INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

APLICACIÓN DE SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE SECUNDARIA

PRESENTADA POR

VÍCTOR EDUARDO RODRÍGUEZ SOTO

ASESORA

LUZ MARINA SITO JUSTINIANO

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

LIMA – PERÚ

2019

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE EDUCACIÓN
SECCIÓN DE POSGRADO

APLICACIÓN DE SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE SECUNDARIA

TESIS PARA OPTAR
EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

PRESENTADO POR:
VÍCTOR EDUARDO RODRÍGUEZ SOTO

ASESORA:
DRA. LUZ MARINA SITO JUSTINIANO

LIMA, PERÚ
2019

APLICACIÓN DE SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE SECUNDARIA

ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO

ASESORA:

Dra. Luz Marina Sito Justiniano

PRESIDENTE DEL JURADO:

Dr. Florentino Norberto Mayuri Molina

MIEMBROS DEL JURADO:

Dr. Carlos Augusto Echaiz Rodas

Dr. Miguel Luis Fernández Avila

DEDICATORIA

A Dios, por darme salud y poner en mi camino a las personas correctas en el tiempo correcto.

A mis padres Lito y Eli, por sus consejos.

A mi esposa Vanessa, por darme palabras de aliento para lograr mis metas.

A mi pequeño Joaquín, por ser el motivo que me impulsa a seguir adelante.

AGRADECIMIENTOS

Mis agradecimientos para todas las personas que me han impulsado a culminar este trabajo, y en especial a la Dra. Luz Marina Sito Justiniano, por su paciencia y el esmero que ha tenido para conmigo, alentándome en cada momento para la obtención del grado deseado.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo determinar la relación existente entre el uso del software matemático Geogebra y el aprendizaje del álgebra, en alumnos del quinto año de educación secundaria de un colegio del distrito de Comas. Para tal fin se utilizó el diseño descriptivo correlacional con un grupo de 22 alumnos. Con dicho grupo se optó por trabajar con los temas de gráfica de funciones y técnicas de traslación, solución de sistemas de ecuaciones de dos variables y programación lineal; temas que se adecuan, también, para posterior análisis e interpretación con el software.

Palabras clave: Geogebra, aprendizaje, álgebra, TICs.

ABSTRACT

The objective of this research was to determinate the relationship between the use of mathematical software Geogebra and the learning of algebra in fifth high school students from a school in the district of Comas. For this purpose, the descriptive correlational design was used with a group of 22 students. With this group it was decided to work with the topics of graph of functions and techniques of translation, solution of systems of equations of two variables and linear programming; topics that are suitable, also, for later analysis and interpretation with the software.

Keywords: Geogebra, learning, algebra, ITCs

.

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación del Perú propone en el actual Currículo Nacional (2016) el aprovechamiento responsable de las tecnologías de la información y comunicación (TICs), lo cual se nota con mayor frecuencia que esto se da en la ciudad de Lima, por lo general en centros educativos privados, ya que a pesar de la implementación de computadoras que otorga el gobierno a los centros educativos estatales, la falta de personal especializado en el manejo de las TICs o limitaciones del Internet, es notorio. El software Geogebra en la matemática es más usado por alumnos del ambiente preuniversitario y universitario, ya que por lo general, en los colegios el proceso de análisis de un problema es casi nulo y solo se limita a la mecanización del mismo.

Así pues, la situación problemática que llevó a realizar la presente investigación con alumnos de quinto de secundaria en un colegio particular en Comas, fue el aprendizaje limitado y reduccionista que logran los alumnos al tratar los contenidos de gráfica de funciones, solución de sistemas que implican ecuaciones e inecuaciones, y solución a problemas de programación lineal, con ayuda del sotware Geogebra.

