**PRESENTADO POR
CHRISTOPHER PAUL CARRASCO VILLADOMA**

**ASESOR:
FERNANDO MAURICIO JIMÉNEZ MOTTE**

**TESIS PARA OPTAR
EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO ELECTRÓNICO**

LIMA – PERÚ

2021



CC BY-NC-ND

Reconocimiento – No comercial – Sin obra derivada

El autor sólo permite que se pueda descargar esta obra y compartirla con otras personas, siempre que se reconozca su autoría, pero no se puede cambiar de ninguna manera ni se puede utilizar comercialmente.

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



USMP

FACULTAD DE
INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

**DISEÑO DE UN CONTROLADOR LINEAL PARA UN BRAZO
ROBOT PROTOTIPO DE 4 GRADOS DE LIBERTAD
ORIENTADO A LA AUTOMATIZACIÓN DEL PROCESO DE
EMPACADO EN LA PRODUCCIÓN DE PISCO**

TESIS

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO
ELECTRÓNICO**

PRESENTADA POR

CARRASCO VILLADOMA, CHRISTOPHER PAUL

ASESOR

MAG. FERNANDO MAURICIO JIMÉNEZ MOTTE

LIMA – PERÚ

2021

Dedicada a mis padres, hermanos y
hermanas.

ÍNDICE

	Pág.
RESUMEN	vi
ABSTRACT	vii
INTRODUCCIÓN	viii
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
1.1 Situación problemática	1
1.2 Formulación del problema	5
1.3 Objetivos	6
1.4 Importancia de la investigación	8
1.5 Viabilidad de la investigación	10
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	
2.1. Antecedentes de la investigación	13
2.2. Bases teóricas	29
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	103
CAPÍTULO IV. DESARROLLO	105
4.1. Análisis del modelamiento matemático del brazo robot	105
4.2 Cálculo de los parámetros de Denavit-Hartenberg (D-H)	106
4.3 Cálculo de la matriz de transformación homogénea	107
4.4 Cálculo de la cinemática directa	107
4.5 Cálculo de la cinemática inversa	108
4.6 Cálculo del Jacobiano	110
4.7 Cálculo de la dinámica	113
4.8 Cálculos matemáticos para la elección de los motores	121
4.9 Generación de trayectorias	123
4.10 Cálculo y diseño de los drivers para la etapa de potencia	125
4.11 Análisis de la fuente de alimentación	132
4.12 Cálculo de la frecuencia de muestreo	132
4.13 Cálculo de las funciones de transferencia de los motores	133
4.14 Diseño de la estructura mecánica del brazo robot	137
4.15 Diseño de la placa de los drivers para la etapa de potencia	139
4.16 Diseño del controlador lineal	141

4.17 Diseño del circuito electrónico de control del sistema	158
CAPÍTULO V. PRUEBAS Y RESULTADOS	163
5.1 Resultados del diseño de los drivers	163
5.2 Resultados del diseño de la estructura mecánica del brazo robot	168
5.3 Resultados del diseño del control lineal	171
5.4 Resultados del circuito electrónico de control del sistema	175
5.5 Informe financiero	184
CONCLUSIONES	186
RECOMENDACIONES	188
FUENTES DE INFORMACIÓN	189
ANEXOS	191

RESUMEN

La tesis “Diseño de un Controlador Lineal para un Brazo Robot Prototipo de 4 Grados de Libertad Orientado a la Automatización del Proceso de Empacado en la Producción de Pisco”, tiene como objetivo diseñar y desarrollar un brazo manipulador de robot prototipo que permita un eficiente empaclado de botellas de pisco.

Esta investigación utilizó una metodología de diseño en cuatro etapas para cumplir con su objetivo, la primera etapa fue de modelamiento matemático del brazo robot, la segunda de potencia y control de motores, la tercera de diseño de un controlador lineal, y la última de diseño de un circuito electrónico de control del sistema. Una vez que el diseño fue completado, su eficiencia fue puesta a prueba en el Laboratorio de Ingeniería de Procesos de la FIA-USMP, donde se produce pisco artesanalmente desde el 2012.

A partir de la experiencia en el laboratorio mencionado, se logró demostrar que utilizando un brazo robot prototipo de 4 grados de libertad (tipo SCARA) en el empaclado de pisco, se obtienen todas las ventajas de la automatización del proceso de empaclado, entre las que destacan: reducción de tiempo de 5 minutos a 1 minuto en la colocación de cada botella, repetitividad y precisión, optimización del proceso y reducción de mano de obra escasa. Asimismo, es importante precisar que el prototipo desarrollado tuvo un costo de S/.6,110, bastante más económico que prototipos similares en el mercado, que cumplen con los mismos requerimientos, ofrecen las mismas ventajas y cuestan alrededor de S/. 17,050.

Palabras clave: controlador lineal, brazo robot, automatización, proceso de empaclado, modelamiento matemático, control de motores, tipo SCARA.

ABSTRACT

The thesis “Design of a Linear Controller for a Prototype Robot Arm of 4 Degrees of Freedom Oriented to the Automation of the Packaging Process in the Production of Pisco”, aims to design and develop a prototype robot manipulator arm that allows efficient packaging of pisco bottles.

This research used a four-stage design methodology to meet its objective, the first stage was a mathematical modeling of the robot arm, the second was power and control of motors, the third was linear controller design, and the last was the design of an electronic circuit control of the system. Once the design was completed, its efficiency was tested at the Process Engineering Laboratory of FIA-USMP, where pisco has been produced in artisanal way since 2012.

From the experience in the aforementioned laboratory, it was possible to demonstrate that using a prototype robot arm of 4 degrees of freedom (SCARA type) in the packaging of pisco, all the automation advantages of the packaging process are obtained, among which stand out: reduction of time from 5 minutes to 1 minute in the placement of each bottle, repeatability and precision, process optimization and reduction of scarce labor. Likewise, it is important to specify that the developed prototype had a cost of S/.6,110, much cheaper than similar prototypes on the market, which meet the same requirements, offer the same advantages and cost around S/. 17,050.

Keywords: linear controller, robot arm, automation, packaging process, mathematical modeling, motor control, SCARA type.

INTRODUCCIÓN

El rol de la robótica en la implementación de métodos de automatización va tomando gran importancia en los procesos de producción industrial en la actualidad. En el caso específico del proceso de empaqueo de botellas en la producción de pisco se requiere optimizar parámetros tales como la precisión y la repetitividad que están vinculadas al posicionamiento de botellas, que se desplazan sobre una faja transportadora, hacia una caja receptora de determinada cantidad de posiciones. Por consiguiente, automatizar el proceso de empaqueo permite mejorar la productividad, aumentando la cantidad de producción.

En el Perú son muchas las industrias que tienen un ineficiente procedimiento de empaqueo en el proceso de producción de pisco, es por eso que la presente tesis “Diseño de un Controlador Lineal para un Brazo Robot Prototipo de 4 Grados de Libertad Orientado a la Automatización del Proceso de Empaqueo en la Producción de Pisco”, tiene como objetivo diseñar y desarrollar un brazo manipulador de robot prototipo, que permita alcanzar un eficiente proceso de empaqueo en la producción de pisco en la pequeña y mediana empresa (PYME).

En esta investigación se utilizó la metodología en cascada que consiste en 4 etapas, la primera etapa de modelamiento matemático del brazo robot, la segunda etapa de potencia y control de los motores, la tercera etapa de diseño del controlador lineal y la cuarta etapa de diseño del circuito electrónico de control del sistema, una vez realizado las 4 etapas se logró obtener un brazo robot prototipo que realice el proceso de empaqueo en la producción de pisco, lo que permitió reducir costos y tener un manipulador que posiciona las botellas de pisco con precisión y seguridad. Se elaboró una consola de programación (teach pendant) para que el brazo robot prototipo tenga comunicación con el usuario y a su vez pueda ser programado, se utilizó el

microcontrolador PIC18F4550, cabe resaltar que los materiales y componentes electrónicos que formaron parte del desarrollo del brazo robot prototipo se encontró a bajo costo en el mercado nacional.

La importancia de esta investigación se encuentra también en que una vez logrados el objetivo general antes dicho y los siguientes objetivos específicos: a) Modelar y diseñar un brazo manipulador de robot de 4 grados de libertad (D.O.F) para la manipulación y empaque de botellas de pisco. b) Modelar y diseñar las ecuaciones de transformación espacial y homogénea, cinemática directa e inversa de manipulador de robot. c) Modelar y diseñar las ecuaciones dinámicas de masa, torque, aceleración, momento de inercia del manipulador de robot. d) Modelar, diseñar y generar las trayectorias del manipulador de robot para el proceso de empaqueo de pisco. e) Seleccionar componentes adecuados para el manipulador (dimensiones, peso, articulaciones, sensores, efector final, etc.) que requiere el proceso. f) Desarrollar un circuito electrónico (driver) que permita controlar los parámetros (velocidad, sentido, torque) de cada motor mediante el microcontrolador 18f4550. g) Desarrollar un algoritmo que permita generar la señal para el movimiento respectivo de cada motor según el ángulo que se requiera para un determinado posicionamiento. h) Desarrollar un sistema de control adecuado para el funcionamiento del brazo robot prototipo, que permita controlar la variable de posición para el funcionamiento deseado. i) Implementar un interfaz que permita al personal encargado del proceso programar las posiciones deseadas, que deriven en una secuencia de movimientos. j) Validar el producto desarrollado a través de un riguroso protocolo de pruebas. k) Garantizar la precisión, continuidad y repetitividad del proceso. Esto se validará con el correcto funcionamiento y posicionamiento de las botellas que realizará el manipulador (brazo robot) y la ejecución del proceso con relación al tiempo de operación; se podrá cumplir con la finalidad de obtener todas las ventajas de la automatización del proceso de empaqueo, entre las que destacan en este caso en particular, las siguientes: reducción de tiempo de 5 minutos a 1 minuto en la colocación de cada botella de pisco en la paleta de 8 posiciones; repetitividad y precisión, contrarrestar la mano de obra escasa y finalmente optimizar dicho proceso.

Ahora bien, puesto a prueba el prototipo en el Laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA, donde se produce pisco desde el año 2012 de manera artesanal, se demostró la eficiencia al 100% del prototipo, en ese sentido, el brazo robot prototipo colocó con precisión las botellas de pisco en la paleta de 8 posiciones en el tiempo previsto, y finalmente se logró evidenciar una mejora en el proceso de empaclado de las botellas de pisco en 80% y una mejora de 50% en contrarrestar la mano de obra escasa. Asimismo, es importante precisar que el prototipo desarrollado tuvo un costo de S/.6,110 soles, bastante más económico que prototipos similares en el mercado, que cumplen con los mismos requerimientos; ofrecen las mismas ventajas en cuanto a rapidez, precisión y repetitividad; y, cuyo costo está alrededor de S/. 17,050 soles.

Esta tesis contiene cinco capítulos. El capítulo 1 empieza con la descripción del problema que es el ineficiente procedimiento de empaclado en el proceso de producción de pisco en la pequeñas y medianas empresas. Esto con el objetivo de diseñar un controlador lineal para un brazo robot prototipo que sea capaz de posicionar las botellas de pisco en una caja receptora. Luego se menciona el objetivo general de la tesis y a los objetivos específicos que contribuirán al logro del principal. En el capítulo 2 se realiza el estado del arte a nivel mundial acerca de los diversos controladores de manipulador, luego se realiza el modelamiento con toda la teoría para la elaboración del diseño. En el capítulo 3 se describe la metodología a emplear para lograr los objetivos, que consta de 4 etapas, la primera etapa de modelamiento matemático del brazo robot, la segunda etapa de potencia y control de los motores, la tercera etapa de diseño del controlador lineal y la cuarta etapa de diseño del circuito electrónico de control del sistema. En el capítulo 4 se encuentra todos los cálculos relacionados al modelamiento del brazo robot y el diseño del controlador lineal, el método que se uso fue el de Root Locus. El último capítulo es el 5, donde se presentan los resultados obtenidos, como la parte simulada y la parte experimental con el brazo robot prototipo.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Situación problemática

Las industrias y empresas actualmente han involucrado en sus procesos de producción elementos de automatización y control. La automatización es la aplicación de máquinas o de procedimientos a seguir en la realización de un proceso. Existen tres clases de automatización: automatización fija, que es cuando el volumen de producción es a gran escala; automatización programable, que es cuando se va a producir elementos específicos y automatización flexible, que es adecuado para el rango de producción medio (Rolando, 2005).

Particularmente, lo que distingue a la automatización programable es que primero los productos se obtienen en lote, cuando se completa uno de éstos, el equipo es reprogramado para procesar el siguiente. Existen diversas formas de implementar una automatización, estas son: automatización neumática, automatización hidráulica, automatización mecánica y automatización electrónica.

En el caso específico de la producción de pisco uno de estos procesos es el de empaclado, que consiste en colocar el producto en un recipiente (caja) que protege y facilita el transporte de dicho producto. Pero ¿Por qué automatizar el proceso de empaclado, en la fabricación de pisco?

Al visitar el laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA y dialogar con el Ingeniero Hugo Chacón (profesor de la escuela de ingeniería industrial encargado del laboratorio de procesos de la FIA-USMP y a su vez de la producción de pisco en dicho laboratorio) se hizo

mención a la necesidad de tener un mejor y eficiente procedimiento en el proceso de empaqueo del pisco, ya que dicho proceso era ineficiente debido a que era uno de los pocos procesos, en la producción de pisco, que no está automatizado. Así mismo se hizo mención que no se hizo la adquisición hasta el momento, de un elemento que mejore sus requerimientos, debido a la sobredimensión que tienen los brazos robot industriales en el mercado, puesto que desarrollan diferentes procesos, es decir son multifuncionales y lo que busca solucionar el laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA es un proceso en específico.

Además se pudo tener conocimiento de que el laboratorio de ingeniería de procesos, lugar donde es realizado la producción de pisco (500 botellas por cada lote), cuenta con poco personal (solamente dos personas, las cuales realizan otros procesos a parte del empaqueo), finalmente se mencionó que el tiempo empleado en realizar el proceso de empaqueo manualmente, para cada botella, implica un exceso de tiempo, en promedio de cinco minutos, en todo el proceso de producción para cada botella y además se hizo mención que el periodo entre cada botella usado en la faja transportadora se encuentra en un rango de tiempo de 5-10 segundos.

De esta manera la automatización origina el aumento de la productividad debido a que la repetitividad y la precisión son características importantes para ello. Además, permite la disminución en el tiempo de ejecución del proceso, sin fallos, repercutiendo para el procedimiento de un proceso uniforme e ininterrumpido. Así mismo la necesidad de mantener la seguridad del producto (botella de pisco) en el traslado para su posterior empaqueo, incrementar, contrarrestar la mano de obra escasa y finalmente optimizar dicho proceso, es por ello necesario e importante diseñar e implementar un sistema de automatización para el proceso de empaqueo del producto.

El costo de automatizar un proceso va desde los miles de dólares dependiendo de la labor o proceso a realizar, debido a ello y principalmente al ineficiente procedimiento en el proceso de empaqueo que

representa la problemática principal para lo cual se realiza el presente proyecto. Finalmente se concluyó que los requerimientos, de la situación problemática, podrían ser cubiertos mediante un brazo robot (prototipo) con un control electrónico que permita alcanzar un nivel de eficiencia adecuado para el proceso de empaqueo de las botellas de pisco. A continuación, en las figuras 1 y 2 se muestra los escenarios de la situación problemática descrita.



Figura 1.1: Escenario de la situación problemática.



Figura 1.2: Escenario donde inicia el proceso de empaqueo.

Elaborado por: el autor

En la figura 1.3 se muestra un indicador de que la implementación de elementos de automatización (innovación tecnológica) en las empresas peruanas va tomando mayor relevancia.

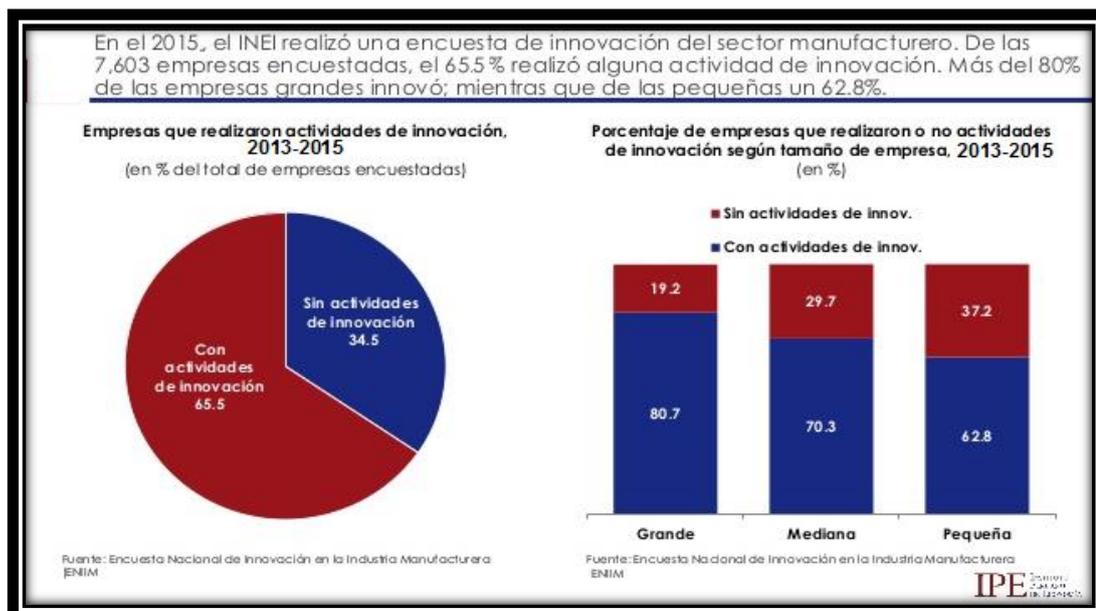


Figura 1.3: Indicador estadístico de la aplicación de elementos de automatización en las empresas manufactureras en el Perú.

Fuente: INEI, 2016

A nivel mundial:

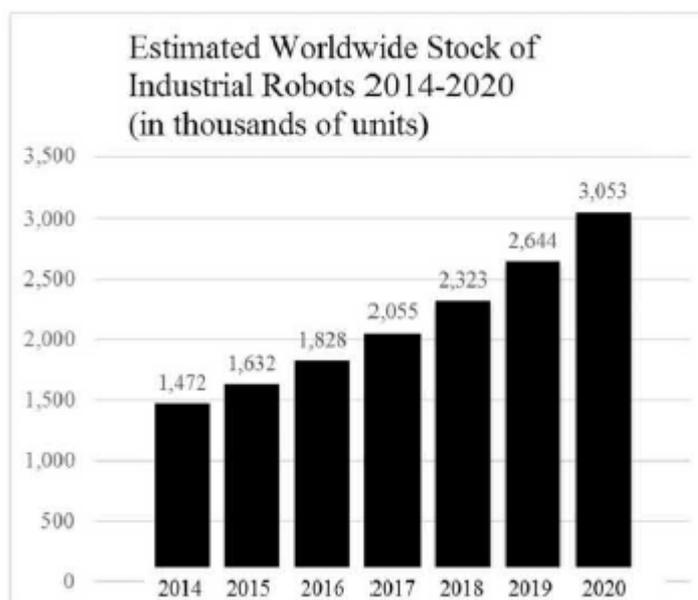


Figura 1.4: Número estimado de robots industriales en todo el mundo 2014-2020.

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2020

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema general

Ineficiente procedimiento manual de empaçado en el proceso de producción de pisco en la pequeñas y medianas empresas (PYMES).

Como *beta tester* se implementará este prototipo robótico en el laboratorio de ingeniería de procesos de la FIA-USMP para optimizar el proceso de empaçado de botellas de pisco. En la figura 1.5 se ilustra el árbol del problema.

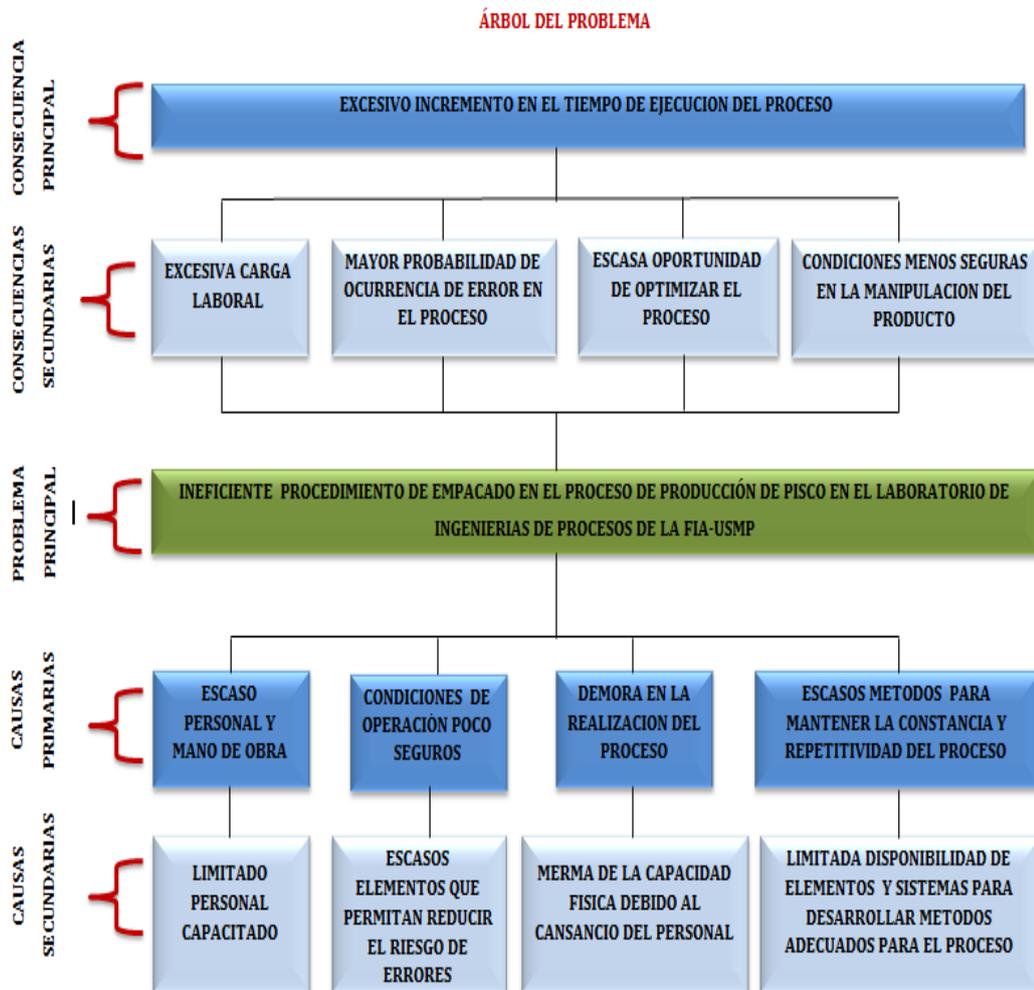


Figura 1.5: Árbol del problema

Elaborado por: el autor

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Diseñar y desarrollar un brazo manipulador de robot prototipo, que permita alcanzar un eficiente proceso de empaclado en la producción de pisco en la pequeña y mediana empresa (PYME).

1.3.2 Objetivos específicos

- a) Modelar y diseñar un brazo manipulador de robot de 4 grados de libertad (D.O.F) para la manipulación y empaque de botellas de pisco.
- b) Modelar y diseñar las ecuaciones de transformación espacial y homogénea, cinemática directa e inversa de manipulador de robot.
- c) Modelar y diseñar las ecuaciones dinámicas de masa, torque, aceleración, momento de inercia del manipulador de robot.
- d) Modelar, diseñar y generar las trayectorias del manipulador de robot para el proceso de empaclado de pisco.
- e) Seleccionar componentes adecuados para el manipulador (dimensiones, peso, articulaciones, sensores, efector final, etc.) que requiere el proceso.
- f) Desarrollar un circuito electrónico (driver) que permita controlar los parámetros (velocidad, sentido, torque) de cada motor mediante el microcontrolador 18f4550.
- g) Desarrollar un algoritmo que permita generar la señal para el movimiento respectivo de cada motor según el ángulo que se requiera para un determinado posicionamiento.
- h) Desarrollar un sistema de control adecuado para el funcionamiento del brazo robot prototipo, que permita controlar la variable de posición para el funcionamiento deseado.

- i) Implementar un interfaz que permita al personal encargado del proceso programar las posiciones deseadas, que deriven en una secuencia de movimientos.
- j) Validar el producto desarrollado a través de un riguroso protocolo de pruebas.
- k) Garantizar la precisión, continuidad y repetitividad del proceso. Esto se validará con el correcto funcionamiento y posicionamiento de las botellas que realizará el manipulador (brazo robot) y la ejecución del proceso con relación al tiempo de operación.

En la figura 1.6 se muestra el árbol de objetivos.

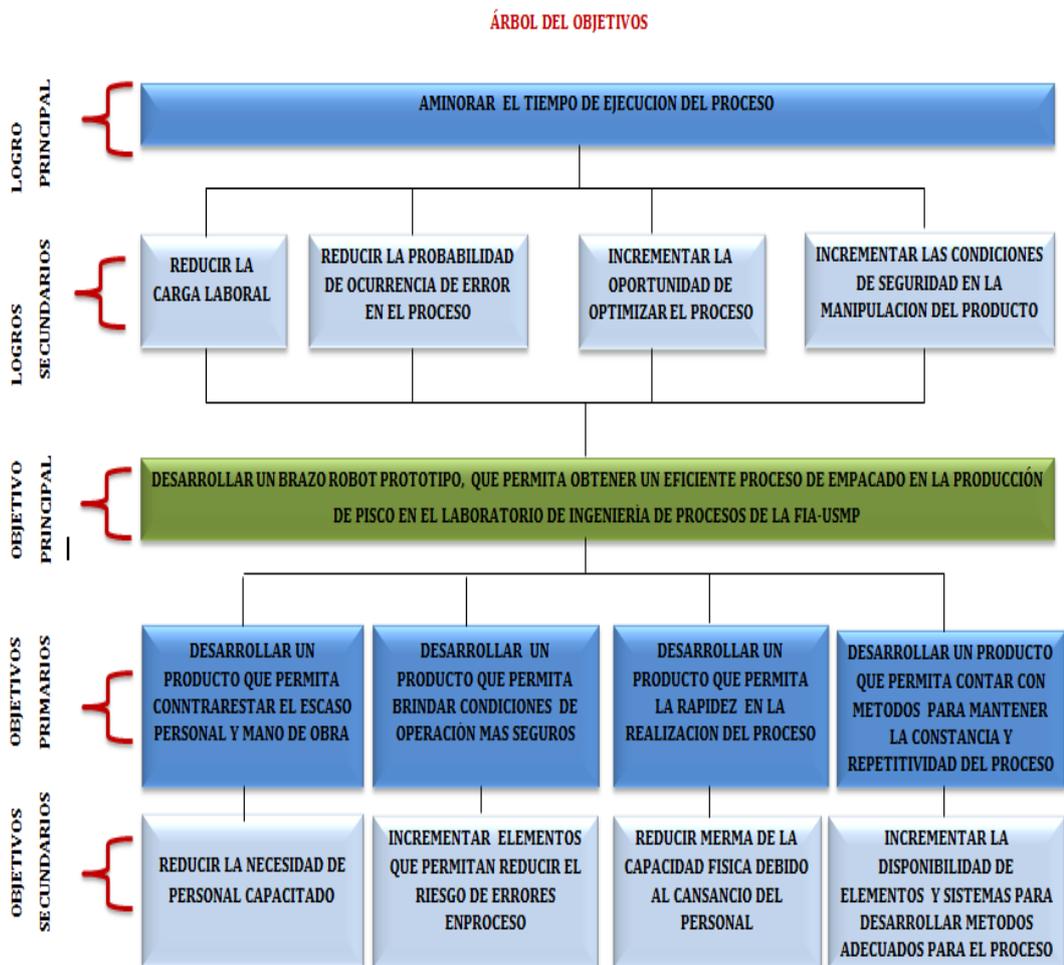


Figura 1.6: Árbol de objetivos

Elaborado por: el autor

1.4 Importancia de la investigación

La solución propuesta resuelve la situación problemática planteada debido a que permitirá:

- Eficiente y mejor procedimiento en el proceso de empaqueo de las botellas de pisco, debido a que se contará con un sistema de automatización adecuado para dicho proceso en el laboratorio de ingeniería de proceso de la FIA-USMP.
- Reducción en el tiempo que se emplea para realizar el proceso de empaqueo para cada botella de pisco. Debido a que se tendrá un elemento, brazo robot, que permita mediante un trabajo automático la realización de dicho proceso, y de esta manera permitir al personal realizar otra tarea en el proceso general de producción de pisco.
- Repetitividad y continuidad en el proceso. Puesto que el uso de un brazo robot, en comparación con el uso de la mano de obra del personal humano, posee mayor capacidad de reducción en el exceso de carga laboral.
- Precisión y seguridad en la manipulación del producto (botella de pisco) empleado en todo el proceso de empaqueo. Debido a que se tendrá un manipulador capaz de realizar un proceso continuo y rápido sin ser afectado por factores (excesiva carga laboral, condiciones de trabajo, etc.) que puedan significar un problema en el traslado y colocación de cada botella de pisco.
- Otorgar un elemento para el uso académico de los alumnos y docentes, que les permita mostrar el proceso de empaqueo mediante su automatización y a su vez desarrollar otras tareas a fines que se involucren en laboratorio de ingeniería de procesos de la FIA-USMP.

El desarrollo de la solución propuesta implica resolver diferentes problemas de ingeniería como son:

- Diseño de un sistema de control adecuado, para los motores a utilizar, que permita obtener un movimiento y velocidad adecuado para el brazo robot. El sistema de control tentativo es un sistema PID.
- Modelamiento del manipulador, mediante ecuaciones matemáticas y parámetros, que comprenden las características físicas del brazo robot, para de esta forma determinar las posiciones finales que se requiere para realizar una secuencia de movimiento determinada.
- Diseño de un algoritmo principal que permita, controlar las diferentes etapas, tales como la de potencia, control de los motores y parámetros de posición, y a su vez permita introducir y grabar las posiciones requeridas para el funcionamiento adecuado del brazo robot prototipo.
- Diseño de un algoritmo que permita obtener un rango de velocidades para aplicarlas a los motores a usar, es decir el diseño de un algoritmo de PWM.

El desarrollo de la solución del proyecto implicó la aplicación de los conocimientos adquiridos en el proceso de educación universitaria, tal como lo requiere las normas de calidad ABET. Los cursos de carrera que aportaron más a la realización de la solución son: sistemas de control, arquitectura de computadores, circuitos digitales, circuitos electrónicos, y electrónica de potencia.

El brazo robot, tipo SCARA, prototipo desarrollado es más barato que los encontrados en el mercado actual, a pesar de cumplir con los mismos requerimientos y ofrecer las mismas ventajas (rapidez, precisión, repetitividad). A continuación, se muestra el precio del brazo robot SCARA desarrollado comparado con el brazo robot KUKA KR 5 SCARA R350, se hizo esta comparación debido a las características generales y de requerimiento similares que existen entre ambas soluciones, 4 grados de libertad y manipulación de una carga menor, y también por el tipo de estructura del manipulador.

Tabla I: Estimación del producto propuesto

CARACTERÍSTICAS	Brazo robot desarrollado	KUKA KR 5 SCARA R350
Unidad de control	PIC 18F4550	KR C2 sr
Estructura del manipulador	Material resistente y ligero (a seleccionar)	Material resistente y ligero
Interfaz de usuario para la programación de posiciones	LCD alfanumérico de 2 x 16 y teclado matricial 4 x 4	PC
Motores	Servomotores	Motores desconocidos
Grados de libertad	4	4
Parámetros a controlar	· Velocidad · Posición	· Velocidad · Posición
Precio total	\$1500	\$5000

Elaborado por: el autor

1.5 Viabilidad de la investigación

1.5.1 Viabilidad técnica

Se considera que el proyecto es viable técnicamente, debido a que los conocimientos requeridos para el desarrollo del proyecto involucraron las ramas de sistemas de control, arquitectura de computadores, circuitos digitales, circuitos electrónicos, y electrónica de potencia, las cuales han sido cursadas por el autor. Estos conocimientos involucraron:

- El diseño de sistemas de control P, PD, PI y PID.
- Estructura y características de un microcontrolador, así mismo el diseño de algoritmos basado en microcontroladores y un lenguaje de programación respectivamente.
- Diseño de sentencias e instrucciones, para un determinado fin, mediante un microcontrolador. Tal como el diseño de un algoritmo PWM.
- Análisis de circuitos en la interacción con motores DC tales como el puente H o drivers.

El proyecto es técnicamente viable pues se contó con los instrumentos y materiales necesarios para realizar las diferentes tareas que el proyecto requirió y a su vez se contó con toda la información requerida. El proyecto también es técnicamente viable porque los componentes, en su mayoría, que formaron parte del desarrollo del producto, se encuentran en el mercado nacional: Microcontroladores, servomotores, dispositivos para el interfaz del usuario (teclado matricial y display LCD).

Debido a que los conocimientos necesarios para el desarrollo del brazo robot fueron adquiridos, debido a que se contó con el equipamiento e infraestructura necesaria en la universidad y debido a que los componentes necesarios para el desarrollo del brazo robot están presentes, en su mayoría, en el mercado nacional, es que se considera que el proyecto es técnicamente viable.

1.5.2 Viabilidad económica

El proyecto desarrollado tuvo un costo final aproximado de \$1500. El mercado potencial del brazo robot desarrollado puede estar comprendido en las pequeñas empresas que requieren innovación tecnológica, automatizando un determinado proceso con el brazo robot, para su respectiva producción. También puede haber un mercado potencial en el sector académico, a través de instituciones que brindan la enseñanza de los cursos de industrias alimentarias e ingeniería industrial, en carreras afines con los procesos industriales y de producción, los cuales requieran emplear el uso de un elemento de automatización, para un proceso en específico, siendo el caso particular, el proceso de empaquetado de un producto.

Según el Ministerio de producción (2016) el 65.5 % de empresas manufactureras realizan actividades de innovación en nuestro país. A continuación, se muestra un indicador de que la demanda nacional de elementos de automatización está aumentando.

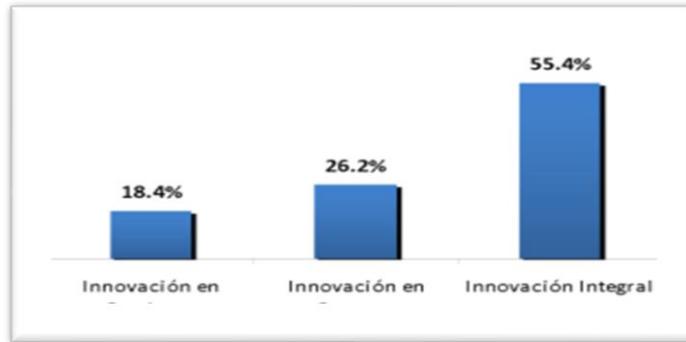


Figura 1.7: Resultado de las innovaciones tecnológicas realizadas por las empresas en el Perú (automatización).

Fuente: INEI, 2016

Debido a que el monto de inversión para la realización del proyecto se encontró dentro de las capacidades adquisitivas del autor del proyecto, y debido a que existe un mercado medianamente potencial para el brazo robot con control electrónico, es que se consideró que el proyecto es económicamente viable.

1.5.3 Viabilidad operativa

Para el desarrollo del brazo robot electrónico, se requirió, además, cumplir con los requerimientos, que implican el proceso de empaclado en el laboratorio de ingeniería de procesos de la FIA-USMP, mencionados por el ingeniero Hugo Chacón. Los requerimientos solicitados fueron: rapidez en la realización del proceso, capacidad de continuidad y repetitividad para sostener el proceso adecuadamente, precisión y seguridad en el transporte de la botella, desde la faja transportadora hasta su respectiva caja donde será almacenada y finalmente brindar condiciones prácticas para la utilización y manejo debido del brazo robot electrónico.

Debido a que la solución se adecuó a los requerimientos establecidos por el personal del laboratorio de ingeniería de procesos de la FIA-USMP, se considera que el proyecto es también operativamente viable.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación

Existe una gran variedad completa y multifuncional de brazos robóticos en el mercado. Estos le dan una solución parcial al problema planteado, debido a que cumplen con el automatizado del proceso de empaclado. Sin embargo, su precio de adquisición es elevado debido a la multifuncionalidad de la mayoría de estos brazos robóticos, y al requerir satisfacer un proceso en específico el precio se ve sobredimensionado, por esta razón la adquisición de un brazo robótico que permita automatizar el proceso de empaclado por parte del laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA aún no se ha realizado.

Se muestra a continuación, uno por uno, los productos y tipos de brazos robóticos existentes en el mercado, los cuales representan una solución de forma parcial al problema planteado. Finalmente se mostrará una tabla comparativa de los productos mostrados.

2.1.1 Productos y soluciones existentes

a) MZ07-01/MZ07L-01

El modelo MZ07-01/MZ07L-01 perteneciente a la serie MZ, diseñado y fabricado por la empresa NACHI (japonesa), es un brazo robot estándar de alta velocidad de movimiento y a su vez ligero, posee 6 grados de libertad, dicho robot puede intervenir y adaptarse para realizar diversos procesos de producción entre ellos el de empaclado.

Entre las características generales de este brazo robot está la gran flexibilidad que puede alcanzar en sus movimientos en un tiempo muy

rápido. La carga útil máxima que puede aplicarse es de 7 kg, posee un torque máximo con carga aplicada, en el terminal del manipulador de 9.4 (N.m), una repetibilidad de posición de ± 0.2 mm, una condición ambiente de trabajo de 0-45 °C, la mayor cobertura de ángulos que tiene es de 520° y finalmente un peso de la estructura de 30 kg.

En lo que respecta las características del control, este brazo robot posee una capacidad de memoria de 256 MB, posee un consumo de energía monofásica de 0.4 KVA. La programación del manipulador se basa en la grabación de puntos en el espacio cartesiano los cuales guardan información de posiciones dentro del espacio de trabajo, la información de estos puntos es obtenida mediante la lectura de los sensores de cada motor, todos estos procedimientos derivan en la programación del manipulador mediante un teach-pendant, el cual es un dispositivo que permite la configuración de movimiento y velocidad del brazo robot.



Figura 2.1: Estructura del modelo MZ07-01/MZ07L-01

Fuente: <https://www.nachirobotics.com/product/mz07/>

Las mayores ventajas que tiene el brazo robot MZ07-01/MZ07L-01 son la polivalencia en su uso, la facilidad en su transporte y montaje para su posterior uso, la rapidez y precisión en sus movimientos que son de 0.02/0.03 mm. Por otro lado, una de sus desventajas es el alcance debido a que sus dimensiones y medidas están hechas para un área de trabajo

menor. Uno de los motivos importantes por el cual, el modelo MZ07-01/MZ07L-01, no ha sido adquirido por el laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA, es la sobredimensión de su precio debido a su multifuncionalidad, ya que la necesidad que se busca cubrir es una en específica.

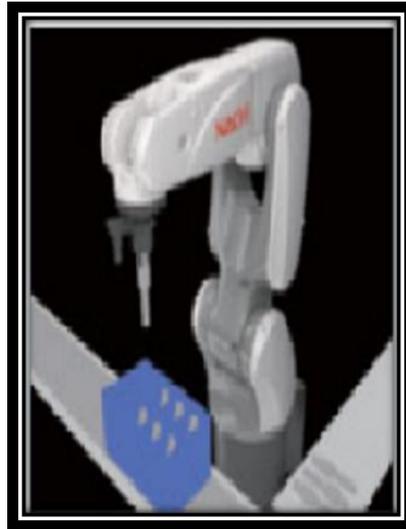


Figura 2.2: Aplicación al proceso

Fuente: <https://www.nachirobotics.com/product/mz07/>

b) KUKA KR 5 SCARA R350

El modelo KUKA KR 5 SCARA R350, diseñado y fabricado por la empresa KUKA Robotics (alemana), es un brazo robot tipo Scara de 4 grados de libertad, posee gran velocidad y precisión en sus movimientos y una gran cobertura en sus ángulos de desplazamiento proporcionando así una mayor zona de trabajo.

Entre sus principales características están: La repetitividad de ± 0.015 mm, una capacidad de carga de 5 kg, el peso de la estructura es de 20 kg, un consumo de energía de 2,35 KVA, un alcance desde 350 mm hasta 550 mm, un nivel de ruido menor a 75 dB y una condición ambiente de trabajo 0-40 0C, la mayor cobertura de ángulos lo tiene en la parte terminal del manipulador que es de ± 3580 . La programación de las instrucciones se realiza mediante el control integrador programable que cuenta en la base

de su estructura o mediante el uso de un teach-pendant donde son configurados los parámetros de posición, repetitividad y velocidad.

Las mayores ventajas del modelo KUKA KR SCARA R350 son la velocidad y precisión en su movimiento, además de una manipulación precisa y segura del producto a manipular en un determinado proceso. Por otro lado, una desventaja importante es la poca flexibilidad debido a las pocas articulaciones que posee este brazo robot, por consiguiente, la cantidad de procesos o movimientos que puede realizar son menores.

Un motivo importante por el cual el laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA no ha adquirido este robot, a pesar de su capacidad para realizar un proceso más específico en relación con el anterior modelo de manipulador descrito, es el poco personal capacitado con el que cuenta el laboratorio de la USMP-FIA para el manejo y programación de este brazo robot.



Figura 2.3: Estructura del modelo KR 5 SCARA R350

Fuente: <https://www.kuka-robotics.com>

c) EPSON C8

El modelo EPSON C8, diseñado y fabricado por la empresa Epson (japonesa), es un brazo robot antropomorfo debido a que posee 6 grados de libertad, posee una mayor rapidez debido al sistema de compensación de peso que permite altas velocidades de trabajo, por otro lado, también

posee una gran versatilidad que es consecuencia de la mayor cantidad de grados de libertad en relación a los productos anteriores ya descritos.

Entre las principales características están: diseño compacto para una amplia flexibilidad, capacidad de carga útil de 8 kg, área de trabajo menor, el peso de la estructura es de 53 kg, alta reducción de la vibración en sus movimientos, tiempo de ciclos de 0.33 segundos, utiliza un control estandarizado basado en PC, facilidad en la programación de los movimientos y parámetros de funcionamiento.

La configuración y programación para el funcionamiento de este brazo robot se realiza mediante un interfaz desde una PC o moviendo el brazo directamente y guardando las posiciones para su posterior secuencia de repetitividad.



Figura 2.4: Estructura del modelo EPSON C8

Fuente: <https://epson.com>

Las ventajas de este brazo robot son la mayor velocidad en sus movimientos, la precisión, el fácil manejo en la programación de instrucciones por ende el poco aprendizaje y capacitación que se necesita para operar este brazo robot y por último la gran multifuncionalidad que posee. Por otro lado, la desventaja más importante que tiene el

mencionado brazo robot es el transporte y montaje debido a su menor área de trabajo.

El motivo, más importante, por el cual el modelo EPSON C8 no ha sido adquirido por el laboratorio de ingeniería de procesos de la USMP-FIA, es, al igual que el primer producto descrito, la sobredimensión de su precio debido a su multifuncionalidad, ya que la necesidad que se busca cubrir es un proceso determinado.

A continuación, en la tabla II se muestran datos comparativos de los productos (brazos robot) ya mencionados y descritos.

Tabla II: Comparación entre los brazos robot en el mercado

CARACTERISTICAS	MZ07-01/MZ07L-01	KUKA KR 5 SCARA R350	EPSON C8
Grados de libertad	6 GDL	4 GDL	6 GDL
Capacidad de carga	7 Kg.	5 Kg.	8 Kg.
Repetitividad	0.2 mm	0.015 mm	0.15 mm
Dimensiones	Vertical extendido: 1.088m Base(diámetro): 0.221 m	Vertical extendido: 0.697m Base(diámetro): 0.13 m	Vertical extendido: 1.162m Base(diámetro): 0.1762 m
Peso	30 Kg.	20 Kg.	53 Kg.

Elaborado por: el autor

Tabla III: Comparación de las ventajas y desventajas entre los brazos robot

	MZ07-01/MZ07L-01	KUKA KR 5 SCARA R350	EPSON C8
Ventajas	<ul style="list-style-type: none"> . Multifuncional . Mayor rapidez . Alta precisión . Mayor flexibilidad . Alta capacidad de repetitividad 	<ul style="list-style-type: none"> . Mayor rapidez . Alta precisión . Gran capacidad de repetitividad 	<ul style="list-style-type: none"> . Mayor rapidez . Alta precisión . Mayor flexibilidad . Facilidad en la programación de las posiciones y parámetros
Desventajas	<ul style="list-style-type: none"> . Corto alcance 	<ul style="list-style-type: none"> . Menor flexibilidad 	<ul style="list-style-type: none"> . Menor área de trabajo

Elaborado por: el autor

2.1.2 Publicaciones científicas/ingenieriles

2.1.2.1 Estado del Arte

a) “Robótica” (Libro)

CRAIG, John J. (2006), en la publicación titulada “Robótica”, presenta y describe métodos para el modelamiento de un manipulador robótico y los parámetros que esto implica. Los cálculos y modelamientos que menciona son: descripciones espaciales, transformaciones, cinemática directa e inversa de un manipulador, jacobianos (velocidades y fuerzas estáticas), dinámica de manipuladores, generación de trayectorias y control lineal de los manipuladores. En esta publicación se explica que la parte del modelamiento del manipulador no solo es la etapa inicial sino una de las más importantes y complejas en el diseño de un manipulador robótico. También menciona que mediante un sistema de coordenadas se puede obtener la orientación y posición de un objeto en el espacio, luego se puede representar dicho punto en referencia a otro punto.

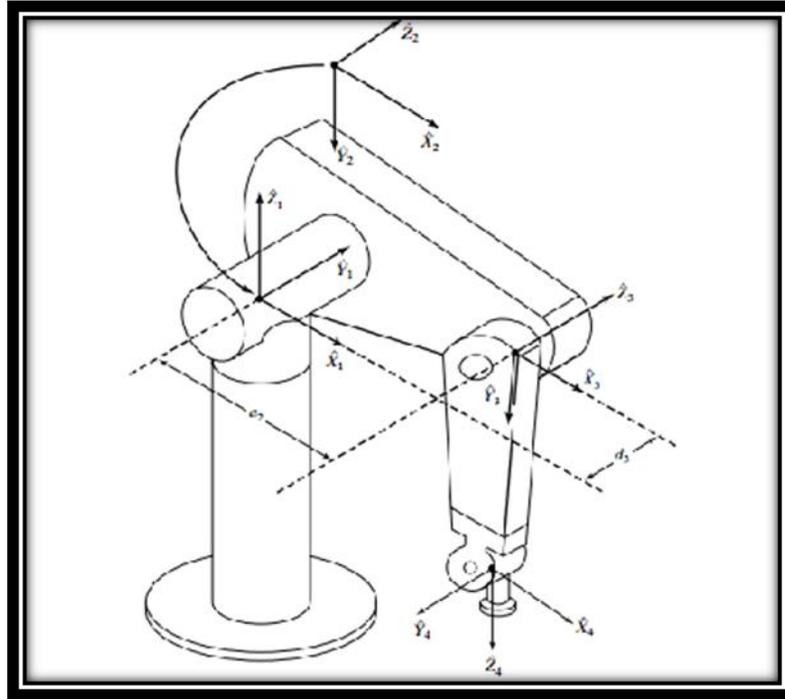


Figura 2.5: Parámetros que intervienen en el cálculo de la cinemática de un manipulador.

Fuente: Craig, 2006

b) “Modelado cinemático y dinámico de un manipulador de 5 grados de libertad articulado verticalmente” (Tesis)

Nadia Pamela Navarro Narváez, en su tesis titulada “Modelado cinemático y dinámico de un manipulador de 5 grados de libertad articulado verticalmente” menciona que para el modelo cinemático se debe desarrollar la cinemática directa que es conocer el punto de coordenadas a través de los ángulos formados por las articulaciones, y la cinemática inversa que es hallar los ángulos requeridos para que el efector final se ubique en un punto deseado. En esta tesis se describe el modelamiento del manipulador mediante los cálculos de cinemática directa e inversa y dinámica directa e inversa, el proceso termina con la implementación del algoritmo de control en Matlab aplicado al manipulador de 5 grados de libertad, reuniendo las expresiones de la cinemática y dinámica que implica el cálculo de estas.

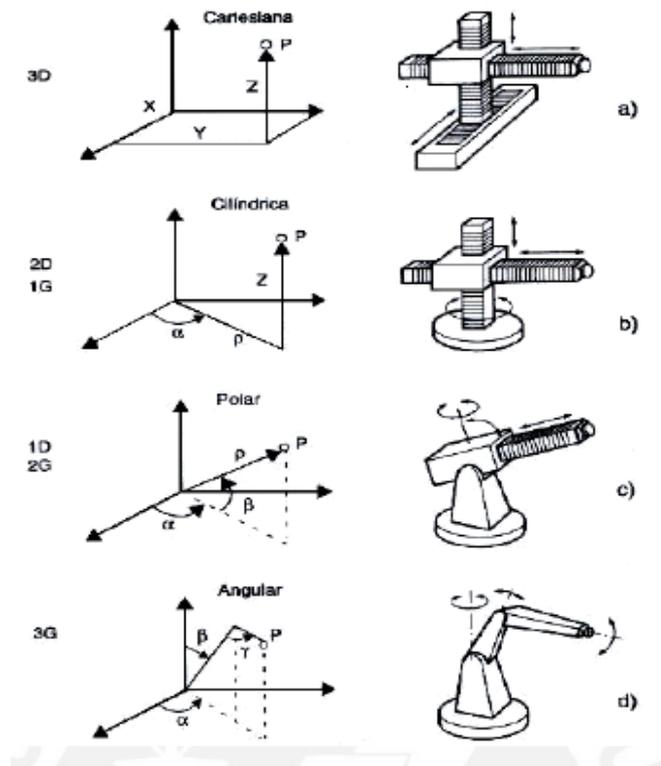


Figura 2.6: Configuraciones básicas de los manipuladores

Fuente: Navarro, 2011

c) “Etapas para construcción de un mini robot” (Tesis)

Jara Bravo, Carlos; Lorenzo Lledó, Gonzalo; Candelas Herías, Francisco, en la publicación titulada “Etapas para la construcción de un mini robot” describen la elección de los servo-accionamientos mencionando que una vez estimado el valor de las masas, se puede calcular el tipo de motor. Para esta tarea, en primer lugar, se debe modelar la cinemática del mini-robot con los valores geométricos definitivos (Número/tipo de articulaciones y longitud de los eslabones). Posteriormente, se debe calcular el modelo dinámico inverso del robot (algoritmo numérico Newton-Euler), que nos servirá para conocer el par ejercido en cada una de las articulaciones a partir de las velocidades y aceleraciones del robot. Se debe modelar un planificador de trayectorias y ver los pares ejercidos a velocidades y aceleraciones altas, además de en las posiciones más desfavorables del robot (posición horizontal). Una vez que se sabe el par máximo estimado por cada articulación, se puede seleccionar de catálogos comerciales los motores y las transmisiones adecuadas para el prototipo

inicial. Se propuso utilizar motores de corriente directa DC, que lleven incluidos su propio reductor y encoder en el mismo conjunto. En la publicación se menciona tres etapas importantes que intervienen en el sistema de control las cuales son: Etapa de control, etapa de potencia y etapa de motor. En la etapa de control se menciona que está compuesta con una tarjeta controladora donde se puede cargar el controlador diseñado en código C; en la etapa de potencia se describe que se amplifica la señal de control proveniente de la tarjeta controladora, esta fase se compone de drivers que amplifican la señal PWM, y por último la etapa de motor, en donde interviene el uso de servomotores junto con la estructura del mecanismo robótico.