Si bien es cierto, estos son parte de la currícula escolar peruana, en el centro educativo particular en el que se realizó la investigación, se constató que los alumnos no habían trabajado con sistemas de inecuaciones y menos aún con problemas de programación lineal. Los alumnos tenían problemas al reconocer ciertos tipos de funciones conjuntamente con el proceso de traslación de las mismas como también el encontrar puntos comunes en la intersección de las gráficas de las funciones tratadas, partes importantes para el entendimiento de lo que es una solución de un problema de programación lineal. Todo esto quedó salvado cuando se introdujo la herramienta Geogebra en las sesiones de clase.

En tal sentido, los alumnos de quinto de secundaria del colegio particular en Comas en el que se realizó la investigación, el uso del Geogebra en el aprendizaje del álgebra, registran:

- La ausencia a las sesiones de clase de algunos alumnos, ya sea por falta de interés o por motivos personales.
- El desconocimiento de ciertos temas vistos en álgebra, por parte de los alumnos, ya sea porque no recordaban o eran la primera vez que lo veían.
- La mala interpretación matemática de un problema real (modelamiento) por parte de los alumnos, el cual es el primer pasó para el desarrollo de ejercicios, que mediante el uso del software Geogebra como herramienta, permite dar solución a éste.
- La mecanización, de algunos estudiantes, para obtener respuestas a los problemas planteados, perdiendo el criterio para analizar o conjeturar resultados.
- El empleo de las computadoras como distractivo, pues algunos alumnos no la usaban para fines educativos, sino para entretenimiento.

Formulación del problema

El aspecto problemático que se estableció en esta investigación fue el de notar la relación existente entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra con alumnos de quinto de secundaria en un colegio particular en Comas. El planteamiento de la investigación yace en notar si el empleo de herramientas matemáticas tecnológicas, en nuestro caso Geogebra, va a permitir la comprensión, el aprendizaje y la capacidad analítica de temas que suelen ser abstractos y difíciles de comprender en el aula, en donde, por lo general, se usa la tiza y pizarra para tal fin.

Problema general

¿Qué relación existe entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima?

Problemas específicos

PE1: ¿Qué relación existe entre el uso del software Geogebra y las técnicas para graficar funciones en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima?

PE2: ¿Qué relación existe entre el uso del software Geogebra y la determinación de las soluciones de un sistema de ecuaciones en dos variables en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima?

PE3: ¿Qué relación existe entre el uso del software Geogebra y la solución de problemas en programación lineal en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima?

Objetivos de la Investigación

Los objetivos propuestos pudieron brindarle al investigador una orientación para el fin planteado con el estudio realizado, puesto que, en este proceso, queda mostrado lo que se quiere lograr con la investigación, pues estos alcances pueden relacionarse directamente con el problema general y los problemas específicos propuestos. Debemos señalar que los objetivos de investigación ayudaron en determinar en parte las conclusiones del estudio.

Objetivo general

Determinar la relación entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima.

Objetivos específicos

OE1: Establecer la relación entre el uso del software Geogebra y las técnicas para graficar funciones en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima.

OE2: Establecer la relación entre el uso del software Geogebra y la determinación de las soluciones de un sistema de ecuaciones en dos variables en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima.

OE3: Establecer la relación entre el uso del software Geogebra y la solución de problemas en programación lineal en estudiantes de quinto de secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima.

Justificación de la Investigación

Teórica

Esta investigación tiene como propósito el determinar la relación existente entre el uso del software matemático Geogebra y el aprendizaje del álgebra, en alumnos del quinto de secundaria, cuyos resultados se sistematizaron en una propuesta para que dicho software sea incorporado en el curso de álgebra para lograr un aprendizaje significativo.

Práctica

Esta investigación se justifica porque, al ser el álgebra, una materia abstracta, existe la necesidad de lograr un mejor aprendizaje de algunos de los temas, y a veces el solo uso de la pizarra puede ser limitante para lograr tal propósito, para ello, el Geogebra, al ser una herramienta interactiva y de fácil manejo, ayudará a los alumnos a un mejor aprendizaje en varios temas del álgebra.