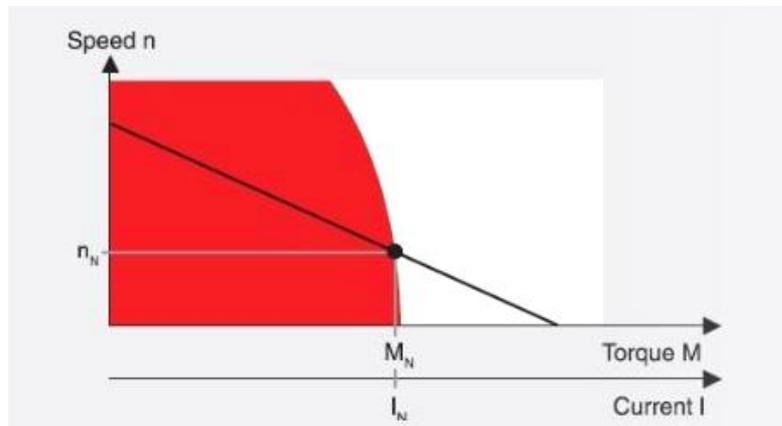


Figura 2.7: Curva par-velocidad de un motor DC

Fuente: Jara, Lorenzo y Candelas, 2008

d) “Diseño, construcción y control de un brazo robótico tipo antropomórfico de 6 grados de libertad y de un brazo robótico tipo Scara de 4 grados de libertad” (Tesis)

Díaz Carrillo, Tomas; Robles Nieto, Diego; Rueda Mayorga, Jhonatan en su tesis titulada “Diseño, construcción y control de un brazo robótico tipo antropomórfico de 6 grados de libertad y de un brazo robótico tipo Scara de 4 grados de libertad” hace referencia a la importancia, en el modelamiento, del algoritmo o matriz de Denavit-Hartenberg, esta matriz homogénea está compuesta por el producto de 4 transformaciones básicas, en donde las variables son asociados a cada uno de los eslabones y articulaciones. En el caso particular del brazo robot tipo Scara menciona que como todas sus articulaciones están con respecto al eje z,

pues puede sujetar piezas y moverlas en un solo. También menciona que el brazo consta de 4 articulaciones y una de ella es prismática.

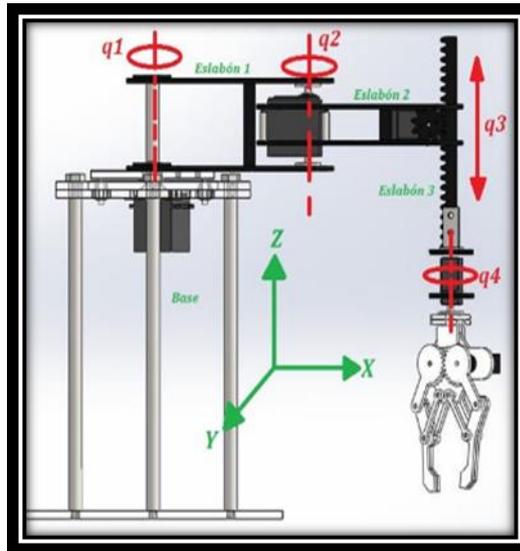


Figura 2.8: Ubicación de las 4 articulaciones

Fuente: Díaz, Robles y Rueda, 2014

A si mismo se describe que con los marcos de referencia asignados, se procede a hallar los parámetros D-H (Denavit-Hartenberg), conociendo las dimensiones de los eslabones. Se menciona que, para este tipo de robot, al poseer una articulación prismática una de las variables será lineal y luego de haber obtenidos los parámetros D-H se calcula la posición final de la herramienta de trabajo.

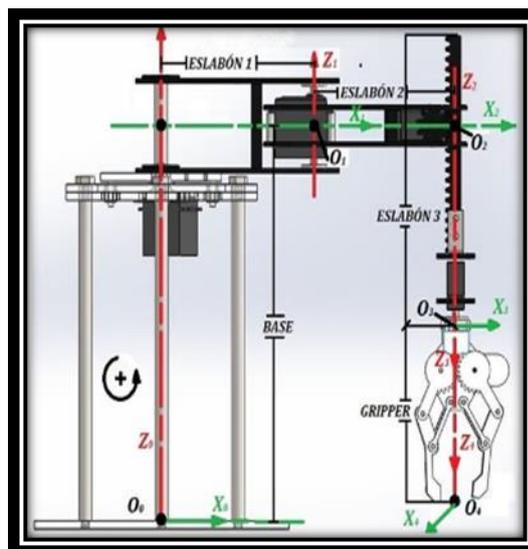


Figura 2.9: Sistema de referencias del Scara de 4 GDL

Fuente: Díaz, Robles y Rueda, 2014

e) “Robot Modeling and Control” (Libro)

Mark W. Spong, Seth Hutchinson y M. Vidyasagar, en el libro titulado “Robot Modeling and Control”, presentan una serie de métodos para el modelamiento matemático de un manipulador robótico y los parámetros que esto implica. Los cálculos y modelamientos que menciona son: movimientos rígidos, transformación homogénea, cinemática directa e inversa, cinemática de velocidad, la matriz jacobiana, generación de trayectoria, dinámica de manipuladores, y control de articulación independiente. En este libro se explica que una vez equipados con los modelamientos matemáticos, se tendrá la capacidad de desarrollar métodos para planificar y controlar movimientos del robot para realizar tareas específicas. También se menciona lo siguiente: *“El estado del manipulador es un conjunto de variables que, juntos con una descripción de la dinámica del manipulador y entrada, son suficientes para determinar cualquier futuro estado del manipulador”*.

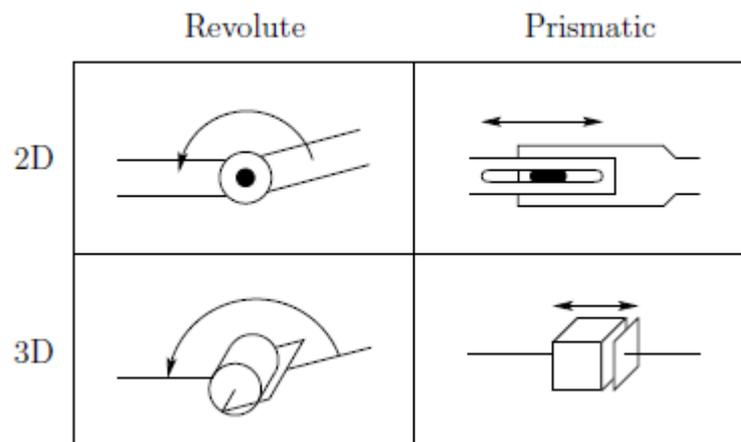


Figura 2.10: Representación simbólica de las articulaciones de un robot.

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

f) “Fundamentos de robótica” (Libro)

A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer y R. Aracil, en el libro titulado “Fundamentos de robótica”, reúnen los conocimientos necesarios para conocer cómo funciona un robot. Con respecto a la morfología del robot mencionan que los motores se encargan de darle movimiento al robot

según lo que indique el sistema de control y que los actuadores en la robótica pueden ser de energía neumática, hidráulica o eléctrica.

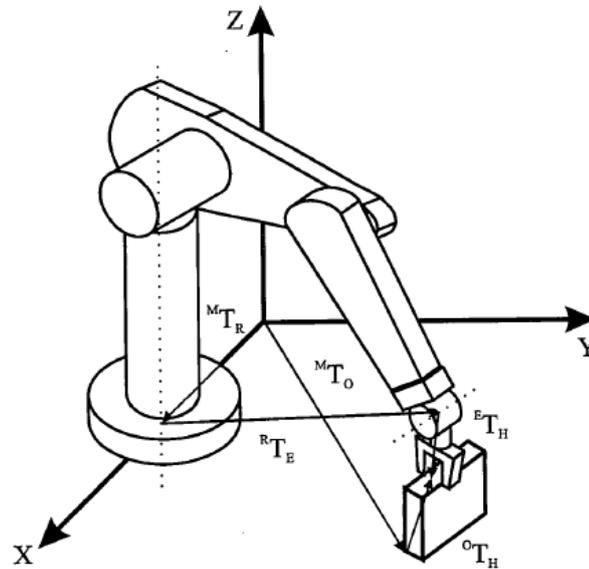


Figura 2.11: Ejemplo de aplicación de diversas transformaciones para localizar un objetivo.

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

g) “Robot Manipulator Control” (Libro)

Frank L. Lewis, Chaouki T. Abdallah y Darren M. Dawson, en el libro titulado “Robot Manipulator Control”, presenta y describe métodos para el control de un manipulador robótico y los parámetros que esto implica. Los cálculos y modelamientos que menciona son: sistemas variables de estado lineal, sistemas variables de estado no lineal, dinámica de robots, generación de trayectorias, control robusto de manipuladores robóticos, control adaptivo de manipuladores robóticos, control de robots con redes neuronales y control de fuerza. Con respecto a sistemas variables de estado lineal se menciona que otra representación equivalente de sistemas lineales invariantes en el tiempo continuo es dado por su función de transferencia, que relaciona la entrada del sistema $u(t)$ con su salida $y(t)$ en la variable s de Laplace o en el dominio de la frecuencia.

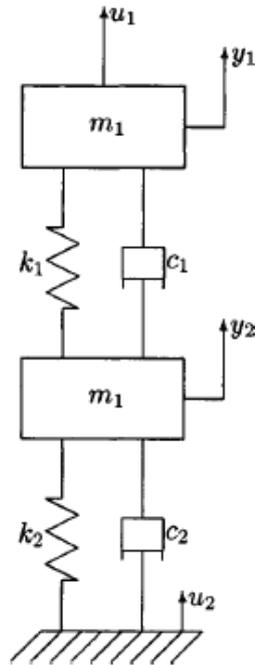


Figura 2.12: Sistema de dos plataformas

Fuente: Lewis, Abdallah y Dawson, 2004

h) “Construcción de un brazo robótico de tres GDL y su control mediante el núcleo híbrido de transición de estados” (Tesis)

Jiménez Villalobos, David et al. En su tesis titulada “Construcción de un brazo robótico de tres GDL y su control mediante el núcleo híbrido de transición de estados”, desarrollaron un brazo robótico de tres grados de libertad tipo PUMA (Programmable Universal Manipulator for Assembly) para poner a prueba el método del Núcleo Híbrido de Transición de Estados (NHTE) como controlador de una planta no lineal. La representación matemática del brazo lo consiguieron por su modelo cinemático directo e inverso y su modelo dinámico. Implementaron un control de posición PID en las articulaciones del brazo para el entrenamiento de la dinámica de la planta con la metodología del NHTE. Con los datos obtenidos realizaron la conexión mediante el método del gradiente descendente, del control difuso NHTE implementado en la parte del hombro.

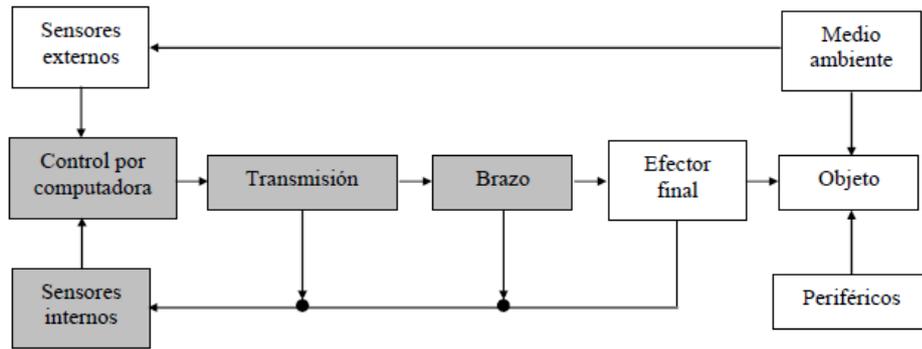


Figura 2.13: Modelo de un robot

Fuente: Jiménez, 2005

i) “Construcción, ensamblaje y control de un robot de tres grados de libertad tipo SCARA” (Tesis)

Boada Acosta, Yadira et al. En su tesis titulada “Construcción, ensamblaje y control de un robot de tres grados de libertad tipo SCARA”, presenta el montaje y control de un robot SCARA de tres grados de libertad utilizando el modelo cinemático directo e inverso, se realizó el diseño de los sistemas de potencia y de control apropiados para controlar los motores de las articulaciones del robot para que el sistema realice la tarea asignada.

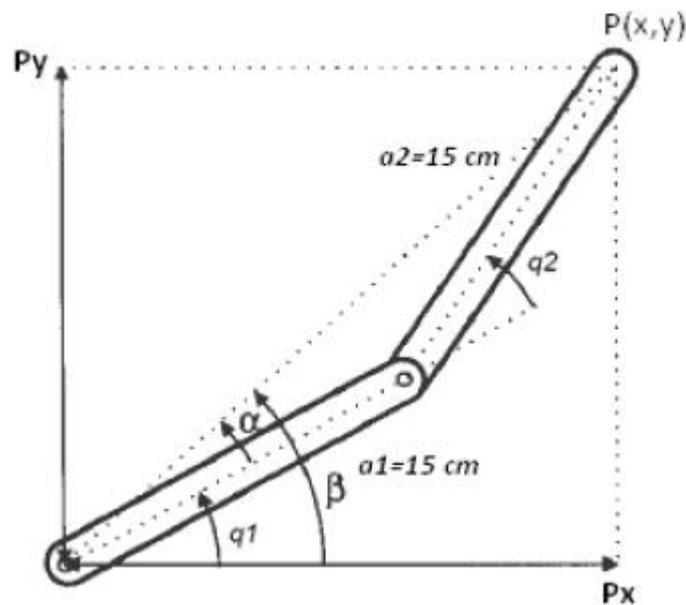


Figura 2.14: Configuración codo abajo para cálculo de ángulos

Fuente: Boada, 2010

j) **“Desarrollo del prototipo de un brazo captor para la manipulación remota de un brazo robótico” (Tesis)**

Ruiz Nicolini, Ezequiel, en la tesis titulada “Desarrollo del prototipo de un brazo captor para la manipulación remota de un brazo robótico”. Proyecto integrador. Universidad Nacional de Cuyo, Argentina, 2012, menciona que el proyecto es para la inspección remota de los generadores de vapor y recipiente de presión de una central nuclear, el autor planteó desarrollar un brazo robot articulado prototipo con sistema de telecontrol manual que sea capaz de codificar y transmitir al sistema de control del robot KUKA de la planta nuclear los movimientos que le imponga un operador. El proyecto tuvo tres etapas: el diseño mecánico y la fabricación del manipulador, el desarrollo de la representación virtual del robot, y la implementación del sistema electrónico del prototipo.

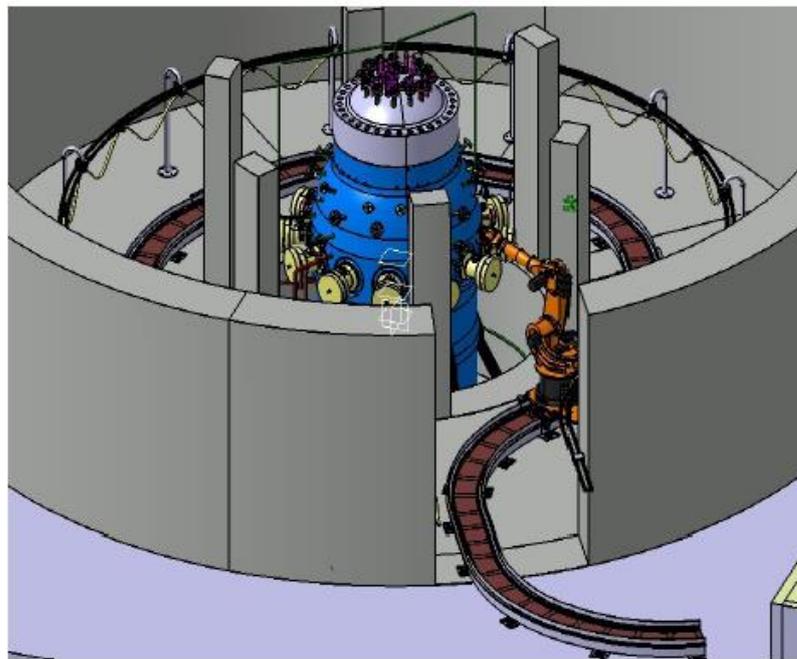


Figura 2.15: Modelo simplificado del entorno de trabajo del robot

Fuente: Ruiz, 2012

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Modelamiento

2.2.1.1 Definición de Robot

El término robot fue introducido por primera vez por el dramaturgo checo Karel. Capek en su obra de 1920 Rossum's Universal Robots, la palabra robota es la palabra checa para trabajador (Spong, 2020, p.1).

La definición oficial de un robot de este tipo proviene del Robot Institute of América (RIA) que dice que un robot es un manipulador reprogramable y multifuncional diseñado para mover materiales o herramientas especializados por medio de varios movimientos programados para ejecutar tareas.

2.2.1.2 Descripciones espaciales y transformaciones

La manipulación robótica compromete el movimiento de piezas y herramientas en el espacio a través de una estructura. Para esto se debe representar posiciones y orientaciones de piezas, herramientas y de la estructura en sí. Para la posición y orientación, se debe fijar sistemas de coordenadas e interpretarlas a través de convenciones (Craig, 2006).

2.2.1.3 Descripciones de orientaciones, posiciones y tramas

Para representar un sistema de manipulación se usa una descripción para definir las piezas, herramientas y el manipulador en sí. Una trama contiene descripciones de posición y orientación (Craig, 2006).

2.2.1.3.1 Descripción de la posición

La figura 2.16 simboliza un sistema de coordenadas de nombre $\{A\}$, con tres vectores unitarios ortogonales. ${}^A P$ es un vector que representa una posición en el espacio (Craig, 2006).

$${}^A P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

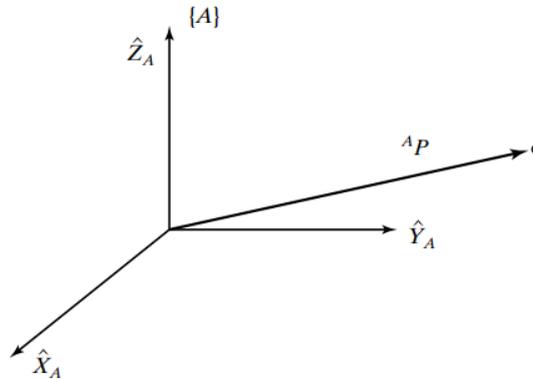


Figura 2.16: Vector relativo a la trama

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.3.2 Descripción de la orientación

En la figura 2.17 se ha ubicado el sistema de coordenadas {B}. Solo falta una descripción de {B} con respecto a {A} para orientar al cuerpo (Craig, 2006).

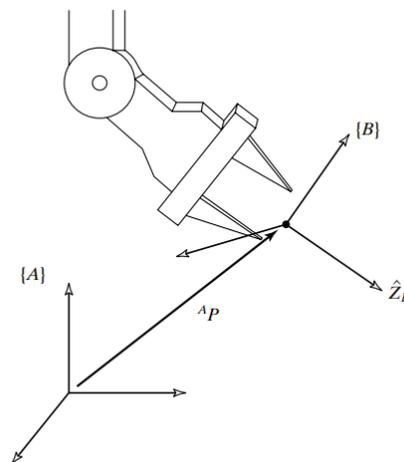


Figura 2.17: Ubicación de un objeto en orientación y posición

Fuente: Craig, 2006

Para representarlo se debe escribir los vectores unitarios en términos de {A}. Primero se escribe las ubicaciones del sistema de coordenadas {B} como \hat{X}_B , \hat{Y}_B y \hat{Z}_B . Luego se escribe en términos

del sistema de coordenadas {A}, llamados ${}^A\hat{X}_B$ ${}^A\hat{Y}_B$ ${}^A\hat{Z}_B$ (Craig, 2006). A continuación, se muestra la matriz de rotación:

$${}^A_B R = [{}^A\hat{X}_B \quad {}^A\hat{Y}_B \quad {}^A\hat{Z}_B] = \begin{bmatrix} \hat{X}_B \cdot \hat{X}_A & \hat{Y}_B \cdot \hat{X}_A & \hat{Z}_B \cdot \hat{X}_A \\ \hat{X}_B \cdot \hat{Y}_A & \hat{Y}_B \cdot \hat{Y}_A & \hat{Z}_B \cdot \hat{Y}_A \\ \hat{X}_B \cdot \hat{Z}_A & \hat{Y}_B \cdot \hat{Z}_A & \hat{Z}_B \cdot \hat{Z}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.2.1.4 Descripción de una trama (Frame)

Una trama puede determinarse como un vector de posición y una matriz de rotación en relación a alguna otra trama fija. La trama {B} se delinea mediante ${}^A_B R$ y ${}^A P_{BORG}$, en donde ${}^A P_{BORG}$ es el vector que ubica el origen de la trama {B}:

$$\{B\} = \{{}^A_B R, {}^A P_{BORG}\} \quad (2.3)$$

En la figura 2.18 se muestra un ejemplo de varias tramas, las tramas {A} y {B} están relacionadas al sistema de coordenadas universal y la trama {C} se relaciona con la trama {A} (Craig, 2006).

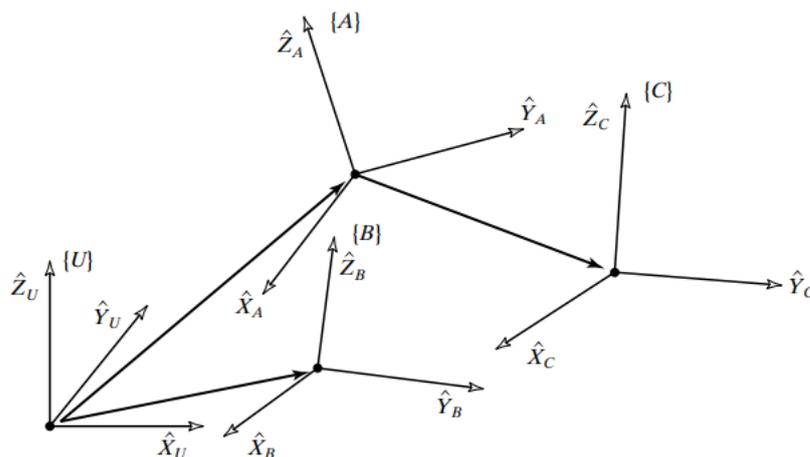


Figura 2.18: Ejemplo de varias tramas

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.5 Asignaciones que comprometen tramas trasladadas

En la figura 2.19 se tiene un punto definido por el vector ${}^B P$. En este ejemplo se tiene la trama {A} y {B}, que tienen la misma orientación. entonces se calculará el punto P relativo a {A}, ${}^A P$, mediante la suma de vectores:

$${}^A P = {}^B P + {}^A P_{BORG} \quad (2.4)$$

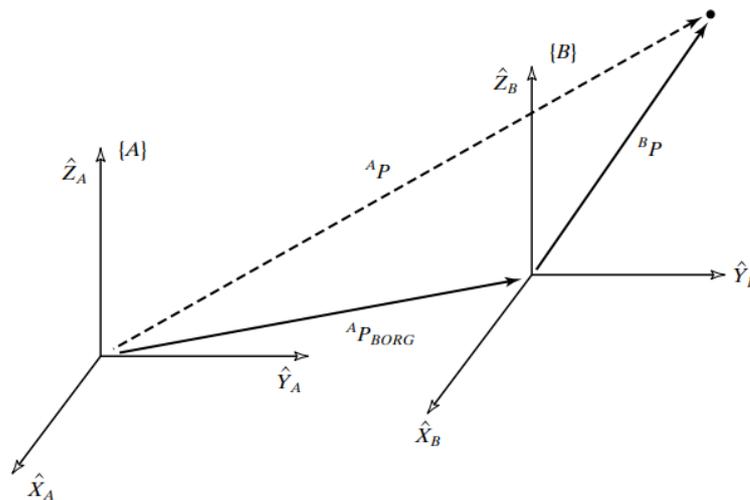


Figura 2.19: Asignación de traslación

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.6 Asignaciones que involucran tramas rotadas

Si los orígenes de dos tramas coinciden, entonces se puede representar (Craig, 2006).

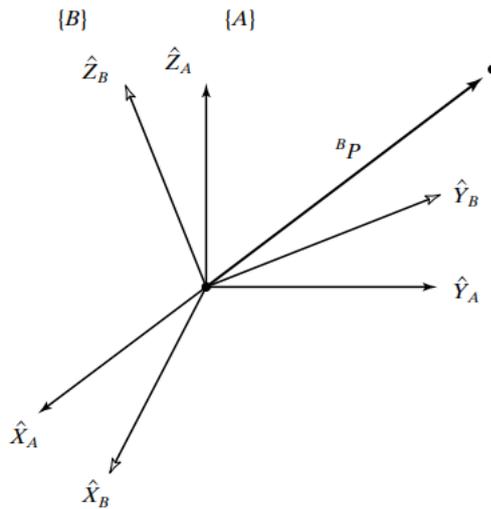


Figura 2.20: Rotación de la especificación de un vector

Fuente: Craig, 2006

Los elementos de ${}^A P$ se puede calcular como:

$$\begin{aligned}
 {}^A p_x &= {}^B \hat{X}_A \cdot {}^B P \\
 {}^A p_y &= {}^B \hat{Y}_A \cdot {}^B P \\
 {}^A p_z &= {}^B \hat{Z}_A \cdot {}^B P
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Utilizando una matriz de rotación:

$${}^A P = {}^A_B R {}^B P \tag{2.6}$$

2.2.1.7 Asignaciones que involucran tramas arbitrarias

El vector del origen de {B} se llama ${}^A P_{BORG}$. {B} se gira con respecto a {A}, según lo detalla ${}^A_B R$. Dado ${}^B P$, se calculará ${}^A P$, como en la figura 2.21. (Craig, 2006).

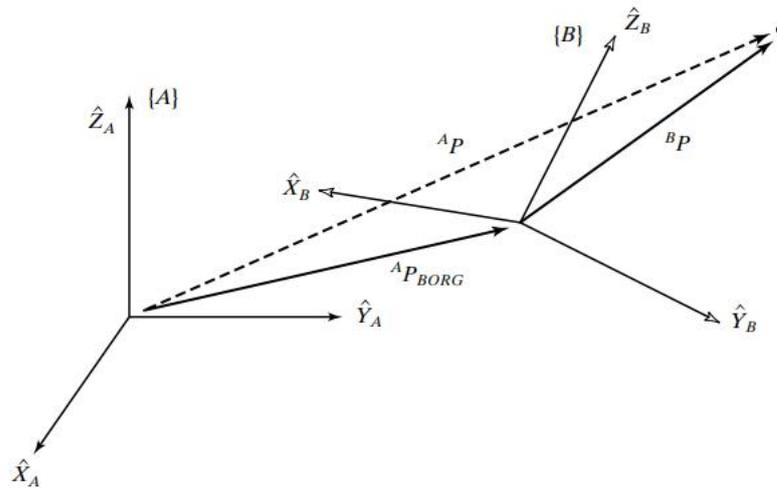


Figura 2.21: Transformada general de un vector

Fuente: Craig, 2006

Con una suma vectorial, se puede examinar la traslación entre orígenes:

$${}^A P = {}^A R {}^B P + {}^A P_{BORG} \quad (2.6)$$

La forma conceptual es:

$${}^A P = {}^A T {}^B P \quad (2.7)$$

Si se quiere incluir todo en una matriz, se define un operador matricial de 4×4 y se utiliza vectores de posición de 4×1 (Craig, 2006).

$$\begin{bmatrix} {}^A P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A R & {}^A P_{BORG} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B P \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Entonces se tiene que:

- 1) Se adiciona un "1" en el último componente de los vectores de 4×1 .
- 2) Se adiciona una fila "[0 0 0 1]" en la última fila de la matriz de 4×4 .

La matriz de 4×4 en (2.8) se le denomina transformada homogénea.

2.2.1.8 Operadores de rotación

$${}^A P_2 = R {}^A P_1 \quad (2.9)$$

Un operador rotacional:

$${}^A P_2 = R_Z(\theta) {}^A P_1 \quad (2.10)$$

En esta notación, $R_Z(\theta)$ es un operador rotacional sobre el eje Z. Se puede escribir como una transformada homogénea (Craig, 2006).

$$R_Z(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.2.1.9 Ecuaciones de transformadas

Si se conoce la transformada ${}^B T$, en la figura 2.22, que delinea la trama $\{T\}$ en los dedos del brazo robot, relativa a su base, $\{B\}$ entonces:

$${}^T_G T = {}^B_T T^{-1} {}^B_S T {}^S_G T \quad (2.12)$$

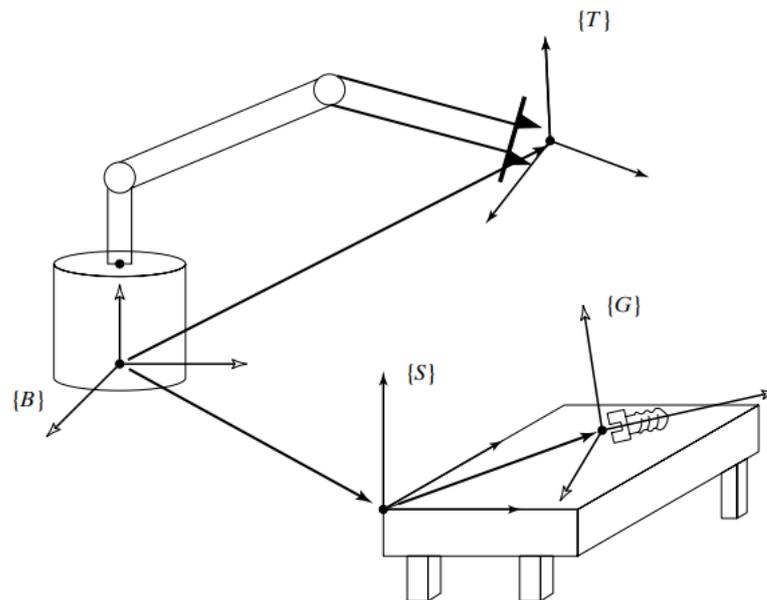


Figura 2.22: Un brazo robot tratando de agarrar un perno

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.10 Ángulos de Euler Z – Y – X

Se gira {B} primero sobre \hat{Z}_B con el ángulo α , luego sobre \hat{Y}_B , con el ángulo β , y finalmente sobre \hat{X}_B usando el ángulo γ . Se observa que la ubicación depende de los giros anteriores. Como las rotaciones se realizan sobre los ejes \hat{Z} , \hat{Y} y \hat{X} , entonces se llamará ángulos de Euler Z-Y-X.” (Craig, 2006).

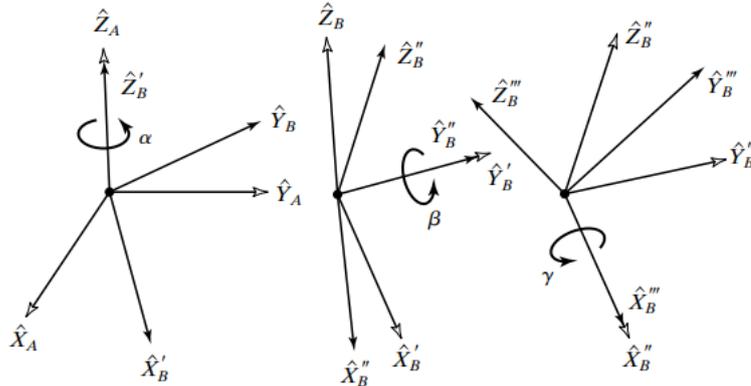


Figura 2.23: Ángulos Z-Y-X de Euler

Fuente: Craig, 2005

La figura 2.23 muestra la rotación α sobre \hat{Z} haciendo que \hat{X} gire hacia \hat{X}' , que \hat{Y} gire hacia \hat{Y}' . Se adiciona una “prima” a cada eje con cada rotación. La matriz de rotación con ángulos de Euler Z-Y-X será ${}^A_B R_{Z'Y'X'}(\alpha, \beta, \gamma)$ (Craig, 2006). También se puede escribir:

$${}^A_B R = {}^A_B R \quad {}^{B'}_B R \quad {}^{B''}_B R \quad (2.13)$$

en donde los elementos de (2.13) hace referencia a la convención del ángulo de Euler Z-Y-X. La orientación final de {B} con respecto a {A} es

$$\begin{aligned} {}^A_B R_{Z'Y'X'} &= R_Z(\alpha)R_Y(\beta)R_X(\gamma) \\ &= \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\gamma & -s\gamma \\ 0 & s\gamma & c\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

en donde $c\alpha = \cos \alpha$, $s\alpha = \sin \alpha$, y así sucesivamente. Al multiplicar obtenemos:

$${}^A_B R_{Z'Y'X'}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} cac\beta & cas\beta s\gamma - sac\gamma & cas\beta c\gamma + sas\gamma \\ sac\beta & sas\beta s\gamma + cac\gamma & sas\beta c\gamma - cas\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.2.1.11 Cinemática directa del manipulador

La cinemática estudia la posición, la velocidad, la aceleración. Para un manipulador, se añade tramas a las articulaciones y luego se relacionan entre sí. Este es un modo para calcular la posición y la orientación del efector final del brazo robot con relación a la base (Craig, 2006).

a) Descripción de segmentos o vínculos

Un manipulador está hecho de vínculos. Las articulaciones conectan a los segmentos (Craig, 2006). La figura 2.24 muestra seis posibles articulaciones.

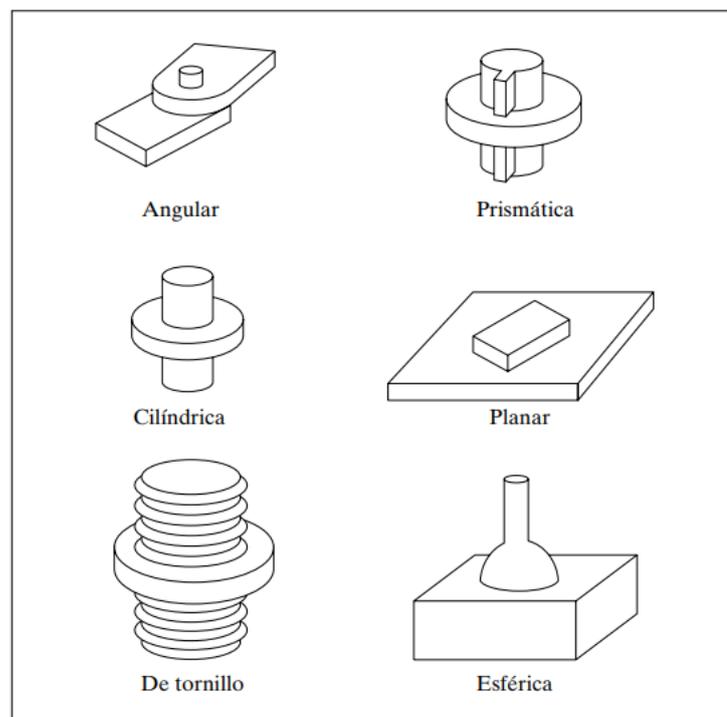


Figura 2.24: Las seis posibles articulaciones de par menor

Fuente: Craig, 2006

b) Convención Denavit-Hartenberg

Se utiliza una trama para cada vínculo. La trama de la base del brazo robot se llamará trama $\{0\}$. Esta es la trama de referencia y no se mueve. Se puede escribir las demás tramas en referencia a esta (Craig, 2006).

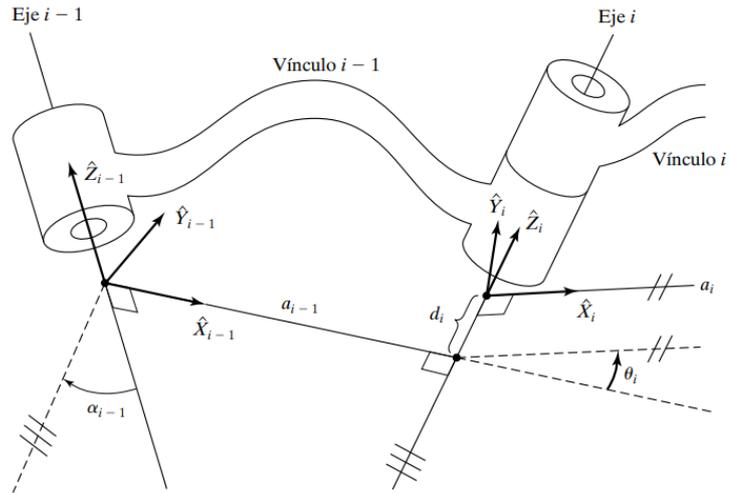


Figura 2.25: Las tramas de los vínculos se unen de manera que la trama {i} está unida al vínculo i.

Fuente: Craig, 2006

Parámetros Denavit-Hartenberg:

a_i = la distancia de \hat{Z}_i a \hat{Z}_{i+1} medida sobre \hat{X}_i ;

α_i = el ángulo de \hat{Z}_i a \hat{Z}_{i+1} medido sobre \hat{X}_i ;

d_i = la distancia de \hat{X}_{i-1} a \hat{X}_i medida sobre \hat{Z}_i ; y

θ_i = el ángulo de \hat{X}_{i-1} a \hat{X}_i medido sobre \hat{Z}_i .

En el anexo 1 se tiene una amplia información con respecto a la matriz de Denavit-Hartenberg. En esta convención D-H cada transformación homogénea A_i se representa como el producto de cuatro transformaciones básicas:

$$A_i = Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\quad \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

donde las cuatro cantidades θ_i , a_i , d_i , α_i , son parámetros asociados al enlace i y articulación i .

c) Tramas con nombre estándar

En la figura 2.26 se muestra una situación en la que un brazo robot debe colocar una herramienta en una ubicación predefinida por el usuario (Craig, 2006).

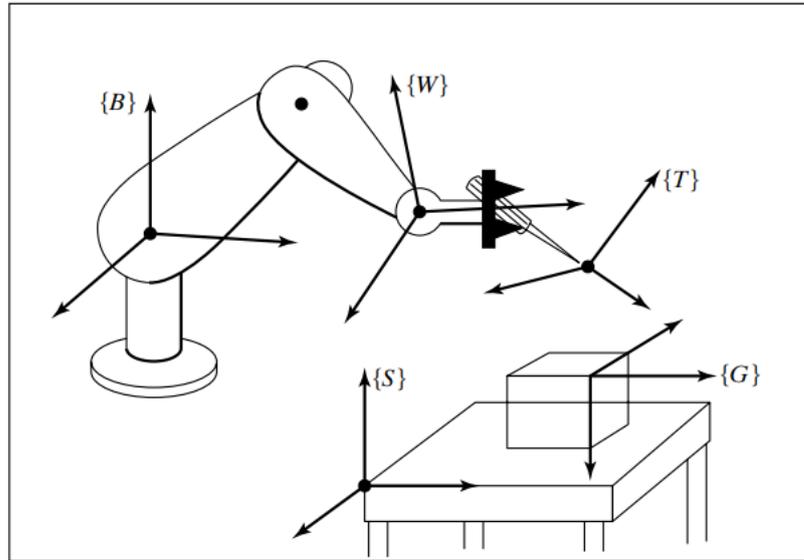


Figura 2.26: Ejemplo de la asignación de tramas estándar

Fuente: Craig, 2006

$${}^S_T = {}^B_S T^{-1} {}^B_W T {}^W_T T \tag{2.17}$$

2.2.1.12 Cinemática inversa del manipulador

Dada la posición y orientación deseada de la herramienta respecto a la estación, ahora se debe hallar el conjunto de ángulos de las articulaciones para lograr dicho punto deseado (Craig, 2006).

a) Múltiples soluciones

En la figura 2.27 se muestra un brazo de tres articulaciones con su efector final en cierta posición y orientación. Las líneas punteadas muestran una segunda posibilidad en la que puede lograrse la misma posición y orientación del efector final (Craig, 2006).

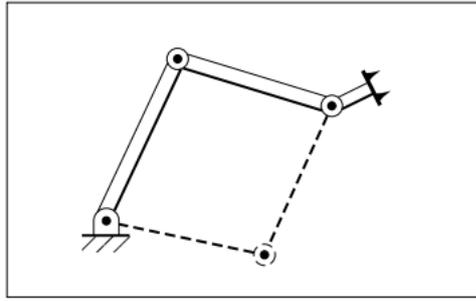


Figura 2.27: Brazo robot de tres vínculos. Las líneas punteadas muestran una segunda solución.

Fuente: Craig, 2006

b) Las tramas estándar

La capacidad de encontrar los ángulos de articulación es la pieza clave en muchos sistemas de control de robots. El usuario indica donde está ubicada la trama estación. Ésta podría ubicarse en la esquina de una mesa, como en la figura 2.29 (Craig, 2006).

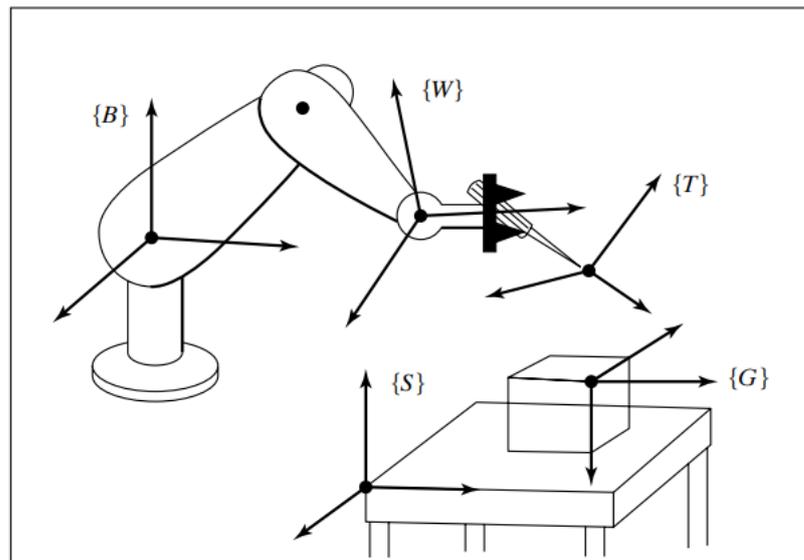


Figura 2.28: Ubicación de las tramas "estándar"

Fuente: Craig, 2006

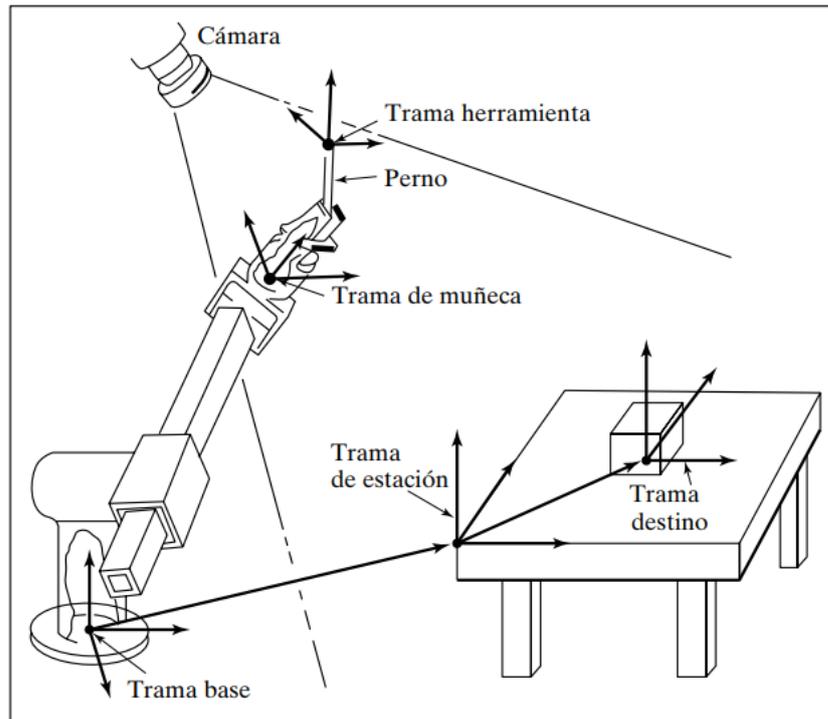


Figura 2.29: Estación de trabajo de ejemplo

Fuente: Craig, 2006

El sistema de control del robot calcula los ángulos de las articulaciones para moverlas de tal manera que la trama herramienta se mueva desde su posición inicial de manera uniforme hasta que $\{T\} = \{G\}$ al final del movimiento (Craig, 2006).

2.2.1.13 Jacobianos: velocidades y fuerzas estáticas

La matriz perteneciente al jacobiano relaciona las velocidades lineales y angulares del sistema.

a) Orientación y Posición variantes en el tiempo

Como base para la consideración de velocidades se necesita la siguiente anotación para la derivada de un vector:

$${}^B V_Q = \frac{d}{dt} {}^B Q = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{{}^B Q(t+\Delta t) - {}^B Q(t)}{\Delta t} \quad (2.18)$$

Si se incluye la matriz de rotación sobre la trama de referencia; entonces sería:

$${}^A({}^B V_Q) = {}^A_B R {}^B V_Q \quad (2.19)$$

b) El vector de velocidad angular

El vector de velocidad angular usa el símbolo Ω . La velocidad lineal está referida a un punto y la velocidad angular está referida a un cuerpo. En la figura 2.30, ${}^A\Omega_B$ delinea la rotación de la trama {B} relativa a la trama {A}. La magnitud de ${}^A\Omega_B$ indica la velocidad de rotación. ${}^C({}^A\Omega_B)$ es la velocidad angular de la trama {B} en relación a {A}, expresada en términos de {C} (Craig, 2006).

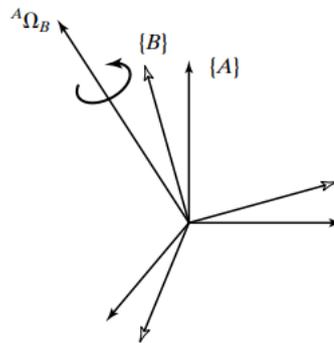


Figura 2.30: La trama {B} gira con la velocidad angular ${}^A\Omega_B$ en relación a la trama {A}.

Fuente: Craig, 2006

c) Velocidad lineal

Se considera una trama {B} y se desea escribir el movimiento de ${}^B Q$ en referencia a la trama {A}, como en la figura 2.31. La trama {B} está ubicada en relación con la trama fija {A}, como el vector de posición ${}^A P_{BORG}$ y una matriz de rotación ${}^A_B R$ que su orientación no cambia (Craig, 2006). Se escriben los componentes de velocidad en términos de {A} y se suman:

$${}^A V_Q = {}^A V_{BORG} + {}^A_B R {}^B V_Q \quad (2.20)$$

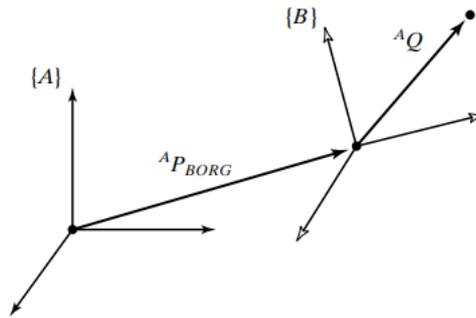


Figura 2.31: La trama {B} se traslada con la velocidad ${}^A V_{BORG}$ relativa a la trama {A}.

Fuente: Craig, 2006

d) Velocidad de rotación

Si se tiene dos tramas con orígenes iguales y velocidad lineal cero; sus orígenes permanecerán concordante en todo momento. En la figura 2.31 se indica que la orientación de la trama {B} con respecto a la trama {A} cambia con el tiempo. El vector ${}^B Q$ sitúa un punto fijo en {B} (Craig, 2006).

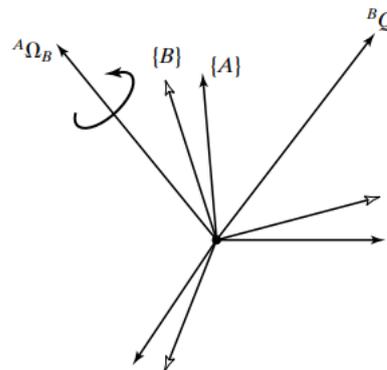


Figura 2.31: El vector ${}^B Q$ fijo en la trama {B} está girando respecto a la trama {A} con una velocidad angular ${}^A \Omega_B$.

Fuente: Craig, 2006

e) Velocidad lineal y de rotación simultáneas

La velocidad de un vector fijado en la trama {B}, con respecto a la trama {A} cuando la orientación relativa de {B} y {A} varía es:

$${}^A V_Q = {}^A V_{BORG} + {}^A R_B {}^B V_Q + {}^A \Omega_B \times {}^A R_B {}^B Q \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) es el resultado de la derivada de un vector en una trama móvil, visto desde una trama inmóvil.

2.2.1.14 Jacobianos

El jacobiano es una expresión en varias dimensiones de la derivada.

$$\delta Y = \frac{\partial F}{\partial X} \delta X \quad (2.22)$$

$$\delta Y = J(X) \delta X \quad (2.23)$$

Al derivar ambos lados:

$$\dot{Y} = J(X) \dot{X} \quad (2.24)$$

Los jacobianos son transformaciones lineales variantes en el tiempo. En robótica, se usa jacobianos para relacionar las velocidades de las articulaciones con velocidades cartesianas en el efector final; (Craig, 2006). Por ejemplo:

$${}^0v = {}^0J(\theta) \dot{\theta} \quad (2.25)$$

en donde θ es el vector de ángulos de articulación del robot y v es un vector de velocidades cartesianas.

Para un robot de seis articulaciones el jacobiano es de 6×6 . θ es de 6×1 y 0v es de 6×1 . El vector de velocidad cartesiana de 6×1 está compuesto por el vector de velocidad lineal de 3×1 continuado del vector de velocidad de rotación de 3×1 :

$${}^0v = \begin{bmatrix} {}^0v \\ {}^0\omega \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

2.2.1.15 Fuerzas estáticas en los brazos robots

En un brazo robot las fuerzas y los momentos de torsión se propagan de vínculo en vínculo. Se debe mantener el sistema en equilibrio estático en términos de las tramas de los vínculos. Luego, se calcula el momento de torsión necesario para que el brazo robot pueda estar en equilibrio estático y pueda sujetar una carga en el efector final (Craig, 2006).

Los símbolos para la fuerza y el momento de torsión son:

f_i = fuerza ejercida sobre el vínculo i por el vínculo $i - 1$.

n_i = momento de torsión ejercido sobre el vínculo i por el vínculo $i - 1$.

La figura 2.32 presenta las fuerzas estáticas y momentos que actúan sobre el vínculo i . Si se suma las fuerzas y se hace iguales a cero, tenemos:

$${}^i f_i - {}^i f_{i+1} = 0 \quad (2.27)$$

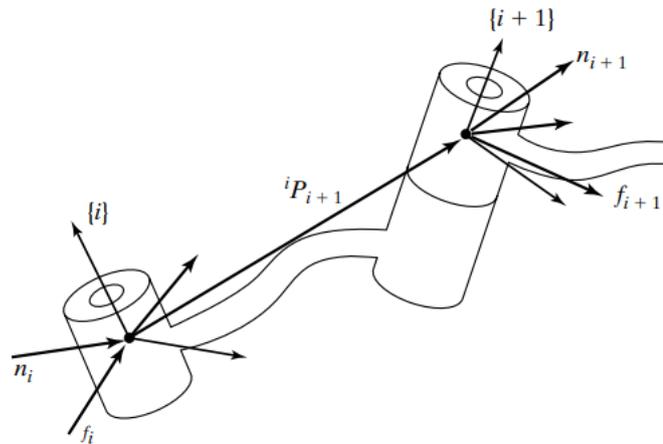


Figura 2.32: Balance de momento-fuerza estática para un segmento

Fuente: Craig, 2006

Se utiliza la matriz de rotación:

$${}^i f_i = {}_{i+1}^i R {}^{i+1} f_{i+1} \quad (2.28)$$

$${}^i n_i = {}_{i+1}^i R {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i p_{i+1} \times {}^i f_i \quad (2.29)$$

Para mantener el equilibrio estático, se calcula el producto punto del vector eje de articulación con el vector de momento que ejerce sobre el vínculo (Craig, 2006):

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i \hat{z}_i \quad (2.30)$$

Para una articulación prismática:

$$\tau_i = {}^i f_i^T {}^i \hat{z}_i \quad (2.31)$$

2.2.1.16 Dinámica del manipulador

La dinámica considera las fuerzas requeridas para producir movimiento, se utiliza actuadores (Craig, 2006).

2.2.1.16.1 La aceleración de cuerpos duros

Las aceleraciones lineal y angular son la derivada de las velocidades:

$${}^B\dot{V}_Q = \frac{d}{dt} {}^B V_Q = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{{}^B V_Q(t+\Delta t) - {}^B V_Q(t)}{\Delta t} \quad (2.32)$$

y

$${}^B\dot{\Omega}_Q = \frac{d}{dt} {}^A \Omega_B = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{{}^A \Omega_B(t+\Delta t) - {}^A \Omega_B(t)}{\Delta t} \quad (2.33)$$

2.2.1.17 Distribución de la masa

El tensor de inercia generaliza el momento escalar de inercia de un objeto, que describe la distribución de la masa de un cuerpo tenso con respecto a una trama referencial; como en la figura 2.33 (Craig, 2006).

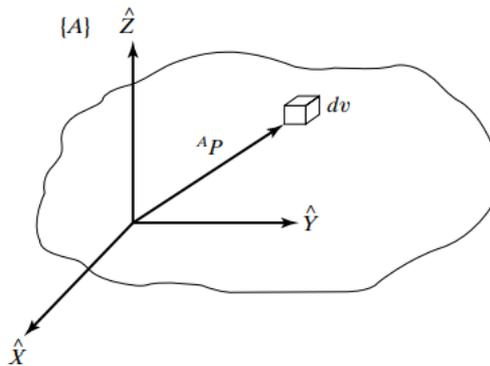


Figura 2.33: El tensor de inercia de un objeto describe su distribución de la masa y dv es su volumen diferencial.

Fuente: Craig, 2006

El tensor de inercia con relación a la trama {A} se escribe como una matriz de 3×3 :

$${}^0I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

en donde los componentes escalares son:

$$\begin{aligned}
 I_{xx} &= \iiint_V (y^2 + z^2) \rho \, dv \\
 I_{yy} &= \iiint_V (x^2 + z^2) \rho \, dv \\
 I_{zz} &= \iiint_V (x^2 + y^2) \rho \, dv \\
 I_{xy} &= \iiint_V xy \rho \, dv \\
 I_{xz} &= \iiint_V xz \rho \, dv \\
 I_{yz} &= \iiint_V yz \rho \, dv
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

En donde ρ es la densidad y los componentes I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} son los momentos de inercia de masas.

2.2.1.18 La ecuación de Euler y la ecuación de Newton

Para mover los segmentos de un manipulador se le debe acelerar y desacelerar según su distribución de la masa (Craig, 2006).

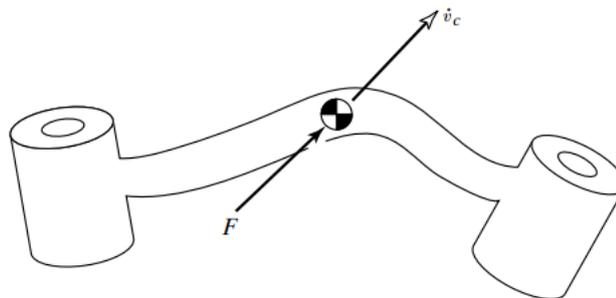


Figura 2.34: La fuerza F que interacciona en el centro de masas de un segmento hace que éste se acelere a \dot{v} .

Fuente: Craig, 2006

a) La ecuación de Newton

En la figura 2.34 se muestra un cuerpo que su centro de masas tiene una aceleración \dot{v}_c . La fuerza F que actúa en el centro de masas y produce esta aceleración se da mediante la ecuación de Newton:

$$F = m\dot{v}_c \tag{2.36}$$

en donde m es la masa total del cuerpo.

b) La ecuación de Euler

En la figura 2.35 se muestra un segmento que gira con una velocidad angular ω y una aceleración angular $\dot{\omega}$. El momento N es (Craig, 2006):

$$N = {}^C I \dot{\omega} + \omega \times {}^C I \omega \quad (2.37)$$

en donde ${}^C I$ es el tensor de inercia en referencia a {C}.

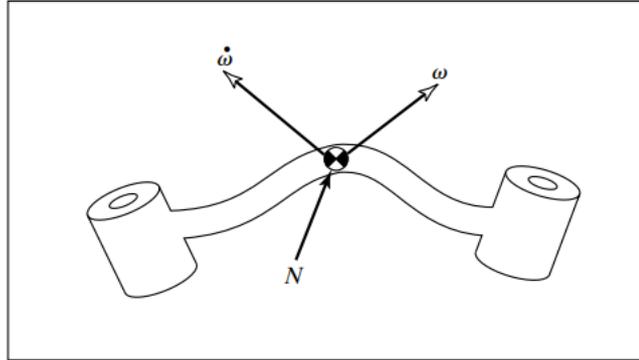


Figura 2.35: Un momento N que ejerce sobre el segmento

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.19 La ecuación de espacio de estados.

Tomando en cuenta las ecuaciones de Newton-Euler para un brazo robot, se produce la siguiente ecuación dinámica:

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (2.38)$$

en donde $M(\theta)$ es la matriz de masas de $n \times n$ del manipulador, $V(\theta, \dot{\theta})$ es un vector de $n \times 1$, de términos centrífugos y Coriolis, y $G(\theta)$ es un vector de $n \times 1$, de términos de gravedad (Craig, 2006).

2.2.1.20 Formulación Lagrangiana de la dinámica de manipuladores

La formulación lagrangiana es una manera de representar el balance de energías (Craig, 2006). A continuación, se muestra la energía cinética del i -ésimo vínculo k_i :

$$k_i = \frac{1}{2} m_i v_{C_i}^T v_{C_i} + \frac{1}{2} {}^i \omega_i^T {}^C I_i {}^i \omega_i \quad (2.39)$$

en donde el primer término es la energía cinética del segmento y el segundo término es la energía cinética angular del segmento (Craig, 2006).

Se puede delinear en función de la posición de articulación y su derivada, $k(\theta, \dot{\theta})$ (Craig, 2006):

$$k(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M(\theta) \dot{\theta} \quad (2.40)$$

en donde $M(\theta)$ es la matriz de masas del brazo robot.

La ecuación (2.40) también se puede escribir como:

$$k = \frac{1}{2} m v^2 \quad (2.41)$$

Y la energía potencial u_i , se puede revelar como:

$$u_i = -m_i {}^0g^T {}^0P_{C_i} + u_{ref_i} \quad (2.42)$$

en donde 0g es el vector de gravedad; ${}^0P_{C_i}$ es el vector del centro de masas, y u_{ref_i} es una constante que hace que u_i sea cero en su valor mínimo.

El lagrangiano de un brazo robot es la diferencia entre la energía cinética y potencial (Craig, 2006):

$$\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta}) = k(\theta, \dot{\theta}) - u(\theta) \quad (2.43)$$

En movimiento:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \tau \quad (2.42)$$

en donde τ es el vector de momentos de torsión de tamaño $n \times 1$. Esta ecuación se transforma en

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial k}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial k}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = \tau \quad (2.45)$$

Por otro lado, la relación que existen entre que el torque de un motor y su corriente es directamente proporcional, mientras que la relación entre el torque y la velocidad es inversamente proporcional. A continuación, en la figura 2.36 se muestra la relación entre el torque la corriente y la velocidad de un motor paso a paso (N: velocidad; M: momento o torque y I: corriente).

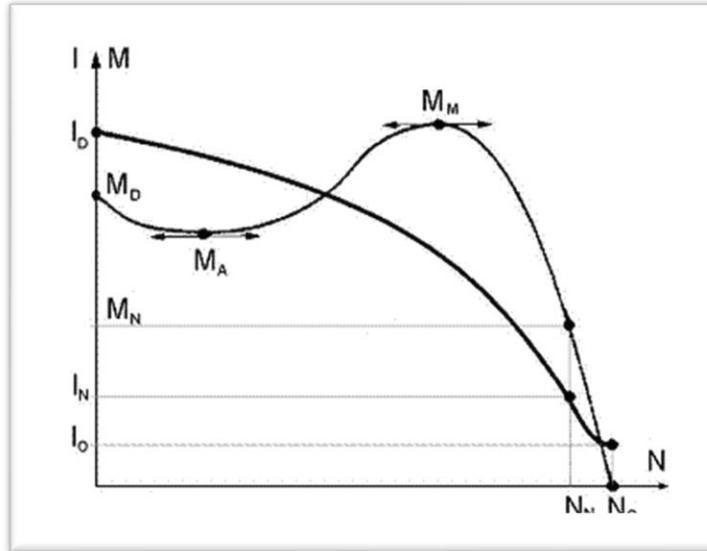


Figura 2.36: Relación entre torque, corriente y velocidad de un motor paso a paso.

Fuente: Díaz, Robles y Rueda, 2014

Para el cálculo de torque del motor que va a accionar la articulación prismática se tiene la siguiente representación y ecuación que aparecen en la figura 2.37 y en la ecuación 2.46 respectivamente.

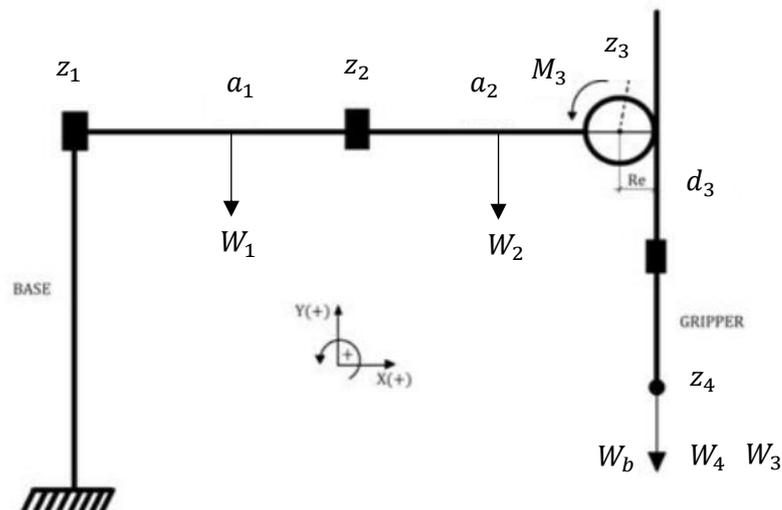


Figura 2.37: Representación para el cálculo del torque de los motores

Elaborado por: el autor

En la figura 2.37 se aprecia que el torque mínimo (M_3) para la articulación prismática (d_3) se halla efectuando la sumatoria de momentos en el punto C.

$$\begin{aligned}\sum M_3 &= M_3 - W_M \cdot (R_e) - W_G \cdot (R_e) - W_3 \cdot (R_e) = 0 & (2.46) \\ M_c &= R_e \cdot (W_M + W_G + W_3) = 0\end{aligned}$$

Dónde:

M_3 : es el torque que debe tener el motor para soportar el peso de la botella y el eslabón de la articulación prismática.

R_e : es el radio del eje del motor.

W_3 : peso del segmento 3.

W_G : peso del efector final o gripper.

W_M : peso de la carga a manipular.

Para las articulaciones rotacionales se tiene el esquema y las ecuaciones que se presentan a continuación. En la figura 2.38 se muestra el esquema de los momentos o torques relaciones con las dos articulaciones rotacionales.

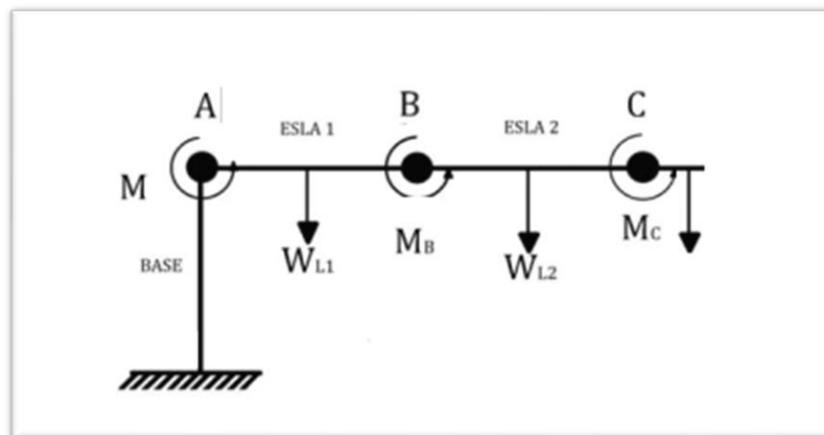


Figura 2.38: Representación para el cálculo del torque mínimo que requieren las articulaciones rotacionales.

Fuente: Díaz, Robles y Rueda, 2014

$$\sum M_A = M_A - W_{L1} \cdot \left(\frac{AB}{2}\right) - W_{L2} \cdot \left(AB + \frac{BC}{2}\right) - W_{acumulado}(AB + BC) \quad (2.47)$$

$$\sum M_B = M_B - W_{L2} \cdot \left(\frac{BC}{2}\right) - W_{acumulado}(AB + BC) \quad (2.48)$$

M_A, M_B : Torques de los motores de las dos primeras articulaciones respectivamente.

W_{L1}, W_{L2} : Peso del eslabón 1 y 2 respectivamente.

$W_{acumulado}$: Peso de los pesos que intervinieron para el cálculo del momento M_C .

2.2.1.21 Efectos de segmentos no rígidos

Hasta ahora en las ecuaciones dinámicas realizadas no se ha incluido es la fricción. En los robots actuales, la fuerza de fricción debido a los engranajes ocupa casi el 25% del momento de torsión requerido para mover el brazo robot. La velocidad de la articulación y el momento de torsión de la fricción son proporcionales (Craig, 2006).

$$\tau_{fricción} = v\dot{\theta} \quad (2.49)$$

en donde v es la constante de fricción viscosa. También existe la fricción de Coulomb, que depende del signo en la velocidad de una articulación:

$$\tau_{fricción} = c \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \quad (2.50)$$

en donde c es la constante de fricción de Coulomb. Cuando $\dot{\theta} = 0$, c toma un valor, pero cuando $\dot{\theta} \neq 0$, c toma un valor menor. la fricción viscosa se da gracias a la lubricación y otros efectos. Entonces se incluyen ambas fricciones:

$$\tau_{fricción} = c \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + v\dot{\theta} \quad (2.51)$$

También la fricción depende de la forma de los engranajes. Entonces:

$$\tau_{fricción} = f(\theta, \dot{\theta}) \quad (2.52)$$

Ahora el modelo de estados es:

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + F(\theta, \dot{\theta}) \quad (2.53)$$

Los efectos de flexión que producen resonancias no se han incluido en las ecuaciones de movimientos porque son extremadamente difíciles de modelar (Craig, 2006) y están más allá del alcance de esta tesis.

2.2.1.22 Generación de trayectorias

Trayectoria es la posición, velocidad y aceleración de una articulación con respecto al tiempo. El usuario debe ser capaz de indicar una trayectoria deseada y el sistema de control debe encargarse de cómo hacerlo. Es mejor que el brazo robot realice un movimiento uniforme porque los movimientos brutos hacen que se gaste más energía innecesaria y pueden producir vibraciones con frecuencias que pueden alterar el sistema de control (Craig, 2006).

2.2.1.22.1 Polinomios cúbicos

Lo que se necesita es una posición inicial t_0 y una posición final t_f para cada articulación (Craig, 2006). En la figura 2.39 se muestra una variedad de funciones $\theta(t)$ que podrían usarse para la trayectoria de una articulación.

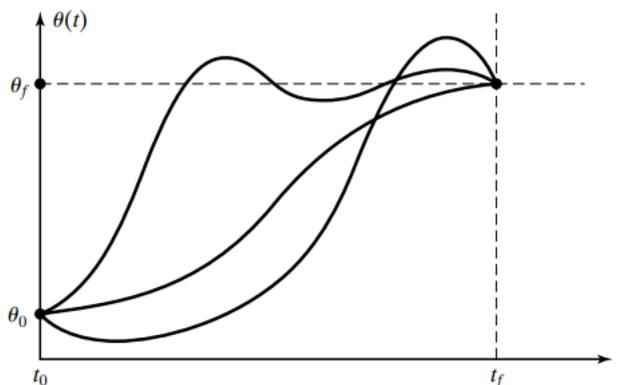


Figura 2.39: Posibles rutas para una articulación

Fuente: Craig, 2005

Hay cuatro limitaciones para $\theta(t)$, uno es el valor inicial y el otro el valor final:

$$\begin{aligned} \theta(0) &= \theta_0 \\ \theta(t_f) &= \theta_f \end{aligned} \tag{2.54}$$

La función debe ser con velocidad continua, por lo tanto, la velocidad inicial y final debe ser cero.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}(0) &= 0 \\ \dot{\theta}(t_f) &= 0\end{aligned}\tag{2.55}$$

Para las cuatro restricciones se va a usar un polinomio cúbico, ya que tiene cuatro coeficientes:

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3\tag{2.56}$$

Entonces la velocidad y la aceleración de la articulación son:

$$\begin{aligned}\dot{\theta}(t) &= a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \\ \ddot{\theta}(t) &= 2a_2 + 6a_3t\end{aligned}\tag{2.57}$$

Si se utilizan las ecuaciones (2.54) y (2.55) y las cuatro limitaciones se crean cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas:

$$\begin{aligned}\theta_0 &= a_0 \\ \theta_f &= a_0 + a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 \\ 0 &= a_1 \\ 0 &= a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2\end{aligned}\tag{2.58}$$

Resolviendo estas ecuaciones para las a_i se obtiene:

$$\begin{aligned}a_0 &= \theta_0 \\ a_1 &= 0 \\ a_2 &= \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) \\ a_3 &= -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0)\end{aligned}\tag{2.59}$$

Finalmente se tiene la ecuación (2.59) que enlaza la posición inicial con la posición final (Craig, 2006).

2.2.1.23 Diseño del mecanismo del brazo robot

El mecanismo de un brazo robot tiene influencia sobre la cinemática directa e inversa, en la dinámica y en el tensor de inercia de los segmentos. Lo que se recomienda por factores económicos es que se diseñe un brazo robot según la tarea a desarrollar (Craig, 2006).

a) Grados de libertad

Debe seleccionarse según la tarea a desarrollar.

b) Volumen de trabajo

El brazo robot debe ser capaz de alcanzar las piezas de trabajo (Craig, 2006).

c) Capacidad de carga

La capacidad que puede cargar un brazo robot depende de los actuadores, los engranajes y sus segmentos (Craig, 2006).

d) Velocidad

Es lo más veloz que puede alcanzar el efector final y las articulaciones.

e) Precisión y Repetitividad

Una alta precisión y repetitividad se puede loga con un alto presupuesto. Si se va a usar el brazo robot para pintar objetos con una pistola de aire, no es necesario que tenga un margen de error de 0.001 pulgadas (Craig, 2006).

2.2.1.24 Configuración de la cinemática

Existe una variedad de maneras de como diseñar el brazo robot con el número de grados de libertad elegido.

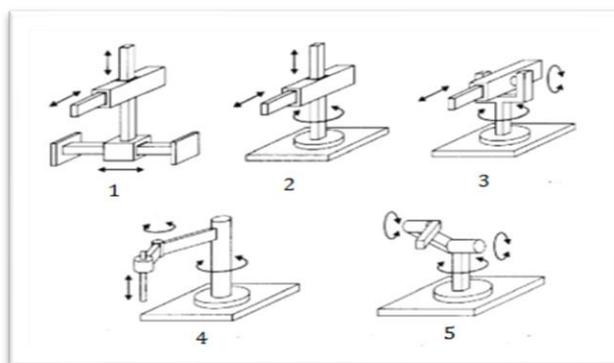


Figura 2.40: Configuraciones más comunes de los brazos robot (1: cartesiano; 2: cilíndrico; 3: esférico o polar; 4: SCARA; 5: angular o antropomórfico).

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

2.2.1.25 SCARA (Selective Compliant Articulated Robot for Assembly)

La configuración SCARA (Robot articulado de cumplimiento selectivo para montaje) tiene tres articulaciones angulares y una prismática. La base del brazo robot puede alojar los motores para las dos primeras articulaciones.

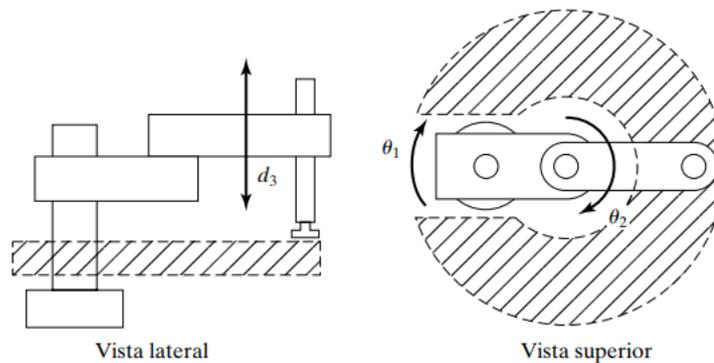


Figura 2.41: Un manipulador SCARA

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.26 Esquemas de accionamiento

El actuador, la reducción y la transmisión están unidos por lo que se debe diseñar conjuntamente. Lo más recomendable es que se ubique el actuador en la misma articulación o en la articulación más cercana (Craig, 2006).

2.2.1.27 Sistemas de transmisión y reducción

Los engranajes pueden producir reducciones significativas (Craig, 2006). La proporción de engranaje η delinea la reducción de velocidad y aumento en el momento de torsión de los engranajes.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_0 &= (1/\eta)\dot{\theta}_i \\ \tau_0 &= \eta\tau_i\end{aligned}\tag{2.60}$$

en donde $\dot{\theta}_0$ y $\dot{\theta}_i$ son las velocidades de salida y de entrada, y τ_0 y τ_i los momentos de torsión de salida y entrada respectivamente.

2.2.1.28 Actuadores

Para un brazo robot los actuadores más usados son los motores eléctricos por su fácil control y tamaño. El motor de corriente directa (DC) (Figura 2.42) funciona con el campo magnético que forman los devanados. Una desventaja de estos motores es el sobrecalentamiento cuando se usa por periodos extensos (Craig, 2006).

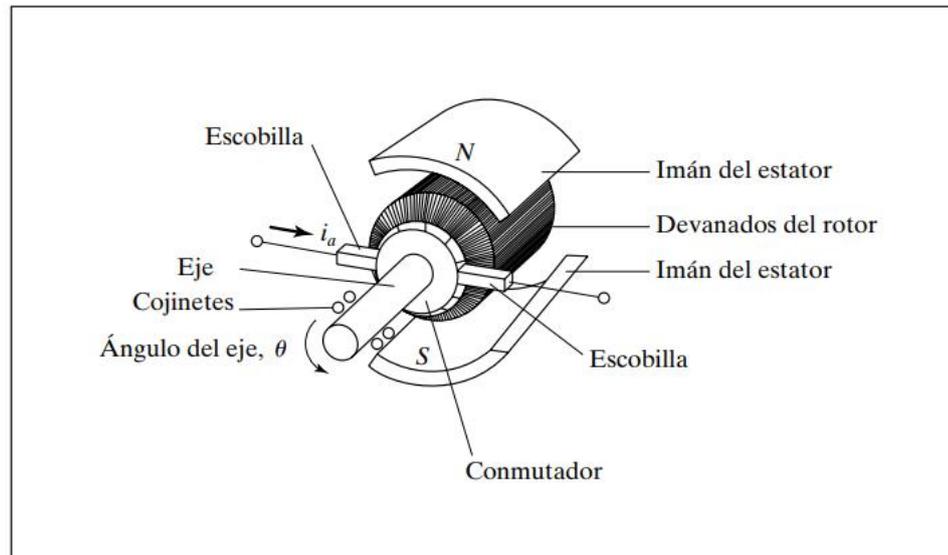


Figura 2.42: Los motores de DC son los actuadores más usados en manipuladores.

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.29 Modelamiento para la elección

adecuada de los motores a utilizar.

Existen diferentes tipos de motores los cuales pueden ser utilizados para el movimiento de las articulaciones del brazo robot, pero al requerir precisión y velocidad en los movimientos de las articulaciones se decidió emplear motores paso a paso, debido a su grado de exactitud y manejo de la velocidad.

El motor paso a paso es capaz de moverse una cantidad de grados cuando se le envía una serie de impulsos eléctricos de un sistema digital. En la figura 2.43 se muestra las características físicas de un motor paso a paso.



Figura 2.43: Motor paso a paso

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

En la actualidad hay dos tipos de motores paso a paso:

- a) **Bipolar:** Tienen cuatro cables de salida. Necesitan de un control más completo, porque requiere el cambio de la dirección de la corriente. En la figura 2.44 se muestra la parte interna de un motor bipolar paso a paso.

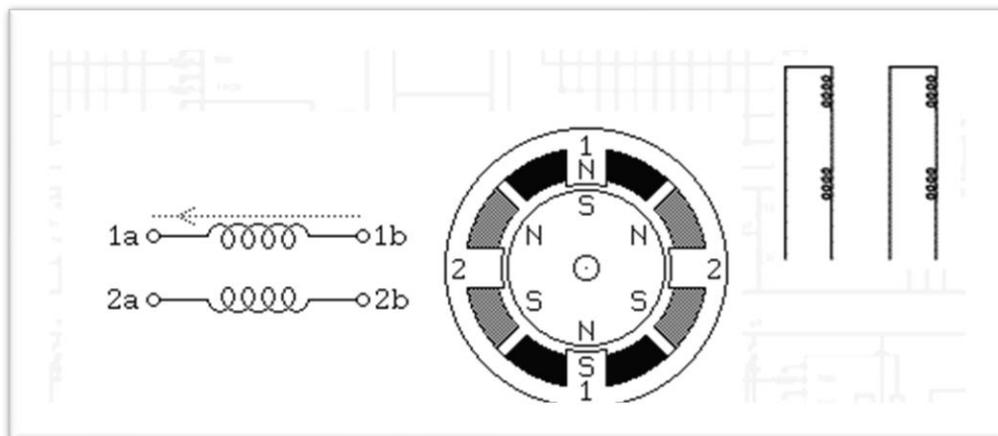


Figura 2.44: Esquema interno del motor paso a paso bipolar

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

- b) **Unipolar:** Pueden tener de 5 a 8 cables de salida, dependiendo de su armado interno. Una ventaja de este tipo es su sencillas para controlar.

Existe también una diferencia relacionada con el torque entre los motores unipolares y bipolares. Es decir, la elección de un motor unipolar o bipolar se basa en el requerimiento del control, la potencia y el peso. Finalmente se sabe que los motores bipolares tienen aproximadamente un 40% más de torque que los motores unipolares. En la figura 2.45 se muestra la diferencia en la curva de par de un motor de tipo unipolar y bipolar:

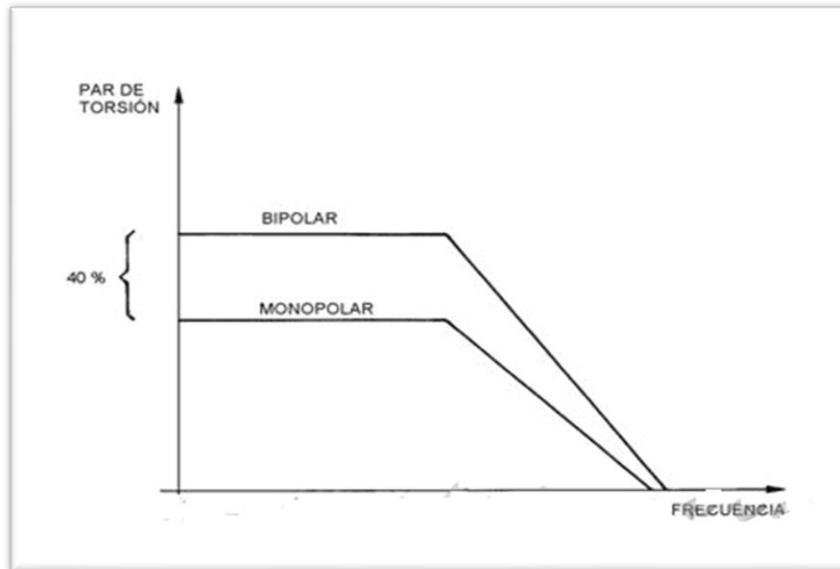


Figura 2.45: Diferencia en la curva de par de un motor unipolar y bipolar

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

A continuación, se muestra las dos formas de hacer girar los motores paso a paso (secuencias de movimiento):

- **Paso completo (*full step*):** El rotor gira un paso completo por cada pulso de excitación.
- **Medio paso (*Half step*):** Aquí el rotor avanza medio paso por cada pulso de excitación, lo cual lo hace más preciso. Para esto se debe excitar sobre dos bobinas y sobre una sola de ellas. Con este tipo de paso se tiene una mayor resolución es decir se puede manejar una mayor cantidad de ángulos de movimiento, lo cual es mucho mejor.

Por otro lado, la velocidad de rotación de un motor está expresado por la siguiente ecuación:

$$rpm = 60x \frac{f}{n} \quad (2.61)$$

Dónde:

f: frecuencia del tren de impulsos.

n: número de polos que forman el motor.

También se tiene que el torque lineal y el torque de rotación se obtiene de las siguientes ecuaciones:

$$\tau = F x d \quad (2.62)$$

$$\tau = I x \alpha \quad (2.63)$$

$$I = m x r^2 \quad (2.64)$$

Dónde:

τ : torque.

I: Momento o inercia.

α : Aceleración angular.

m: masa.

F: Fuerza.

d: Distancia desde el eje hasta donde se aplica la fuerza.

r: Distancia al eje de giro.

Finalmente, en la figura 2.46 se muestra el diagrama de bloques de un sistema con motor paso a paso.

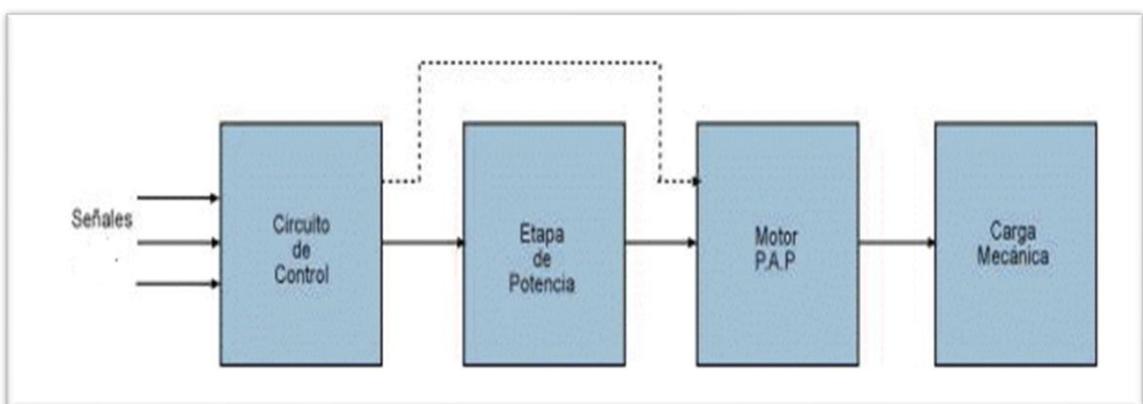


Figura 2.46: Diagrama de bloques de un sistema con motor paso a paso

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

Tabla IV: Comparación entre tres tipos de actuadores electrónicos

CARACTERISTICAS	MOTOR p.a.p	SERVOMOTOR	MOTOR DC
Torque	Alto (se puede acoplar un reductor)	Alto	Bajo
Rango de posiciones (ángulos)	360 °	180°	No tiene
Velocidad	Alta	Baja	Alta
Tipo de control	Varias señales: <ul style="list-style-type: none"> • Angulo de posicionamiento • Sentido. • Velocidad. • Secuencia de paso. 	Una sola señal: <ul style="list-style-type: none"> • Angulo de posicionamiento. 	No tiene
Precio	Menor	Mayor	Menor

Elaborado por: el autor

Tabla V: Ventajas y desventajas entre los tipos de actuadores

	MOTOR p.a.p	SERVOMOTOR	MOTOR DC
Ventajas	<ul style="list-style-type: none"> • Precisión y repetición de movimientos. • Si es necesario se puede elevar el torque del motor (usando reductores de velocidad). 	<ul style="list-style-type: none"> • Precisión y repetición de movimientos. • Control más simple. 	<ul style="list-style-type: none"> • Alta velocidad.
Desventajas	<ul style="list-style-type: none"> • Control más complejo 	<ul style="list-style-type: none"> • No se puede elevar el torque original. 	<ul style="list-style-type: none"> • No tiene capacidad de torque • No se aplica un control de posición.

Elaborado por: el autor

2.2.1.30 Detección de la posición

La mayoría de los brazos robots tienen retroalimentación. La diferencia entre la posición deseada del ángulo de la articulación y la posición real del ángulo de la articulación da un valor para el momento de torsión, por eso es necesario que cada articulación tenga un dispositivo detector de posición (Craig, 2006).

2.2.1.31 Diseño de la estructura

Para diseñar y construir una estructura es necesario partir de un punto de referencia y posteriormente realizar el diseño de la estructura determinando el material a usarse y el valor de las cotas de cada parte que conforma la estructura final, todo este proceso de diseño va relacionado con algún software que facilite un mejor diseño.

2.2.1.32 Fabricación y ensamblaje de la estructura

Luego de diseñar las partes de la estructura se procede a la fabricación de las piezas para posteriormente ensamblarlas y de esta forma obtener el mecanismo (manipulador) que permita realizar una serie de movimientos o desplazamiento según se requieran. En la figura 2.47 se muestra el modelo referencial de la estructura de un brazo robot tipo SCARA.

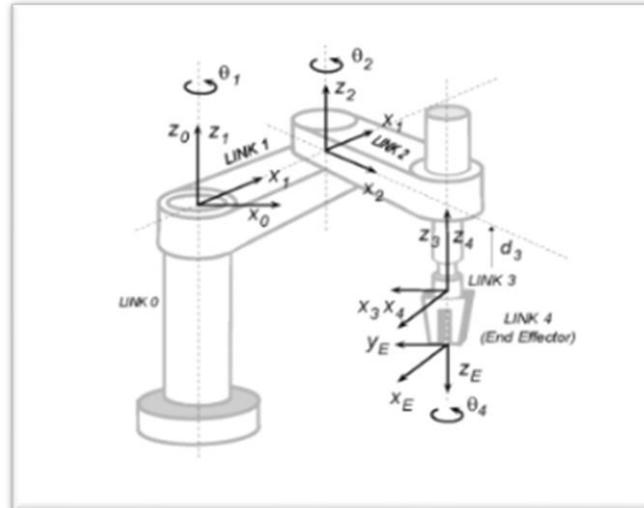


Figura 2.47: Referencia usada para el diseño de la estructura a escala del brazo robot.

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

Por otro lado, se hace referencia a los estándares internacionales que serán tomados en cuenta. Estándares y normas internacionales para diseño y operación de manipuladores robóticos **(ISO 9283: 1998 Manipulating robots - Performance criteria and related test methods)**

La norma ISO 9283 trata sobre manipuladores industriales y su entendimiento con el fabricante y el usuario, de cómo debe ser su funcionamiento, especificaciones y testeo. A continuación, se muestra los 14 test de conducta de dicha norma:

- ✓ Precisión de repetibilidad y posicionamiento.
- ✓ Variación de precisión de posicionamiento multidireccional.
- ✓ Repetibilidad y precisión de distancia.
- ✓ Tiempo de establecimiento de la posición.
- ✓ Overshoot (es la manera de como el robot se detiene en un punto).
- ✓ Características de la derivada del posicionamiento.
- ✓ Intercambiabilidad
- ✓ Repetibilidad y precisión de trayectoria

- ✓ Precisión de la reorientación en la trayectoria.
- ✓ Desviación de esquina
- ✓ Características de la velocidad en la trayectoria
- ✓ Precisión en la velocidad.
- ✓ Repetibilidad en la velocidad.
- ✓ Fluctuación en la velocidad.
- ✓ Tiempo de posicionamiento mínimo.
- ✓ Conformidad estática.
- ✓ Desviación en trayectorias onduladas.

2.2.1.33 Control lineal del brazo robot

Esta técnica puede usarse cuando el sistema puede modelarse matemáticamente mediante ecuaciones diferenciales lineales. La dinámica de un brazo robot se representa mejor con una ecuación diferencial no lineal, pero puede aproximarse a uno lineal, así como lo hacen las industrias actualmente (Craig, 2006).

2.2.1.34 Retroalimentación y control de lazo cerrado

La figura 2.48 muestra la relación entre el robot físico y el generador de trayectorias. El robot recibe un vector de momentos de torsión τ del sistema de control. Los sensores del manipulador le envían al controlador los vectores de las posiciones de las articulaciones, θ , y su velocidad, $\dot{\theta}$.

La ecuación dinámica del robot permite calcular los momentos de torsión necesario para una trayectoria dada. La ecuación de trayectorias brindará θ_d , $\dot{\theta}_d$ y $\ddot{\theta}_d$, así que se usará la siguiente ecuación:

$$\tau = M(\theta_d)\ddot{\theta}_d + V(\theta_d, \dot{\theta}_d) + G(\theta_d) \quad (2.65)$$

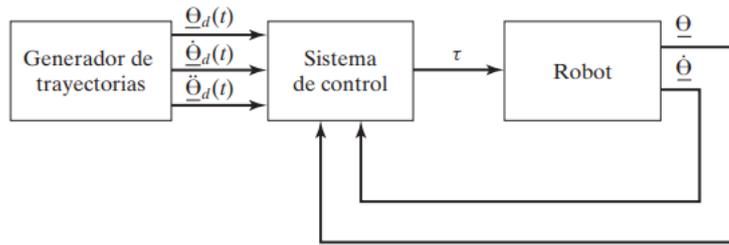


Figura 2.48: Diagrama de bloques para el sistema de control del brazo robot

Fuente: Craig, 2006

Esta retroalimentación se emplea para calcular el error entre la posición actual y la posición deseada, y entre la velocidad actual y la velocidad deseada (Craig, 2006):

$$\begin{aligned} E &= \Theta_d - \Theta \\ \dot{E} &= \dot{\Theta}_d - \dot{\Theta} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Lo más importante al diseñar un sistema de control es que el sistema permanezca estable, es decir que los errores sean insignificantes al realizar las trayectorias deseadas (Craig, 2006). En la figura 2.48, se aprecia que el sistema es un control multientradas, multisalidas (MIMO), pero se usará un sistema que controla cada articulación por separado, una entrada, una salida (SISO). Esta es la forma como diseñan actualmente los proveedores de robots industriales (Craig, 2006).

2.2.1.35 Sistemas lineales de segundo orden

En la figura 2.49 se ve que hay una masa con una fricción b y con una rigidez de resorte k , que generan la siguiente ecuación (Craig, 2006):

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (2.67)$$

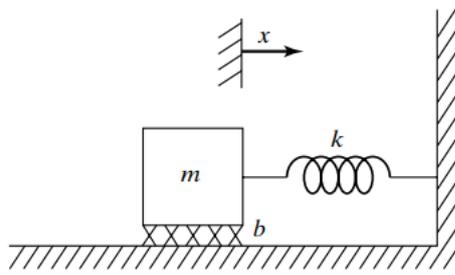


Figura 2.49: Sistema de resorte-masa con fricción

Fuente: Craig, 2006

La dinámica de este sistema se representa con una ecuación diferencial lineal, de segundo orden y coeficientes constantes (Craig, 2006):

$$ms^2 + bs + k = 0 \quad (2.68)$$

Y las raíces son:

$$s_1 = -\frac{b}{2m} + \frac{\sqrt{b^2 - 4mk}}{2m}$$

$$s_2 = -\frac{b}{2m} - \frac{\sqrt{b^2 - 4mk}}{2m} \quad (2.69)$$

La colocación de los polos s_1 y s_2 en el lugar geométrico de las raíces brinda el comportamiento del sistema.

2.2.1.36 Raíces reales y desiguales

Es cuando $b^2 > 4mk$; domina la fricción y el comportamiento es lento. Se le conoce como sobreamortiguada. De la ecuación (2.67) se tiene:

$$x(t) = c_1 e^{s_1 t} + c_2 e^{s_2 t} \quad (2.70)$$

en donde s_1 y s_2 se obtienen con la ecuación (2.61). En la figura 2.50 se muestran los polos y su respuesta en el tiempo para una condición inicial distinta de cero (Craig, 2006).

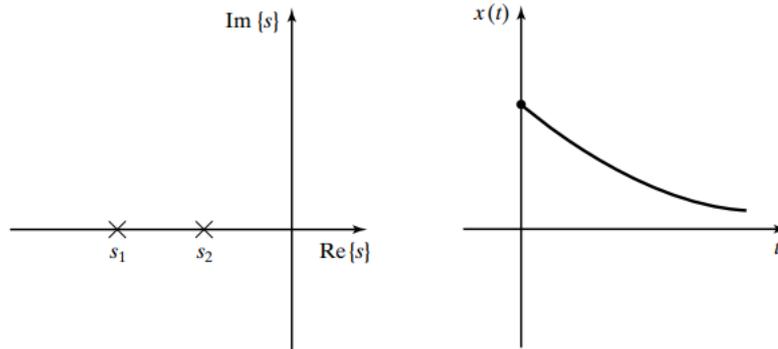


Figura 2.50: Colocación de la raíz y su respuesta para un sistema sobreamortiguado

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.37 Raíces complejas

Es cuando $b^2 < 4mk$; domina la rigidez y el comportamiento es oscilatorio. Se le conoce como subamortiguada. Si las raíces son complejas:

$$\begin{aligned} s_1 &= \lambda + ui \\ s_2 &= \lambda - ui \end{aligned} \quad (2.71)$$

la solución sigue siendo:

$$x(t) = c_1 e^{s_1 t} + c_2 e^{s_2 t} \quad (2.72)$$

Por la fórmula de Euler:

$$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x \quad (2.73)$$

Se puede escribir así:

$$x(t) = c_1 e^{\lambda t} \cos(ut) + c_2 e^{\lambda t} \operatorname{sen}(ut) \quad (2.74)$$

Para sistemas oscilatorios se usa la frecuencia natural y la constante de amortiguamiento. La ecuación característica es:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (2.75)$$

en donde ω_n es la frecuencia natural y ζ es la constante de amortiguamiento.

Para las colocaciones de los polos:

$$\lambda = -\zeta\omega_n \quad (2.76)$$

$$\mu = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.77)$$

En donde μ , es la frecuencia natural amortiguada. Para el amortiguamiento y la frecuencia natural se tiene respectivamente:

$$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{km}} \quad (2.78)$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (2.79)$$

En la figura 2.51 se muestra las ubicaciones de los polos y la respuesta en el tiempo (Craig, 2006).

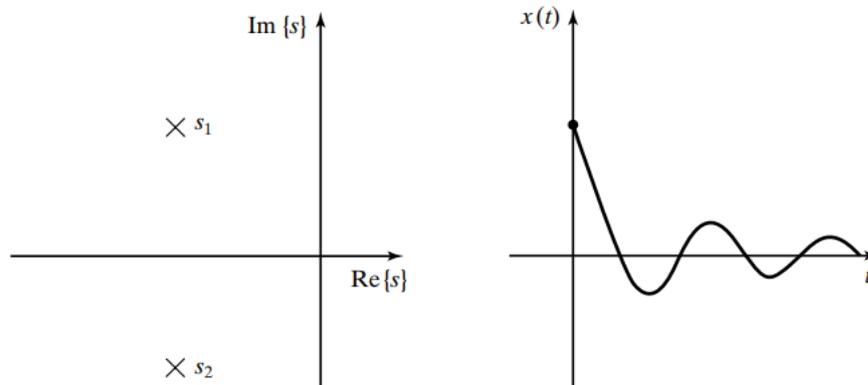


Figura 2.51: Ubicación de la raíz y su respuesta para un sistema subamortiguado

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.38 Raíces reales e iguales

Es cuando $b^2 < 4mk$; la rigidez y la fricción están en contrapeso y el comportamiento es no oscilatorio más rápido. Se le conoce como críticamente amortiguada (Craig, 2006).

De la ecuación (2.67) se tiene:

$$x(t) = c_1 e^{s_1 t} + c_2 t e^{s_2 t} \quad (2.80)$$

en donde $s_1 = s_2 = -\frac{b}{2m}$, y también se puede representar así:

$$x(t) = (c_1 + c_2 t) e^{-\frac{b}{2m} t} \quad (2.81)$$

Recordando la regla de l'Hopital, que para cualquier valor de c_1 , c_2 y a :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (c_1 + c_2 t) e^{-at} = 0 \quad (2.82)$$

En la figura 2.52 se muestra las colocaciones de los polos y la respuesta en el tiempo para un valor de inicio distinto de cero (Craig, 2006).

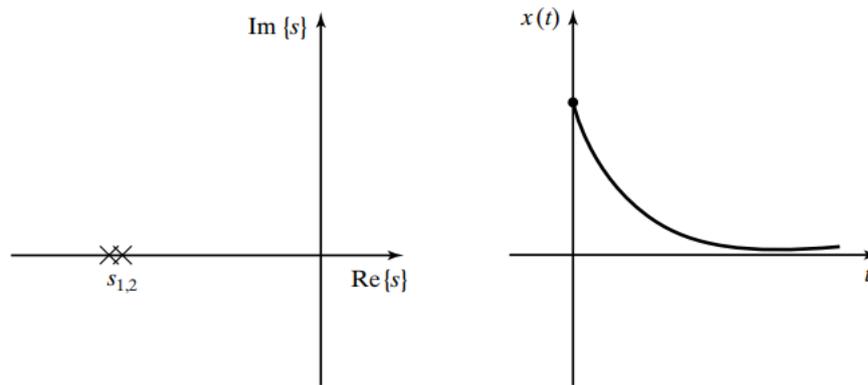


Figura 2.52: Colocación de la raíz y respuesta de un sistema críticamente amortiguado

Fuente: Craig, 2006

2.2.1.39 Modelado y control de una sola articulación

El motor consiste en un rotor y un estator, la corriente a través del estator produce un campo magnético hacia el rotor que lo hace girar. La fuerza F del momento de torsión generado se representa así (Craig, 2006):

$$F = qV \times B \quad (2.83)$$

en donde la carga q transita a una velocidad V por un campo magnético B . La capacidad de un motor de producir momentos de torsión se representa a través de una constante (Craig, 2006):

$$\tau_m = k_m i_a \quad (2.84)$$

El motor en movimiento produce un voltaje sobre la armadura, esa capacidad se representa mediante la constante de fuerza electromotriz inversa:

$$v = k_e \dot{\theta}_m \quad (2.85)$$

En la figura 2.53 se muestra el circuito eléctrico de la armadura. En donde v_a es el voltaje de entrada, l_a es la inductancia que produce los devanados de la armadura y r_a es la resistencia de la armadura. El circuito se representa mediante una ecuación diferencial de primer orden:

$$l_a \frac{di_a(t)}{dt} + r_a i_a = v_a - k_e \dot{\theta}_m \quad (2.86)$$

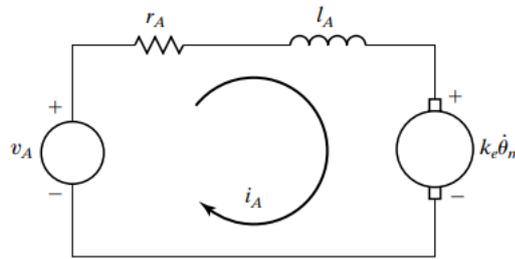


Figura 2.53: El circuito de la armadura de un motor DC

Fuente: Craig, 2006

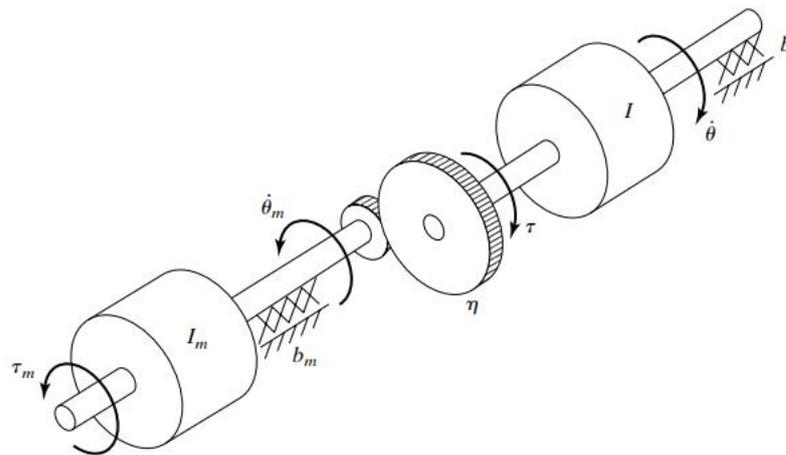


Figura 2.54: Modelo mecánico de un motor DC con engranajes para el movimiento de un segmento.

Fuente: Craig, 2006

En la figura 2.54 se muestra el modelo mecánico del rotor de un motor DC con engranajes para el movimiento del segmento. En la ecuación (2.84) se aprecia el momento de torsión aplicado al rotor τ_m , con la corriente i que circula a través de la armadura (Craig, 2006). La razón de engranaje (n) hace un aumento en la fuerza de torsión, y una disminución de velocidad del segmento:

$$\begin{aligned} \tau &= n\tau_m \\ \dot{\theta} &= (1/n)\dot{\theta}_m \end{aligned} \quad (2.87)$$

en donde $n > 1$. El momento de torsión con engranajes visto desde el rotor es:

$$\tau_m = I_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m + (1/n)(I\ddot{\theta} + b\dot{\theta}) \quad (2.88)$$

en donde I_m e I son las inercias del motor y del segmento con su carga, y b_m y b son los coeficientes de fricción viscosa para el rotor y del segmento con su carga (Craig, 2006). Con la ecuación (2.86) se representa la ecuación (2.88) con las variables del motor:

$$\tau_m = \left(I_m + \frac{I}{n^2} \right) \ddot{\theta}_m + \left(b_m + \frac{b}{n^2} \right) \dot{\theta}_m \quad (2.89)$$

2.2.1.40 Modelo dinámico del motor:

Para la implementación del sistema de control primero se debe realizar el esquema de un motor con los parámetros y variables. A continuación, en la figura 2.55 se muestra el esquema de un motor.

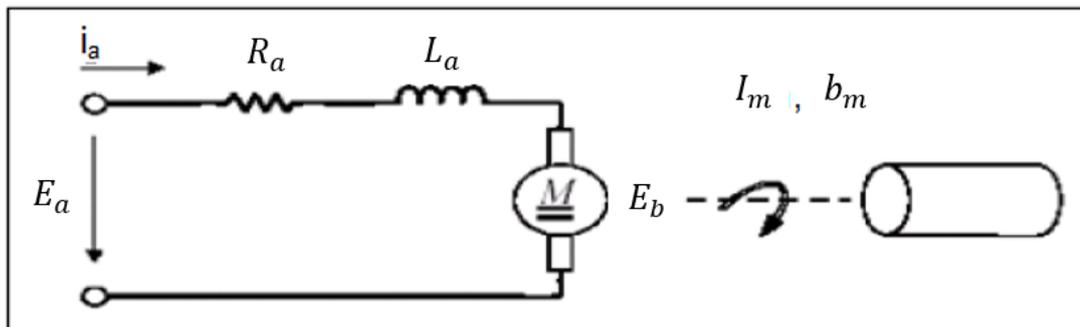


Figura 2.55: Gráfica representativa del esquema del motor

Elaborado por: el autor

El modelo dinámico de un motor está regido por las siguientes ecuaciones:

$$E_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + E_b(t) \quad (v) \quad (2.90)$$

$$E_b(t) = k_b \cdot \omega_m(t) \quad (v) \quad (2.91)$$

$$T_m(t) = k_i \cdot i_a(t) \quad (N \cdot m) \quad (2.92)$$

$$T_m(t) = I_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + b_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (N \cdot m) \quad (2.93)$$

Dónde:

E_a : Tensión de entrada.

R_a : Resistencia de motor.

i_a : Corriente de motor.

L_a : Inductancia de motor.

E_b : Fuerza electromotriz.

K_b : constante de la fuerza electromotriz.

w_m : Velocidad angular del motor.

T_m : Torque o par del motor.

K_i : Constante de par.

I_m : Momento de inercia.

b_m : Momento de fricción.