Metodológica

La investigación se justifica metodológicamente debido a que se promoverá el uso del software matemático Geogebra en los temas de álgebra, con el cual el docente complementará al aporte teórico brindado en el aula. Así, pues, el software permitirá que los alumnos logren un mejor aprendizaje de los sistemas lineales y no lineales, las gráficas de funciones y sus traslaciones, como también el estudio de la programación lineal.

Pedagógica

La investigación se justifica pedagógicamente, pues el uso del software Geogebra empleado en el aula contribuirá a que los alumnos desarrollen los problemas propuestos analizando e interpretando resultados que se dará en forma individual o colaborativa, disminuyendo el tiempo para realizar los cálculos, teniendo así una forma alternativa para la solución de problemas, una visualización más clara de los gráficos generados y una mayor participación de los alumnos al momento de discutir cómo obtener las soluciones a los problemas propuestos. Mediante la interfase y funcionalidad del software, el alumno podrá incluso usar dicha herramienta en cursos superiores tales como cálculo o análisis matemático.

Importancia de la investigación

Varios factores justifican el desarrollo del presente proyecto, siendo la principal los beneficios que se obtendrán al implantar el manejo del software Geogebra en la enseñanza del álgebra en el nivel de estudio secundario, específicamente en quinto año, que es donde la teoría de funciones, ecuaciones y problemas de programación lineal suelen ser temas que presentan dificultad tanto operativas como de visibilidad, pues es aquí donde el alumno comienza a adquirir la base para los cursos que vera en estudios superiores.

Así tanto docentes como alumnos se verán beneficiados, pues el docente podrá optimizar su tiempo evitando cálculos tediosos, los cuales conllevan el análisis mismo del comportamiento de funciones y solución de ecuaciones, donde los alumnos, verán desde otra perspectiva la enseñanza del álgebra, pues el software les permitirá observar lo que en pizarra usualmente es difícil de explicar, de una forma amena e interactiva.

Otro de los factores es que al ser los alumnos más dependientes de la tecnología, el uso de las TICs despertará el interés del aprendizaje del álgebra, pues al estar más familiarizados con el uso del software, verán que los problemas propuestos son más viables para su solución, pudiendo ser una herramienta poderosa en los estudios superiores, como es el caso del cálculo.

Viabilidad de la investigación

La presente investigación es viable debido a que el software es una herramienta que empleo tanto en ambiente escolar como universitario, por ende es muy innovador para trabajarlo con alumnos de quinto año de educación secundaria.

Además de ser docente, el investigador tiene mucha experiencia en ciencias formales (Matemática), lo cual ha dado sustentos como para viabilizar la enseñanza del software Geogebra en aspectos de álgebra escolar, al poseer también material suficiente como para mostrar cuan útil puede ser el software en la enseñanza y aprendizaje del álgebra. Al existir tanto referentes nacionales como internacionales sobre el problema que abordo, considero que mi trabajo de investigación contribuirá al ver la enseñanza del álgebra de otra perspectiva, la del siglo XXI.

Limitaciones de la investigación

En el proceso de realización de la presente investigación, se tuvieron ciertas limitaciones para la realización de la misma. Entre ellas se pudo notar:

- Falta de implementación del software Geogebra en las computadoras del centro educativo.
- Falta de implementación del software Geogebra en las computadoras personales de los estudiantes, para que realicen sus prácticas.
- Carencia de un manual para la explicación de las funciones básicas del software Geogebra.
- Caída del internet en el aula al intentar usar el software Geogebra vía online.

Enfoque y tipo de diseño metodológico, métodos, población y muestra

Enfoque: Cuantitativo

Tipo de investigación: Transversal no experimental

Diseño metodológico: Descriptivo correlacional

Métodos de análisis: Procedimientos estadísticos, gráficos y cuadros.

Población y muestra: La población fueron todos los estudiantes de 5to de secundaria, que en consecuencia al ser pequeña, se tomó en cuenta la totalidad de individuos.

La presente investigación consta de cinco capítulos, los cuales se detallan a continuación:

El capítulo I, consta del marco teórico, en el que se detallan tanto los antecedentes de la investigación como las bases teóricas; los cuales permitirán dar una idea del problema e hipótesis formuladas.