Tomando la transformada de Laplace a ambos lados de la igualdad con condiciones iniciales nulas, se tiene:

$$E_a(S) = (R_a + S \cdot L_a) \cdot i_a(S) + E_b(S) \quad (2.94)$$

$$E_b(S) = K_B \cdot w_m(S) \quad (2.95)$$

$$T_m(S) = K_i \cdot i_a(S) \quad (2.96)$$

$$T_m(S) = (I_m \cdot S + b_m) \cdot w_m(S) \quad (2.97)$$

En la figura 2.56 se muestra el diagrama de bloques final del motor el cual permite obtener su función de transferencia.

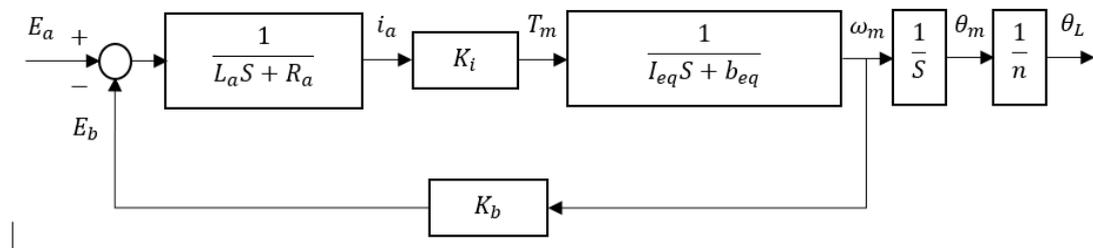


Figura 2.56: Diagrama de bloques del motor

Elaborado por: el autor

2.2.1.41 Control PID

El control PID con realimentación es bastante usado en las industrias. Tiene tres parámetros: el proporcional, el derivativo y el integral. El Proporcional es del error actual, el Derivativo predice los errores futuros y el Integral toma en cuenta los errores pasados (Barrientos, Peñín, 2007). A continuación, en la figura 2.57 se muestra el diagrama de bloques del controlador PID con realimentación.

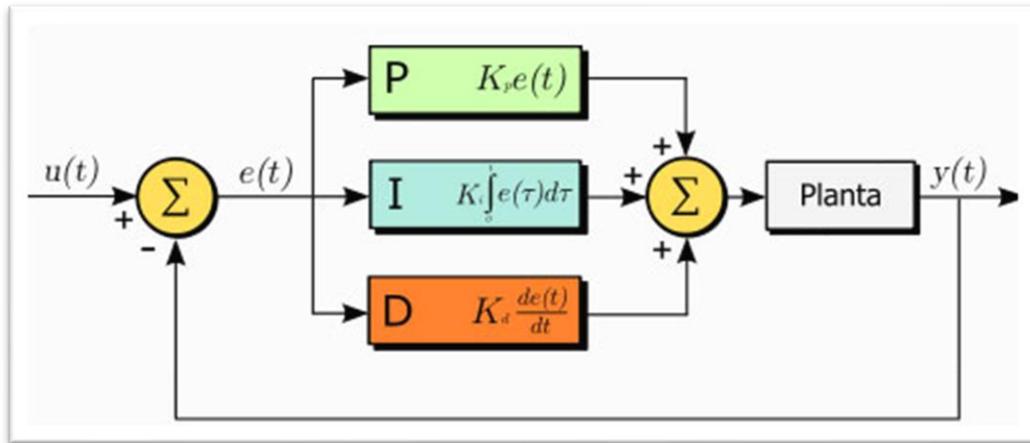


Figura 2.57: Diagrama de bloques de un controlador PID

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

a) Proporcional

El producto entre la señal de error multiplicado por la constante proporcional da un valor para que el error actual disminuya hasta llegar a cero. La parte proporcional no debe producir sobreoscilación y si lo hay, no debe pasar el 30%. Como la parte proporcional no considera el tiempo, por eso es mejor que el control también contenga factor derivativo e integral (Barrientos, Peñín, 2007). El factor proporcional es:

$$P_{sal} = K_p \cdot e(t) \quad (2.98)$$

En la figura 2.58 se muestra la gráfica característica del parámetro proporcional del control PID.

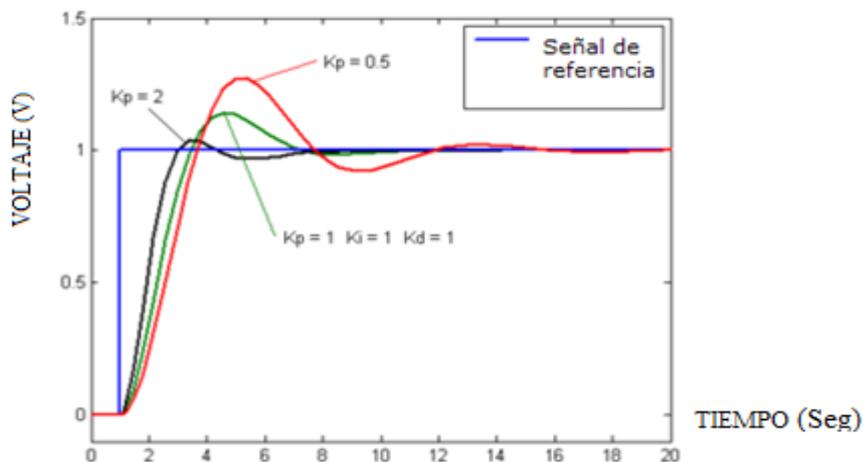


Figura 2.58: Grafica característica del parámetro proporcional de un controlador PID

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

b) Integral

Su función es de eliminar el error en estado estacionario que ocasiona la parte proporcional, lo que hace es integrar en el tiempo la desviación entre el punto deseado y el punto actual, y ese valor lo suma a la parte proporcional (Lewis, 1993). La fórmula integral es:

$$I_{sal} = K_i \int_0^t e(t). dt \quad (2.99)$$

En la figura 2.59 se muestra la gráfica característica del parámetro integral del control PID.

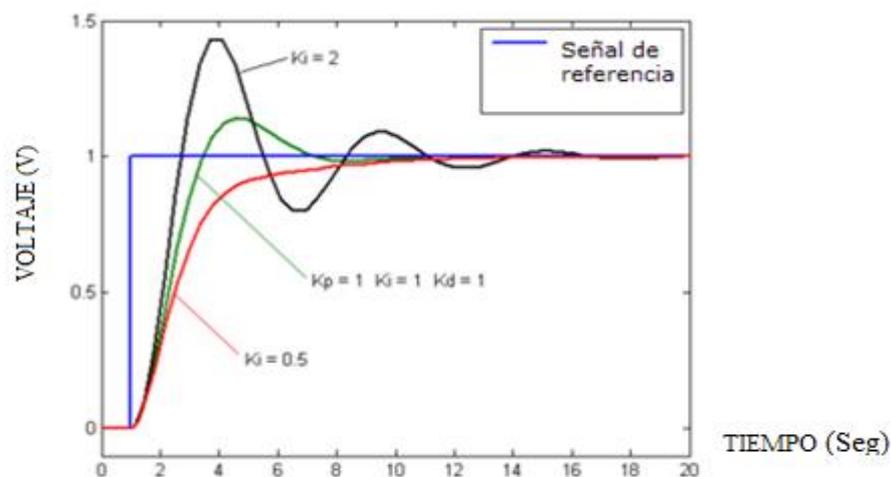


Figura 2.59: Gráfica característica del parámetro integral de un controlador PID

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

c) Derivativo

El control derivativo actúa cuando hay un cambio en el valor absoluto del error y debe mantener el error cerca a cero con la misma velocidad que se produce (Jiménez, 2008).

La fórmula derivativa es:

$$D_{sal} = K_d \frac{de}{dt} \quad (2.100)$$

En la figura 2.60 se muestra la gráfica característica del parámetro derivativo del control PID.

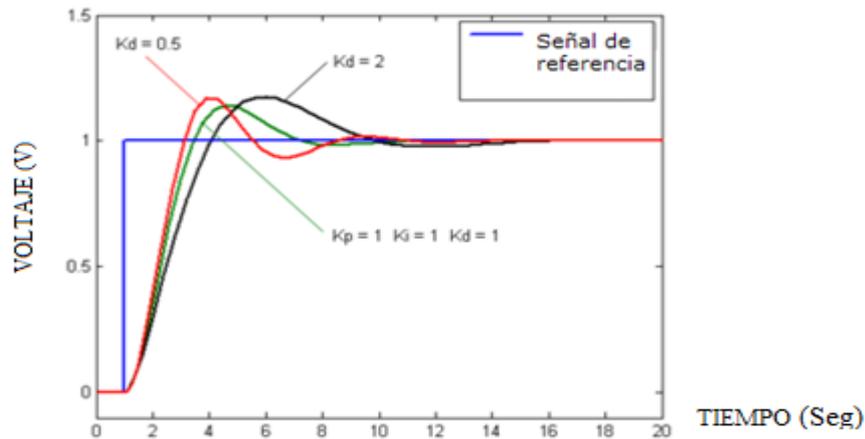


Figura 2.60: Gráfica característica del parámetro derivativo de un controlador PID

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

Las variables que tendrá el sistema de control serán la posición y velocidad de cada motor relacionado con cada articulación del brazo robot. Estas dos variables son obtenidas mediante el uso de un sensor.

a) Medición de la posición

La medición de la posición de cada articulación y por ende de cada motor, se realiza posicionando al motor en un determinado ángulo de movimiento, luego un circuito guarda esas posiciones como dos señales análogas y las envía al microcontrolador almacenando dicha posición. Generándose de esta forma un posicionamiento para cada articulación y en consecuencia la trayectoria para el posicionamiento de cada botella. En la figura 2.61 se muestra el bloque encargado de la medición de la posición para cada articulación.

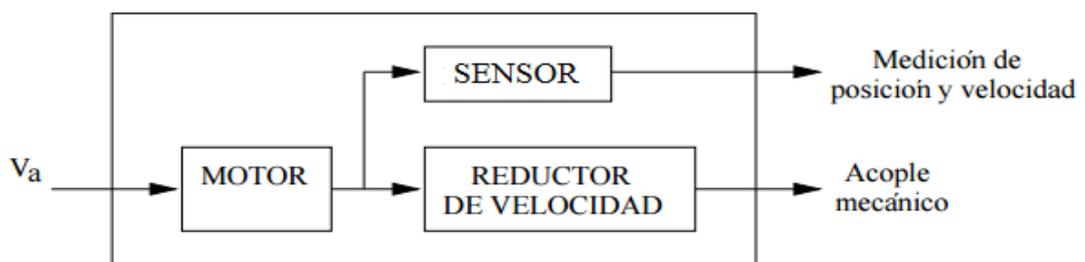


Figura 2.61: Bloque esquemático de los motores del brazo robot

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

Las señales que ingresan al microcontrolador son trenes de pulsos posteriormente el microcontrolador transmite el valor de la posición deseada hacia la entrada de control de cada driver en cada motor.

b) Medición de la velocidad

La velocidad también se calcula en base a la información recibida proveniente del sensor de los motores. Así la velocidad se calcula como número de pulsos entre el periodo de muestreo.

La velocidad para cada motor se expresa de la siguiente manera:

$$\omega = \frac{N^{\circ} \text{ de pulsos}}{\text{Periodo de muestreo}} \quad (2.101)$$

En la figura 2.62 se muestra la gráfica relacionando la frecuencia de muestreo y el tren de pulsos.

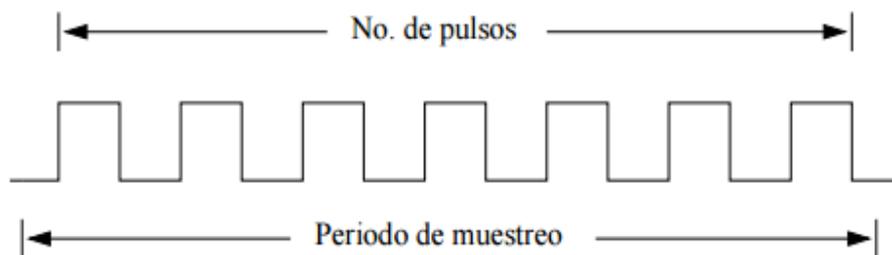


Figura 2.62: Método para la medición de velocidad

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

Para la implementación del sistema de control electrónico se debe tener en cuenta la realización de 3 pasos o procedimientos los cuales se mencionan a continuación.

1) Modelado de la planta o sistema

Lo primero que se debe hacer es determinar el modelo matemático de la planta. En este caso se debe realizar un modelo para cada motor a usarse. La mejor manera de representar es a través de una función de transferencia que relaciona la entrada y salida del sistema (González, 2010).

2) Diseño de control

El segundo paso es escoger un método de control y diseñar el controlador. Para el diseño de un controlador es necesario conocer las características de la planta (motor).

3) Simulación

El siguiente paso es simular en software la respuesta del motor al modificar la entrada, posición o velocidad. Luego se calibra las ganancias del controlador para mejorar el sistema. Se necesita combinar la función de transferencia del motor con el controlador de ciclo cerrado.

Por otro lado, de forma general se tiene que el controlador recibe el error de la diferencia entre la salida deseada y la salida real medida por un sensor. La función de transferencia tiene la forma:

$$\frac{\alpha(s)}{e(s)} = \frac{k_D \cdot s^2 + k_p \cdot s + k_i}{s} \quad (2.102)$$

La estructura del sistema de control de lazo cerrado para el control de la posición y velocidad está conformada por una serie de bloques, elementos y variables. A continuación, en la figura 2.63 se muestra el diagrama de bloques del sistema de control de posición de lazo cerrado para cada una de las articulaciones del brazo robot SCARA.

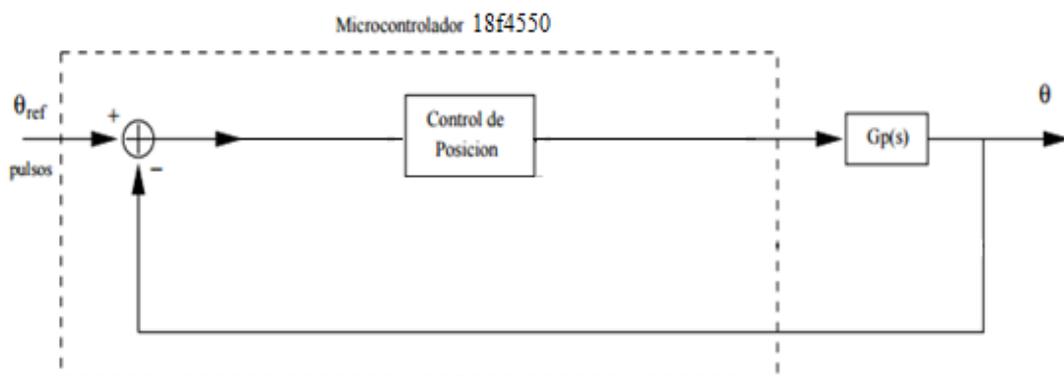


Figura 2.63: Diagrama de bloques del sistema de control de posición

Elaborado por: el autor

Por otro lado, en la figura 2.64 se muestra el diagrama de bloques para la planta (motor) $G_P(s)$.

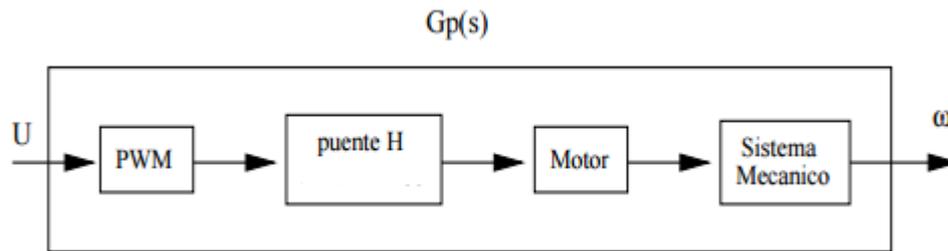


Figura 2.64: Diagrama de bloques de $G_P(s)$

Elaborado por: el autor

Para este control electrónico, el microcontrolador se encarga del control de posición y velocidad, también del almacenamiento y registro de la posición de cada motor y su velocidad (Spong, 2006).

En la figura 2.65 se muestra el diagrama de bloques final para el control de posición de cada articulación del brazo robot por medio del posicionamiento de cada motor.

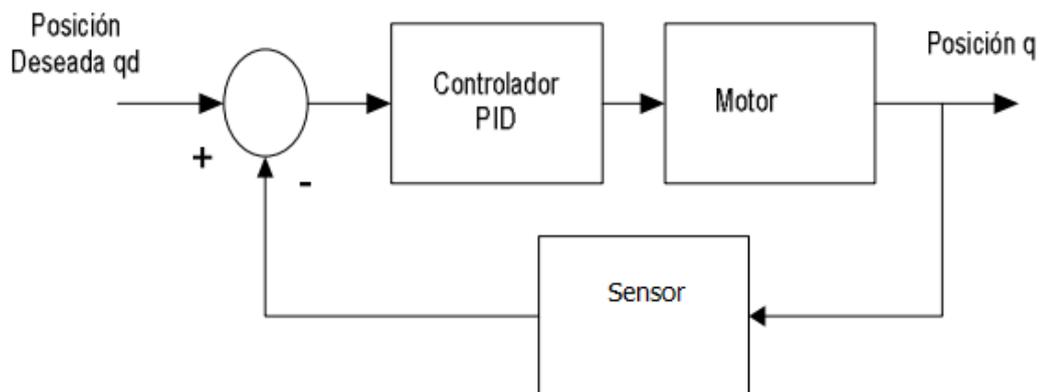


Figura 2.65: Diagrama de bloques general para el control de posición

Elaborado por: el autor

Para la implementación del controlador PID se debe tener en cuenta que se puede emplear un controlador PI en serie con un PD, dando lugar a un PID real. En la figura 2.66 se muestra el diagrama de bloques de dicha configuración en serie.

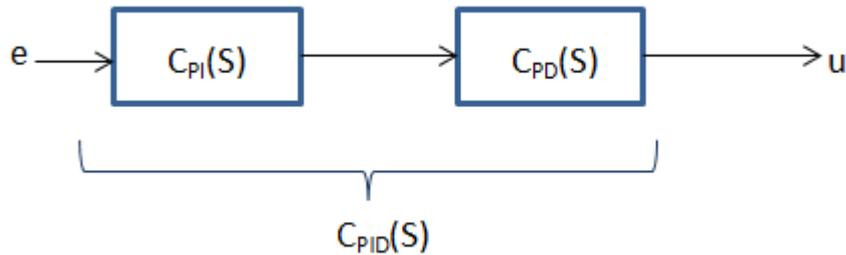


Figura 2.66: Diagrama de bloques de un controlador PID mediante la configuración en serie de los controladores PI y PD.

Elaborado por: el autor

Cada controlador tiene una función característica la cual se describe a continuación:

$$C_{PI}(S) = \frac{k_{PI}(S+a_{PI})}{S} \quad (2.103)$$

$$C_{PD}(S) = (S + a_{PD}), \frac{k_{PD}(S+a_{PD})}{S+b_{PD}} \quad (2.104)$$

$$C_{PID}(S) = \frac{k(S+a_{PI}).(S+a_{PD})}{S.(S+b_{PD})} \quad (2.105)$$

Donde:

C_{PI} : Función característica del controlador PI.

C_{PD} : Función característica del controlador PD.

C_{PID} : Función característica del controlador PID.

K_{PI} : Ganancia del controlador PI.

K_{PD} : Ganancia del controlador PD.

K : Ganancia del controlador PID.

a_{PI} : Valor del cero correspondiente al sistema del controlador PI.

a_{PD} : Valor del cero correspondientes al sistema del controlador PD.

S : Polo con valor cero correspondiente al sistema de control PI y PD.

b_{PD} : Valor del polo correspondiente al sistema del controlador PD.

El sistema de control general de un robot consta de controladores individuales para cada articulación es decir el sistema de control PID general de un robot está constituido por el control PID de cada articulación en forma individual. En la figura 2.67 se muestra el diagrama de bloques de un sistema de control para un robot. Donde las variables que ingresan al sistema de control son posición, velocidad y aceleración

respectivamente y el bloque que hace referencia al robot contiene los modelos dinámicos de los motores de cada articulación y por último el bloque de sistema de control hace referencia a los controladores PID de cada motor en conjunto.

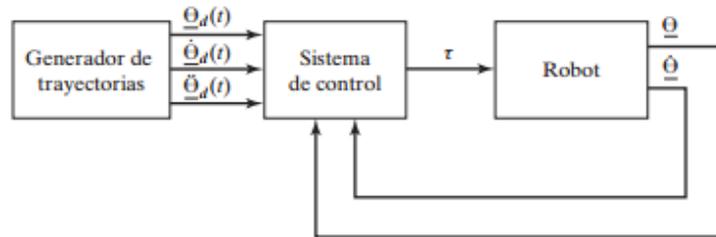


Figura 2.67: Diagrama de bloques del sistema de control del robot

Fuente: Craig, 2006

Luego de tener en claro que se tiene que realizar un sistema de control PID individual para cada modelo dinámico de cada motor, se procedió a establecer condiciones iniciales de diseño. Por otro lado, para establecer las condiciones iniciales de diseño se debe establecer el tipo de amortiguamiento que tendrá el sistema, existen tres tipos de amortiguamiento según la relación que hay entre el factor de amortiguamiento (ζ) y la frecuencia natural (ω_0). También se puede determinar cada curva mediante el valor del factor de amortiguamiento es decir si ζ es mayor a uno, igual a uno o se encuentra entre cero y uno será amortiguado, críticamente amortiguado o subamortiguado respectivamente. En la figura 2.68 se muestra los tipos de oscilaciones amortiguadas.

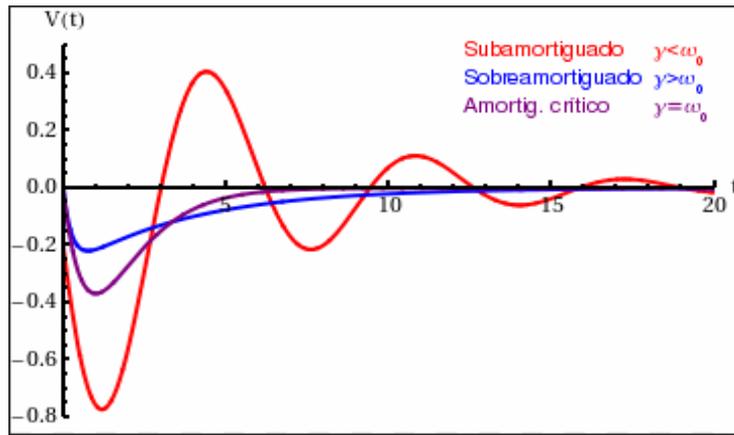


Figura 2.68: Curvas características referentes a los tipos de oscilaciones amortiguadas

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

En el caso subamortiguado es donde se tiene una respuesta más real y adecuada debido a que en comparación al sistema sobreamortiguado en donde no hay oscilación, pero existe un retorno a la posición de equilibrio en forma más lenta, en el caso del sistema subamortiguado se puede hacer que la sobreoscilación sea la menor posible y además se tendría un tiempo de establecimiento más rápido. En la figura 2.69 se muestra los parámetros característicos de la curva de un sistema subamortiguado.

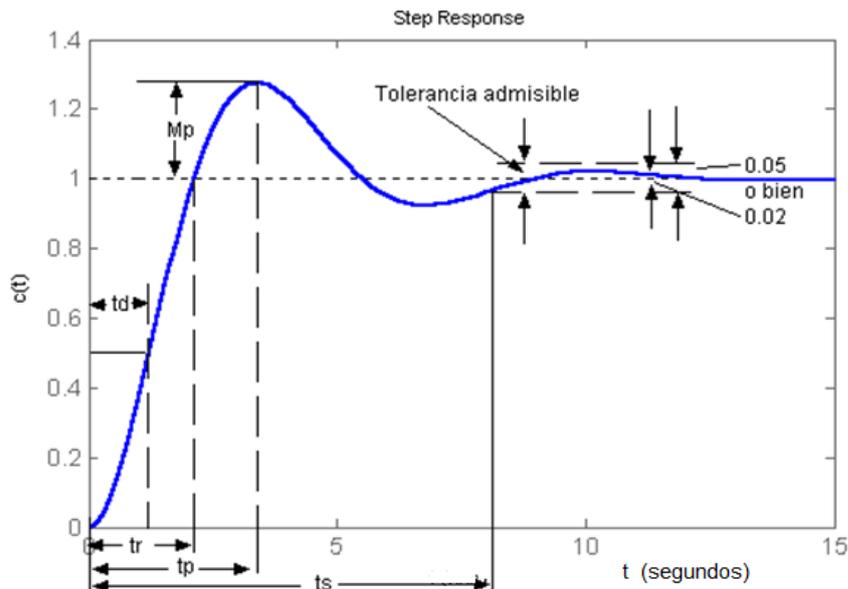


Figura 2.69: Curva y parámetros característicos de un sistema subamortiguado

Fuente: Barrientos, Peñín, Balaguer y Aracil, 2007

En donde se tiene los siguientes parámetros:

t_d : Tiempo de retardo.

t_r : Tiempo de levantamiento.

t_p : Tiempo de pico.

t_s : Tiempo de asentamiento.

M_p : Sobreimpulso máximo.

- Tiempo de retardo:
Es el tiempo que demora la respuesta en alcanzar la mitad del valor final.
- Tiempo de levantamiento:
Es el tiempo requerido para que la salida del sistema logre el porcentaje definido para el valor final. En la gráfica está representado como t_r .
- Tiempo de pico:
Es el tiempo que demora en producirse la primera sobreoscilación, en el dibujo está representado como t_p .
- Tiempo de asentamiento o establecimiento:
Es el tiempo que demora la salida del sistema en asentarse al valor final, el margen es de $\pm 2\%$ y $\pm 5\%$
- Sobreoscilación o sobreimpulso máximo:
Es la amplitud de la primera oscilación en porcentaje sobre el valor final, está representado como SO.

Es importante hacer mención de que la respuesta de un sistema de control se realiza para una entrada escalón unitario debido a que, si se conoce la respuesta para una entrada escalón, es matemáticamente posible calcular la respuesta para cualquier entrada. Para el desarrollo de la obtención del controlador PID se parte por las condiciones iniciales las cuales presentan los siguientes parámetros y ecuaciones:

e_{ss} : Error estacionario.

PO: Sobre impulso porcentual.

T_s : Tiempo de asentamiento.

ξ : Factor de amortiguamiento.

ω_n : Frecuencia natural no amortiguada.

$r_{1,2}$: Raíces dominantes.

b : Polo del controlador PID.

K : Ganancia del sistema.

En la figura 2.70 se muestra la relación entre el sobre impulso porcentual y el factor de amortiguamiento relativo.

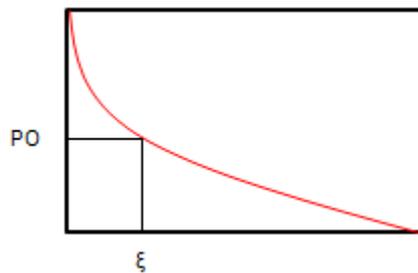


Figura 2.70: Curva que relaciona el sobreimpulso porcentual y el factor de amortiguamiento

Elaborado por: el autor

$$PO = 100 \cdot e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (2.106)$$

$$T_s = \frac{4}{\xi \cdot \omega_n} \quad (2.107)$$

Finalmente, en la tabla VI se compara los tres tipos de controladores y sus respectivos efectos.

Tabla VI: Comparación entre los tres tipos principales de controladores

Controlador	Función de transferencia	Efecto
PD	$c(s) = k(s + a), \frac{k(s + a)}{s + b}$	Mejora la velocidad de respuesta.
PI	$c(s) = \frac{k(s + a)}{s}$	Disminuye o cancela el error estacionario.
PID	$c(s) = \frac{k(s + a_1) \cdot (s + a_2)}{s(s + b)}$	Disminuye o cancela el error estacionario y mejora la velocidad de respuesta

Elaborado por: el autor

2.2.1.42 Generación de los PWM para el control de los motores

La modulación por ancho de pulsos (Pulse-Width Modulation) es una técnica que hace variar una señal periódica para la comunicación o para enviar una cierta cantidad de energía a una carga (Spong, 2006). En las figuras 2.71 y 2.72 se muestra la señal característica de un PWM y las variables que conforman dicha señal respectivamente.

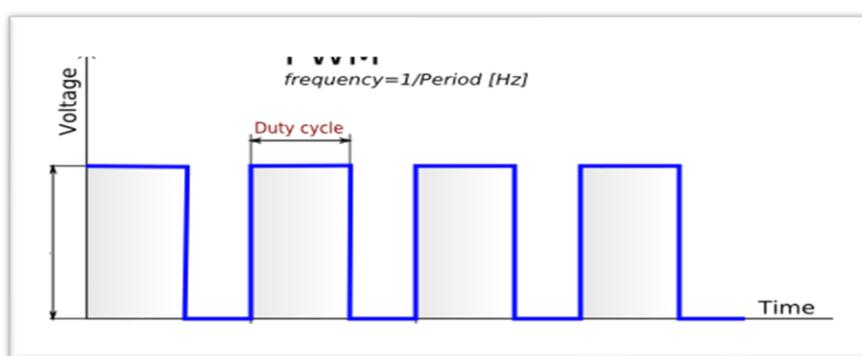


Figura 2.71: Modulación por ancho de pulso (PWM)

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

El ancho de la señal se relaciona con el período. Matemáticamente es:

$$Duty\ Cycle\ (\%) = (T_{on} / (T_{on} + T_{off})) \times 100 \quad (2.108)$$

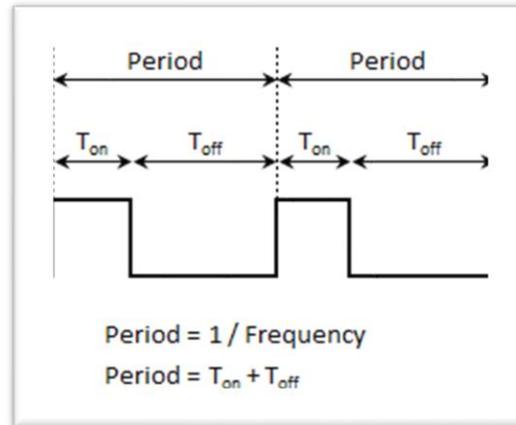


Figura 2.72: Elementos que conforman la señal PWM

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

Para generar una señal PWM se necesita de un comparador, en una entrada un oscilador de onda dientes de sierra y en la otra va la señal moduladora. Una de las desventajas de esta técnica PWM es que puede haber interferencias por señales de radiofrecuencia, esta puede solucionarse insertando un filtro en la fuente de alimentación y colocando el controlador cerca de la carga (Spong, 2006).

Para la implementación de los tres PWM necesarios para mover las posiciones de las tres articulaciones del brazo robot se usará un microcontrolador PIC 18F4550 el cual posee tres pines por donde se enviará la señal, con el respectivo ancho de pulso necesario, a cada motor.

Por otro lado, si se desea controlar la velocidad del motor es necesario modificar el periodo de la señal que se le envía al motor, es decir para tener una mayor velocidad de operación para el motor se reduce el periodo de la señal y en consecuencia el valor de ancho del pulso variará.

a) Generando señales PWM con el PIC18F4550

Los microcontroladores emplean temporizadores para la generación de señales PWM. El elemento que emite la señal PWM tiene por nombre Capture/Compare/PWM. El PIC18F4550 tiene dos salidas PWM: CCP1 y

CCP2. CCP1, que está conectado a RC2 y CCP2 a RC1, RB3 también se usa como una salida CCP2 alterna. En la figura 2.73 se hace referencia al diagrama de pines del microcontrolador y sus respectivas salidas PWM.

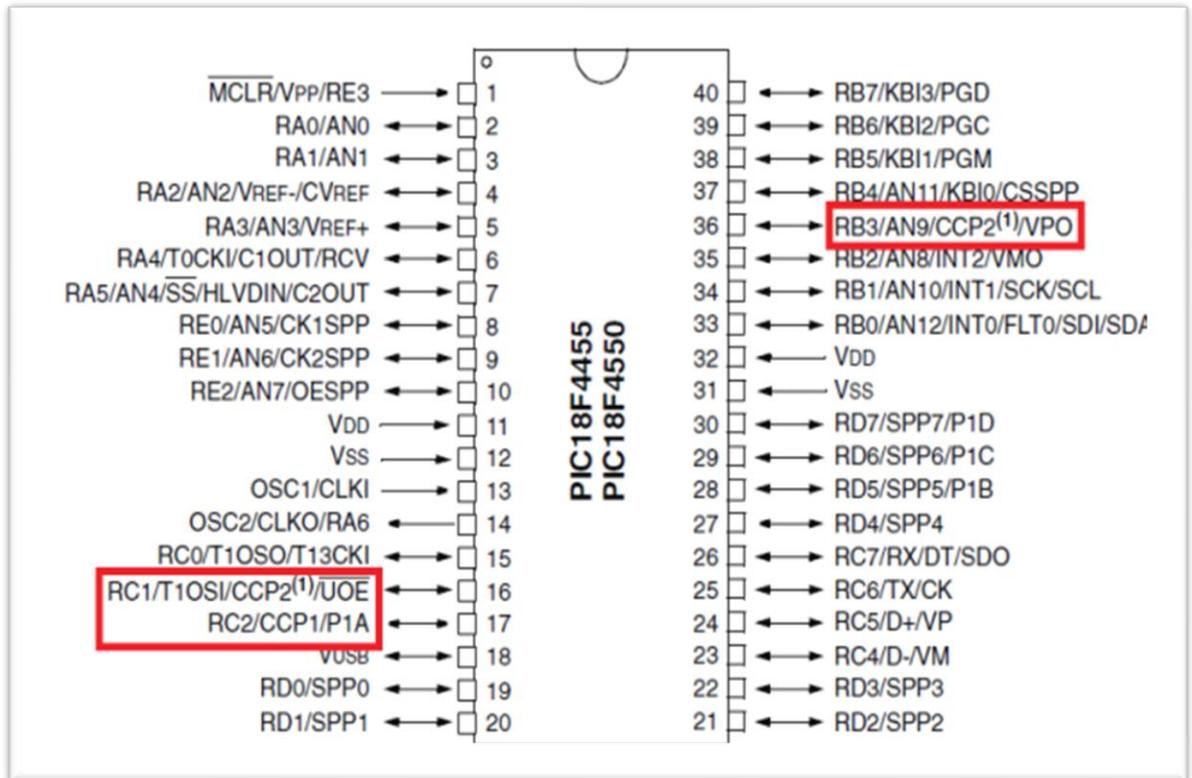


Figura 2.73: Estructura de pines del PIC 18f4550 (salidas PWM mediante CCP1 y CCP2)

Fuente: ww1.microchip.com

La alimentación para el PIC es de 5 V y la frecuencia del oscilador interno es de 1 MHz. Por otra parte, el PWM en el pin CCPx realiza una señal PWM con 10 bits de resolución.

b) Diagrama de bloques simplificado del PWM

En la figura 2.74 se hace referencia al diagrama de bloques perteneciente al PWM ubicado en el microcontrolador 18f4550.

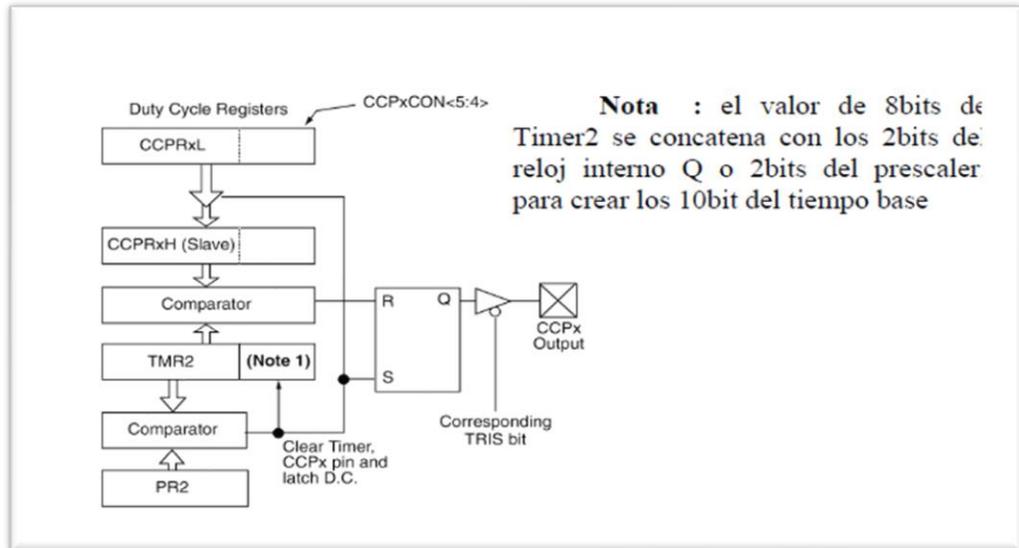


Figura 2.74: Diagrama de bloques del PWM ubicado en el PIC 18f4550

Fuente: ww1.microchip.com

c) Salida del PWM

En la figura 2.75 se muestra la señal de salida perteneciente al PWM en el microcontrolador.

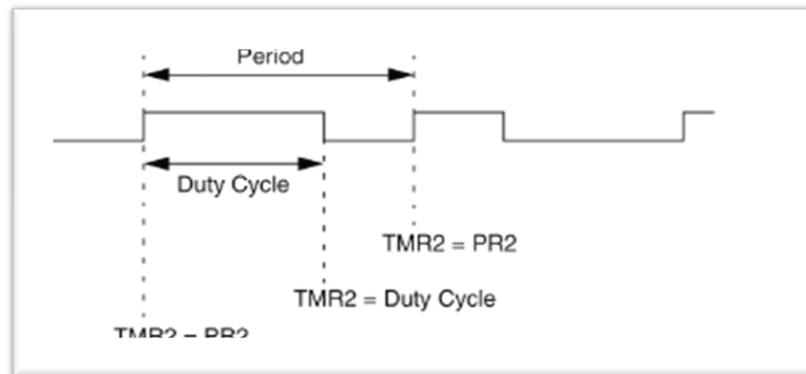


Figura 2.75: Señal de PWM a través del microcontrolador 18f4550

Fuente: ww1.microchip.com

d) Periodo del PWM

Para el periodo se usa el registro PR2 y se calcula con la fórmula:

$$Periodo_{PWM} = [(PR2) + 1] \cdot 4 \cdot T_{OSC} \cdot (Valor_{del_prescaler_de\ TMR2}) \quad (2.109)$$

El prescaler se encarga de dividir la frecuencia interna, es decir divide el número de pulsos, el prescaler está ubicado a la entrada del Timer.

2.2.1.43 Modelamiento de los drivers para la etapa de potencia de los motores paso a paso.

El driver es un elemento o circuito controlador que permite manejar adecuadamente alguna determinada etapa de un sistema electrónico. El uso del driver implica algunas ventajas: se necesitan pocos componentes electrónicos (de esta forma los costos de montaje son bajos), es de alta fiabilidad y requiere de poco espacio.

En este caso las etapas a manejar y monitorear son las etapas de control y potencia para un motor paso a paso bipolar. La razón del uso de un driver es debido a que los microcontroladores al ser un dispositivo que no puede manejar tensiones e intensidades más allá de los 5V y 50mA aproximadamente, necesita de un circuito electrónico que permita elevar los niveles de corriente y en consecuencia de potencia, para poder mover un motor de potencia mediana o altas. Por otro lado, se debe tener en cuenta el término Chopeo o chopeado los cuales hacen referencia cuando uno detiene un motor paso a paso, pero este debe quedar firme en su lugar sin que se sobrecarguen sus bobinas. La implementación del driver de cada motor paso a paso (PaP) requiere de:

- Una señal de *clock NE555* para controlar la velocidad (rpm).
- Una señal para el sentido de giro (*ClockWise/CounterClockWise*).
- Una señal para decidir Medio Paso o Paso Completo en el motor (*Full/Half Step*).
- Un circuito de Control L297 que envía las señales al motor por medio del circuito de potencia.
- Un potenciómetro en V_{ref} para controlar el flujo máximo de corriente en la carga.
- Un circuito de Potencia: L6203 (puente H) que suministrará la corriente necesaria para el motor.

- GND (pin 2):
Conexión a tierra.
- HOME (pin 3):
Salida de la señal colector abierto que marca cuando el L297 se encuentra en su estado original (ABCD=0101). Cuando la señal está activa, el transistor se encuentra abierto.
- A, B, C y D (Pines 4,6,7 y 9 respectivamente):
Señales de activación de la fase respectiva del motor para la etapa de potencia.
- INH1 e INH2 (pines 5 y 8):
Los pines INH1 e INH2 a nivel bajo impiden el control del bobinado (A y B para el primero y C y D para el segundo respectivamente). Cuando se usa el puente H en modo bipolar, se puede usar estos pines para que la corriente fluya a través de los devanados una vez que esta desenergizado. También es usado para el circuito de chopeo para moderar el flujo de la corriente por los devanados, esto es cuando el pin CONTROL se encuentra a nivel bajo. El pin CONTROL activa el chopeo, que actúa por INH1 e INH2 a nivel bajo y por los pines ABCD cuando el nivel es alto.
- ENABLE (pin 10):
Cuando esta entrada está en nivel bajo, INH1, INH2, A, B, C y D también estarán en nivel bajo.
- CONTROL (pin 11):
Cuando está en nivel bajo el chopeo ejerce en INH1 e INH2 y cuando está en nivel alto el chopeo interviene en la fase ABCD.
- V_s (pin 12):
Entrada para la tensión de alimentación (5V).

- SENS2 y SENS1 (pines 13 y 14 respectivamente):
SENS1 sensa el flujo de la corriente de carga de la etapa de potencia de las fases A y B. Mientras que SENS2 sensa la corriente de carga de las fases C y D.
- V_{REF} (pin 15):
Voltaje de referencia para el circuito de choqueo que define el pico de corriente en la carga.
- OSC (pin 16):
El oscilador basado en una red RC (R a VCC y C conectado a tierra) conectado a este terminal define la frecuencia de choqueo.
- CW/CCW (pin 17):
Controla el sentido de giro (horario/antihorario). La dirección puede cambiar en cualquier instante porque internamente esta sincronizado.
- CLOCK (pin 18):
Es el reloj de paso que a una entrada en nivel bajo hace incrementar la secuencia del motor. En el borde ascendente de esta señal es que se produce el paso.
- HALF/FULL (pin 19):
Es para seleccionar paso medio o paso completo. A nivel bajo actúa en paso completo y a nivel alto actúa en medio paso. El tipo de movimiento o secuencia de fase puede ser paso completo es decir una determinada cantidad de pasos para completar una revolución (360° grados). Por otro lado, en el modo de secuencia de medio paso, el ángulo de paso del motor se reduce a la mitad del ángulo en modo paso completo. En consecuencia, la resolución angular se incrementará, es decir se será el doble de la resolución angular en modo completo. A su vez en modo medio paso el número de pasos se duplica en relación al modo de paso completo.

- RESET (pin 20):
A nivel bajo restablece la secuencia a la posición inicial (ABCD = 0101).

En consecuencia, las cuatro señales de control ya mencionadas son parte importante para la etapa de control de los motores paso a paso. El L297 recibirá señales enviadas desde un microcontrolador, en este caso el pic 18f4550, y a su vez enviará señales de activación de fase para la etapa de potencia de los motores por medio de los pines de salida (A, B, C y D). En la figura 2.77 se muestra la distribución de pines del circuito integrado L297.

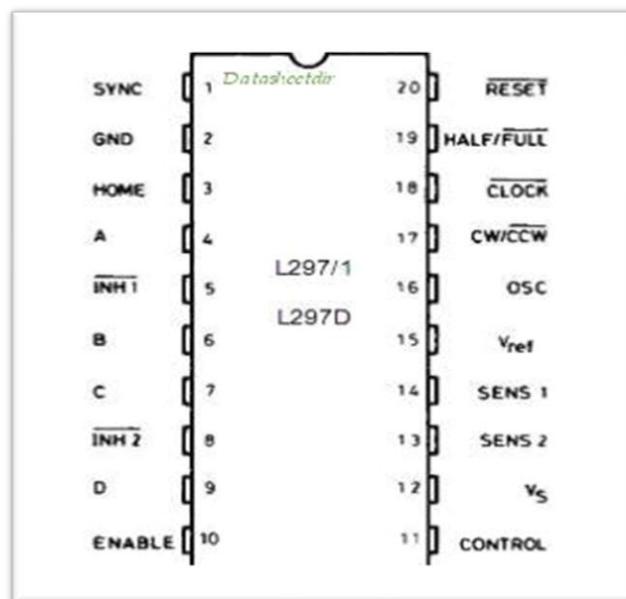


Figura 2.77: Distribución de pines del circuito integrado L297

Fuente: ww1.microchip.com

c) Generación de las secuencias de fase

Tiene un contador de 3 bits y genera una lógica con secuencia básica de ocho pasos en código Gray. A un nivel alto en la entrada HALF / FULL la secuencia es en modo *half-step*. En esta secuencia también se generan las señales INH1 e INH2.

En las figuras 2.78, 2.79 y 2.80 se muestran las secuencias para Half step (medio paso) y Full step (paso completo en sus modos de dos fases activas y una sola fase activa: *two-phase-on* y *one-phase-one* respectivamente).

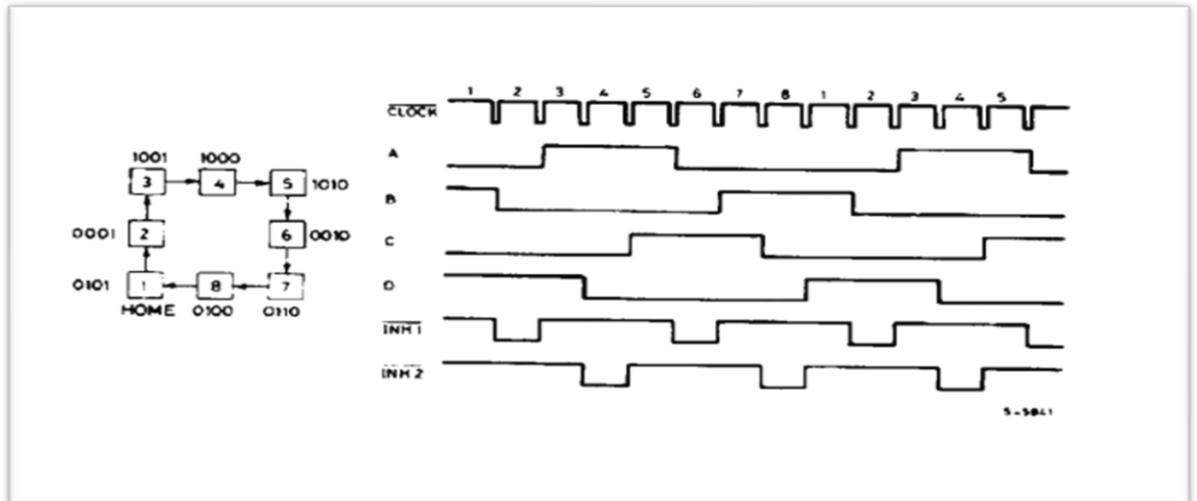


Figura 2.78: Secuencias de estado de paso del traductor en el modo Half step (medio paso) y sus respectivas formas de onda de salida.

Fuente: ww1.microchip.com

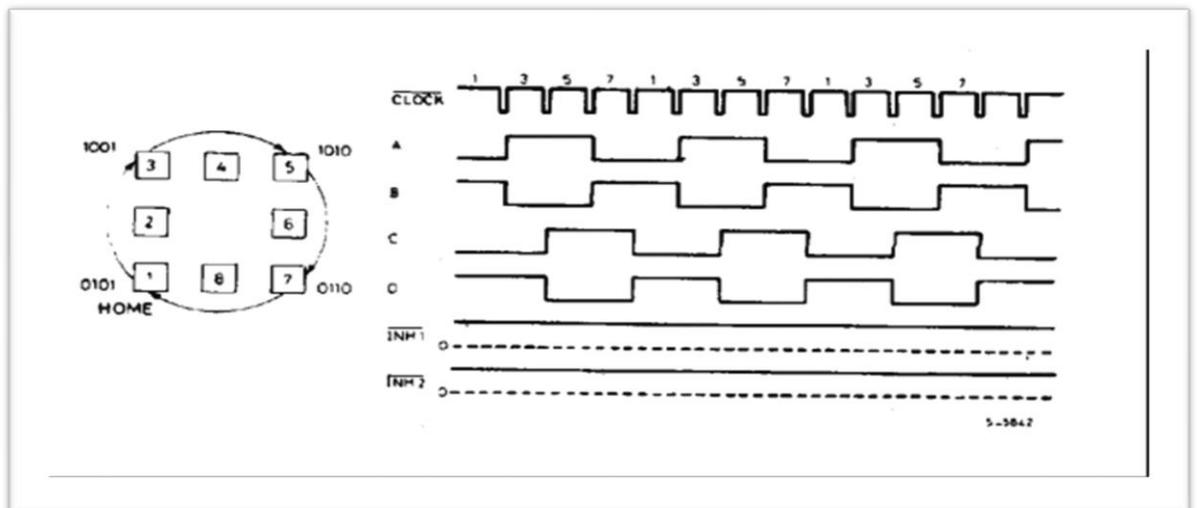


Figura 2.79: Secuencias de estado y formas de onda de salida para las fases en secuencia correspondiente al modo Full step (paso completo). INH1 e INH2 se mantienen en nivel alto.

Fuente: ww1.microchip.com

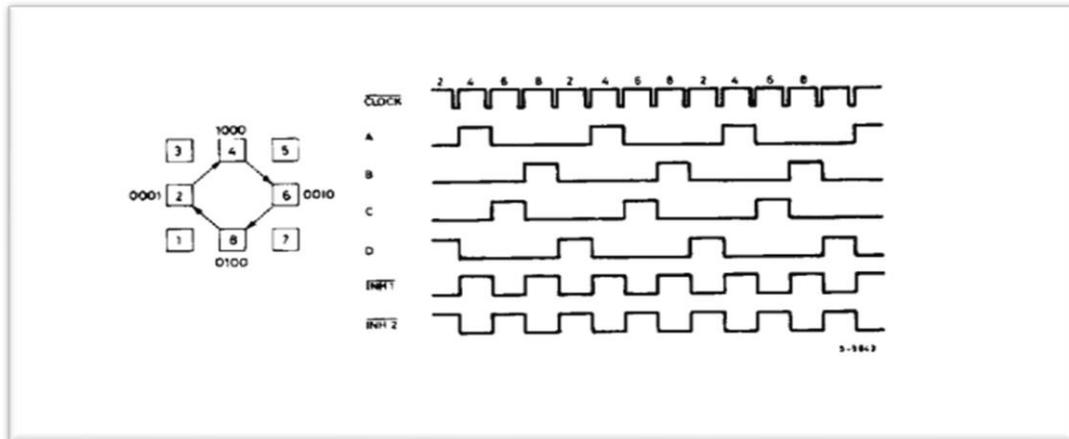


Figura 2.80: Secuencias de estado y formas de onda de salida para una fase en secuencia correspondiente al modo Full step (paso completo).