El capítulo II, incluye las hipótesis y variables, en donde se formulan las hipótesis principal y derivadas, la hipótesis general, las hipótesis específicas, las variables y la definición operacional.

El capítulo III, aborda el diseño de la Metodología de la Investigación, en el que se incluyen los diseños metodológicos y muestral, las técnicas de recolección de datos, las técnicas de procesamiento de la información, como también los aspectos éticos.

En el capítulo IV, se presentan los resultados obtenidos, teniendo para esto los debidos análisis descriptivos y el análisis ligado a las hipótesis.

En el capítulo V, se detalla la discusión de los resultados obtenidos.

Finalmente; se presentan las conclusiones, recomendaciones, las fuentes de información utilizadas y los anexos.

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

1.1 Antecedentes de la investigación

Nacionales

Díaz Villegas, R. (2014). *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software Geogebra en estudiantes de quinto de secundaria*. Tesis para optar el grado académico de Magister en la Enseñanza de las Matemáticas. Pontifica Universidad Católica del Perú. Lima – Perú. La investigación analizó, mediante una secuencia de actividades que siguen las fases de la Dialéctica Herramienta-Objeto (Douady) usando para elloel software Geogebra, la construcción del concepto de circunferencia desde la perspectiva de la Geometría Analítica. Fue una investigación cualitativa de tipo experimental desarrollada con la colaboración de alumnos de quinto año de secundaria (entre 15 y 17 años). El trabajo planteó ver el proceso de construcción de este objeto matemático, diseñando para ello ciertas actividades, entre las cuales, hubieron algunas que se trabajaron con lápiz y papel y otras con la ayuda del software Geogebra. Como instrumento, se usó el diseño de actividades. No se señalaron variables ni operacionalización. No se recurrió al juicio de expertos.

Bello Durand, B. (2013). *Mediación del software Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Tesis para optar el grado de Magíster en la Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima – Perú. La investigación se centró en la enseñanza de Programación Lineal, usando como herramienta el software Geogebra. Dicha investigación se realizó con alumnos del quinto grado de secundaria cuyas edades fluctuaban entre quince a dieciséis años, de la Institución Educativa N° 1136 “John F. Kennedy”. El tema en cuestión es parte del Diseño Curricular Nacional de quinto grado de secundaria; pero, o bien no se considera en la programación curricular de cada año lectivo o bien la enseñanza se da realizando construcciones geométricas usando lápiz y papel. El propósito de la investigación fue proponer emplear el software Geogebra como una herramienta de apoyo para la enseñanza de la Programación Lineal, pues se planeó que con ayuda de este software conjuntamente con las situaciones de aprendizaje propuestas a través de un conjunto de actividades, se lograra que los alumnos puedan usar, dibujar y determinar las posibles soluciones. El método de investigación fue el cualitativo y estuvo basado en Hernández, Fernández & Baptista. (2007). Los instrumentos usados: Ficha de entrevista no estructurada, ficha de observación de clase, Ficha de actividades. No se señala variables ni operacionalización. No se recurrió a juicio de expertos.

Internacionales

Bonilla Guachamín G. (2013). *Influencia del uso del programa Geogebra en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físico matemático, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito, el año lectivo 2012-2013*. Proyecto Socio Educativo presentado como requisito parcial para optar por el grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación, Mención Matemática y Física. Universidad Central del Ecuador. Quito – Ecuador. La investigación se desarrolló en el Colegio Marco Salas Yépez y se realizó con estudiantes del tercer año de bachillerato, dentro de la asignatura de Geometría Analítica Plana. El enfoque fue cuasi experimental, sustentado en una investigación de campo, el cual se apoyó en los resultados de las medias aritméticas del grupo experimental que constó de 21 estudiantes y del grupo control con 15 estudiantes, siendo la variable independiente el uso del software Geogebra y como variable dependiente el rendimiento académico, para ello se empleó la encuesta y el examen objetivo como técnicas de recolección de datos, los cuales fueron validados por expertos. La confiabilidad se logró mediante el Alfa de Cronbach.