Fuente: ww1.microchip.com

d) Características eléctricas del circuito L297

Tabla VII: Valores eléctricos del circuito integrado L297

Symbol	Parameter	Test conditions	Min.	Typ	Max.	Unit
V_s	Supply voltage (pin 12)		4.75		7	V
I_s	Quiescent supply current (pin 12)	Outputs floating		50	80	mA
V_i	Input voltage (pin 11, 17, 18, 19, 20)	Low			0.6	V
		High	2		V_s	V
I_i	Input current (pin 11, 17, 18, 19, 20)	$V_i = L$		100		μA
		$V_i = H$			10	μA
V_{en}	Enable input voltage (pin 10)	Low			1.3	V
		High	2		V_s	V
I_{en}	Enable input current (pin 10)	$V_{en} = L$			100	μA
		$V_{en} = H$			10	μA
V_o	Phase output voltage (pins 4, 6, 7, 9)	$I_o = 10mA$ V_{OL}			0.4	V
		$I_o = 5mA$ V_{OH}	3.9			V
V_{inh}	Inhibit output voltage (pins 5, 8)	$I_o = 10mA$ $V_{inh L}$			0.4	V
		$I_o = 5mA$ $V_{inh H}$	3.9			V
V_{SYNC}	Sync Output Voltage	$I_o = 5mA$ $V_{SYNC H}$	3.3			V
		$I_o = 5mA$ $V_{SYNC V}$			0.8	
Symbol	Parameter	Test conditions	Min.	Typ	Max.	Unit
I_{leak}	Leakage current (pin 3)	$V_{CE} = 7V$			1	μA
V_{sat}	Saturation voltage (pin 3)	$I = 5mA$			0.4	V
V_{off}	Comparators offset voltage (pins 13, 14, 15)	$V_{ref} = 1V$			5	mV
I_o	Comparator bias current (pins 13, 14, 15)		-100		10	μA
V_{ref}	Input reference voltage (pin 15)		0		3	V
t_{CLK}	Clock time		0.5			μs
t_S	Set up time		1			μs

Fuente: www.alldatasheet.com

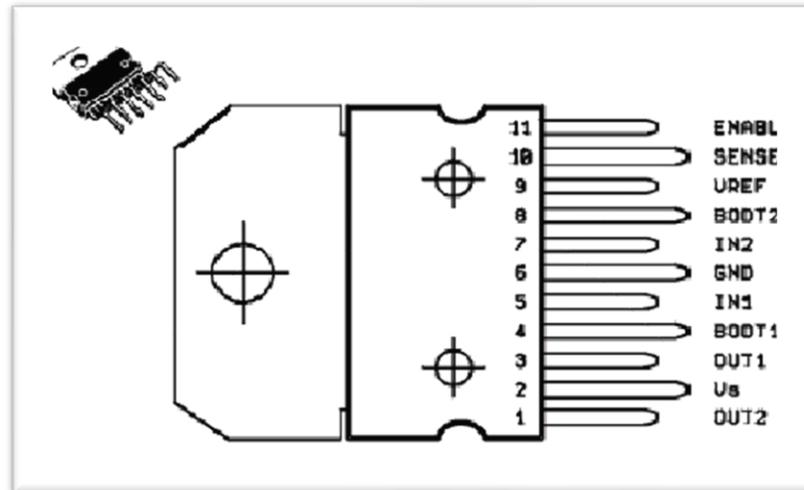


Figura 2.82: Diagrama de pines del L6203

Fuente: ww1.microchip.com

f) Descripción del funcionamiento de un circuito L6203 (pines)

- OUT2 y OUT1 (pin 1 y pin 3 respectivamente):
Salidas de la señal de la segunda y primera parte de la configuración del puente H.
- V_s (pin 2):
Tensión de alimentación.
- BOOT1 y BOOT2 (pines 4 y 8 respectivamente):
Un condensador conectado al pin 4 y otro al pin 8 asegura una conducción eficiente por parte del transistor de energía DMOS superior e inferior respectivamente.
- IN 1 e IN 2 (pines 5 y 7 respectivamente):
Entradas digitales del controlador del motor.
- GND (pin 6):
Terminal de tierra común.

- V_{REF} (pin 9):
Referencia de tensión interna, es recomendable usar un condensador desde este pin. El voltaje referencial interno puede fuente de salida a una corriente máxima de 2 mA.
- SENSE (pin 10):
Una resistencia conectada a este pin proporciona retroalimentación para el control actual del motor.
- ENABLE (pin 11):
Cuando un valor lógico alto está presente en este pin, los transistores DMOS se habilitan para que puedan activarse por las entradas IN1 e IN2.

g) Las características generales del circuito L6203 son:

- ✓ Tensión de alimentación de hasta 48 V.
- ✓ Corriente pico máxima ($I_{Pm\acute{a}x}$) de 5 A.
- ✓ Frecuencia de operación de hasta 100 Khz.
- ✓ Alta eficiencia.
- ✓ TTL compatible.
- ✓ Corriente rms de hasta 4 A.

h) Características eléctricas del L6203

Corriente pico de salida: $I_o = 5$ A, según hoja de *datasheet*.

Disipación total de la energía: $P_{tot} = 20$ W (tcase 90°), según hoja de *datasheet*

$R_{DS(ON)} = typ = 0.3 \Omega$ max=0.55 Ω (varía según la temperatura)

$\alpha = 90^\circ = 1.3$ entonces $R_{DS(ON)} = 1.3 \times 0.3 \Omega = 0.39 \Omega$

Cálculo de potencia del transistor:

$$P_{(ON)} = R_{DS(ON)} \times I_{DS}^2 \quad (2.110)$$

Entonces para los dos transistores:

$$P_{(ON)} = 2xR_{DS(ON)}x I_{DS}^2 \quad (2.111)$$

Los Mosfet se comportan como una resistencia de pocos ohmios $R_{DS(ON)}$ cuando conduce corriente y tiene el voltaje preciso en el Gate.

i) Descripción del circuito completo del driver (etapa de control y etapa de potencia) para un motor paso a paso:

- El pin de control del L297 posee un divisor de voltaje que sirve para regular la corriente del motor, la cual proviene de la corriente que circula a través de la resistencia shunt. El potenciómetro ubicado en el divisor de voltaje permite graduar el nivel de tensión de salida en el potenciómetro (V_{REF}) este procedimiento permitirá que la corriente que circula por la resistencia shunt se incremente proporcionalmente al incrementarse el voltaje de referencia y en consecuencia el torque también podrá ser incrementado, debido que la corriente y el torque de un motor son directamente proporcionales.
- La señal OSC es de un oscilador RC que define la frecuencia de conmutación para el control de la potencia. El oscilador tiene un condensador C_9 y una resistencia R_2 enlazados en serie.
- Cualquier tendencia de la corriente a elevarse por encima de la corriente rms 4 A es detectada por las resistencias R_6 y R_7 , es decir estas resistencias se encargan del sensado de la corriente. Estas resistencias, son las denominadas resistencias Shunt. Esta resistencia nos permite obtener la corriente del motor en un momento determinado.
- Puesto que la corriente a través de las bobinas del motor no sólo hay que conectar y desconectar, sino también necesita ser revertido. Los circuitos integrados de los controladores contienen un puente H completo formado por cuatro D- MOSFET. La parte superior e inferior

tienen que ser impulsado por un potencial, que es superior a la tensión de alimentación, y esto se obtiene con la ayuda de un circuito de arranque el cual está conformado por la resistencia R_1 y los condensadores C_5 , C_6 y C_7 para el puente H superior; y por la resistencia R_4 y los condensadores C_{12} , C_{13} y C_{14} para el puente H inferior.

A continuación, se muestran las fórmulas, ecuaciones y relaciones matemáticas que permitirán obtener los parámetros y valores necesarios para la implementación del driver para cada motor.

$$f_r = \frac{1}{(0.69 \times R_2 \times C_9)} \quad (2.112)$$

$$V_{REF} = \frac{R_8}{R_8 + R_7} \times V_{IN} \quad (2.113)$$

Voltajes en cada resistencia shunt ubicadas en el pin 10 de cada puente H de potencia L6203:

$$V_{R_6} = I_{R_6} \times R_6 \quad (2.114)$$

$$V_{R_3} = I_{R_3} \times R_3 \quad (2.115)$$

2.2.1.44 Modelamiento de la etapa de alimentación para los motores paso a paso y para el sistema del brazo robot

La alimentación o energización de un sistema electrónico es la parte principal para su funcionamiento. Las fuentes de alimentación pueden ser conmutadas o lineales. El diseño de la fuente lineal es simple, pero se complica cuando se quiere suministrar mayor corriente y la regulación del voltaje se hace menos eficiente. Las fuentes conmutadas son más eficientes y más pequeñas. Estas son las ventajas de una fuente conmutada:

- ✓ Son eficientes del 68 al 90 %, porque los dispositivos de potencia trabajan en corte y saturación.

- ✓ Como el voltaje de entrada varía de forma alterna y colocada en un componente magnético, entonces es posible cambiar la transformación a reductor, elevador, o inversor de voltaje con varias salidas.
- ✓ El componente magnético de transferencia de energía reemplaza al transformador de línea, trabajando en alta frecuencia mayor a 15 kHz y ya no en 50/60 Hz, y así el tamaño de la fuente se reduce.

Una desventaja de la fuente conmutada es que el ruido es mayor que la de la fuente lineal. Como en la salida y entrada puede haber interferencia de radiofrecuencia es preferible usar filtros de línea. En la entrada la fuente toma energía por pulsos de tiempo, y en la salida se tiene otra condición de voltaje, por lo que, a variaciones en la entrada, le tomará mayor tiempo en reestablecerse. Para compensar esta respuesta transitoria en el tiempo se deberá agregar más capacitores en la salida para almacenar la energía necesaria mientras la fuente conmutada está en proceso de ajuste. En la figura 2.83 se muestra el esquema interno de una fuente conmutada.

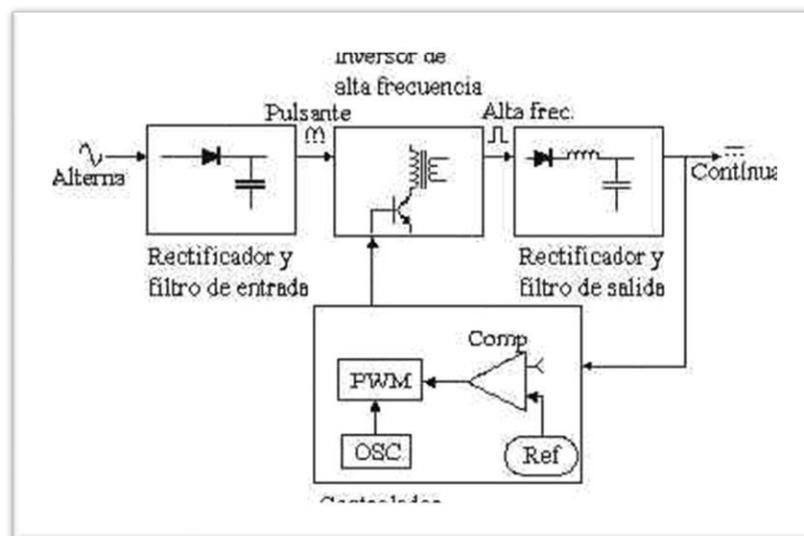


Figura 2.83: Esquema interno de una fuente conmutada

Fuente: Spong, Hutchinson y Vidyasagar, 2006

Tabla VIII: Tabla de parámetros

N°	Nomenclatura	Unidades	Definición
1	A_P		Vector de posición
2	A_B^R		Matriz de rotación
3	S_G^T		Matriz de una trama con respecto a otra
4	a_i	metros	Distancia de los segmentos
5	α_i	grados	Angulo sobre el eje X
6	d_i	metros	Distancia del eje Z
7	θ_i	grados	Angulo de las articulaciones
8	A_i		Matriz homogénea
9	V_Q		Vector de velocidad lineal
10	${}^0J(\theta)$	Vdc	Matriz Jacobiana
11	${}^i\omega_i$	Grad/seg	Velocidad angular
12	f_i	$N.m$	Fuerza ejercida sobre un vinculo
13	τ_i	$N.m$	Momento de torsión
14	0I		Matriz de inercia
15	F	N	Fuerza de Newton
16	$M(\theta)\ddot{\theta}$	$N.m$	Matriz de masas
17	$V(\theta, \dot{\theta})$	$N.m$	Vector de Coriolis
18	$G(\theta)$	$N.m$	Vector de gravedad
19	k_i		Energía cinética
20	$\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})$		El lagrangiano de un manipulador
21	M_i	$N.m$	Momento de una articulación
22	W_i	$N.m$	Peso de un segmento o carga
23	$\tau_{fricción}$	$N.m$	Fuerza de fricción
24	t	seg	tiempo
25	n		Relación de engranajes
26	$\dot{\theta}$	Grad/seg	Velocidad rotacional
27	s_1		Variable de Laplace
28	ζ		Factor de amortiguamiento
29	ω_n	Hz	Frecuencia natural
30	i_a	A	Corriente de armadura
31	b_m		Momento de fricción
32	t_s	seg	Tiempo de asentamiento
33	K		Ganancia del sistema
34	PO		Sobreimpulso porcentual
35	PWM		Pulse width modulation
36	c_2		Coseno del ángulo
37	m_i	Kg	Masa de un segmento
38	$N(\theta, \dot{\theta})$		Vector centrifugo sumado con el gravitacional
39	$\ddot{\theta}(t)$		Aceleración de una articulación

40	R_a	ohm	Resistencia de armadura
41	L_a	H	Inductancia del motor
42	E_a	V	Voltaje que ingresa al motor
43	K_b	$V/grad/s$	Constante eléctrica
44	K_i	$\frac{N.m}{A}$	Constante mecánica

Elaborado por: el autor

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

La solución para obtener el producto final se basó específicamente en 4 etapas (etapa de modelamiento matemático del brazo robot, etapa de potencia y control de los motores, etapa de diseño del controlador lineal y la etapa de diseño del circuito electrónico de control del sistema). El brazo robot está conformado de cuatro articulaciones (dos rotacionales, una traslacional y un gripper o efector final), cada articulación genera un movimiento mediante un motor paso a paso y en el caso del gripper o efector final se usó un motor DC. La primera etapa es del modelamiento matemático del brazo robot que luego permitió acoplar los motores para poder generar la secuencia de movimientos de cada articulación del brazo robot.

La segunda etapa consistió en controlar los parámetros y generar mayor potencia para los motores paso a paso. El circuito del driver permite recibir señales provenientes del microcontrolador 18f4550 para así poder manejar los parámetros de cada motor tales como el sentido de giro, la velocidad, el torque, la secuencia de paso y el momento de torsión que necesita cada motor para obtener una determinada posición. La tercera etapa fue la del diseño del controlador lineal, generación del algoritmo para el sistema de control de lazo realimentado.

La cuarta etapa fue la de diseño del circuito electrónico de control del sistema y la energización al sistema teniendo en cuenta los valores necesarios, de corriente y voltaje, para un correcto funcionamiento del sistema electrónico en general. En la figura 3.1 se muestra el diagrama de bloques de la metodología para la obtención del producto final.

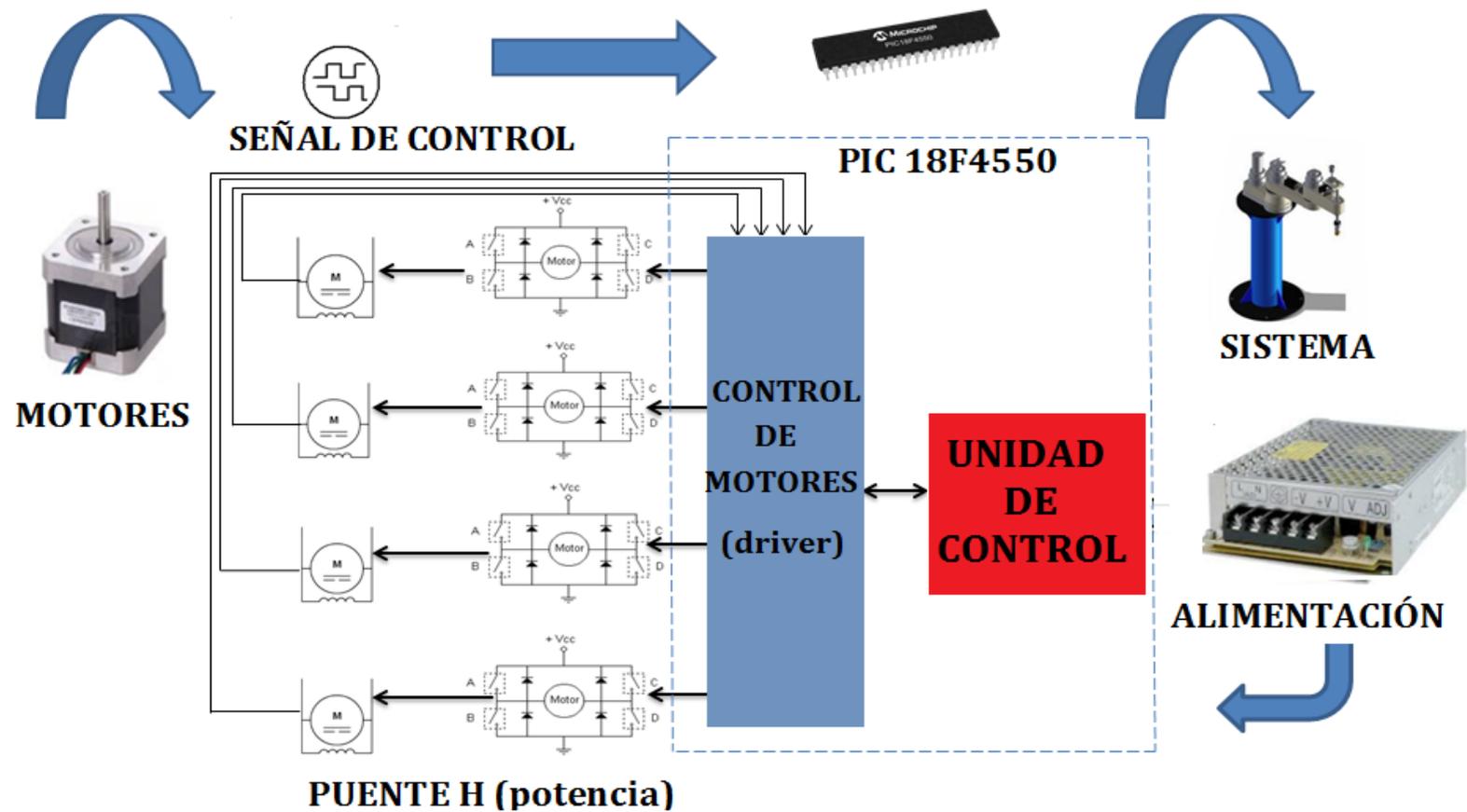


Figura 3.1: Diagrama de bloques de la metodología

Elaborado por: el autor

CAPÍTULO IV DESARROLLO

4.1 Análisis del modelamiento matemático del brazo robot

Se procedió a obtener el modelo matemático del brazo robot que permita relacionar dicho modelo matemático con la respuesta física del sistema real y que permita poder estimar la salida del sistema ante una determinada entrada. Para eso se siguió una serie de etapas que intervienen en dicho modelamiento. En la figura 4.1 se muestra la secuencia de etapas, a desarrollar, que involucran el modelamiento del manipulador de robot.

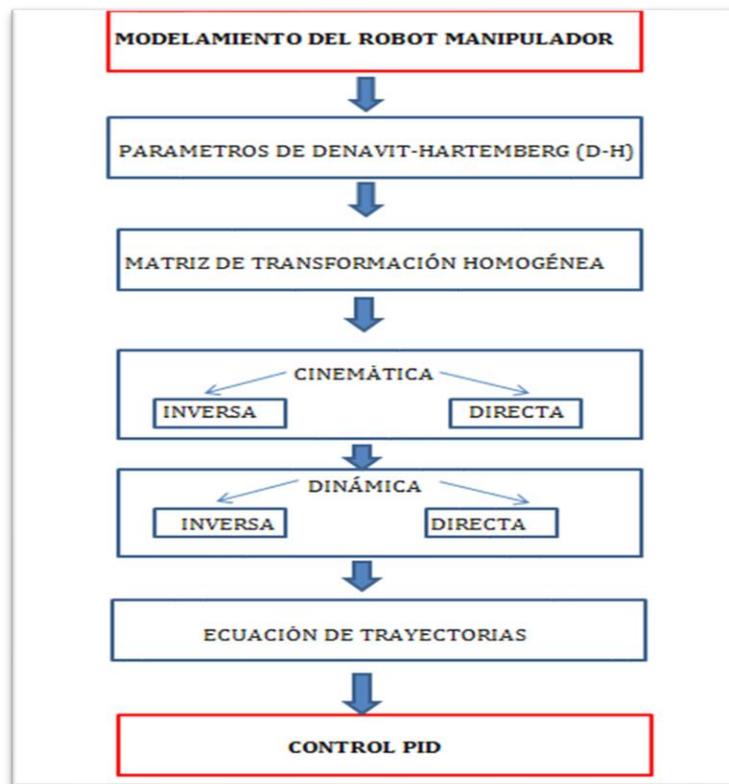


Figura 4.1: Etapas del modelamiento de la estructura del robot

Elaborado por: el autor

4.2 Cálculo de los parámetros de Denavit-Hartenberg (D-H)

Para calcular los parámetros Denavit-Hartenberg primero se debe asignar tramas de coordenadas al brazo robot tipo SCARA. En la figura 4.2 se muestra las tramas (frames) asignadas al manipulador SCARA.

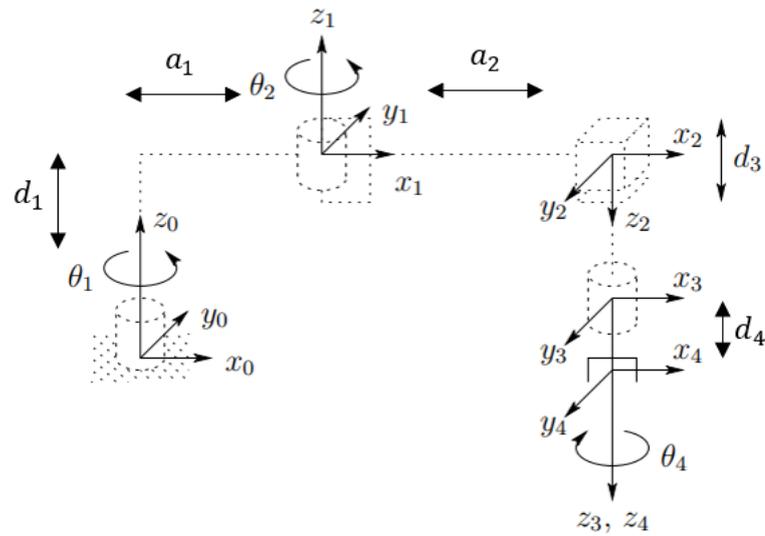


Figura 4.2: Asignación de tramas de coordenadas Denavit-Hartenberg para el manipulador SCARA.

Elaborado por: el autor

A continuación, se muestra la tabla de los parámetros de Denavit-Hartenberg:

Tabla IX: Tabla de los parámetros de Denavit-Hartenberg

Vínculo (i)	a_i (cm)	α_i	d_i (cm)	θ_i
1	a_1	0	d_1	θ_1
2	a_2	180°	0	θ_2
3	0	0	d_3	0°
4	0	0	d_4	θ_4

Elaborado por: el autor

4.3 Cálculo de la matriz de transformación homogénea

De la ecuación 2.16 se tiene:

$$A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Entonces se procede a calcular la matriz homogénea correspondiente a cada trama (Frame):

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & -c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

4.4 Cálculo de la cinemática directa

Las ecuaciones cinemáticas directas están dadas por la matriz de transformación homogénea desde la trama base hasta la trama del efector final:

$${}^0_4T = A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4 \quad (4.6)$$

$$= \begin{bmatrix} c_{12}c_4 + s_{12}s_4 & -c_{12}s_4 + s_{12}c_4 & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} \\ s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & -s_{12}s_4 - c_{12}c_4 & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_1 - d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Donde s_{12} y c_{12} hacen referencia a la entidad trigonométrica de seno y coseno para la suma de ángulos:

$$s_{12} = \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) = \text{sen}_{\theta_1} \cos_{\theta_2} + \cos_{\theta_1} \text{sen}_{\theta_2} \quad (4.8)$$

$$c_{12} = \text{cos}(\theta_1 + \theta_2) = \cos_{\theta_1} \cos_{\theta_2} - \text{sen}_{\theta_1} \text{sen}_{\theta_2} \quad (4.9)$$

Reemplazando los valores del brazo robot en la tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg se tiene:

Tabla X: Tabla de los parámetros de Denavit-Hartenberg con los valores del brazo robot SCARA.

Vínculo (i)	a_i (cm)	α_i	d_i (cm)	θ_i
1	35.7	0	76.3	θ_1
2	41.3	180°	0	θ_2
3	0	0	d_3	0°
4	0	0	1.3	θ_4

Elaborado por: el autor

Reemplazando los valores de la tabla de parámetros Denavit-Hartenberg en la ecuación (4.7) se obtiene la matriz de ecuaciones cinemáticas directas del brazo robot, que a continuación se muestra:

$${}^0_4T = \begin{bmatrix} c_{12}c_4 + s_{12}s_4 & -c_{12}s_4 + s_{12}c_4 & 0 & 35.7c_1 + 41.3c_{12} \\ s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & -s_{12}s_4 - c_{12}c_4 & 0 & 35.7s_1 + 41.3s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & 75 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Donde s_{12} y c_{12} hacen referencia a la entidad trigonométrica de seno y coseno para la suma de ángulos:

$$s_{12} = \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) = \text{sen}_{\theta_1}\text{cos}_{\theta_2} + \text{cos}_{\theta_1}\text{sen}_{\theta_2} \quad (4.11)$$

$$c_{12} = \text{cos}(\theta_1 + \theta_2) = \text{cos}_{\theta_1}\text{cos}_{\theta_2} - \text{sen}_{\theta_1}\text{sen}_{\theta_2} \quad (4.12)$$

4.5 Cálculo de la cinemática inversa

Una vez hallada la cinemática directa con la matriz de transformación homogénea 0_4T en la ecuación (4.7). La solución cinemática inversa es entonces dada como el conjunto de soluciones de la ecuación

$${}^0_4T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{12}c_4 + s_{12}s_4 & -c_{12}s_4 + s_{12}c_4 & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} \\ s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & -s_{12}s_4 - c_{12}c_4 & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_1 - d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Si se toma la matriz R de la forma

$$R = \begin{bmatrix} c_\alpha & s_\alpha & 0 \\ s_\alpha & -c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

La suma de $\theta_1 + \theta_2 - \theta_4$ es determinado por

$$\theta_1 + \theta_2 - \theta_4 = \alpha = \text{atan2}(r_{11}, r_{12}) \quad (4.15)$$

Proyectando la configuración del manipulador en el plano $x_0 - y_0$ inmediatamente produce la situación de la figura 4.3.

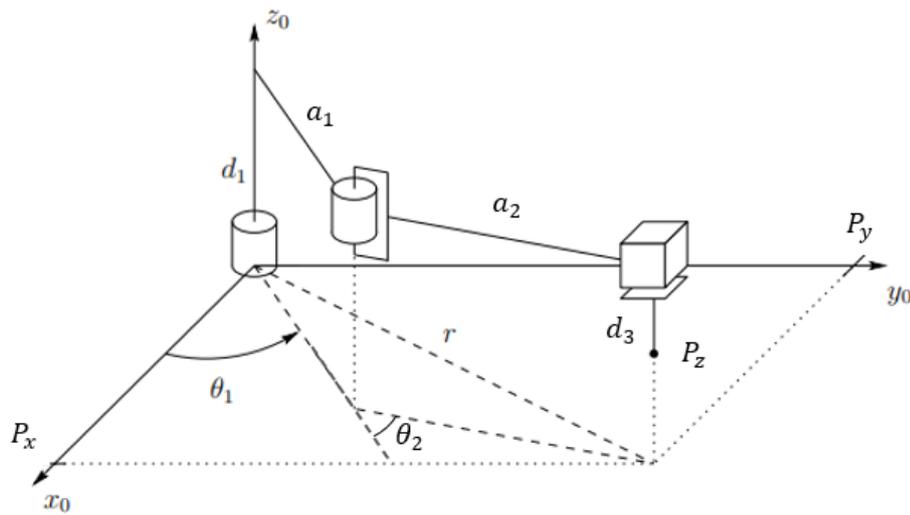


Figura 4.3: El manipulador SCARA

Elaborado por: el autor

Se puede ver por esto que

$$\theta_2 = \text{atan2}(c_2, \pm\sqrt{1-c_2}) \quad (4.16)$$

Donde

$$c_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2} \quad (4.17)$$

$$\theta_1 = \text{atan2}(P_x, P_y) - \text{atan2}(a_1 + a_2c_2, a_2s_2) \quad (4.18)$$

Entonces se podrá determinar θ_4 a partir de (4.15) como

$$\begin{aligned} \theta_4 &= \theta_1 + \theta_2 - \alpha \\ &= \theta_1 + \theta_2 - \text{atan2}(r_{11}, r_{12}) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Finalmente d_3 se da como

$$d_3 = d_1 - d_4 - P_z \quad (4.20)$$

Reemplazando valores se tiene

$$\theta_2 = \text{atan2}(c_2, \pm\sqrt{1-c_2}) \quad (4.21)$$

$$c_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - 2980.18}{2948.82} \quad (4.22)$$

$$\theta_1 = \text{atan2}(P_x, P_y) - \text{atan2}(35.7 + 41.3c_2, 41.3s_2) \quad (4.23)$$

$$d_3 = 75 - P_z \quad (4.24)$$

4.6 Cálculo del Jacobiano

La matriz perteneciente al jacobiano relaciona las velocidades lineales y angulares del sistema. Este jacobiano es una matriz de 6×4 ya que el robot SCARA tiene solo cuatro grados de libertad. Dado que las articulaciones 1, 2 y 4 son revolutas y la articulación 3 es prismática, y desde que $P_4 - P_3$ es paralelo a z_3 (y por lo tanto, $z_3 \times (P_4 - P_3) = 0$), el jacobiano es de la forma

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} z_0 \times (P_4 - P_0) & z_1 \times (P_4 - P_1) & z_2 & 0 \\ z_0 & z_1 & 0 & z_3 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} P_4 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} P_4 & \frac{\partial}{\partial d_3} & 0 \\ Z_0 & Z_1 & 0 & \frac{\partial}{\partial d_4} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Se tiene además las matrices de paso homogéneas

$${}^0_1A = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$${}^0_2A = \begin{bmatrix} c_1 c_2 - s_1 s_2 & c_1 s_2 + s_1 c_2 & 0 & a_2 c_2 c_1 - a_2 s_2 c_1 + a_1 c_1 \\ s_1 c_2 + c_1 s_2 & s_1 s_2 - c_1 c_2 & 0 & a_2 c_2 s_1 + a_2 s_2 c_1 + a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$${}^0_3A = \begin{bmatrix} c_1 c_2 - s_1 s_2 & c_1 s_2 + s_1 c_2 & 0 & a_2 (c_2 c_1 - s_2 s_1) + a_1 c_1 \\ s_1 c_2 + c_1 s_2 & s_1 s_2 - c_1 c_2 & 0 & a_2 (c_2 s_1 + s_2 c_1) + a_1 s_1 \\ 0 & 0 & -1 & d_1 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$${}^0_4A = \begin{bmatrix} c_{12}c_4 + s_{12}s_4 & -c_{12}s_4 + s_{12}c_4 & 0 & a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 \\ s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & -s_{12}s_4 - c_{12}c_4 & 0 & a_2(c_2s_1 + s_2c_1) + a_1s_1 \\ 0 & 0 & -1 & d_1 - d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Entonces:

$$z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad z_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad z_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad z_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

z_0, z_1, z_2 y z_3 están presentes en las matrices de paso homogéneas ${}^0_1A, {}^0_2A, {}^0_3A$ y 0_4A respectivamente.

Realizando los cálculos indicados en (4.25), se obtiene

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.34)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} a_1c_1 \\ a_1s_1 \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 \\ a_2(c_2s_1 + s_2c_1) + a_1s_1 \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 \\ a_2(c_2s_1 + s_2c_1) + a_1s_1 \\ d_1 - d_3 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 \\ a_2(c_2s_1 + s_2c_1) + a_1s_1 \\ d_1 - d_3 - d_4 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

De igual forma estas matrices están relacionadas con las matrices de paso homogéneas. Para poder obtener la matriz del jacobiano es necesario recordar el producto vectorial:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y\dot{z} - \dot{y}z \\ z\dot{x} - \dot{z}x \\ x\dot{y} - \dot{x}y \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Resolviendo:

$$z_0 \times (P_4 - P_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 \\ a_2(c_2s_1 + s_2c_1) + a_1s_1 \\ d_1 - d_3 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$= \begin{bmatrix} -a_2(c_2s_1 + s_2c_1) - a_1s_1 \\ a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$z_1 \times (P_4 - P_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_2(c_2c_1 - s_2s_1) \\ a_2(c_2s_1 + s_2c_1) \\ -d_3 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$= \begin{bmatrix} -a_2(c_2s_1 + s_2c_1) \\ a_2(c_2c_1 - s_2s_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$z_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$z_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Finalmente se tiene la matriz del jacobiano donde las tres filas superiores pertenecen a la velocidad lineal y las tres filas inferiores a la velocidad angular.

$$J = \begin{bmatrix} -a_2(c_2s_1 + s_2c_1) - a_1s_1 & -a_2(c_2s_1 + s_2c_1) & 0 & 0 \\ a_2(c_2c_1 - s_2s_1) + a_1c_1 & a_2(c_2c_1 - s_2s_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Reemplazando los valores se tiene el Jacobiano del brazo robot:

$$J = \begin{bmatrix} -41.3(c_2s_1 + s_2c_1) - 35.7s_1 & -41.3(c_2s_1 + s_2c_1) & 0 & 0 \\ 41.3(c_2c_1 - s_2s_1) + 35.7c_1 & 41.3(c_2c_1 - s_2s_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

4.7 Cálculo de la dinámica

Para el cálculo de la dinámica del brazo robot SCARA se usó la ecuación dinámica (2.38) modelada en el capítulo 2, que a continuación se describe

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = M(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) \quad (4.48)$$

Donde τ es el vector de 4×1 de momentos de torsión de los actuadores, $M(\theta)\ddot{\theta}$ es una matriz simétrica de 4×4 denominada matriz de masas, $V(\theta, \dot{\theta})$ representa los pares generados por las fuerzas centrífugas y de Coriolis, y en el caso de que la velocidad sea pequeña es despreciable, el término $G(\theta)$ es un vector de 4×1 que representa los efectos gravitatorios que depende de las variables articulares, y $N(\theta, \dot{\theta})$ es un vector de 4×1 que une los dos vectores de la ecuación de estados. Los términos de gravedad están identificados en las expresiones de los vectores 4×1 por la constante de gravedad $g=9,8$ metros/ s^2 . También se adoptará las siguientes notaciones:

- Masa del enlace i es m_i en kilogramos.
- Momento de inercia de masa del vínculo i sobre el eje z es I_{zzi} en kg-m-m.

Las dinámicas para el brazo robot tipo SCARA (figura 4.4) incluyen los cuatro grados de libertad y son simbólicamente dado por:

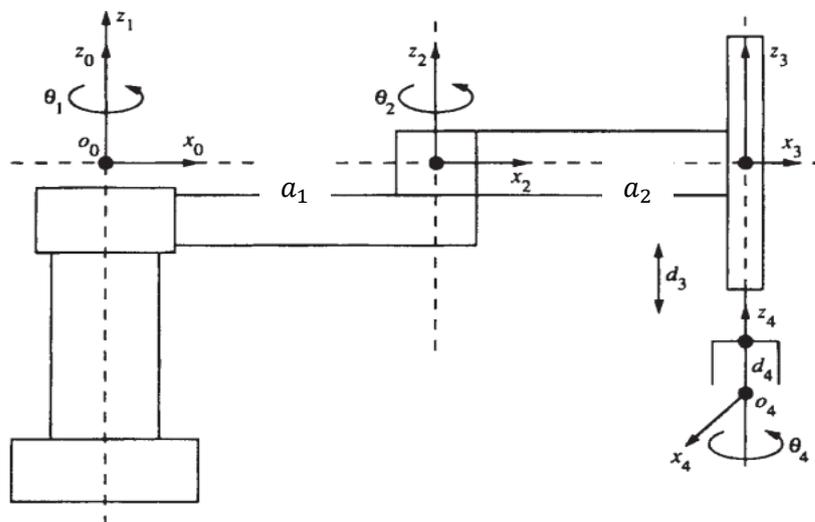


Figura 4.4: El manipulador SCARA

Elaborado por: el autor

$$M(\theta)\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & m_{14} \\ m_{12} & m_{22} & 0 & m_{24} \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 \\ m_{14} & m_{24} & 0 & m_{44} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$m_{11} = (I_{zz1} + I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4}) + \left(\frac{m_1}{4} + 2m_3 + m_4\right) a_1^2 + \left(\frac{m_2}{2} + 3m_3 + m_4\right) a_1 a_2 c_2 + \left(\frac{m_2}{4} + m_3 + m_4\right) a_2^2 \quad (4.50)$$

$$m_{12} = (I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4}) + \left(\frac{m_2}{4} + m_3 + m_4\right) a_2^2 + (2m_3 + m_4) a_1 a_2 c_2 \quad (4.51)$$

$$m_{13} = 0 \quad (4.52)$$

$$m_{14} = I_{zz4} \quad (4.53)$$

$$m_{22} = (I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4}) + \left(\frac{m_2}{4} + m_3 + m_4\right) a_2^2 \quad (4.54)$$

$$m_{23} = 0 \quad (4.55)$$

$$m_{24} = I_{zz4} \quad (4.56)$$

$$m_{33} = m_3 m_4 \quad (4.57)$$

$$m_{34} = 0 \quad (4.58)$$

$$m_{44} = I_{zz4} \quad (4.50)$$

El vector con los términos centrífugos y de Coriolis

$$V(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_2}{2} - m_3\right) a_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 - (4m_3 + 2m_4) a_1 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) a_1 a_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

El vector de términos gravitatorios

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (m_3 + m_4 + m_b)g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Sumando ambos vectores se tiene

$$N(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_2}{2} - m_3\right) a_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 - (4m_3 + 2m_4) a_1 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) a_1 a_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ (m_3 + m_4 + m_b)g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Para calcular los momentos de inercia de masas en los segmentos del brazo robot se usó la ecuación (2.35) del subcapítulo del modelamiento de la dinámica del manipulador. Como todas las articulaciones se van a mover con respecto al eje z entonces se calculó I_{zz} . Se encontró la inercia con respecto al eje z para los segmentos del brazo robot con densidad uniforme ρ con respecto al sistema de coordenadas que se muestra en la figura 4.5

$$\begin{aligned} I_{zz} &= \int_0^w \int_0^l \int_0^h (y + x^2) \rho \, dz \, dy \, dx \\ &= \int_0^w \int_0^l (y^2 + x^2) h \rho \, dy \, dx \\ &= \int_0^w \left(\frac{l^3}{3} + x^2 l \right) h \rho \, dx \\ &= \left(\frac{wl^3 h}{3} + \frac{w^3 l h}{3} \right) \rho \\ &= \frac{m}{3} (l^2 + w^2) \end{aligned} \quad (4.54)$$

en donde m es la masa total del cuerpo.

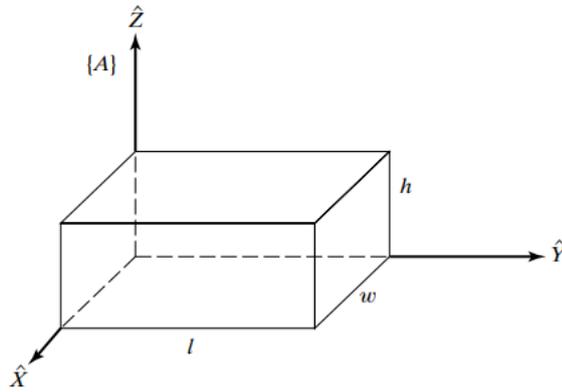


Figura 4.5: Un cuerpo de densidad uniforme

Elaborado por: el autor

Una vez calculado I_{zz} se procedió a reemplazar los valores para cada segmento del brazo robot. Las masas de los segmentos son:

$$m_1 = 0.6kg$$

$$m_2 = 0.5kg$$

$$m_3 = 0.4kg$$

$$m_4 = 0.2kg$$

$$m_b = 1.2kg \text{ (masa de la botella de pisco)}$$

Las distancias de los segmentos son

$$a_1 = 0.357m$$

$$a_2 = 0.413m$$

$$l_i = a_i$$

$$l_b = 0.04$$

$$w_1 = 0.08m$$

$$w_2 = 0.08m$$

$$w_3 = 0.001m$$

$$w_4 = 0.04m$$

$$w_b = 0.04m$$

Se procede a calcular las inercias de los 4 segmentos del brazo robot:

$$I_{zz1} = \frac{m_1}{3}(l_1^2 + w_1^2) \quad (4.55)$$

$$I_{zz1} = \frac{0.6kg}{3}(0.357^2 + 0.08^2)m^2$$

$$I_{zz1} = 0.0268kg \cdot m^2$$

$$I_{zz2} = \frac{m_2}{3}(l^2 + w^2) \quad (4.56)$$

$$I_{zz2} = \frac{0.5}{3}(0.413^2 + 0.08^2)$$

$$I_{zz2} = 0.0295kg \cdot m^2$$

$$I_{zz3} = \frac{m_3}{3}(l^2 + w^2) \quad (4.57)$$

$$I_{zz3} = \frac{0.4}{3}(0.01^2 + 0.001^2)$$

$$I_{zz3} = 1.3467 \times 10^{-5}kg \cdot m^2$$

$$I_{zz4} = \frac{m_4}{3}(l^2 + w^2) \quad (4.58)$$

$$I_{zz4} = \frac{0.2}{3}(0.04^2 + 0.04^2)$$

$$I_{zz4} = 2.1333 \times 10^{-4}kg \cdot m^2$$

Y la inercia de la botella es

$$I_{zzb} = \frac{m_b}{3}(l^2 + w^2) \quad (4.59)$$

$$I_{zzb} = \frac{1.2}{3}(0.04^2 + 0.04^2)$$

$$I_{zzb} = 0.0013$$

Ahora se procede a calcular cada término de la matriz de masas

$$m_{11} = (I_{zz1} + I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4}) + \left(\frac{m_1}{4} + 2m_3 + m_4\right)a_1^2$$

$$+ \left(\frac{m_2}{2} + 3m_3 + m_4\right)a_1a_2c_2 + \left(\frac{m_2}{4} + m_3 + m_4\right)a_2^2$$

$$\begin{aligned}
m_{11} &= (0.0268kg \cdot m^2 + 0.0295kg \cdot m^2 + 1.3466 \times 10^{-5}kg \cdot m^2 \\
&\quad + 2.1333 \times 10^{-4}kg \cdot m^2) \\
&\quad + \left(\frac{0.6kg}{4} + 2(0.4kg) + 0.2kg\right) 0.357^2 m^2 \\
&\quad + \left(\frac{0.5kg}{2} + 3(0.4kg) + 0.2kg\right) 0.357m(0.413m)c_2 \\
&\quad + \left(\frac{0.5kg}{4} + 0.4kg + 0.2kg\right) 0.413^2 m^2 \\
m_{11} &= 0.3276kg \cdot m^2 + 0.2432kg \cdot m^2 \times c_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{12} &= (I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4}) + \left(\frac{m_2}{4} + m_3 + m_4\right) a_2^2 + (2m_3 + m_4)a_1 a_2 c_2 \\
m_{12} &= (0.0295kg \cdot m^2 + 1.3467 \times 10^{-5}kg \cdot m^2 + 2.1333 \times 10^{-4}kg \cdot m^2) \\
&\quad + \left(\frac{0.5kg}{4} + 0.4kg + 0.2kg\right) 0.413^2 m^2 \\
&\quad + (2 \times 0.4kg + 0.2kg)0.357m(0.413m)c_2 \\
m_{12} &= 0.0297kg \cdot m^2 + 0.1237kg \cdot m^2 + 0.1474kg \cdot m^2 \times c_2 \\
m_{12} &= 0.1534kg \cdot m^2 + 0.1474kg \cdot m^2 \times c_2
\end{aligned}$$

$$m_{13} = 0$$

$$\begin{aligned}
m_{14} &= I_{zz4} \\
m_{14} &= 2.1333 \times 10^{-4}kg \cdot m^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{22} &= (I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4}) + \left(\frac{m_2}{4} + m_3 + m_4\right) a_2^2 \\
m_{22} &= 0.0297kg \cdot m^2 + \left(\frac{0.5kg}{4} + 0.4kg + 0.2kg\right) 0.413^2 m^2 \\
m_{22} &= 0.0297kg \cdot m^2 + 0.1237kg \cdot m^2 \\
m_{22} &= 0.1534kg \cdot m^2
\end{aligned}$$

$$m_{23} = 0$$

$$\begin{aligned}
m_{24} &= I_{zz4} \\
m_{24} &= 2.1333 \times 10^{-4}kg \cdot m^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{33} &= m_3 m_4 \\
m_{33} &= 0.4kg \times 0.2kg \\
m_{33} &= 0.08kg
\end{aligned}$$

$$m_{34} = 0$$

$$\begin{aligned}
m_{44} &= I_{zz4} \\
m_{44} &= 2.1333 \times 10^{-4} kg \cdot m^2
\end{aligned}$$

Entonces se tiene las matrices de la ecuación dinámica

$$M(\theta)\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & m_{14} \\ m_{12} & m_{22} & 0 & m_{24} \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 \\ m_{14} & m_{24} & 0 & m_{44} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$M(\theta)\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} 0.3276 + 0.2432c_2 & 0.1534 + 0.1474c_2 & 0 & 2.1333 \times 10^{-4} \\ 0.1534 + 0.1474c_2 & 0.1534 & 0 & 2.1333 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0.08 & 0 \\ 2.1333 \times 10^{-4} & 2.1333 \times 10^{-4} & 0 & 2.1333 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

el vector con los términos centrífugos y de Coriolis

$$\begin{aligned}
V(\theta, \dot{\theta}) &= \begin{bmatrix} \left(\frac{m_2}{2} - m_3\right) a_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 - (4m_3 + 2m_4) a_1 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) a_1 a_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \left(\frac{0.5kg}{2} - 0.4kg\right) 0.357m(0.413m) \dot{\theta}_1^2 - (4(0.4kg) + 2(0.2kg)) 0.357m(0.413m) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \left(\frac{0.5kg}{2} + 0.4kg + 0.2kg\right) 0.357m(0.413m) s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$V(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -0.0221kg \cdot m^2 \times \dot{\theta}_1^2 - 0.2949kg \cdot m^2 \times \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ 0.1253kg \cdot m^2 \times s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

El vector de términos gravitatorios

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (m_3 + m_4 + m_b)g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (0.4kg + 0.2kg + 1.2kg)9.8m/s^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 17.64N \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

el vector con los términos centrífugos y de Coriolis sumado con el vector de términos gravitatorios

$$N(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_2}{2} - m_3\right) a_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 - (4m_3 + 2m_4) a_1 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) a_1 a_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ (m_3 + m_4 + m_b)g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -0.0221kg \cdot m^2 \times \dot{\theta}_1^2 - 0.2949kg \cdot m^2 \times \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ 0.1253kg \cdot m^2 \times s_2 \dot{\theta}_1^2 \\ 17.64N \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

4.8 Cálculos matemáticos para la elección de los motores

Para obtener los valores mínimos de torque se realizó el siguiente análisis matemático.

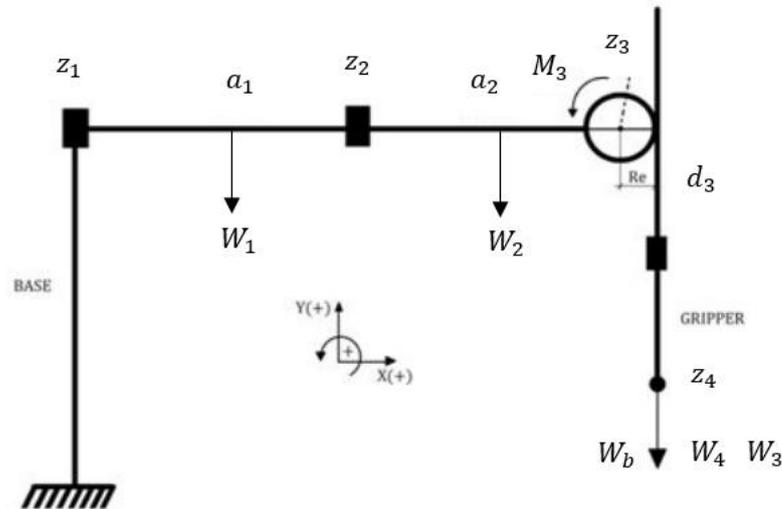


Figura 4.6: Representación para el cálculo de los motores

Elaborado por: el autor

Con la ecuación 2.47 del capítulo de modelamiento se calculó el torque necesario del motor de la primera articulación:

$$\begin{aligned} \sum M_1 &= M_1 - W_1 \left(\frac{a_1}{2} \right) - W_2 \left(a_1 + \frac{a_2}{2} \right) - W_{acumulado} (a_1 + a_2) \\ M_1 &= g \times m_1 \left(\frac{a_1}{2} \right) + g \times m_2 \left(a_1 + \frac{a_2}{2} \right) + (m_b + m_4 + m_3)g(a_1 + a_2) \\ M_1 &= 9.8m/s^2 \times 0.6kg \left(\frac{0.357m}{2} \right) + 9.8m/s^2 \times 0.5kg \left(0.357m + \frac{0.413m}{2} \right) \\ &\quad + (1.8 kg)9.8m/s^2(0.357m + 0.413m) \\ M_1 &= 1.05kg \cdot m^2/s^2 + 2.7612kg \cdot m^2/s^2 + 13.5828kg \cdot m^2/s^2 \end{aligned} \quad (4.64)$$

Como $Newton = N = masa \times gravedad$ entonces el torque para la primera articulación es:

$$M_1 = 17.394N \cdot m \quad (4.65)$$

Pero como la relación de engranajes aumenta el torque entonces:

Si $n_1 = 10$ el torque necesario para la primera articulación es:

$$\tau_1 = \frac{M_1}{n_1}$$

$$\tau_1 = \frac{17.394N.m}{10}$$

$$\tau_1 = 1.7394N.m \quad (4.66)$$

Torque del motor de la segunda articulación:

$$\Sigma M_2 = M_2 - W_2 \left(\frac{a_2}{2} \right) - W_{acumulado}(a_1 + a_2) \quad (4.67)$$

$$M_2 = g \times m_2 \left(\frac{a_2}{2} \right) + (m_b + m_4 + m_3)g(a_1 + a_2) \quad (4.68)$$

$$M_2 = 9.8m/s^2 \times 0.5kg \left(\frac{0.413m}{2} \right) + (1.8kg)9.8m/s^2(0.357m + 0.413m)$$

$$M_2 = 1.0119kg.m^2/s^2 + 13.5828kg.m^2/s^2$$

$$M_2 = 14.5947kg.m^2/s^2$$

Como $Newton = N = masa \times gravedad$ entonces el torque para la segunda articulación es:

$$M_2 = 14.5947N.m \quad (4.69)$$

Pero como la relación de engranajes aumenta el torque entonces:

Si $n_2 = 5$ el torque necesario para la segunda articulación es:

$$\tau_2 = \frac{M_2}{n_2}$$

$$\tau_2 = \frac{14.5947N.m}{5}$$

$$\tau_2 = 2.9189N.m \quad (4.70)$$

Torque del motor de la articulación prismática:

$$\Sigma M_3 = M_3 - W_b(R_e) - W_4(R_e) - W_3(R_e) = 0 \quad (4.71)$$

$$M_3 = R_e(m_b + m_4 + m_3)g \quad (4.72)$$

$$M_3 = 0.03m(1.2kg + 0.2kg + 0.4kg)9.8metros/s^2$$

$$M_3 = 0.03m(1.8kg)9.8m/s^2 \quad (4.73)$$

Como $Newton = N = masa \times gravedad$ entonces el torque para la articulación prismática es:

$$M_3 = 0.5292N.m \quad (4.74)$$

Tabla XI: Características de los motores seleccionados

CARACTERISTICAS	MOTOR PH266-01GK (articulación 1)	MOTOR PH266-01GK- C55 (articulación 2)	MOTOR NEMA 23 (articulación 3)
Torque	3 N.m	3 N.m	2 N.m
Relación pasos- grados	1.8 grados por paso	1.8 grados por paso	1.8 grados por paso
Voltaje	6V	6V	12 V
Corriente	1.2 A	1.2 A	880 mA
Cantidad de paso por revolución	200	200	200

Elaborado por: el autor

En el anexo 2 se encuentran las especificaciones técnicas de los motores.

4.9 Generación de trayectorias

Si una de las articulaciones giratorias está inmóvil a $\theta = 25$ grados y se desea girar la articulación a $\theta = 40$ grados en 3 segundos, entonces se debe encontrar los coeficientes de una ecuación cúbica que realice este movimiento, luego se traza la posición, la velocidad y la aceleración de la articulación como una función en el tiempo. Usando la ecuación 2.59 del capítulo de modelamiento se tiene

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \theta_0 \\
 a_1 &= 0 \\
 a_2 &= \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) \\
 a_3 &= -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0)
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 25 \\
 a_1 &= 0 \\
 a_2 &= 5 \\
 a_3 &= -1.11
 \end{aligned} \tag{4.76}$$

Con las ecuaciones 2.54 y 2.55 del capítulo de modelamiento

$$\begin{aligned}\theta(t) &= a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \\ \dot{\theta}(t) &= a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \\ \ddot{\theta}(t) &= 2a_2 + 6a_3t\end{aligned}\tag{4.77}$$

se obtiene

$$\begin{aligned}\theta(t) &= 25 + 5t^2 - 1.11t^3 \\ \dot{\theta}(t) &= 10t - 3.33t^2 \\ \ddot{\theta}(t) &= 10 - 6.66t\end{aligned}\tag{4.78}$$

La figura 4.7 muestra las funciones de posición, velocidad y aceleración muestreadas a 50 Hz.

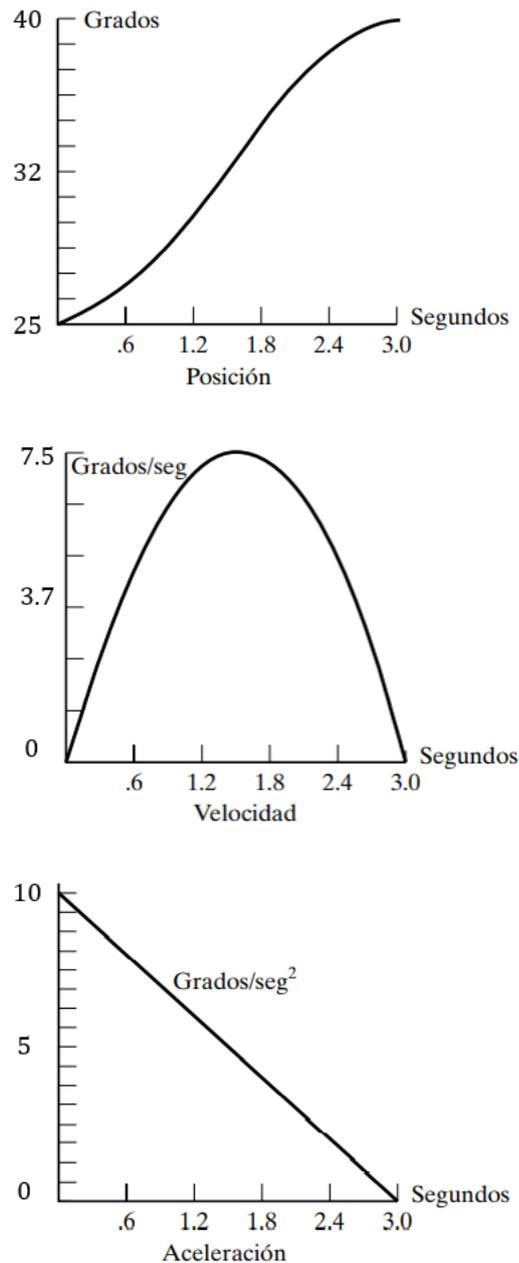


Figura 4.7: Graficas de posición, velocidad y aceleración para un segmento que inicia y termina con velocidad cero.

Elaborado por: el autor

4.10 Cálculo y diseño de los drivers para la etapa de potencia

Se procedió a implementar la etapa de potencia, mediante el uso de puentes H de tipo mosfet L6203, para los motores a usarse en el brazo robot. También se obtuvo un circuito electrónico que permita recibir las señales provenientes del microcontrolador PIC18f4550 y permita controlar

los respectivos motores mediante el uso del circuito integrado L297, el cual es un controlador de motores paso a paso. Este driver permitió a su vez incrementar el nivel de corriente y en consecuencia el nivel de potencia para de esta forma poder mover cada motor de forma adecuada y según se requiera.

a) Especificaciones de diseño (Design specs)

- El driver deberá tener un circuito integrado principal L297 que controle la salida hacia el motor
- El driver deberá tener dos circuitos integrados L6203 (puente H tipo Mosfet) que brinde la corriente necesaria hacia el motor.
- Cada circuito integrado del driver deberá ser alimentado con 5 VDC excepto los circuitos integrados L6203 que deberá ser alimentado con 12VDC
- Se deberá implantar un circuito oscilador RC de 20 kHz para el reloj interno del circuito integrado principal L297.
- Cada salida o entrada de los circuitos integrados deberá tener su respectivo filtro ante ruidos externos.

A continuación, en la figura 4.8 se muestra el esquema del circuito del driver diseñado.

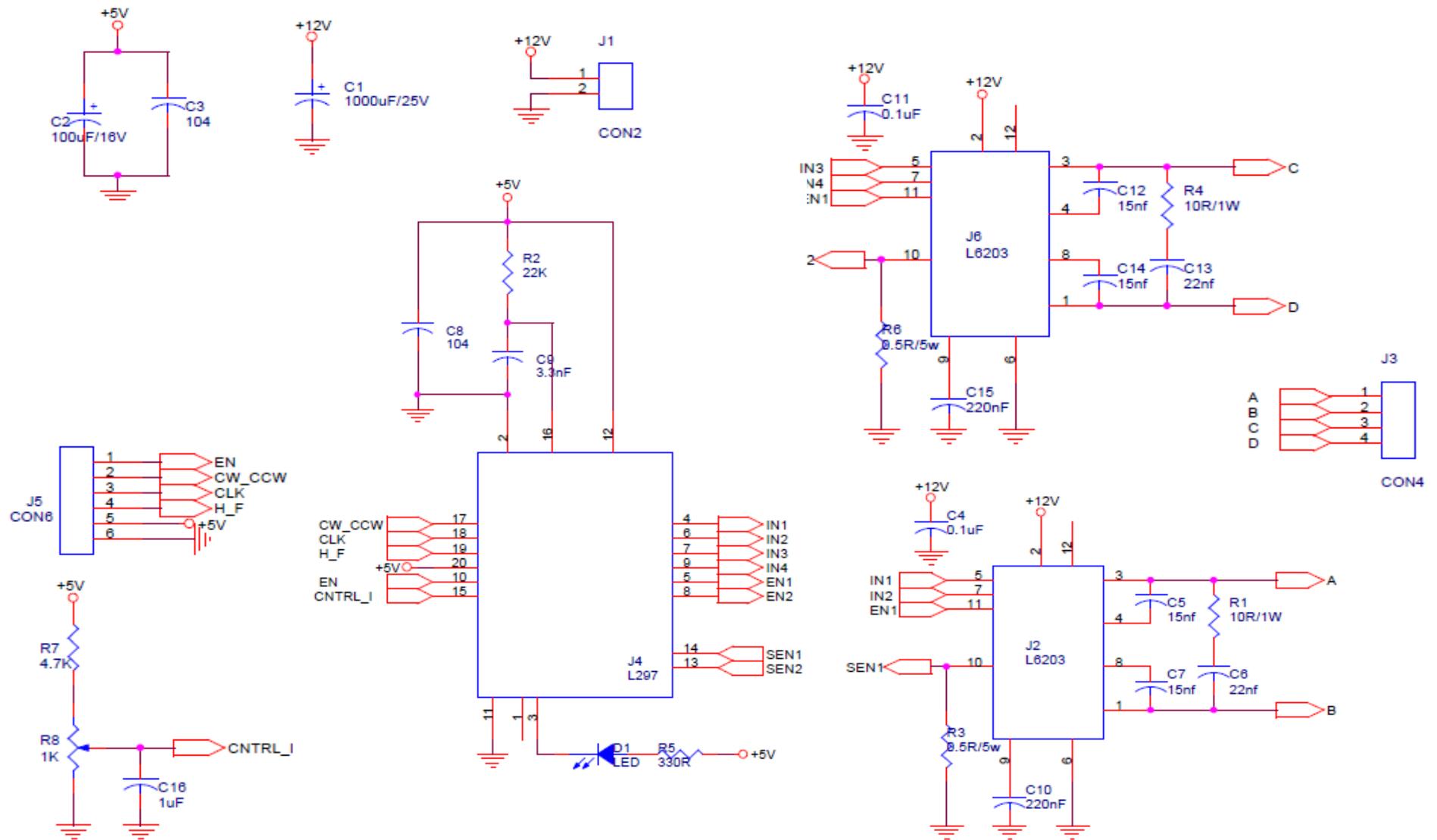


Figura 4.8: Esquema del circuito electrónico del driver para el motor paso a paso

Elaborado por: el autor

b) Análisis del circuito electrónico del driver para el motor paso a paso

En primer lugar, se tiene el bloque de control conformado por el circuito integrado L297 el cual posee señales de entrada las cuales son:

- ✓ CW_CCW: esta señal de entrada se encarga de darle el sentido al motor (horario o antihorario).
- ✓ H/F: esta señal se encarga de darle el tipo de secuencia de fase, es decir el movimiento del motor puede ser a paso medio o a paso completo.
- ✓ Enable: Es el habilitador del circuito.
- ✓ Clock: Esta señal es la que recibe la frecuencia PWM del microcontrolador 18f4550, esta señal permite incrementar o disminuir la velocidad del motor.
- ✓ El voltaje de referencia V_{REF} para el circuito de chopeado posee un voltaje máximo de 0.8 V según la hoja de datos (*datasheet*).

Se determinó de los valores de las resistencias R_7 y R_8 mediante la ecuación 2.112 del capítulo de modelamiento. Se tiene como valor V_{IN} un voltaje de entrada de 5V. Efectuando la ecuación se tiene:

$$V_{REF} = \frac{R_8}{R_8 + R_7} \times V_{IN}$$

$$0.8 V = \frac{R_8}{R_8 + R_7} \times 5V$$

$$0.8 \times (R_8 + R_7) = R_8 \times 5$$

$$\frac{R_8(\Omega)}{R_7(\Omega)} = \frac{0.8(\Omega)}{4.2(\Omega)}$$

$$\frac{R_8}{R_7} = 0.19 \text{ (relación numérica entre las resistencias)}$$

$$R_8 = 0.19R_7 \tag{4.79}$$

Si se coloca un valor para $R_7=4.7\text{ K}\Omega$, el cual es un valor comercial, se tuvo que el valor para la resistencia R_8 es el siguiente:

$$R_8 = 0.19 \times 4.7\text{K}\Omega$$

$$R_8 = 0.893\text{K}\Omega \quad (4.80)$$

Entonces se pudo emplear una resistencia variable de $1\text{K}\Omega$ para implementar el circuito correspondiente al divisor del voltaje.

Finalmente, la función del divisor de voltaje fue para regular el voltaje y por ende la corriente del motor el cual permite obtener un mayor o menor torque según se requiera, puesto que la corriente y el torque de un motor son directamente proporcionales.

Por otro lado, el circuito de control L297 posee un oscilador conformado por un circuito RC, el cual determina una frecuencia de oscilación alrededor de los 20 kHz según parámetros de operación que brinda la hoja de datos (*datasheet*). Esta frecuencia nunca puede ser menor a la frecuencia de *clock proveniente* del microcontrolador.

La frecuencia de oscilación se calcula mediante el desarrollo de la ecuación 2.112 del capítulo de modelamiento. La siguiente fórmula también está determinada en el *datasheet* del circuito L297:

$$f_r = \frac{1}{(0.69 \times R_2 \times C_9)} \quad (4.81)$$

Si se tiene que la frecuencia está alrededor de los 20 kHz entonces se determina un valor para la resistencia R_2 este valor será de $22\text{ K}\Omega$. Luego se reemplaza en la ecuación, de tal forma que se tiene:

$$20\text{kHz} = \frac{1}{(0.69 \times 22\text{K}\Omega \times C_9)}$$

$$20kHz = \frac{1}{(0.69 \times 22K\Omega \times C_9)}$$

$$C_9 = \frac{1}{(0.69 \times 22K\Omega \times 20kHz)}$$

$$C_9 = 3.29 \times 10^{-9}F$$

$$C_9 = 3.3 \text{ nF} \quad (4.82)$$

De esta forma se obtiene el valor del condensador C_9 .

Por último, se tiene el bloque de potencia este bloque cuenta con una pequeña configuración, en cada puente H tipo mosfet, que sirve para monitorear el nivel de corriente del motor, esto se da mediante el pin sense del circuito L6203. El valor máximo de tensión en este pin según el *datasheet* es 4 V. Entonces lo que se busca es encontrar los valores de las resistencias R_6 y R_3 respectivamente para cada puente H. Debido a que la mayoría de los motores manejan en promedio valores de corriente cercanos a los 4 A. Entonces se decidió determinar una corriente máxima de 8 A. De esta manera reemplazando en las ecuaciones 2.114 y 2.115 se tiene:

$$V_{R_6} = I_{R_6} \times R_6 \quad \text{y} \quad V_{R_3} = I_{R_3} \times R_3$$

Para ambos casos se tiene:

$$4V = 8A \times R \quad (4.83)$$

$$R = 0.5\Omega$$

Los demás valores de los componentes se determinaron por criterio de diseño basándose en conceptos electrónicos teóricos y prácticos, como es el caso de la resistencia R_5 la cual sirve para limitar el paso de corriente y de esta forma no dañar al diodo led. El cálculo de este valor es el siguiente:

$$R_5 = \frac{V_{CC} - V_{LED}}{I_{LED}} \quad (4.84)$$

$$R_5 = \frac{5V - 1.2V}{15 \text{ mA}}$$

$$R_5 = 253.33 \Omega$$

Los valores de voltaje y corriente del diodo led son valores característicos del componente electrónico. De esta forma se determinó usar una resistencia cercana a ese valor el cual la de 330 Ω . Por último, se calculó la potencia para los dos transistores que forman parte del driver diseñado, esta potencia se calculó mediante la ecuación 2.109.

$$P_{(ON)} = 2 \times R_{DS(ON)} \times I_{DS}^2$$

$$P_{(ON)} = 2 \times 0.39 \times 4^2 \quad \rightarrow \quad P_{(ON)} = 12.48 \text{ W} \quad (4.85)$$

Entonces la potencia consumida por cada transistor es equivalente a 6.24W.

Por último, se lista e indica los valores de los componentes electrónicos que se usó para el diseño del driver para un motor paso a paso bipolar.

✓ Resistencias:

($R_1=10\Omega/1\text{w}$, $R_2=22\text{ K}\Omega$, $R_3=0.5\Omega/5\text{w}$, $R_4=10\Omega/1\text{w}$, $R_5=330\Omega$,
 $R_6=0.5\Omega/5\text{w}$, $R_7=4.7\text{ K}\Omega$ Potenciómetro: ($R_8=1\text{K}\Omega$).

✓ Capacitores:

($C_1=1000\text{ uF}/25\text{V}$, $C_2=100\text{ uF}/16\text{V}$, $C_3=100\text{ nF}$, $C_4=0.1\text{ uF}$, $C_5=15\text{ nF}$,
 $C_6=22\text{ nF}$, $C_7=15\text{ nF}$, $C_8=100\text{ nF}$, $C_9=3.3\text{ nF}$, $C_{10}=220\text{ nF}$, $C_{11}=0.1\text{ uF}$,
 $C_{12}=15\text{ nF}$, $C_{13}=22\text{ nF}$, $C_{14}=15\text{ nF}$, $C_{15}=220\text{ nF}$, $C_{16}=1\text{ uF}$).

✓ Un diodo led.

✓ Un circuito integrado L297.

- ✓ Circuito integrado L6203 (puente H tipo Mosfet) (2).
- ✓ Conectores de 6 entradas para pines (2).

4.11 Análisis de la fuente de alimentación

Los valores necesarios para determinar la capacidad de la fuente y los valores de esta provienen del análisis del consumo de energía por parte de cada elemento involucrado en el sistema electrónico. En primer lugar, se tiene la corriente que puede otorgar cada driver (3 en total), la cual es 4 A; en segundo lugar, se tiene la corriente de cada motor, los motores son de hasta 3 amperios (3 motores en total); por otro lado, la corriente de un motor DC perteneciente al terminal del brazo robot (gripper), con el fin de coger cada botella de pisco, será de 1 amperio. Finalmente se tuvo que alimentar al microcontrolador con 5V y a los drivers de cada motor con un voltaje de hasta 12V.

El consumo total de corriente analizando cada elemento es aproximadamente 22 Amperios. La tensión necesaria para alimentar al microcontrolador es 5V y al driver de cada motor es 12 V. Por esta razón es que se determinó que los valores para las fuentes serian: Fuente conmutada: 12V/30 A, Fuente lineal: 5V.

4.12 Cálculo de la frecuencia de muestreo

Se determinó la frecuencia de muestreo usada a través del A/D interno del microcontrolador el cual recibe las señales análogas del joystick, para calcular dicha frecuencia de muestreo se tiene la siguiente expresión:

$$T_{MUESTREO} = T_{ADQUISICIÓN} + T_{CONVERSIÓN} + \text{de ciclos de instrucción} + \text{tiempo de bit}$$

$$F_{ADQUISICIÓN} = \frac{CLK_{PIC}}{2} \quad (4.86)$$

Reemplazando en las ecuaciones se tiene:

$$F_{ADQUISICIÓN} = \frac{20 \text{ Mhz}}{2}$$

$$T_{ADQUISICIÓN} = \frac{1}{F_{ADQUISICIÓN}}$$

$$T_{ADQUISICIÓN} = \frac{1}{10 \text{ Mhz}}$$

$$T_{ADQUISICIÓN} = 0.1 \text{ uSeg}$$

$$T_{MUESTREO} = T_{ADQUISICIÓN} + T_{CONVERSIÓN} + \text{ de ciclos de instrucción + tiempo de bit}$$

$$T_{MUESTREO} = 0.1 \text{ uSeg} + 10 \text{ uSeg} + 132 \text{ uSeg} + 2 \text{ uSeg}$$

$$T_{MUESTREO} = 144.1 \text{ uSeg} \quad (4.87)$$

Por lo tanto, la frecuencia de muestreo es:

$$F_{MUESTREO} = \frac{1}{T_{MUESTREO}}$$

$$F_{MUESTREO} = \frac{1}{144.1 \times 10^{-6}}$$

$$F_{MUESTREO} = 6.94 \text{ KHz} \quad (4.88)$$

4.13 Cálculo de las funciones de transferencia de los motores

El análisis empieza por el desarrollo del modelo dinámico de cada uno de los dos motores, que permiten a su vez la obtención de la función de transferencia para dichos motores y en consecuencia la posterior implementación del sistema de control PID para ambos casos. Entonces con el esquema del motor modelado en el subcapítulo 2.

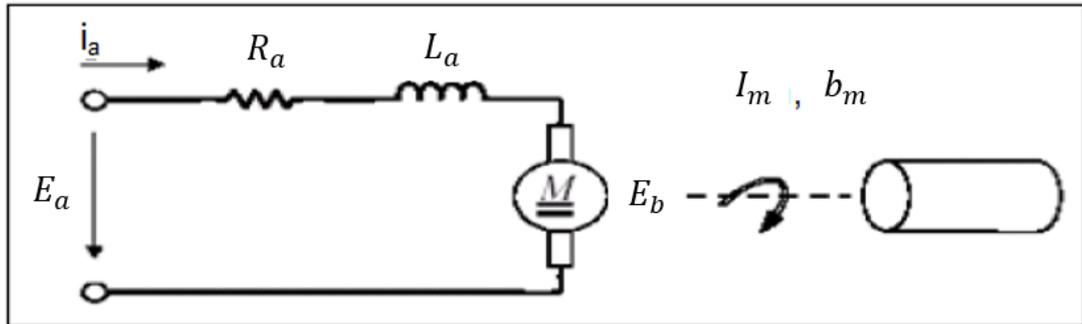


Figura 4.9: Gráfica representativa del esquema del motor

Elaborado por: el autor

Y el diagrama de bloques también modelado en el subcapítulo 2

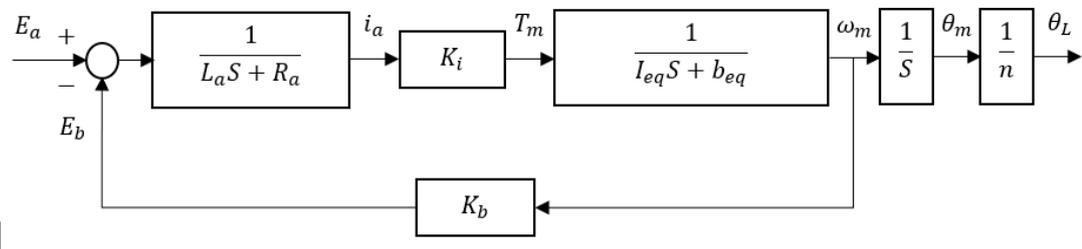


Figura 4.10: Diagrama de bloques del motor

Elaborado por: el autor

Se procedió a calcular la función de transferencia de cada motor. A continuación, se presenta los valores de los parámetros para cada motor. Para el primer motor perteneciente a la primera articulación rotacional se tiene:

$$R_{a1} = 1.4 \Omega$$

$$L_{a1} = 0.6 \text{ mH}$$

$$K_{i1} = 0.4943 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$K_{b1} = 0.00867 \text{ V/grad/s}$$

$$i_{a1} = 4 \text{ A}$$

$$E_{a1} = 12 V$$

$$I_{eq1} = I_{m1} + \frac{I_{L1}}{n_1^2} = I_{m1} + \frac{I_{zz1} + I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4} + I_b}{n_1^2}$$

$$= 0.0055 kg.m^2 + \frac{0.0578}{10^2} kg.m^2 = 0.00608 kg.m^2 \quad (4.89)$$

$$b_{eq1} = b_{m1} + \frac{b_{L1}}{n_1^2} = \left(0.0009 + \frac{1.734}{10^2} \right) = 0.01824 Nms/grad \quad (4.90)$$

$$n_1 = 10$$

Con los valores de los parámetros del motor 1 y aplicando las ecuaciones ya mencionadas anteriormente se tiene el siguiente diagrama de bloques y su respectiva función de transferencia. En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran el diagrama del modelo dinámico del motor 1 y su respectiva función de transferencia respectivamente.

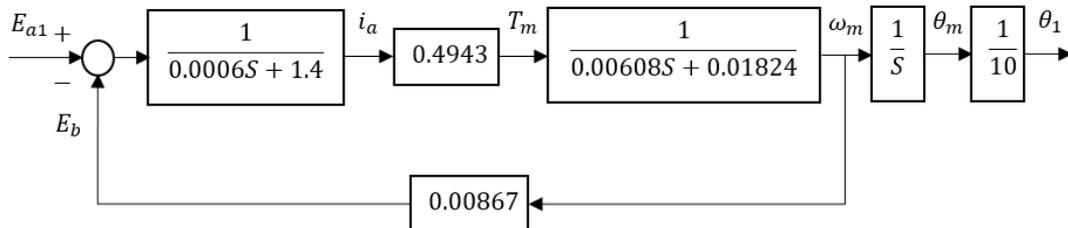


Figura 4.11: Diagrama de bloques del modelo dinámico del primer motor

Elaborado por: el autor

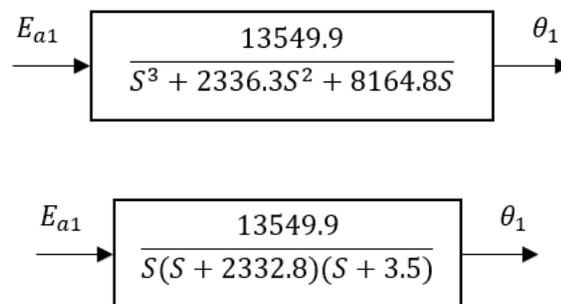


Figura 4.12: Función de transferencia del primer motor

Elaborado por: el autor

Para el segundo motor perteneciente a la segunda articulación rotacional se tiene:

$$R_{a2} = 1.8 \Omega$$

$$L_{a2} = 0.64 \text{ mH}$$

$$K_{i2} = 0.5125 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$K_{b2} = 0.00897 \text{ V/grad/s}$$

$$i_{a2} = 4 \text{ A}$$

$$E_{a2} = 12 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} I_{eq2} &= I_{m2} + \frac{I_{L2}}{n_2^2} = I_{m2} + \frac{I_{zz2} + I_{zz3} + I_{zz4} + I_b}{n_2^2} \\ &= 0.0053 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + \frac{0.031}{5^2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 0.00654 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (4.91)$$

$$b_{eq2} = b_{m2} + \frac{b_{L2}}{n_2^2} = \left(0.0008 + \frac{0.29}{5^2} \right) = 0.0124 \text{ Nms/grad} \quad (4.92)$$

$$n_2 = 5$$

Con los valores de los parámetros del motor 2 y aplicando las ecuaciones ya mencionadas anteriormente se tiene el siguiente diagrama de bloques y su respectiva función de transferencia. En las figuras 4.13 y 4.14 se muestran el diagrama del modelo dinámico del motor 2 y su respectiva función de transferencia respectivamente.

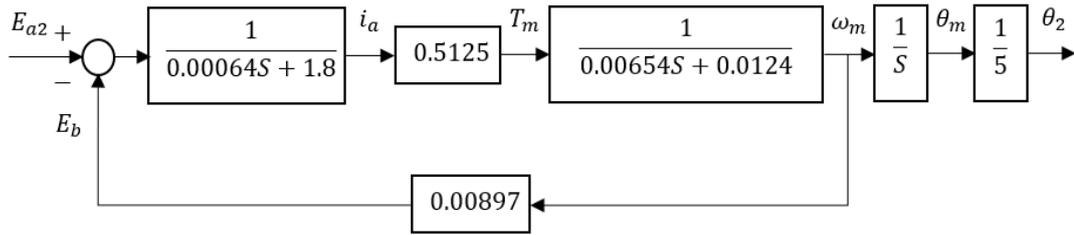


Figura 4.13: Diagrama de bloques del modelo dinámico del segundo motor

Elaborado por: el autor

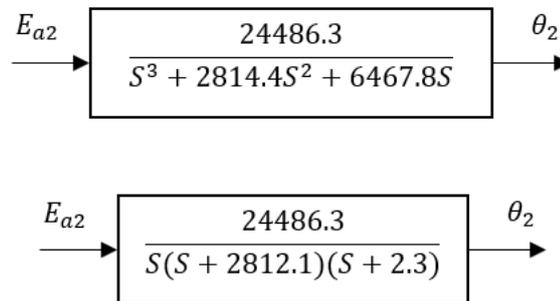


Figura 4.14: Función de transferencia del segundo motor

Elaborado por: el autor

4.14 Diseño de la estructura mecánica del brazo robot

a) Especificaciones de diseño (Design specs)

- El máximo peso que deberá cargar el brazo robot no deberá exceder de 2kg.
- El motor de la primera articulación del brazo robot deberá tener un torque mínimo de 2N.m
- El motor de la segunda articulación del brazo robot deberá tener un torque mínimo de 3N.m
- El motor de la tercera articulación deberá tener un torque mínimo de 1N.m
- El motor de la cuarta articulación deberá tener un torque mínimo de 1N.m
- Cada articulación deberá tener los engranajes calculados para que aumente su torque

- La articulación 2 debe ser controlado a través de una faja de distribución desde la articulación 1
- La pinza o efector final deberá tener el mismo radio del radio del cuello de la botella para que pueda sujetarla con seguridad.
- La velocidad de rotación de los actuadores rotacionales no deberá exceder de 15 Grados/seg.
 - ✓ Porque podría causar el desgaste de los engranajes y los segmentos podrían doblarse.
- Los segmentos deberán ser de aleación de aluminio
 - ✓ Porque es un material resistente de bajo costo
 - ✓ Cabe resaltar que la estructura mecánica del robot es Made In Perú (90/10%)

b) Limitaciones

El máximo número horas de operación deberá ser de 8 horas.

c) Restricciones

- Este diseño deberá estar restringido a operaciones a baja escala de pymes industriales.
- Este robot deberá ser utilizado para cargar botellas de pisco en procesos industriales.

En la figura 4.15 se muestra el diseño en software de la estructura mecánica.

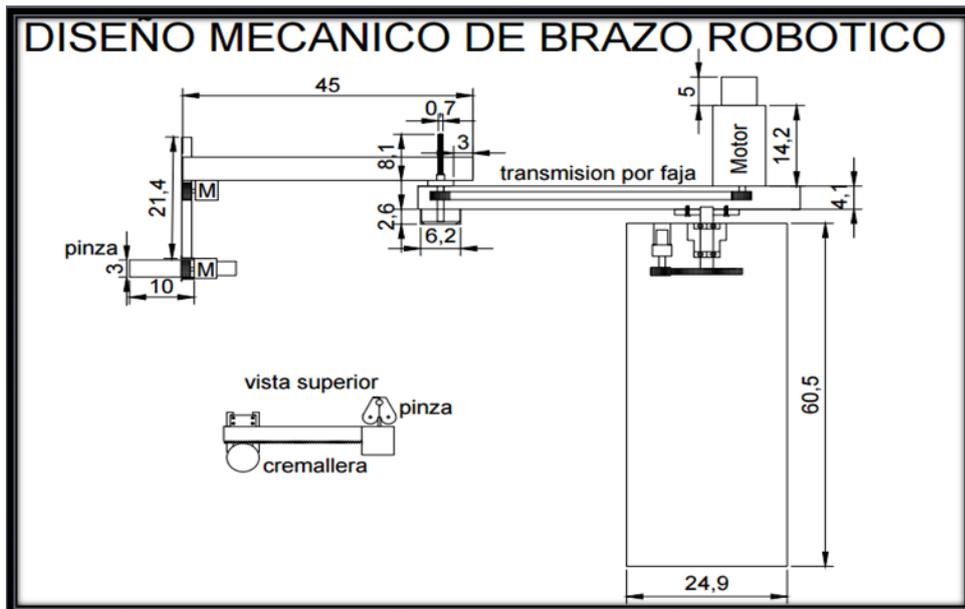


Figura 4.15: Diseño en software de la estructura del brazo robot

Elaborado por: el autor

4.15 Diseño de la placa de los drivers para la etapa de potencia

a) Especificaciones de diseño (Design specs)

- La placa para imprimir deberá tener:
- Un pin de 5V DC para la alimentación de los circuitos integrados
- Un pin de conexión a tierra para completar el circuito.
- Un pin llamado CW_CCW para recibir la señal de salida del PIN CW del microcontrolador PIC18F4550 que deberá asegurar el sentido de rotación del motor (horario o antihorario).
- Un pin H/F para recibir la comunicación del microcontrolador que se encarga de darle el tipo de secuencia de fase, si va a ser paso medio o paso completo.
- Un pin de entrada llamado Enable que deberá habilitar o deshabilitar el circuito.
- Un pin llamado Clock que reciba la señal PWM enviada por el microcontrolador PIC18F4550, esta señal permitirá incrementar o disminuir la velocidad del motor.
- Cuatro pines de salida para controlar el motor.
- Un pin de entrada 12VDC 4A para la etapa de potencia del motor.

- Un pin hacia tierra para completar el circuito de potencia.

b) Restricciones

Esta placa deberá recibir un voltaje máximo para los circuitos integrados de 5VDC y un voltaje máximo de 48VDC para la etapa de potencia de los motores mediante los puentes H.

c) Limitaciones

La placa solo podrá controlar un motor DC a la vez.

A continuación, en la figura 4.16 se muestra el circuito impreso, el cual permitió montar los componentes en ella.

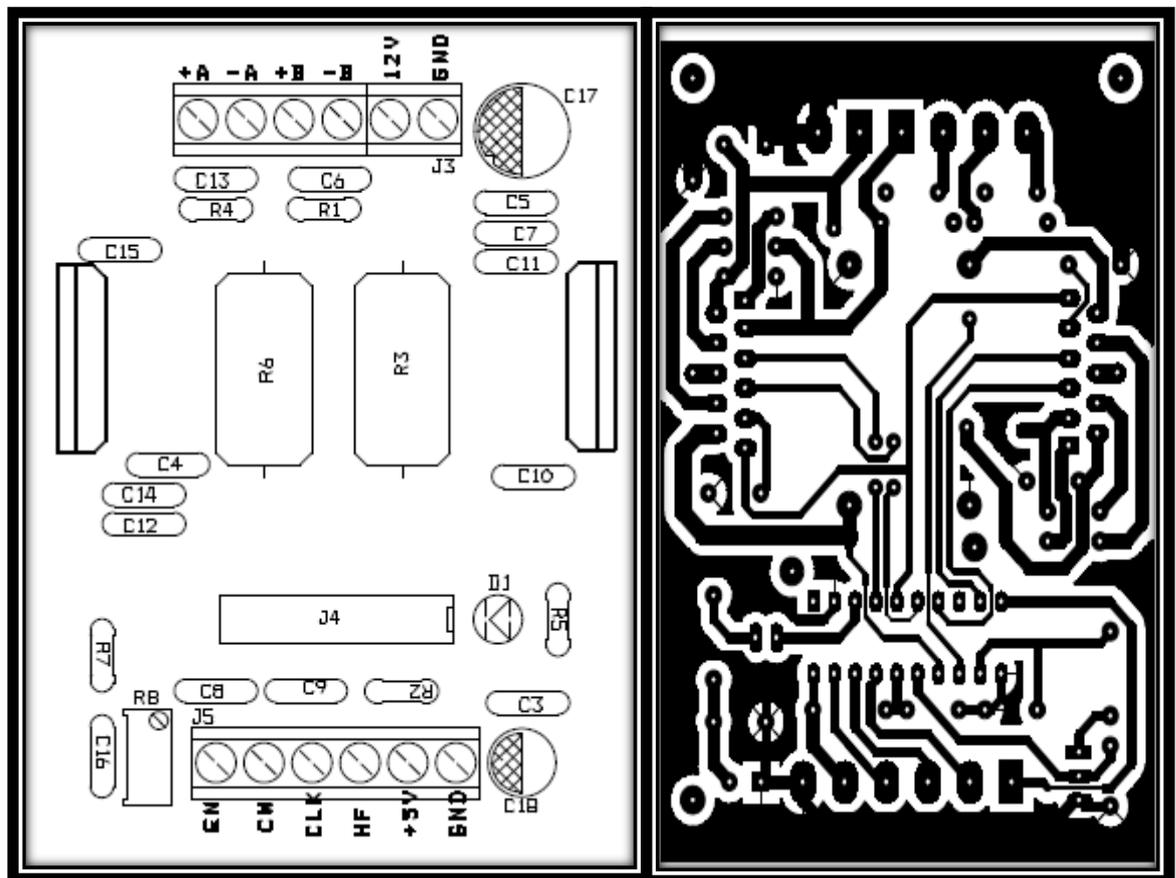


Figura 4.16: Esquema del circuito impreso del driver para los motores paso a paso

Elaborado por: el autor

4.16 Diseño del controlador lineal

Luego de obtener el modelo dinámico y sus respectivas funciones de transferencia de los motores involucrados en el sistema de control se procede a realizar el diseño del sistema de control para ello se debe tener en cuenta que al tener que controlar dos motores pertenecientes a dos articulaciones del robot lo adecuado es tener un control independiente para cada motor debido a que el posicionamiento de cada motor es independiente del otro.

Es decir, cada articulación es controlada por un controlador individual. En las figuras 4.17 y 4.18 se muestra el sistema de control individual para cada una de las dos articulaciones, posteriormente al obtener los valores de cada controlador se implementó en un solo sistema de control general mediante la implementación del algoritmo final del sistema de control del brazo robot Scara.

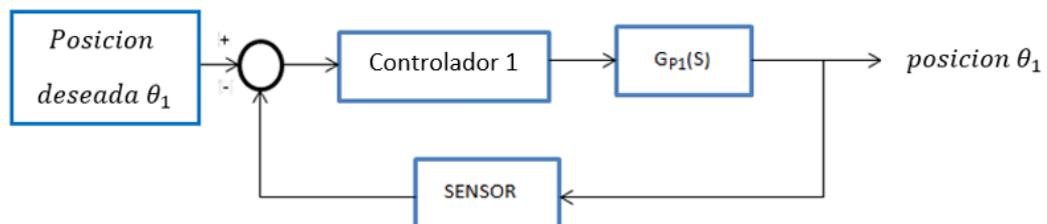


Figura 4.17: Diagrama de bloques para el sistema de control de posición de la articulación 1

Elaborado por: el autor

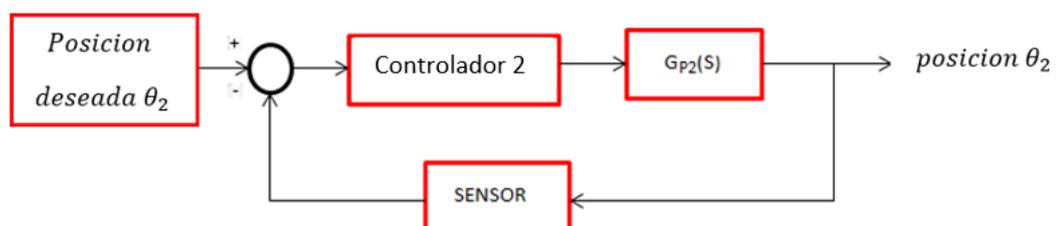


Figura 4.18: Diagrama de bloques para el sistema de control de posición de la articulación 2

Elaborado por: el autor

Se procede a calcular los controladores para las dos articulaciones rotacionales que son las que van a dar la posición en los ejes, para ello se determinó las siguientes especificaciones de diseño en base al comportamiento del mecanismo y los requerimientos establecidos.

1) Especificaciones de diseño (Design specs)

- El error relativo de estado estacionario del posicionamiento del efector final en la variable θ (posición angular) no deberá exceder al 1%
 - ✓ Porque el diámetro de la parte de la botella donde va a agarrar el efector final y el diámetro del efector final son medidas exactas.
 - ✓ Porque en el diseño de la caja se asume que cada una de las 8 botellas deberá ser colocada sin colisionar.
- El sobre impulso porcentual deberá ser menor al 5%: PO=5.
- El robot deberá seguir la trayectoria planeada (página 123).
- El manipulador no deberá cargar un peso mayor que 2 Kg.

2) Limitaciones

- Este robot deberá ser utilizado para cargar botellas de pisco en procesos industriales.
- El máximo número horas de operación deberá ser de 8 horas.

3) Restricciones

Este diseño deberá estar restringido a operaciones a baja escala de pymes industriales.

4) Método de diseño

Método de diseño de un controlador PID mediante el lugar geométrico de las raíces (Root Locus).

5) Cálculo del controlador

Para calcular el controlador compensador del primer motor, primero se analiza su función de transferencia.

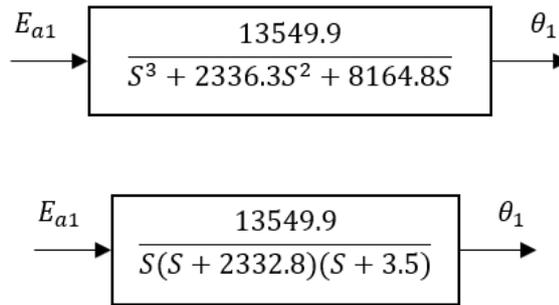


Figura 4.19: Función de transferencia del primer motor
Elaborado por: el autor

Luego se ve su gráfica de lugar geométrico de las raíces (Root Locus) y su respuesta al escalón sin retroalimentación

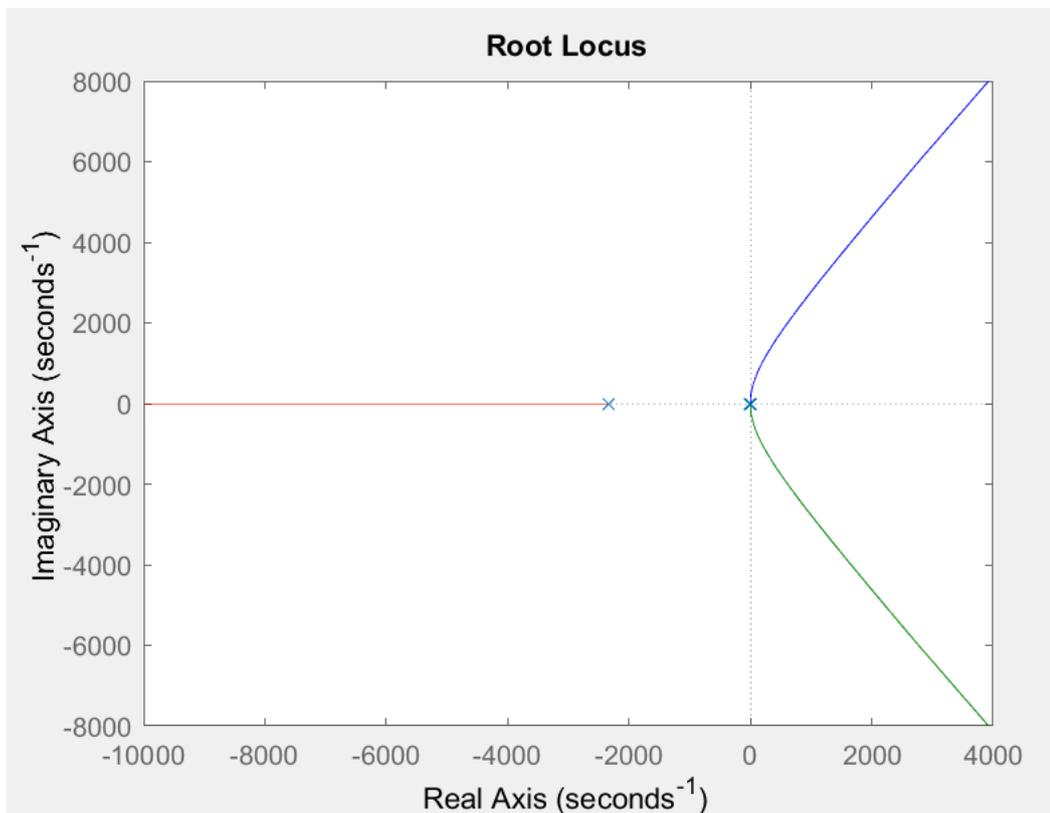


Figura 4.20: Lugar geométrico de las raíces del motor 1 sin retroalimentación
Elaborado por: el autor

Como se puede apreciar en la gráfica de lugar geométrico de las raíces (LGR), la curva tiende hacia la derecha lo cual indica que al aumentar la ganancia el sistema se vuelve más inestable. Ampliando la gráfica se tiene

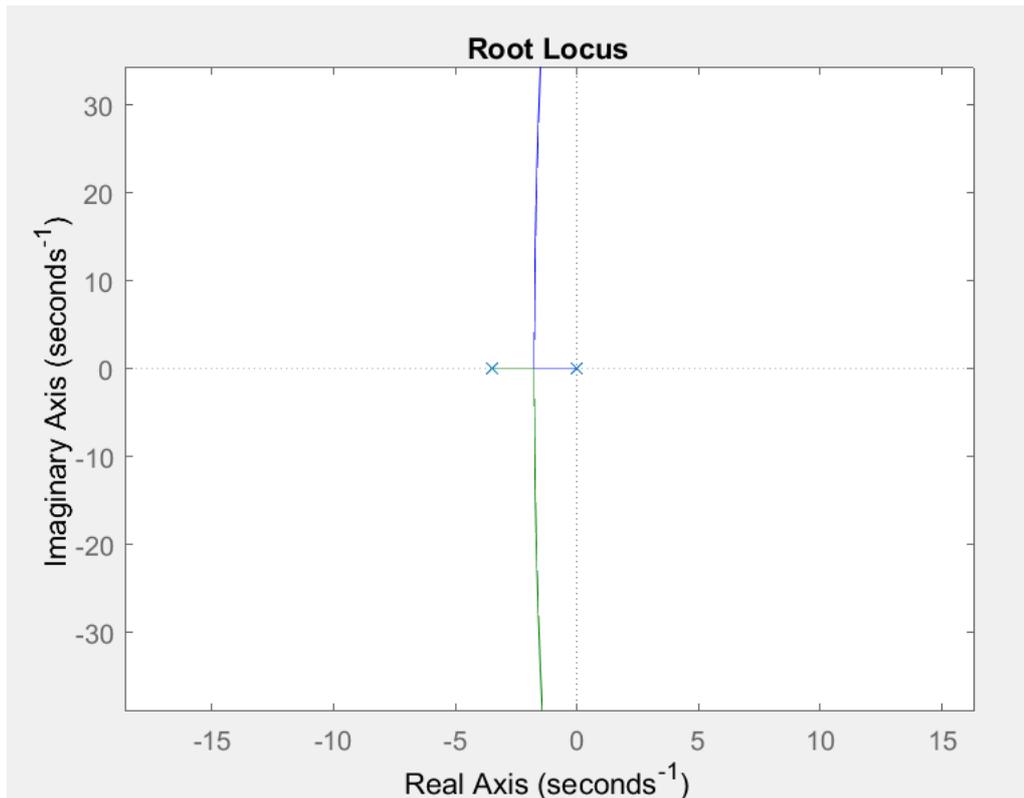


Figura 4.21: Lugar geométrico de las raíces del motor 1 sin retroalimentación

Elaborado por: el autor

Se aprecia que la planta tiene un polo en el origen como también se veía en su función de transferencia.

Respuesta en el tiempo:

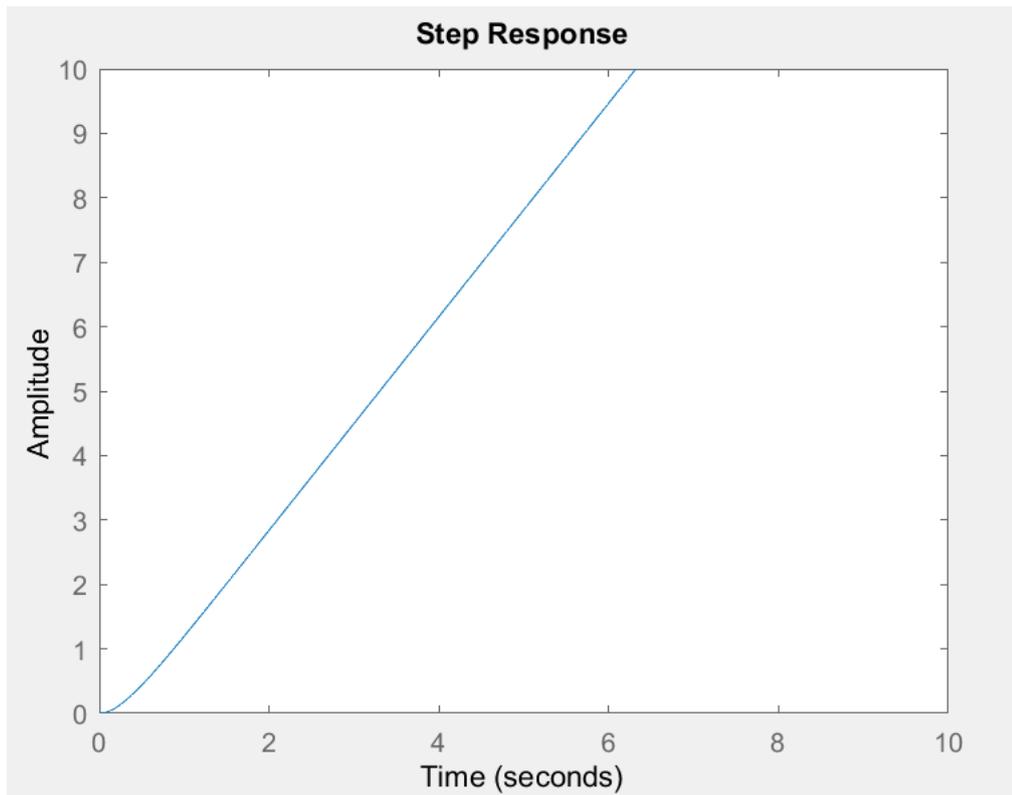


Figura 4.22: Respuesta en el tiempo del motor 1 sin retroalimentación

Elaborado por: el autor

Como se puede observar, a una entrada escalón unitario la respuesta es altamente inestable.

Como la planta tiene un polo en el origen, si se le agrega una retroalimentación, el sistema no tendrá error estacionario y será estable. Ahora si se controla la planta con retroalimentación estas son las gráficas:

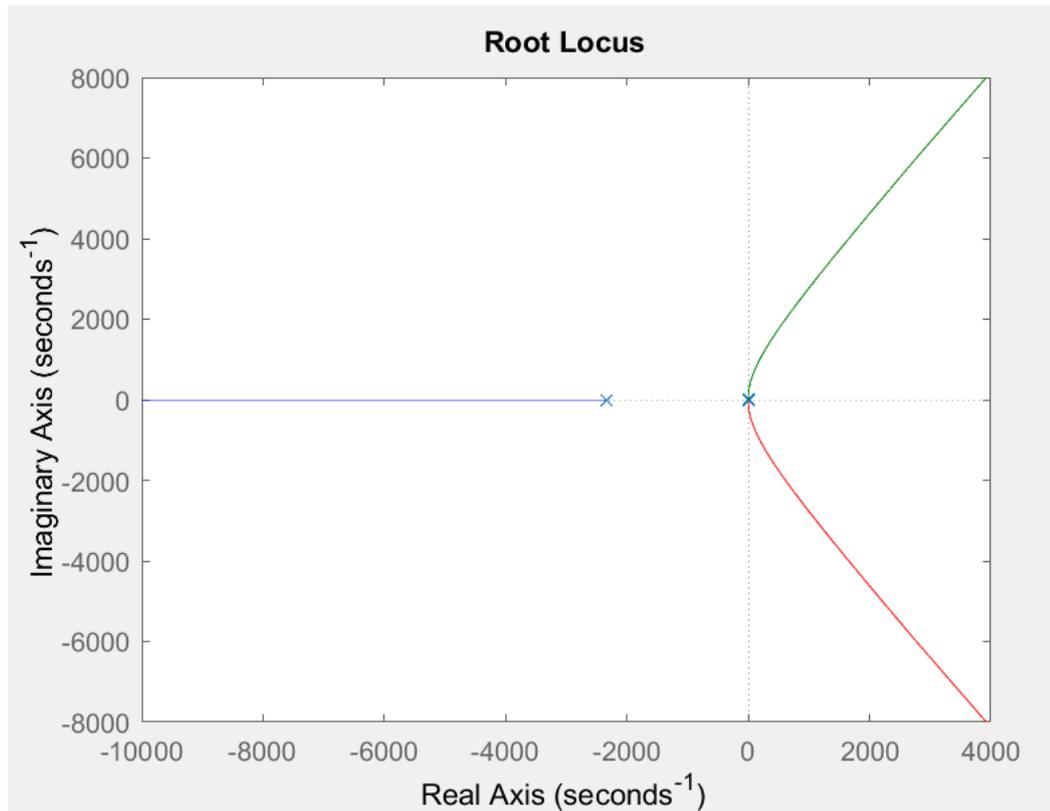


Figura 4.23: Lugar geométrico de las raíces del motor 1 con retroalimentación

Elaborado por: el autor

Se puede apreciar que el Root Locus sigue con la pendiente hacia la derecha, pero si se acerca la gráfica entonces se tiene:

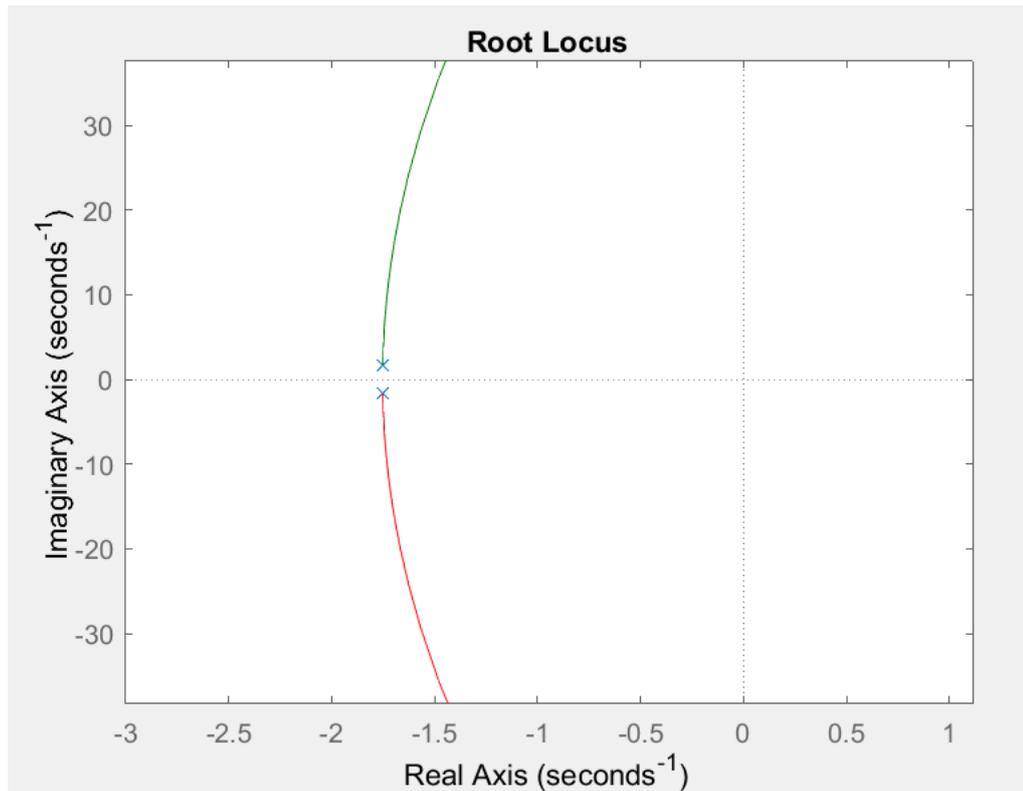


Figura 4.24: Lugar geométrico de las raíces del motor 1 con retroalimentación

Elaborado por: el autor

Se aprecia que con ganancia baja ($K = 1$ al 50) el LGR se ubica a la izquierda y es estable, pero si se aumenta la ganancia K , el LGR tiende hacia la derecha lo cual indica que el sistema se vuelve inestable

Su respuesta en el tiempo a una entrada escalón unitario es:

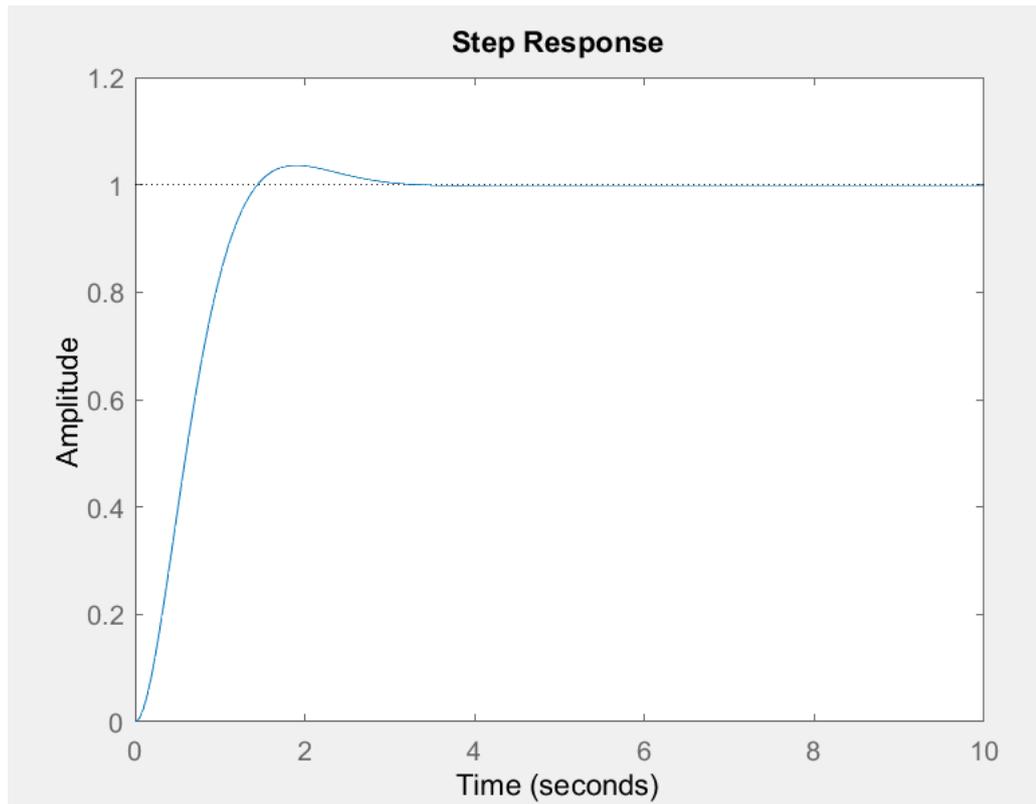


Figura 4.25: Respuesta al escalón del motor 1 con retroalimentación

Elaborado por: el autor

Como se aprecia en la gráfica el sistema es estable con error estacionario nulo, esto es debido a que la planta cuenta con un polo en el origen, lo cual es un término integral y hace que promedie el error para así predecir su comportamiento, por lo tanto, solo va a necesitar de un controlador PD.

Tiene un tiempo de asentamiento de 4 segundos lo cual es lento. Para que la respuesta sea más rápida y estable se le va a agregar un término derivativo para que corrija el error proporcionalmente con la misma velocidad que se produce, un cero que cancele el polo más cercano al origen, lo cual es el polo en -3.5 como se puede apreciar en la función de transferencia de la planta, entonces el termino derivativo es

$$PD_1 = \frac{k(s+3.5)}{1} \quad (4.93)$$

$$GH_1 = \frac{k(s+3.5)}{1} \times \frac{13549.9}{s(s+2332.8)(s+3.5)} \quad (4.94)$$

$$GH_1 = \frac{k13549.9}{s(s+2332.8)} \quad (4.95)$$

Si $K = 1$ entonces

$$PD_1 = \frac{(s+3.5)}{1} \quad (4.96)$$

$$GH_1 = \frac{13549.9}{s(s+2332.8)} \quad (4.97)$$

La gráfica Root Locus al sistema con retroalimentación es

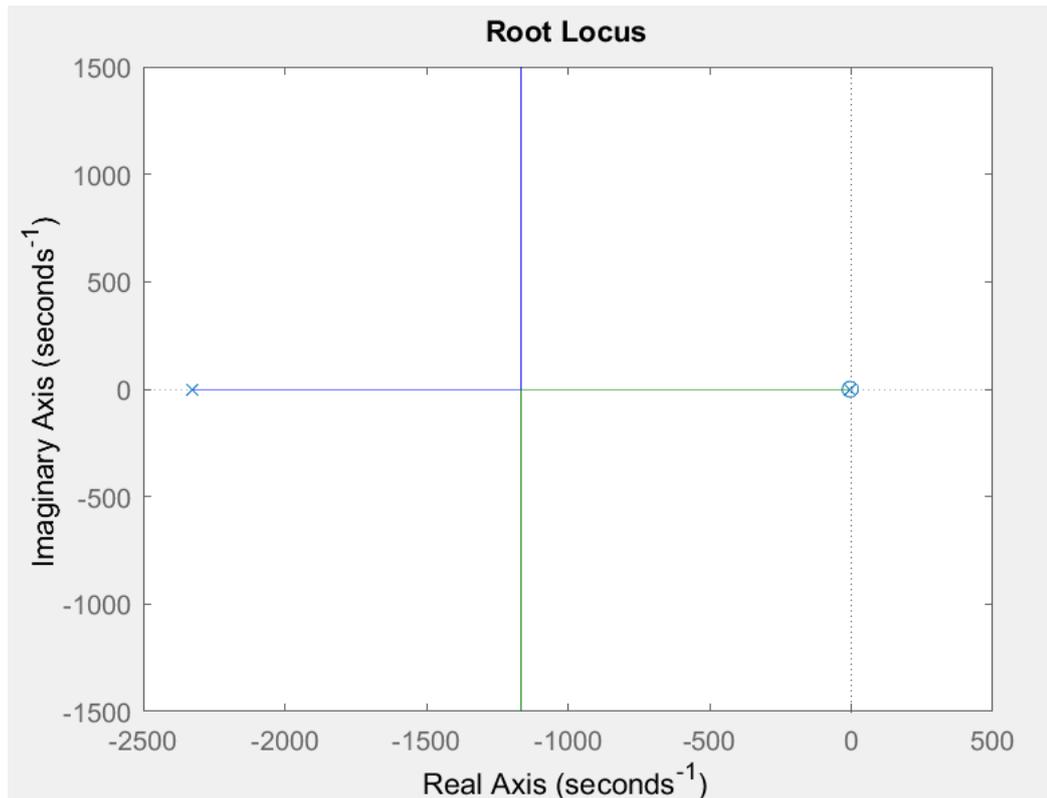


Figura 4.26: LGR del motor 1 con control lineal y retroalimentación

Elaborado por: el autor

Ahora se puede observar que el Root Locus se ha movido hacia la izquierda lo cual quiere decir que el sistema en lazo cerrado y con el término derivativo es más estable, así se aumente la ganancia sigue siendo estable

Respuesta al escalón unitario:

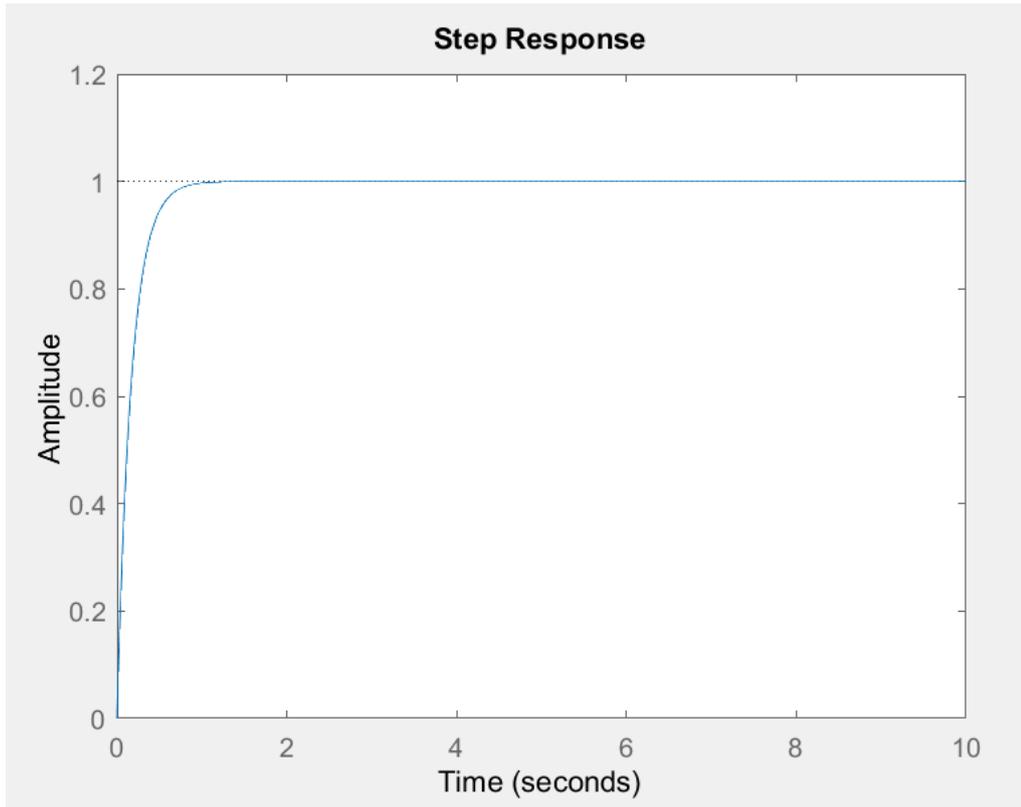


Figura 4.27: Respuesta al escalón unitario del motor 1 con control lineal y retroalimentación

Elaborado por: el autor

Ahora se puede observar que la respuesta al escalón unitario es más rápida y sin sobreimpulso, lo cual satisface las especificaciones de diseño.

Finalmente se procede a calcular el segundo controlador PID₂, para la segunda articulación rotacional. Para calcular el controlador compensador del segundo motor, primero se analizará su función de transferencia.

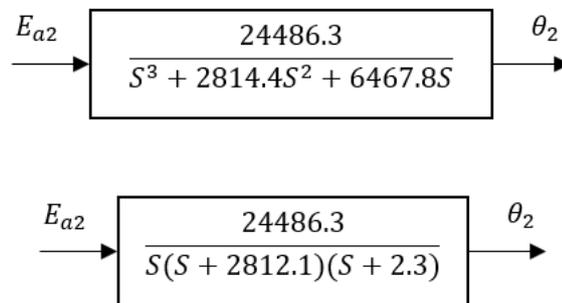


Figura 4.28: Función de transferencia del segundo motor

Elaborado por: el autor

Luego se ve su gráfica de lugar geométrico de las raíces (Root Locus) y su respuesta al escalón sin retroalimentación

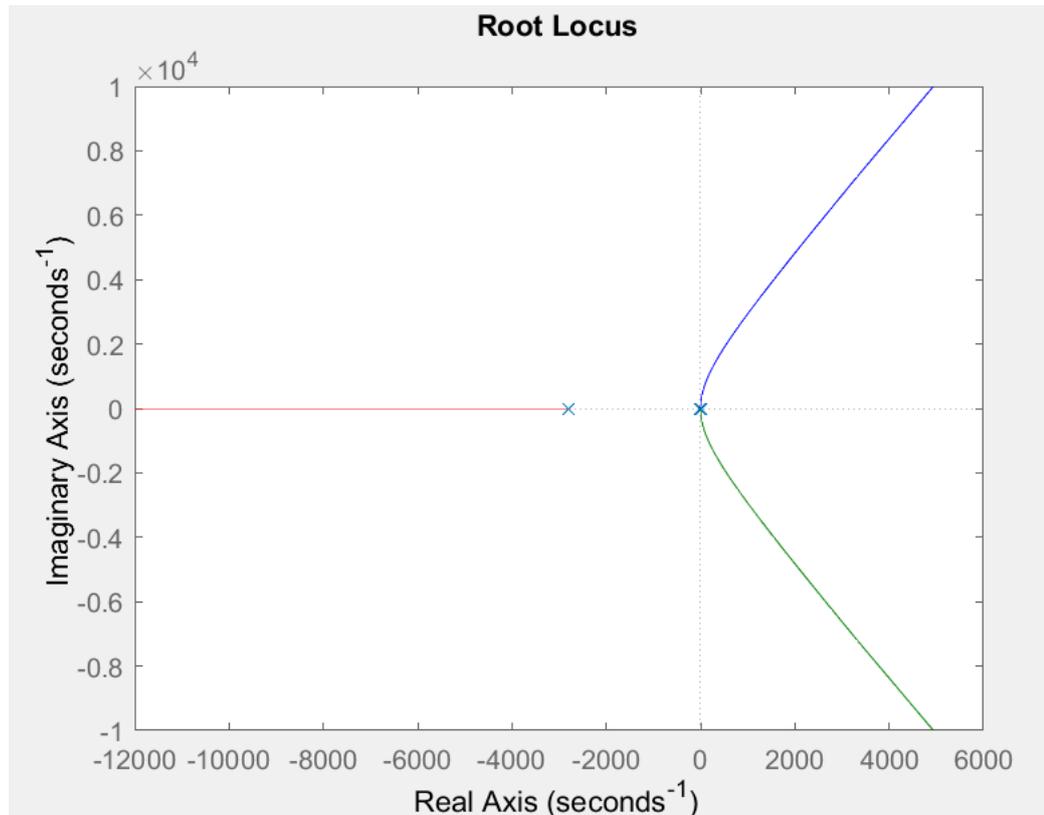


Figura 4.29: Lugar geométrico de las raíces del motor 2 sin retroalimentación

Elaborado por: el autor

Como se puede apreciar en la gráfica de lugar geométrico de las raíces (LGR), la curva tiende hacia la derecha lo cual indica que al aumentar la ganancia el sistema se vuelve más inestable.

Ampliando la gráfica:

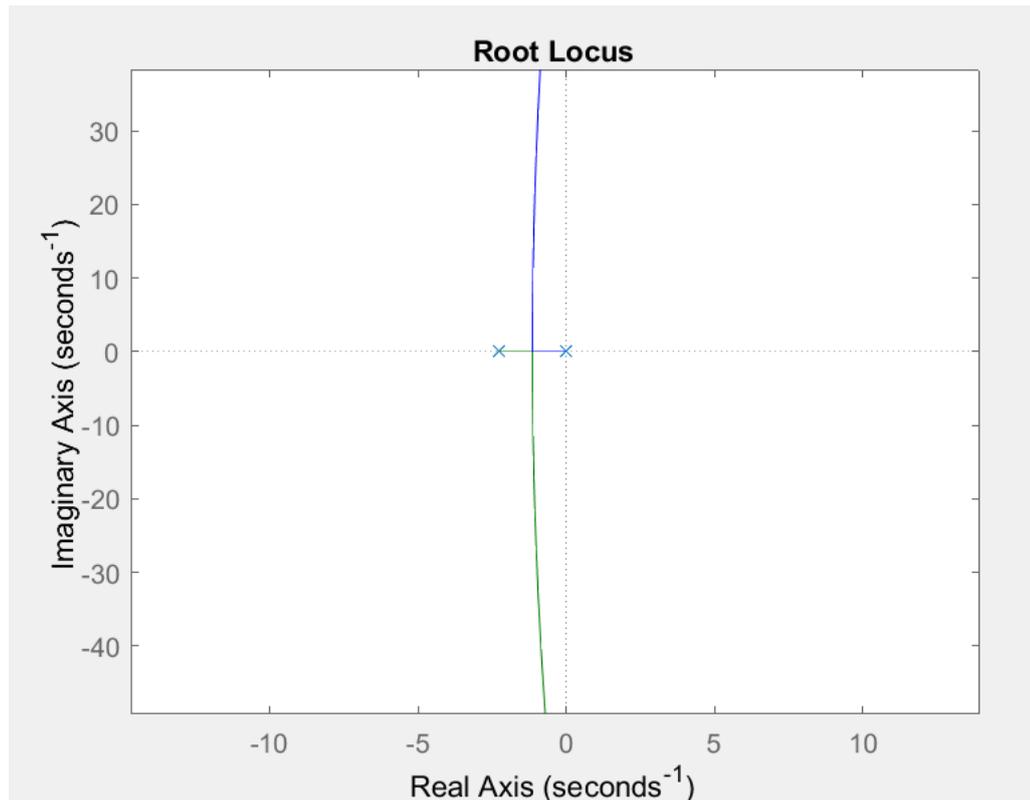


Figura 4.30: Lugar geométrico de las raíces del motor 2 sin retroalimentación

Elaborado por: el autor

Se aprecia que la planta tiene un polo en el origen como también se veía en su función de transferencia.

Respuesta en el tiempo:

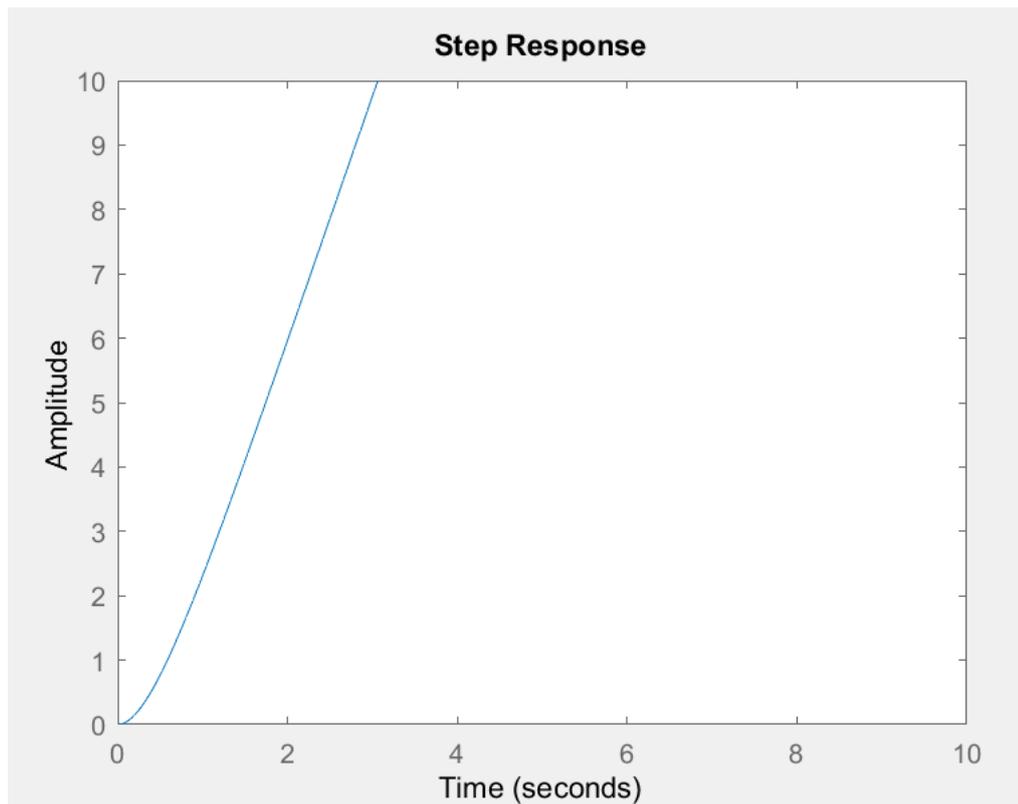


Figura 4.31: Respuesta en el tiempo del motor 2 sin retroalimentación
Elaborado por: el autor

Como se puede observar, a una entrada escalón unitario la respuesta es altamente inestable. Como la planta tiene un polo en el origen, si se le agrega una retroalimentación, el sistema no tendrá error estacionario y será estable. Ahora si se controla la planta con retroalimentación estas son las gráficas:

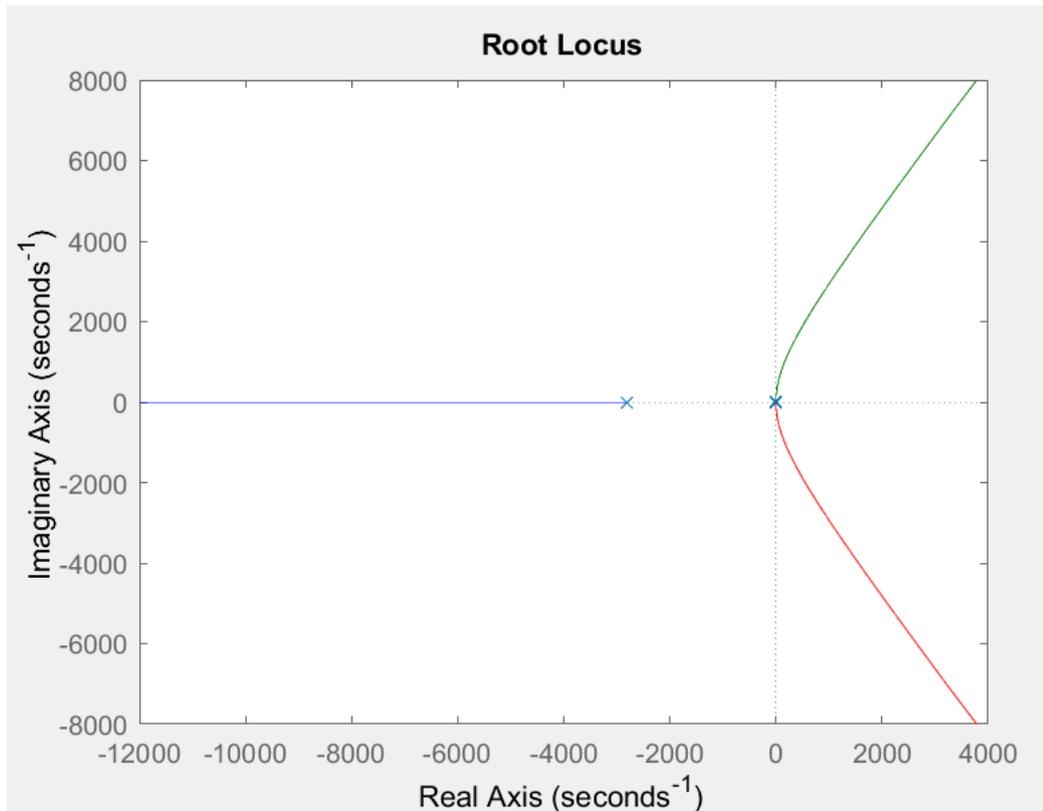


Figura 4.32: Lugar geométrico de las raíces del motor 2 con retroalimentación

Elaborado por: el autor

Se puede apreciar que el Root Locus sigue con la pendiente hacia la derecha, pero si se amplía la gráfica entonces se tiene:

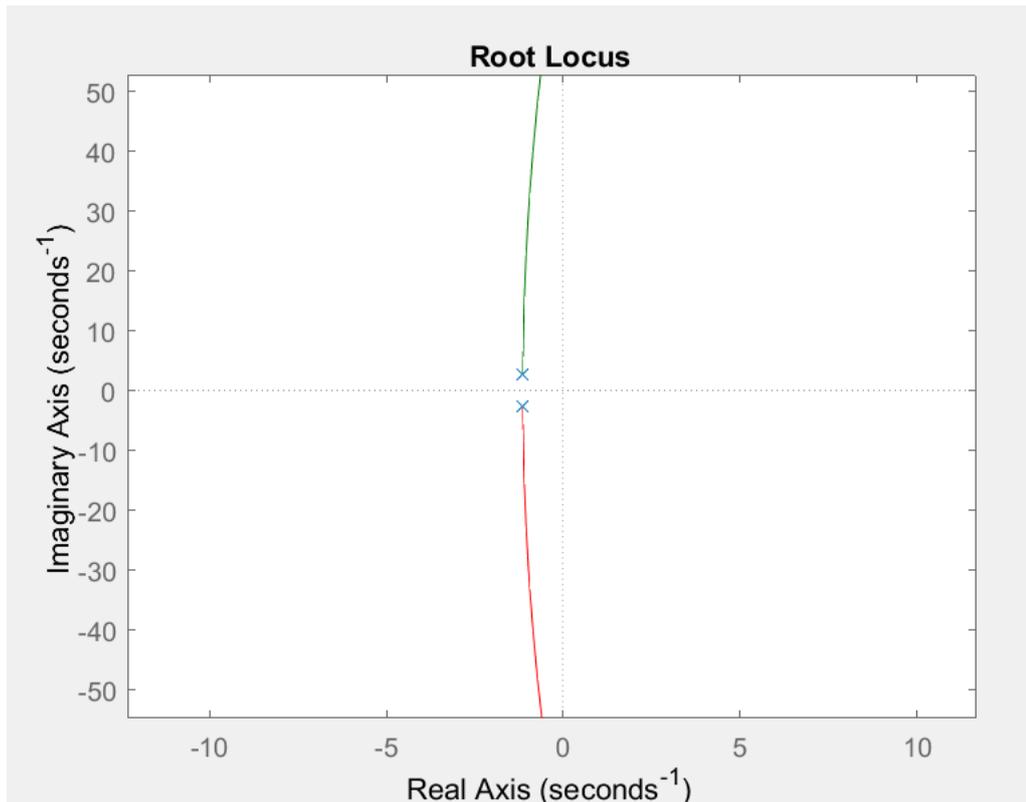


Figura 4.33: Lugar geométrico de las raíces del motor 2 con retroalimentación

Elaborado por: el autor

Se aprecia que con ganancia baja ($K = 1$ al 50) el LGR se ubica a la izquierda y es estable, pero si se aumenta la ganancia K , el LGR tiende hacia la derecha lo cual indica que el sistema se vuelve inestable. Su respuesta en el tiempo a una entrada escalón unitario es:

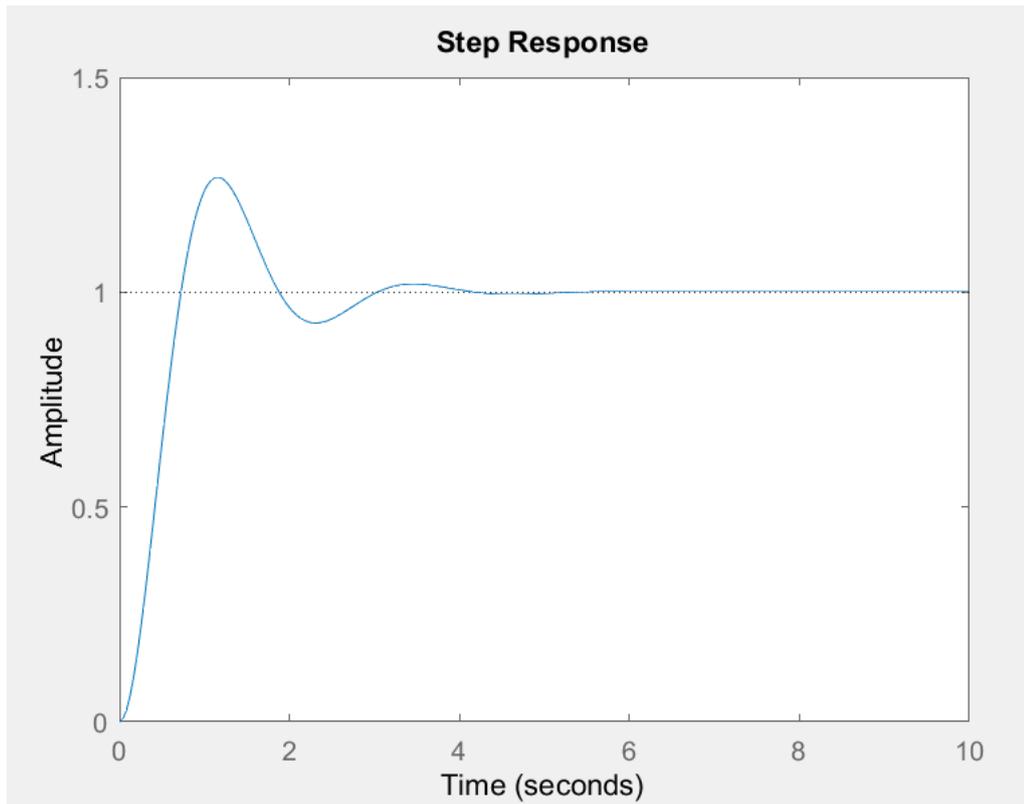


Figura 4.34: Respuesta al escalón del motor 2 con retroalimentación

Elaborado por: el autor

Como se aprecia en la gráfica el sistema es estable con error estacionario nulo, esto es debido a que la planta cuenta con un polo en el origen, lo cual es un término integral y hace que promedie el error para así predecir su comportamiento. Tiene un tiempo de asentamiento de 5 segundos lo cual es lento.

Para que la respuesta sea más rápida y estable se le va a agregar un término derivativo para que corrija el error proporcionalmente con la misma velocidad que se produce, un cero que cancele el polo más cercano al origen, lo cual es el polo en -2.3 como se puede apreciar en la función de transferencia de la planta, entonces el termino derivativo es

$$PD_2 = \frac{k(s+2.3)}{1} \quad (4.98)$$

$$GH_2 = \frac{k(s+2.3)}{1} \times \frac{24486.3}{s(s+2812.1)(s+2.3)} \quad (4.99)$$

$$GH_2 = \frac{k24486.3}{s(s+2812.1)} \quad (4.100)$$

Si $K = 1$ entonces

$$PD_2 = \frac{(S+2.3)}{1} \quad (4.101)$$

$$GH_2 = \frac{24486.3}{S(S+2812.1)} \quad (4.102)$$

La gráfica Root Locus al sistema con retroalimentación es

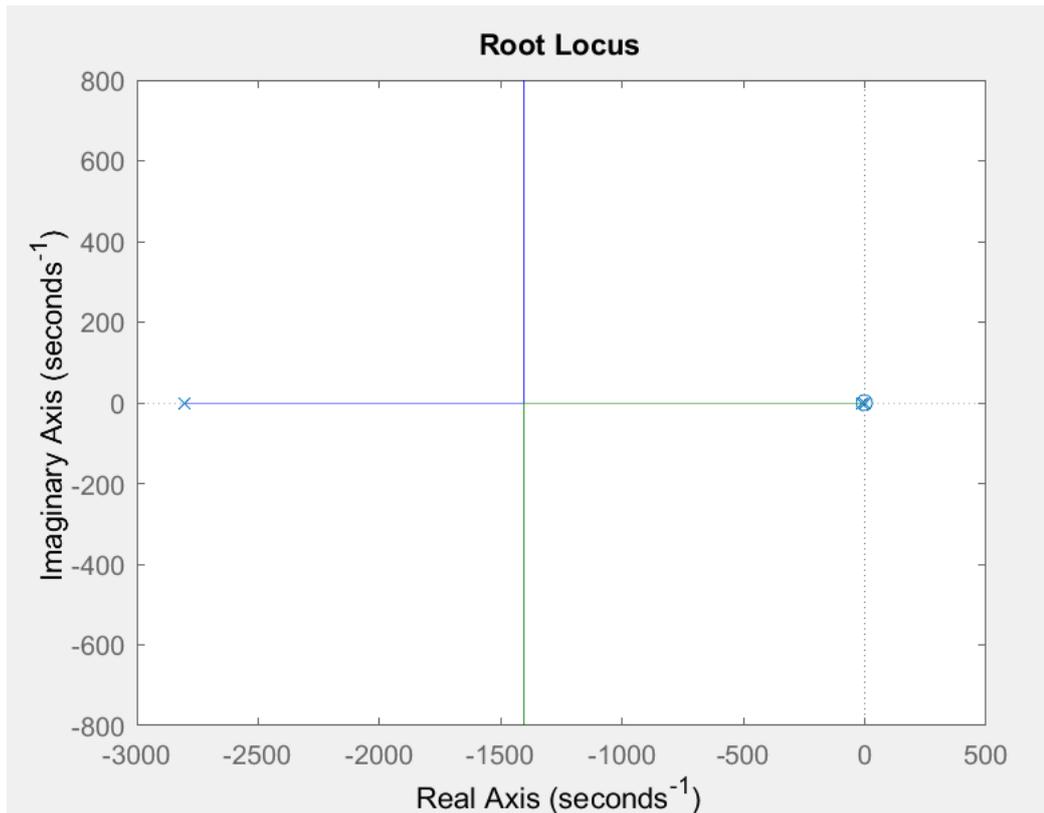


Figura 4.35: LGR del motor 2 con control lineal y retroalimentación

Elaborado por: el autor

Ahora se puede observar que el Root Locus se ha movido hacia la izquierda lo cual quiere decir que el sistema en lazo cerrado y con el término derivativo es más estable, así se aumente la ganancia sigue siendo estable.

Respuesta al escalón unitario es

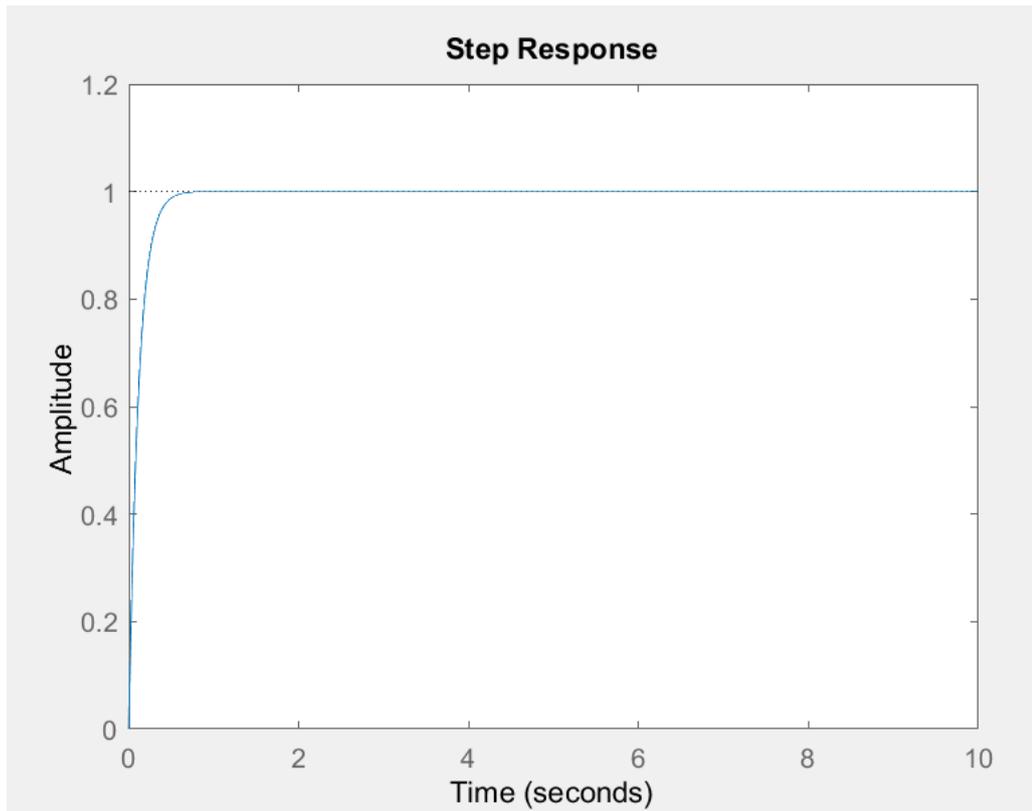


Figura 4.36: Respuesta al escalón unitario del motor 2 con control lineal y retroalimentación

Elaborado por: el autor

Ahora se puede observar que la respuesta al escalón unitario es más rápida y sin sobreimpulso, lo cual satisface a las especificaciones de diseño.

4.17 Diseño del circuito electrónico de control del sistema

a) Especificaciones de diseño (Design specs)

- El circuito de control electrónico tendrá como principal elemento al microcontrolador PIC18f4550, el cual recibirá las señales analógicas provenientes del módulo del joystick.
- El circuito de control tendrá un joystick que pueda mover las articulaciones del brazo motor.

- El pic18f4550 deberá tener una entrada para recibir la señal proveniente del joystick y deberá convertir la señal del joystick de analógica a digital.
- El microcontrolador PIC18F4550 enviará la señal de control a cada uno de los drivers para activar el posicionamiento de cada motor mediante los pines 34 hasta el 40.
- El microcontrolador PIC18F4550 tendrá en su interior todo el algoritmo para el control lineal del brazo robot.
- Cada posición de ángulo de las articulaciones será grabada pulsando el botón principal del módulo analógico hasta obtener el movimiento de las tres articulaciones que generará la trayectoria para cada botella.
- El circuito deberá tener una fuente que use el voltaje de alimentación de la fuente principal para reducirlo a 5V DC el cual es el valor necesario para la alimentación del microcontrolador.
- El circuito de control deberá tener un oscilador de 4 MHz para el reloj interno del microcontrolador PIC18F4550.
- Las señales de los encoders de cada motor deberán conectarse al PIC18F4550 por medio de los pines 6, 7 y 8.
- El circuito de control deberá tener un display LCD para que el usuario pueda programar los movimientos.
- El pic18f4550 deberá conectarse al display LCD mediante los pines de salida D2, D3, D4, D5, D6 y D7, dichos pines son 21,22, 27, 28, 29 y 30.

A continuación, en las figuras 4.37 y 4.38 se muestran el esquema del circuito electrónico de control del sistema y el circuito impreso que permitió montar los respectivos componentes electrónicos en dicho circuito.

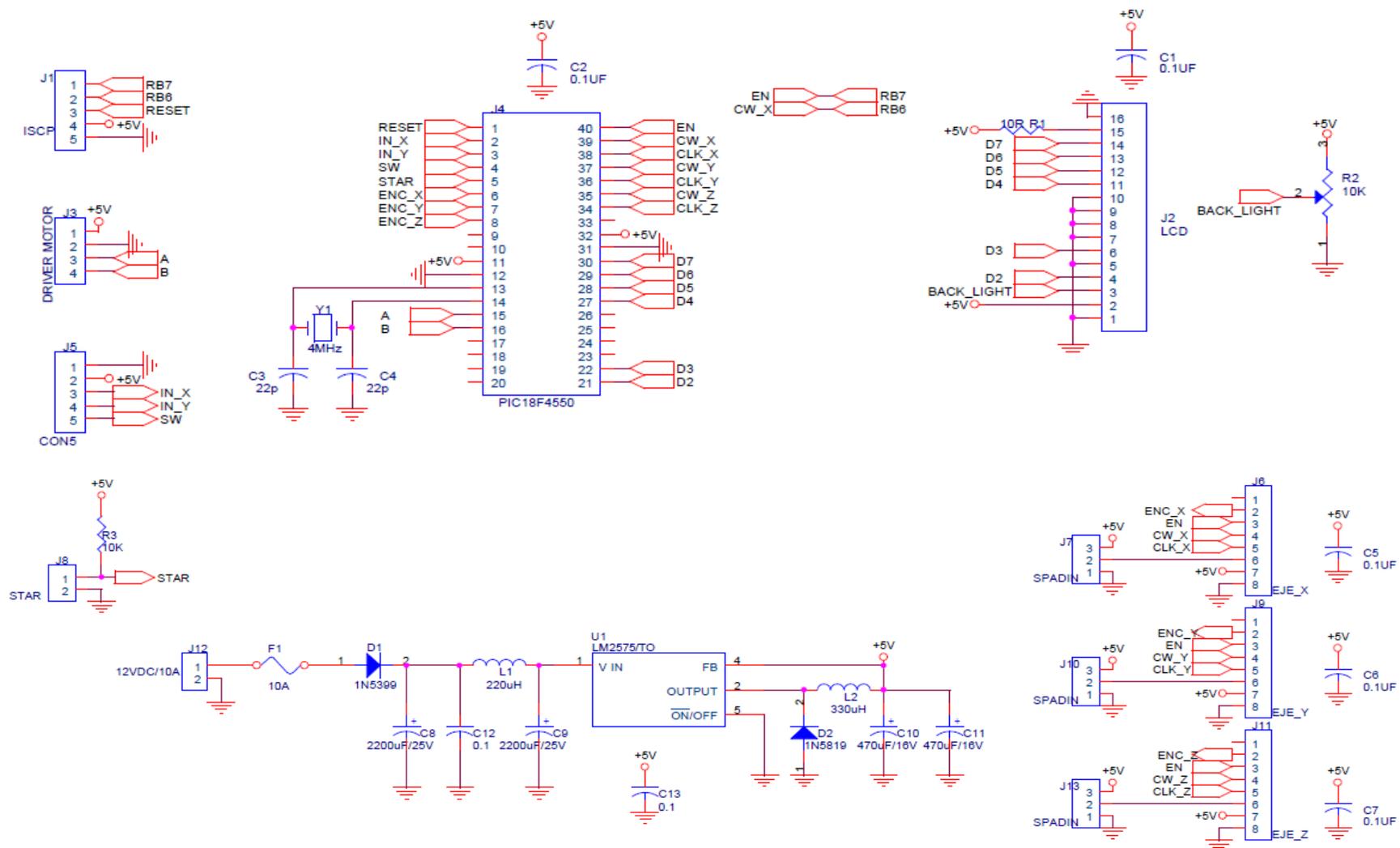


Figura 4.37: Esquema del circuito perteneciente al sistema de control electrónico

Elaborado por: el autor

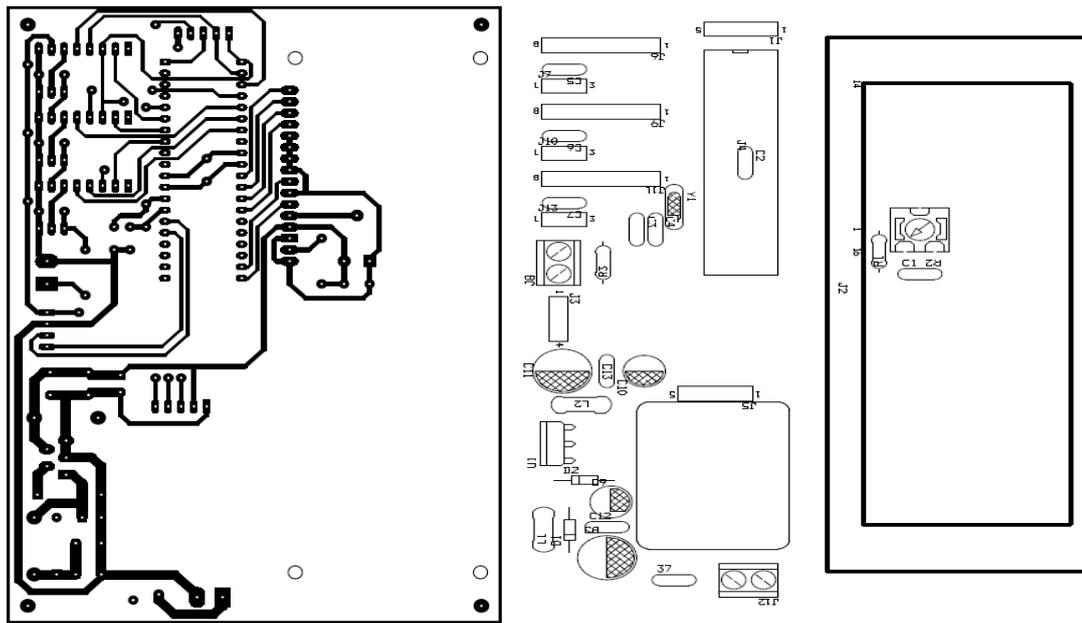


Figura 4.38: Esquema del circuito impreso del sistema electrónico de control general

Elaborado por: el autor

Una vez diseñado el circuito de control, ahora se procede a implementar el algoritmo principal. En la figura 4.39 se muestra el diagrama de flujo correspondiente al algoritmo de implementación que empieza con la inicialización de variables, luego lee la memoria del microcontrolador, prende el LCD, luego pregunta si se quiere reproducir o grabar, si es grabar se va a poder mover el brazo robot con el joystick, una vez fijado la posición deseada se presiona el joystick para grabar. Al poner reproducir, el robot comienza a contar las botellas que va llevando y muestra en el LCD que número de botella es, luego comienza a seguir la trayectoria con ayuda del controlador lineal, cuando llega a la posición deseada abre el gripper y regresa a su posición inicial para llevar la siguiente botella hasta que posicione las ocho botellas en la paleta, y así puede continuar llenando las paletas que se desee.

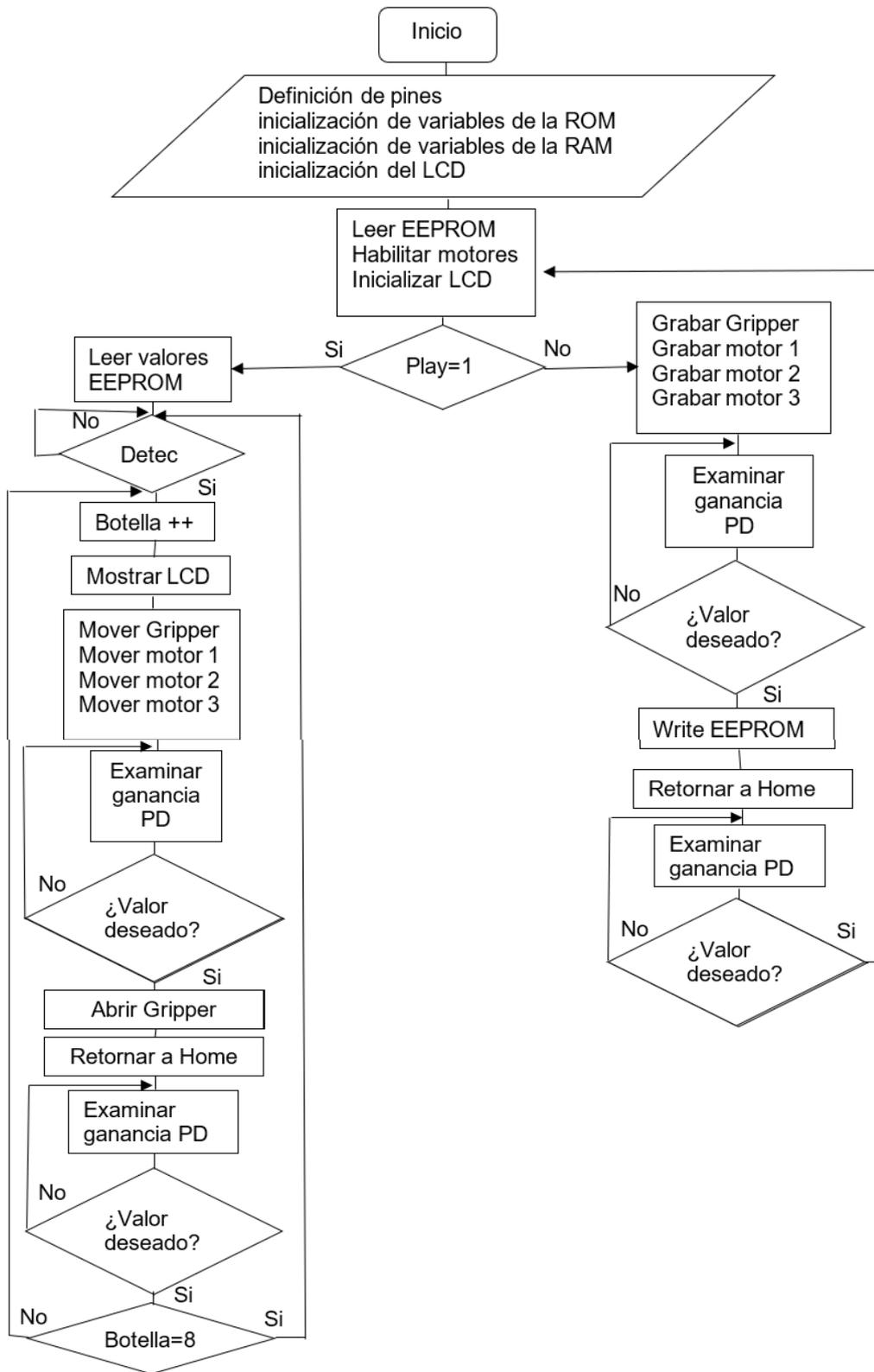


Figura 4.39: Diagrama de flujo del circuito de control del brazo robot

Elaborado por: el autor

CAPÍTULO V PRUEBAS Y RESULTADOS

5.1 Resultados del diseño de los drivers

En las figuras 5.1 y 5.2 se muestran las señales PWM de frecuencia mínima y máxima que ingresa al circuito integrado driver L297 por medio del pin de la señal de reloj (*Clock*).

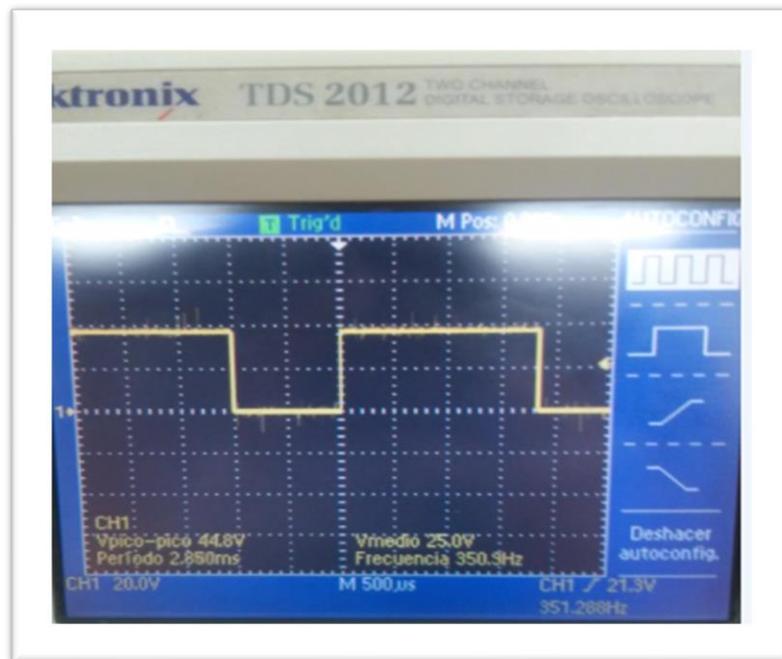


Figura 5.1: Frecuencia mínima de la señal de *Clock*

Elaborado por: el autor

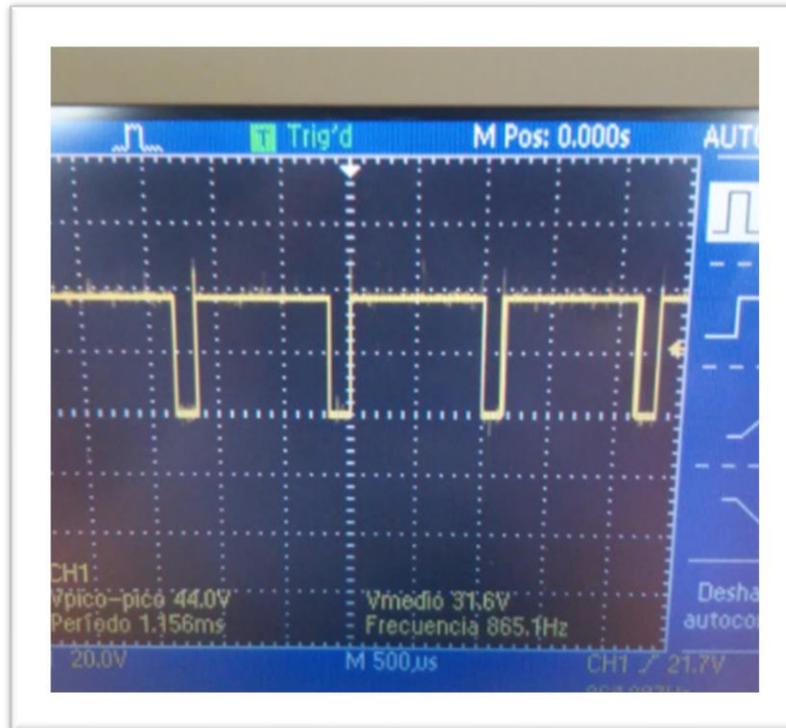


Figura 5.2: Frecuencia máxima de la señal de *clock*
Elaborado por: el autor

En la figura 5.3 se muestra la frecuencia del oscilador interno del circuito integrado L297.

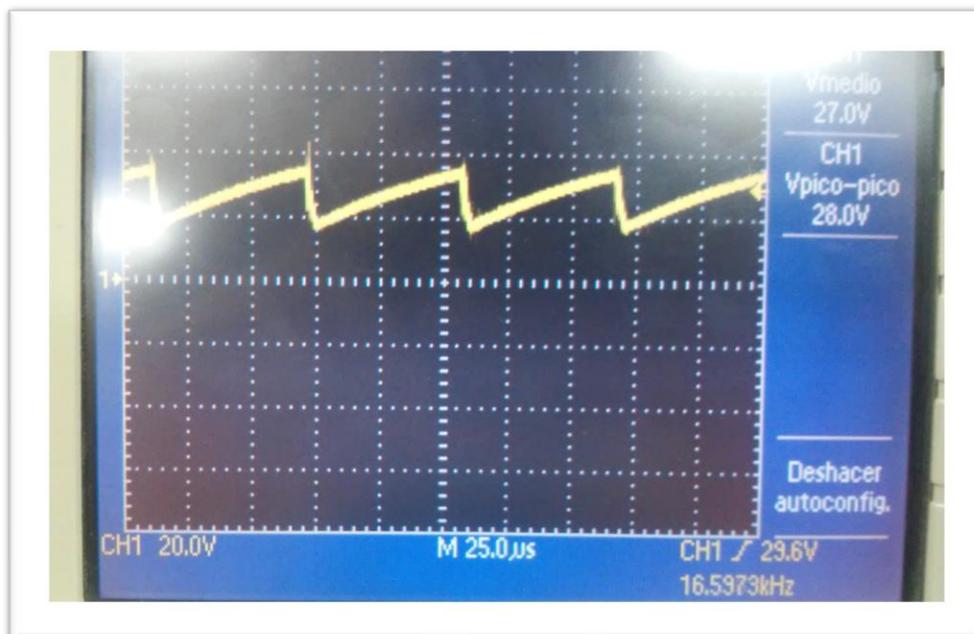


Figura 5.3: Frecuencia del oscilador del circuito integrado L297
Elaborado por: el autor

En las figuras 5.4 y 5.5 se muestran el driver en hardware e interconectado con el motor.

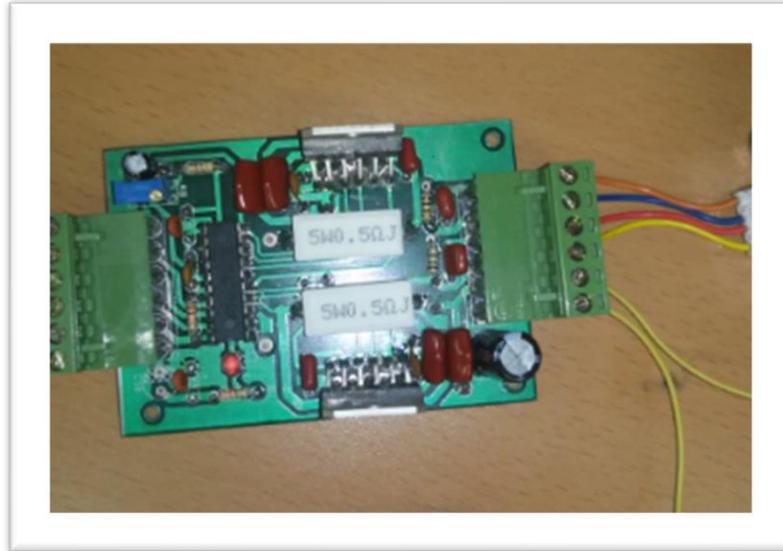


Figura 5.4: Hardware del driver para el motor paso a paso
Elaborado por: el autor

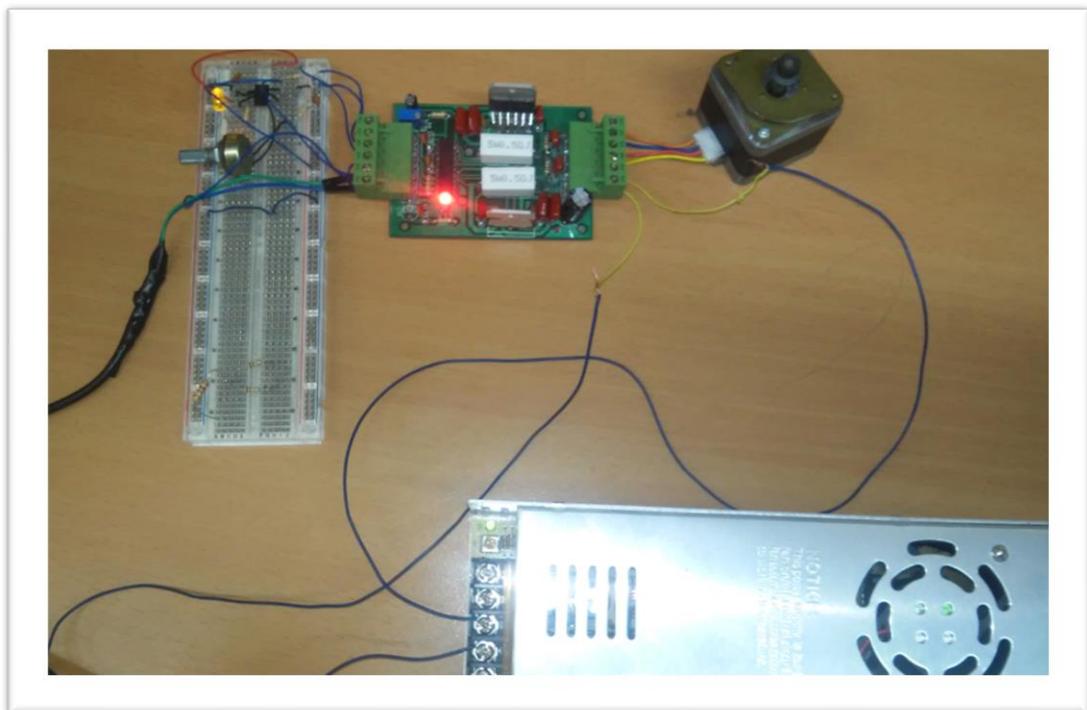


Figura 5.5: Interconexión del driver con el motor paso a paso, el oscilador de frecuencias y la fuente de alimentación.
Elaborado por: el autor

Se realizó la medición de las frecuencias máximas y mínimas que hace que gire el motor a cierta velocidad, Los valores de estos rangos se puede visualizar en las figuras 5.1 y 5.2 respectivamente.

$$F_{min} = 350.9 \text{ Hz} \quad \text{y} \quad F_{max} = 865.1 \text{ Hz}$$

Se realizó también la medición del oscilador que posee el circuito integrado L297:

$$F_{osc} = 16.59 \text{ kHz}$$

Se puede apreciar en la figura 5.3 que el valor medido difiere del valor teórico el cual es de 20 kHz. Esto genera una diferencia con el valor teórico el cual representa solo un 17.05 % lo cual está en el rango adecuado de operación. Se realizó la medición de tensión en el pin 10 del puente H L6203, esto con la finalidad de apreciar la regulación de tensión que se tenía mediante la variación del potenciómetro con el circuito divisor de tensión y de esta forma variar el torque del motor mediante la variación de corriente. En la figura 5.6 se muestra valores de tensión medidos para distintos valores del potenciómetro.

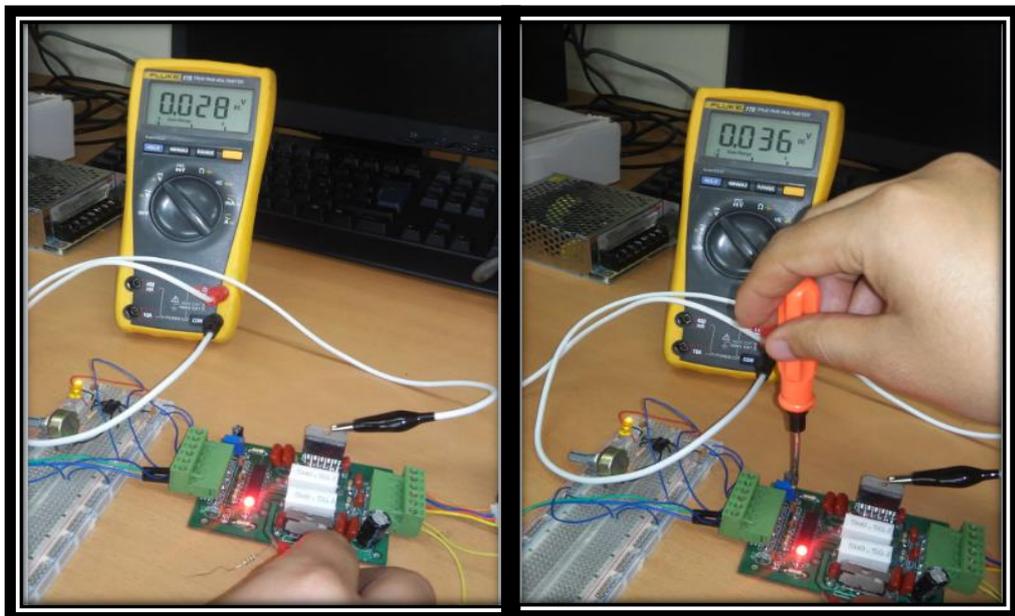


Figura 5.6: Medición del nivel de tensión obtenido al variar el potenciómetro, lo cual a su vez permite incrementar la corriente del motor y en consecuencia su torque.

Elaborado por: el autor

Se pudo validar que la tensión del V_{REF} , ubicado en el pin 15 del L297, al incrementarse mediante la variación del valor de la resistencia R_8 (potenciómetro) permitía que la corriente del motor aumente y en consecuencia que el torque del motor se incremente. Esto validó que el driver funciona correctamente, permite sensor la corriente del motor y variarla según el torque que se requiera. Se validó el correcto funcionamiento del driver puesto que el valor del V_{REF} nunca excedió los 0.8 V diseñado.

Se validó también las mediciones de la señal de *clock* que, al variar su frecuencia, hace que el motor varíe su velocidad. Esto permite concluir que el driver funciona correctamente. El criterio de validación empleado se basó en la capacidad de torque y velocidad que otorga el driver al motor paso a paso:

Tabla XII: Validación en función a la velocidad del motor en relación con las frecuencias aplicadas

Frecuencia de la señal PWM (Hz)	Estado de la velocidad del motor
350.9	5.3 grados/seg
410.5	7.5 grados/seg
480.8	9.6 grados/seg
550	12 grados/seg
650.2	15.5 grados/seg
765.4	18.2 grados/seg
865.1	20.5 grados/seg

Elaborado por: el autor

Las pruebas realizadas con relación a la velocidad del motor muestran que, al incrementar la frecuencia de la señal PWM, la velocidad también incrementa en todo momento. Esto permite obtener un 100% de eficiencia.

Tabla XIII: Validación en función al torque del motor en relación con las tensiones aplicadas

V_{REF} (V)	Estado del Torque del motor
0.028	0.6 N.m
0.036	1 N.m
0.254	1.5 N.m
0.461	1.9 N.m
0.523	2.4 N.m
0.654	2.8 N.m
0.785	3.3 N.m

Elaborado por: el autor

Las pruebas realizadas con relación al torque del motor muestran que, al incrementar el voltaje de referencia, la corriente aumenta y por lo tanto también incrementa el torque. Esto permite obtener un 100% de eficiencia.

5.2 Resultados del diseño de la estructura mecánica del brazo robot

En la figura 5.7 se muestra las partes mecánicas pertenecientes al brazo robot.



Figura 5.7: Partes mecánicas del brazo robot

Elaborado por: el autor

En la figura 5.8 se muestra al motor y su reductor pertenecientes a la base del brazo robot.



Figura 5.8: Motor y reductor de la base del brazo robot

Elaborado por: el autor

En la figura 5.9 se muestra al motor y su reductor pertenecientes a la segunda articulación rotacional del brazo robot.



Figura 5.9: Motor y reductor de la segunda articulación del brazo robot

Elaborado por: el autor

En la figura 5.10 se muestran los motores usados en la articulación prismática y en el gripper (efector final).



Figura 5.10: Motores para la articulación prismática y para el gripper

Elaborado por: el autor

Para realizar las pruebas a los motores se usó un oscilador (adherido a un control de mando), posteriormente se realizó las mediciones de frecuencia usadas en las pruebas para de esta forma poder validar si el motor aumenta en velocidad y en torque, esto se pudo lograr mediante el uso del driver. En las figuras 5.11 y 5.12 se muestran las frecuencias mínima y máxima respectivamente de la señal PWM.

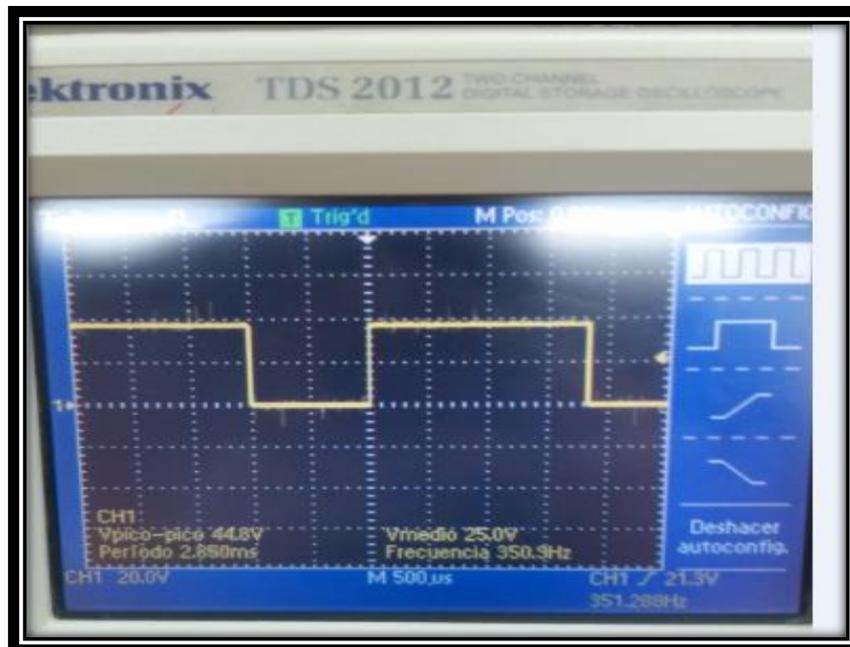


Figura 5.11: Frecuencia mínima de la señal PWM

Elaborado por: el autor

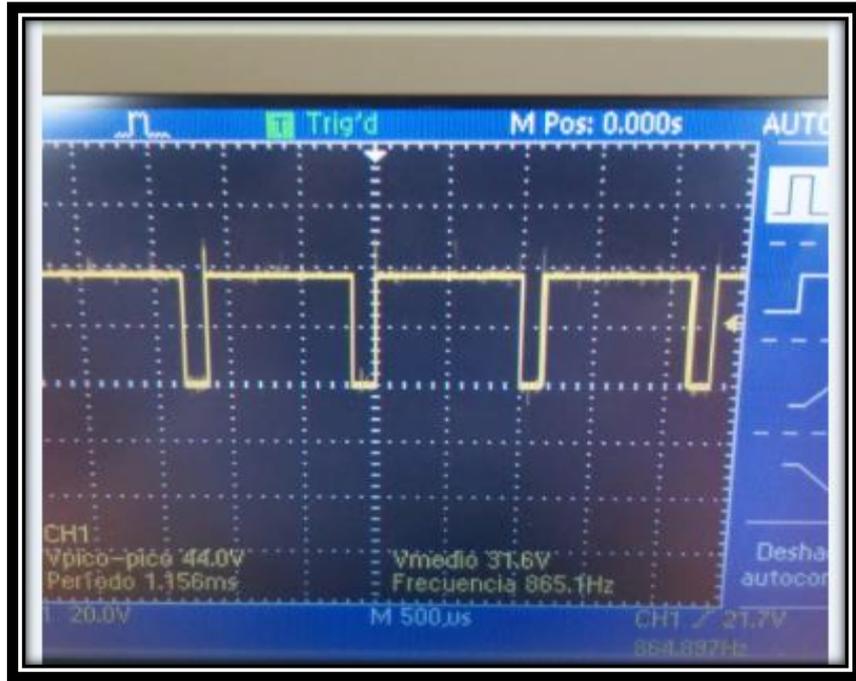


Figura 5.12: Frecuencia máxima de la señal PWM

Elaborado por: el autor

Las frecuencias mínimas y máximas son:

$$F_{min} = 350.9 \text{ Hz} \quad \text{y} \quad F_{max} = 865.1 \text{ Hz}$$

Con esto se valida que la velocidad del motor cumple con las especificaciones de diseño.

5.3 Resultados del diseño del control lineal

Para simular el sistema de control lineal se usó el software Matlab y Simulink. En las figuras 5.13 y 5.14 se muestran las simulaciones en Simulink de los sistemas de control PID₁ y PID₂.

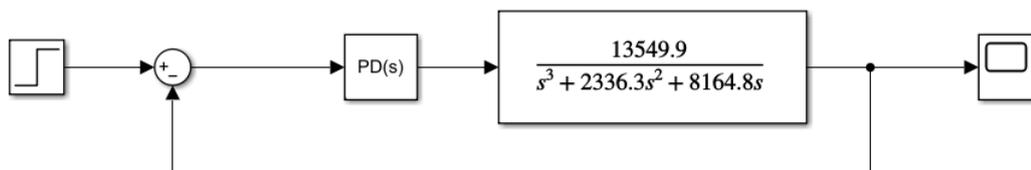


Figura 5.13: Esquema de la simulación del controlador PID₁ mediante el uso de Simulink.

Elaborado por: el autor

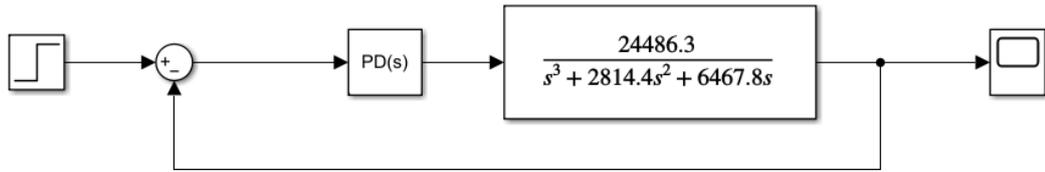


Figura 5.14: Esquema de la simulación del controlador PID₂ mediante el uso de Simulink.

Elaborado por: el autor

En la figura 5.15 se muestra la respuesta al escalón del primer motor con el control PD₁.

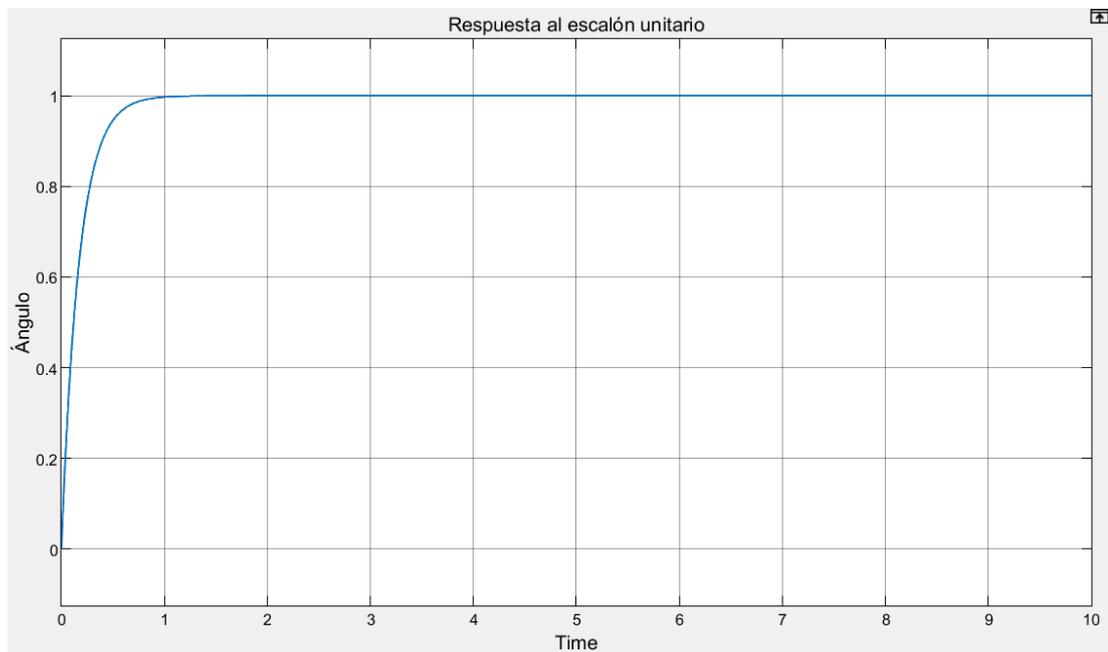


Figura 5.15: Gráfica de la simulación de la respuesta al escalón del sistema de control PID₁ mediante Simulink.

Elaborado por: el autor

En la gráfica se aprecia que el sobreimpulso es cero y el tiempo de asentamiento es de 1 segundo, lo cual satisface las especificaciones de diseño.

En la figura 5.16 se muestra la respuesta a una secuencia de ángulos del primer motor con el control PD₁.

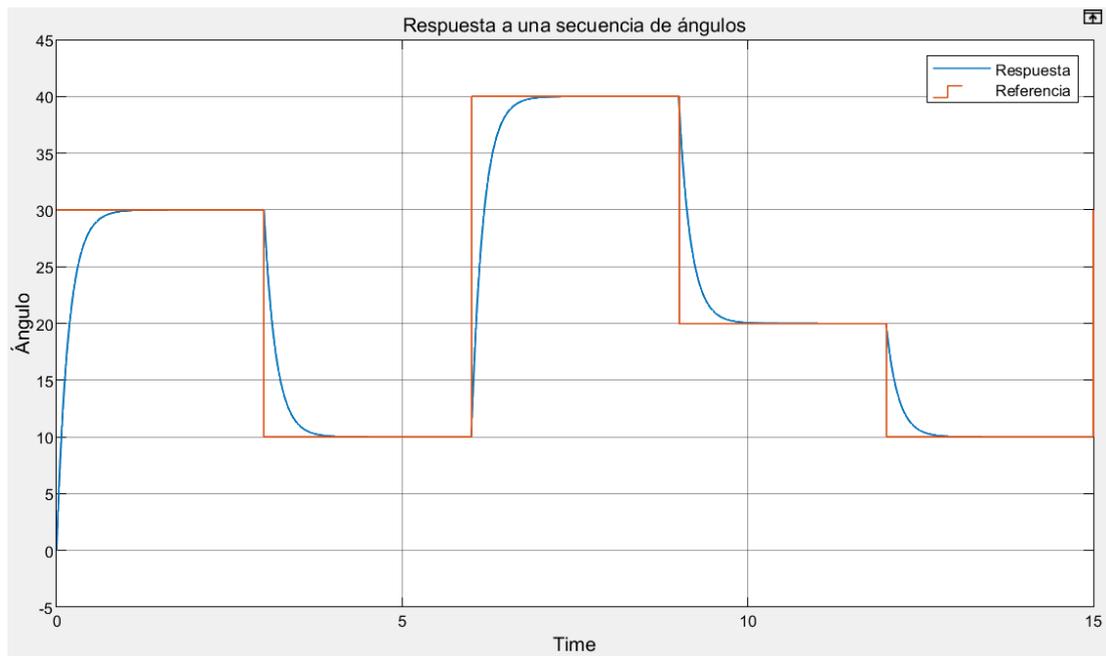


Figura 5.16: Gráfica de la simulación de la respuesta a una secuencia de ángulos del motor 1.

Elaborado por: el autor

En la gráfica se aprecia que la salida deseada sigue una secuencia de ángulos estableciéndose en 1 segundo, lo cual cumple con las especificaciones de diseño.

En la figura 5.17 se muestra la respuesta al escalón del segundo motor con el control PD₂.

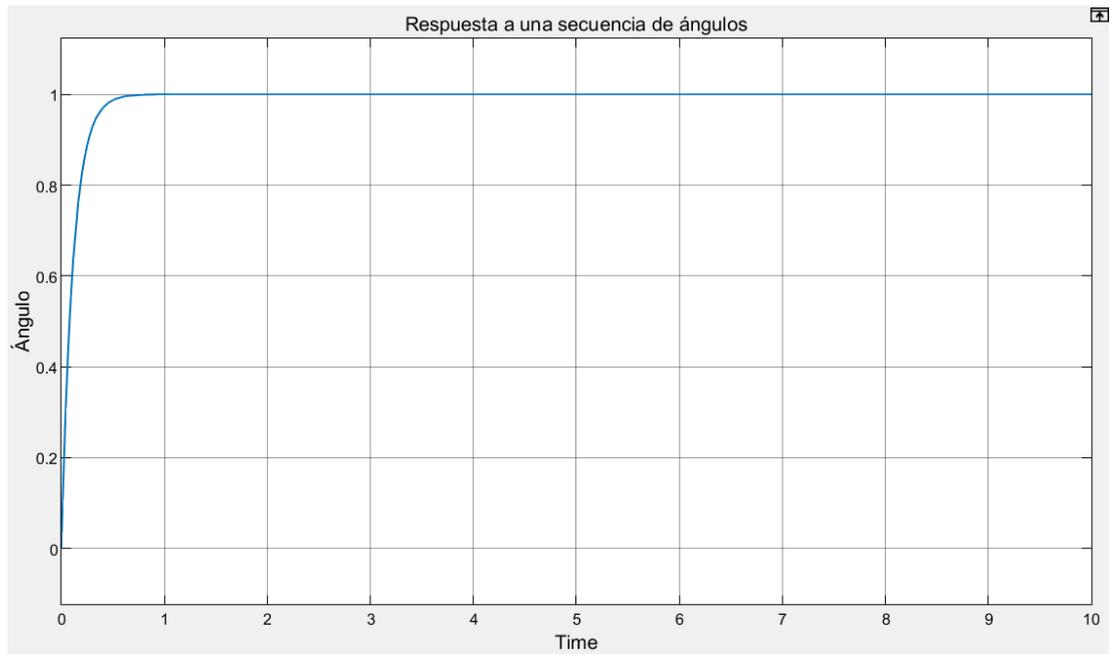


Figura 5.17: Gráfica de la simulación de la respuesta al escalón del sistema de control PID₂ mediante Simulink.

Elaborado por: el autor

En la gráfica se aprecia que el sobreimpulso es cero y el tiempo de asentamiento es de 1 segundo, lo cual satisface las especificaciones de diseño.

En la figura 5.18 se muestra la respuesta a una secuencia de ángulos del segundo motor con el control PD₂.

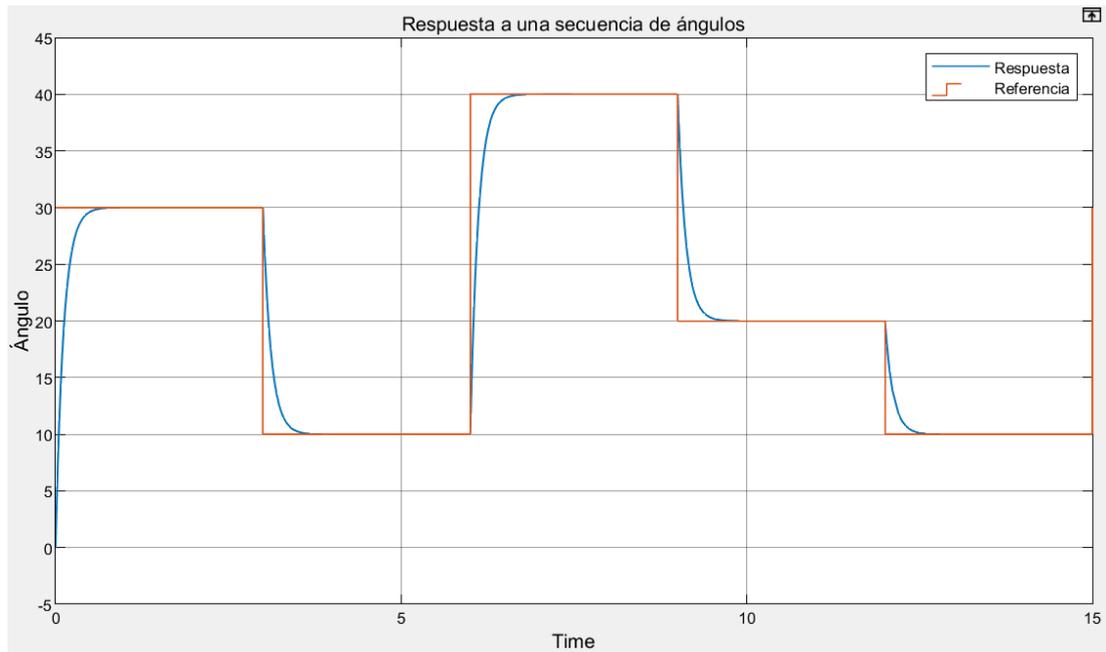


Figura 5.18: Gráfica de la simulación de la respuesta a una secuencia de ángulos del motor 2.

Elaborado por: el autor

En la gráfica se aprecia que la salida deseada sigue una secuencia de ángulos estableciéndose en 1 segundo, lo cual cumple con las especificaciones de diseño.

5.4 Resultados del circuito electrónico de control del sistema

En la figura 5.19 se muestra la placa del circuito de control (hardware) con el LCD incorporado.



Figura 5.19: Circuito de control (hardware)

Elaborado por: el autor

En la figura 5.20 se muestra la interfaz de salida relacionado a la operación del eje x perteneciente a la primera articulación rotacional del brazo robot.



Figura 5.20: Interfaz de salida mediante un LCD, perteneciente al movimiento de la primera articulación del brazo robot relacionado al eje x.

Elaborado por: el autor

En la figura 5.21 se muestra la parte electrónica correspondiente a los drivers y la circuitería interna.

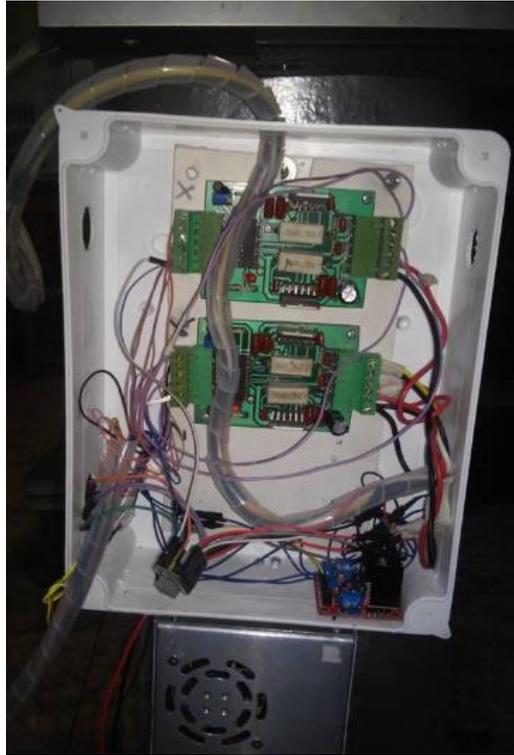


Figura 5.21: Recinto que contiene la parte electrónica correspondiente a los drivers y circuitería interna del brazo robot.

Elaborado por: el autor

En la figura 5.22 se muestra la vista superior del brazo robot.



Figura 5.22: Vista superior del brazo robot SCARA diseñado

Elaborado por: el autor

En la figura 5.23 se muestra la vista frontal del brazo robot SCARA.



Figura 5.23: Brazo robot SCARA

Elaborado por: el autor

En la figura 5.24 se muestra la caja receptora de botellas utilizado para el posicionamiento de esta mediante el uso del brazo robot desarrollado.



Figura 5.24: Caja receptora de botellas para el posicionamiento de esta mediante el uso del brazo robot.

Elaborado por: el autor

El controlador lineal también se validó con el posicionamiento final de cada botella, se realizó una cantidad de pruebas (50) y se verificó el correcto posicionamiento que se obtuvo en cada una de las pruebas realizadas. También se realizó pruebas de repetitividad que se pudo obtener para el sistema. A continuación, en las siguientes tablas se muestran las validaciones realizadas del producto.

Tabla XIV: Validación del control PID₁ en función a la entrada escalón relacionado a la posición del motor 1

Número de prueba	Valor obtenido (grados)
1	10.3
2	10.1
3	9.9
4	10.1
5	10.2
6	10.1
7	10.1
8	10.1
9	10.2
10	10.2

Elaborado por: el autor

Las pruebas realizadas en relación con la posición del motor 1 entregaron los valores mostrados en la tabla. Por otro lado, se tenía el valor referencial el cual es 10.1 grados para validar el correcto funcionamiento se promedió dichos valores obtenidos y se halló el porcentaje de error.

$$Valor Promedio = \frac{\sum_{i=1}^{10} \text{valores obtenidos}}{\text{Número de simulaciones}} \quad (5.1)$$

$$Valor Promedio = \frac{101.3}{10}$$

$$valor promedio = 10.13 \text{ grad}$$

Luego de obtener el valor promedio se procedió hallar el margen o porcentaje de error el cual fue el siguiente:

$$Error = Valor\ promedio - valor\ deseado \quad (5.2)$$

$$Error = 10.13 - 10.1$$

$$Error = 0.03 \text{ v}$$

$$Porcentaje\ de\ error = 0.29 \%$$

En las especificaciones de diseño se estableció un margen de tolerancia del 1% lo cual cumple con lo medido. Cabe resaltar que cada vez que el brazo robot regresa a su posición inicial (Home), el error no se acumula porque es un sistema retroalimentado con controlador PID y siempre busca tener error nulo.

Tabla XV: Validación del control PID₂ en función a la entrada escalón relacionado a la posición del motor 2

Número de prueba	Valor obtenido (grados)
1	10.1
2	10.0
3	10.3
4	10.3
5	10.3
6	10.1
7	9.9
8	10.2
9	10.2
10	10.1

Elaborado por: el autor

Las pruebas realizadas en relación con la posición del motor 2 entregaron los valores mostrados en la tabla. Por otro lado, se tenía el valor referencial el cual es 10.1 para validar el correcto funcionamiento se promedió dichos valores obtenidos y se halló el porcentaje de error.

$$\text{Valor Promedio} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \text{valores obtenidos}}{\text{Número de simulaciones}} \quad (5.3)$$

$$\text{Valor Promedio} = \frac{101.5}{10}$$

$$\text{valor promedio} = 10.15 \text{ grados}$$

Luego de obtener el valor promedio se procedió hallar el margen o porcentaje de error el cual fue el siguiente:

$$\text{Error} = \text{Valor promedio} - \text{valor deseado} \quad (5.4)$$

$$\text{Error} = 10.15 - 10.1$$

$$\text{Error} = 0.05 \text{ grad}$$

$$\text{Porcentaje de error} = 0.49 \%$$

En las especificaciones de diseño se estableció un margen de tolerancia del 1% lo cual cumple con lo medido. Cabe resaltar que cada vez que el brazo robot regresa a su posición inicial (Home), el error no se acumula porque es un sistema retroalimentado con controlador PID y siempre busca tener error nulo.

Se realizó la validación del producto mediante el posicionamiento deseado y el posicionamiento real medido, para la medición real se usó encoders los cuales proporcionan la señal que es leída mediante el microcontrolador y así tener el valor real de operación.

Tabla XVI: Validación de la posición real (medida) de la articulación rotacional 1 respecto a la posición deseada.

Posición deseada (grados)	Posición medida (grados)	Error (grados)
20.8°	20.5°	0.3
30.6°	31.2°	0.6
44.2°	43.8°	0.4
50.4°	50.8°	0.4
62.8°	61.9°	0.9
74.4°	74.8°	0.4
82.5°	83.8°	1.3
100.6°	100.2°	0.4
136.2°	135.6°	0.6
168.6°	169.2°	0.6

Elaborado por: el autor

$$Error\ promedio = \frac{\sum_{i=1}^{10} Errores\ de\ cada\ prueba}{número\ de\ pruebas\ realizadas}$$

$$Error\ promedio = \frac{5.9}{10}$$

$$Error\ promedio = 0.59^{\circ} \quad (5.5)$$

En la tabla XVII se muestran los resultados para la segunda articulación rotacional.

Tabla XVII: Validación de la posición real (medida) de la articulación rotacional 2 respecto a la posición deseada.

Posición deseada (grados)	Posición medida (grados)	Error (grados)
40.8°	41.3°	0.5
60.4°	59.6°	0.8
80.2°	80.8°	0.6
110.8°	111.4°	0.6
138.2°	138.4°	0.2
160°	160.2°	0.2
180.4°	180.4°	0
200.2°	200.6°	0.4
240.6°	241.4°	0.8
270.8°	270.6°	0.2

Elaborado por: el autor

$$Error\ promedio = \frac{\sum_{i=1}^{10} Errores\ de\ cada\ prueba}{número\ de\ pruebas\ realizadas}$$

$$Error\ promedio = \frac{4.3}{10}$$

$$Error\ promedio = 0.43^{\circ} \quad (5.6)$$

Se realizó una prueba a la energía que es suministrada al brazo robot, para ello se midió la corriente en el driver perteneciente a la articulación prismática debido a que esta articulación es la que sostiene la botella y cuyo torque de operación no debe disminuir su valor a lo largo del tiempo.

Tabla XVIII: Validación de la corriente del driver de la articulación prismática respecto al tiempo de operación.

Corriente (A)	Tiempo (min.)
3.88	30
3.88	60
3.88	90
3.88	120
3.86	150
3.86	180
3.86	210
3.86	240
3.86	270
3.84	300

Elaborado por: el autor

5.5 Informe financiero

En la tabla número XIX, se muestra el reporte correspondiente específicamente al producto final, indicando cantidades, materiales y costo total del producto.

Por último, se indica el precio comercial del producto indicando el margen de utilidad y ganancia. El precio de venta se establece en S/: 7500 nuevos soles que es, en promedio, la tercera parte del precio de un producto similar existente en el mercado.

$$\text{Ganancia} = \text{Precio de venta} - \text{Precio de costo}$$

$$\text{Ganancia} = S/.7500 - S/.5277$$

$$\text{Ganancia} = S/.2223 \quad (5.7)$$

$$\text{Utilidad total} = \text{Ingresos totales} - \text{Costos totales de producción}$$

$$\text{Utilidad} = S/.7500 - S/.6110$$

$$\text{Utilidad} = S/.1390 \quad (5.8)$$

Tabla XIX: Presupuesto económico final del producto desarrollado

Nombre	Descripción	Uso	Cantidad	Costo unitario	Costo total
PIC 18F4550	-----	Implementación de algoritmos de control	1	S/.30	S/.30
Motores paso a paso DC	-----	Mover las articulaciones del brazo robot	3	S/.300	S/.900
			1	S/.20	S/. 20
Fuente de alimentación	Fuente 12V/30A	Alimentación para la parte eléctrica	1	S/.250	S/.250
LCD	LCD 16 x 2	Muestra las posiciones ingresadas.	1	S/.10	S/.10
Manipulador (estructura mecánica)	Tipo SCARA de 4 GDL	Realizar la secuencia de movimientos y la manipulación del producto (botellas de pisco)	1	S/.3500	S/.3500
Instrumentos	Osciloscopio, módulo	Diseño y prueba de componentes y circuitos	-----	S/.0	S/.0
Mano de obra	Costo por el trabajo e investigación por parte del autor	El precio en relación con las horas de trabajo invertidas es S/.7 por hora. Las horas de trabajo suman aproximadamente 200 horas.	-----	-----	S/.1400
TOTAL					S/.6110

Elaborado por: el autor

CONCLUSIONES

1. La implementación del circuito de control electrónico del sistema relaciona el modelo matemático de dicho sistema, así como los modelos dinámicos de los motores y la variable a controlar (posición).
2. Con los pesos y dimensiones de los segmentos del brazo robot se puede hallar la matriz de ecuación de espacio de estados.
3. Las ecuaciones de transformación espacial y homogénea ayudan a desarrollar la matriz de ecuación de cinemática directa e inversa del manipulador de robot.
4. Con la matriz de momento de inercia de cada articulación del brazo robot se puede hallar la función de transferencia de cada motor.
5. Para generar una trayectoria para cada articulación se requiere de un polinomio de tercer grado.
6. La ecuación de espacio de estados del brazo robot permite calcular los momentos de torsión necesario para una trayectoria dada.
7. Los engranajes ayudan a aumentar el torque en las articulaciones.
8. La implementación del circuito del driver para cada motor permitió controlar al motor en sentido, secuencia de paso, ángulo para el posicionamiento de cada motor y velocidad.

9. La generación del algoritmo de control debe tener en cuenta cada parámetro utilizado en la simulación del sistema de control y a su vez es necesario tener un punto de referencia del sistema para que luego de ubicarse en una determinada posición regrese a su estado de inicialización.
10. El controlador PID permite al brazo robot estabilizarse mucho más rápido que con otros controladores como el PI o PD.
11. Es imprescindible el uso de un dispositivo que se encargue de la lectura de las posiciones para cada motor y de esta manera entregar al microcontrolador dicha información para insertar dicha señal en el sistema de control de lazo cerrado. De esta forma se almacenan las tres posiciones de cada motor para generar la secuencia de movimiento para cada botella y tener estabilidad en dicha secuencia.
12. El control PID permite disminuir considerablemente las oscilaciones con lo que se puede concluir que este tipo de control es más efectivo y robusto.
13. El manipulador de robot es efectivamente capaz de colocar las 8 posiciones con una precisión de 0.5 grados.

RECOMENDACIONES

1. Implementar un sensor que sea capaz de detectar el peso de la botella para así determinar que el peso sea el apropiado.
2. Considerar que la aleación del material de los segmentos del brazo robot sea mejorada por material de acero.
3. Considerar que el prototipo desarrollado sea parte del laboratorio de procesos industriales del pabellón de laboratorios de la FIA-USMP el cual será utilizado para el proceso industrial en la producción de pisco.
4. Tomar en cuenta que a futuro este prototipo se puede contemplar a un sistema de control más avanzado como el neurofuzzy, lo cual duraría 4 meses más de trabajo y un costo más elevado.

FUENTES DE INFORMACION

- Spong, M. W., Hutchinson, S. y Vidyasagar, M. (2006). *Robot modeling and control*. New York, USA: Wiley.
- Barrientos, A., Peñín, L., Balaguer, C. y Aracil, R. (2007). *Fundamentos de robótica*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Craig, J. (2005). *Introduction to robotics: mechanics and control*. New Jersey, USA: Pearson/Prentice Hall.
- Lewis, F., Abdallah, C. y Dawson, D. (1993). *Control of robot manipulators*. New York, USA: Macmillan.
- Jiménez, R. (2008). *Diseño y construcción de un robot Scara con un sistema de visión de máquina, que pueda ser utilizado como herramienta didáctica en asignaturas de robótica y control* (tesis de pregrado). Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia.
- González, J., Baeyens, E. (2010). Desarrollo de un controlador abierto para un robot industrial tipo Scara. *RIAI*, 1(1), 44–49.
- Rolando, C. (2005). *Diseño y construcción de un brazo robótico* (tesis de pregrado). Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala.
- Craig, J. (2006). *Robótica*. México: Pearson Education 3era Ed.

- Jara, C., Lorenzo, G. y Candelas, F. (2008). *Etapas para la construcción de un mini robot*. Alicante, España.: Universidad de Alicante, Proyecto Mec – DPI2008-02647. Recuperado de <https://www.yumpu.com>
- Díaz, T., Robles, D. y Rueda, J. (2014). *Diseño, construcción y control de un brazo robótico tipo antropomórfico de 6 grados de libertad y de un brazo robótico tipo Scara de 4 grados de libertad* (tesis de pregrado). Universidad Autónoma del Caribe, Barranquilla, Colombia.
- Jiménez, D. y Ramírez, J. (2005). *Construcción de un brazo robótico de tres GDL y su control mediante el núcleo híbrido de transición de estados* (tesis de pregrado). Centro Nacional de investigación y desarrollo tecnológico, Morelia, México.
- Boada, Y. y Morales, L. (2010). *Construcción, ensamblaje y control de un robot SCARA* (tesis de pregrado). Escuela politécnica nacional, Quito, Ecuador.
- Navarro, N. (2011). *Modelado cinemático y dinámico de un manipulador de 5 grados de libertad articulado verticalmente* (tesis de pregrado). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Ruiz, E. (2012). *Desarrollo del prototipo de un brazo captor para la manipulación remota de un brazo robótico* (tesis de pregrado). Universidad Nacional de Cuyo, Argentina.

ANEXOS

1. Matriz de Denavit Hartenberg.
2. Ficha técnica del motor PH266-01GK Stepping Motor VEXTA Step Reseller Lot of 3 Used.

Anexo 1: Matriz de Denavit Hartenberg.

Manipulator Kinematics Cookbook Using D-H Parameters

REPRODUCED AT GOVERNMENT EXPENSE

1. Coordinate System Convention

- \hat{z}_i in direction of axis i
(origin where a_i meets axis)
- \hat{x}_i points along a_i toward a_{i+1}
(if axes $i, i+1$ intersect, \hat{x}_i is normal to plane containing axes)
- $\hat{y}_i = \hat{z}_i \times \hat{x}_i$

2. Parameters

- Link Parameters
- a_i = distance from \hat{z}_i to \hat{z}_{i+1} measured along \hat{x}_i (= 0 when axes $i, i+1$ intersect)
 - α_i = angle from \hat{z}_i to \hat{z}_{i+1} measured positive around \hat{x}_i (= 0 when $i, i+1$ parallel)
- Joint Parameters
- d_i = distance from \hat{x}_{i-1} to \hat{x}_i measured along \hat{z}_i (fixed for revolute joints)
 - θ_i = angle from \hat{x}_{i-1} to \hat{x}_i measured around \hat{z}_i (fixed for prismatic joints)

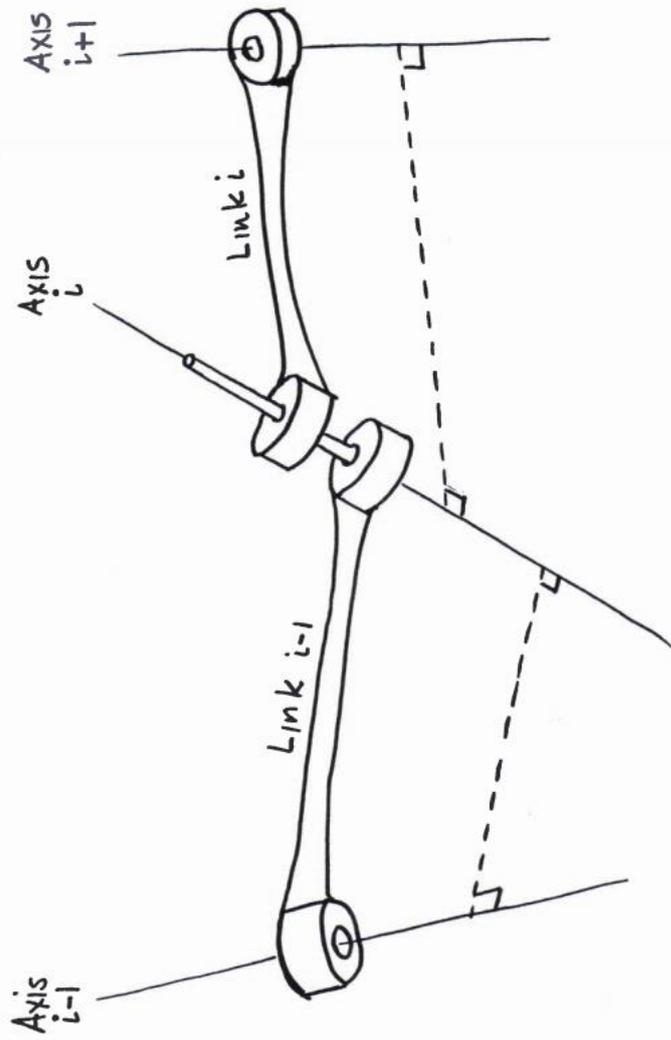
3. Form Denavit-Hartenberg matrix

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	$\alpha_0 = 0$	$a_0 = 0$	d_1	θ_1
\vdots				
N				

$${}_{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_N = {}^0T_1 {}^1T_2 \dots {}^{k-1}T_k \quad k = 2, \dots, N$$

○



Anexo 2: Ficha técnica del motor PH266-01GK Stepping Motor VEXTA Step Reseller Lot of 3 Used.

Motors

Standard Type

The standard **PK Series** 2-phase stepping motor offers balanced performance enhanced by high torque, low vibration and low noise. Optimal motor size and winding specification can be selected from a wide range of motor variations.

With Encoder
The **PK Series** 2-phase stepping motor with encoder offers high torque and precise feedback capability.

- Encoder Feedback Type: Incremental
- Two feedback resolutions: 200 and 400 pulses/rev.
- Provides closed loop system capability

High Torque Type

This motor type combines high torque and a compact size. Three frame sizes, 1.10 in. (28 mm), 1.38 in. (35 mm) and 1.65 in. (42 mm), are available. Each specification provides torque equivalent to a motor of the next larger frame size, supporting high-torque operation even in the high-speed range.

For example, high torque type **PK246PB** [motor frame size 1.65 in. (42 mm)] has the same holding torque as the standard type **PK266-01B** [motor frame size 2.22 in. (56.4 mm)]. This means a smaller size motor will maintain the same torque. This allows for downsized and lightweight equipment.

High Resolution Type

These 2-phase, high resolution stepping motors have half the step angle of standard stepping motors. The high resolution type increases motor resolution from 200 steps/revolution to 400 steps/revolution. Smaller step-angles can be achieved by half-step driving or microstep driving. Such options, however, do not improve accuracy. Other than having twice as many rotor teeth as standard stepping motors, all other structures are exactly the same as the standard motors.

Measured by Bipolar (Series) Constant Current Driver
 — High Torque Type **PK246PB** Current 0.85 A/phase, 24 VDC
 — Standard Type **PK266-01B** Current 0.71 A/phase, 24 VDC
 with Damper

High Torque Type
PK246PB
132 oz-in (0.93 N-m)
0.77 oz-in² (114 × 10⁻⁷ kg-m²)

Standard Type
PK266-01B
166 oz-in (1.17 N-m)
1.64 oz-in² (300 × 10⁻⁷ kg-m²)

(1) High Resolution Type (0.9°/Step)

(2) Standard Type (1.8°/Step)

(3) Standard Type (0.9°/Step)