Daza López, L. (2012). *Interpretación de la factorización a través del uso del Geogebra*. Trabajo de investigación para optar al título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín – Colombia. El autor describió y analizó procesos involucrados en la interpretación de la factorización, desde el punto de vista geométrico, ligado a un medio didáctico (Ambiente de Geometría Dinámica AGD, Geogebra), facilitando la enseñanza y aprendizaje de la matemática. La metodología de la investigación usada para llevar a cabo el análisis de la unidad didáctica, fue el método mixto, relacionado con el enfoque cualitativo y cuantitativo, con los enfoques analíticos y descriptivos, con población total los estudiantes matriculados en el 8º grado (secciones A,B,C,D) de la Institución Educativa Rafael Uribe con un total de 150 estudiantes. La muestra tomada incluyó 40 unidades didácticas constituidas por tres actividades. Los instrumentos de recojo de datos fueron: Hojas de trabajo (unidad didáctica realizada por los alumnos), y Tablas de registros de datos. No se presentó variables ni la operacionalización de las mismas. No se recurrió al juicio de expertos.

Lozada Vásconez, H. (2012). *El software educativo libre y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato en la asignatura de matemática de la unidad educativa González Suárez de la ciudad de Ambato*. Universidad Técnica de Ambato. Trabajo de Investigación previo a la obtención del grado académico de Magíster en Docencia Matemática. Ambato – Ecuador. El investigador propuso estrategias didácticas empleando TIC, analizando la influencia de un software educativo libre aplicado a la enseñanza y aprendizaje de Álgebra y Geometría a nivel escolar medio. El tipo de investigación usado fue la exploratoria descriptiva explicativa y se realizó en la Unidad Educativa “González Suárez”. Para ello, se tomó como universo de estudio a los docentes del área de Ciencias Exactas y a estudiantes de dos secciones del segundo año de bachillerato. La muestra correspondió a 5 docentes y 67 estudiantes. Las variables independientes usadas fueron: Software educativo libre, aplicación del software libre, TIC. Las variables dependientes usadas fueron: Rendimiento académico, proceso enseñanza aprendizaje, pedagogía. Con respecto a la operacionalización de las variables, para el caso de la variable independiente Software educativo libre, se tuvieron las siguientes dimensiones: Programa informático, interacción, construcción virtual; como también las dimensiones cognitiva, procedimental y actitudinal, para la variable dependiente Rendimiento académico. Como instrumento para recolección de datos se usaron encuestas, entrevistas y otros. No se recurrió al juicio de expertos.

1.2 Bases teóricas

1.2.1 Aprendizaje del álgebra

El álgebra ocupa un lugar central entre las diversas asignaturas matemáticas que se imparten en la escuela. El estudio del álgebra se extiende desde la escuela primaria hasta los cursos preuniversitarios. El objetivo del álgebra que se enseña en las instituciones escolares es desarrollar el pensamiento algebraico, el cual consiste en interpretar un problema para luego expresarlo mediante expresiones algebraicas, ecuaciones y funciones. Para ello se requiere usar el lenguaje algebraico y la simbología involucrada; para luego resolver problemas y diseñar modelos matemáticos, tanto dentro de la propia matemática como fuera de ella, como por ejemplo en situaciones reales de la vida diaria. Para MacGregor (2004), el razonamiento algebraico implicaba el análisis de sucesos reales, las relaciones que se den entre variables denominadas ecuaciones, la aplicación de técnicas o métodos para poder resolver dichas ecuaciones, y la manera de interpretar los resultados obtenidos. Esto difiere de la realidad actual, pues algunos estudiantes aprenden el álgebra como un conjunto de reglas a ser memorizadas y trucos o artificios para aplicar en los problemas propuestos, los cuales no tienen coherencia lógica y por lo general ninguna aplicación en otros cursos o fuera de la escuela. En el estudio de la matemática se tienen varias opiniones sobre el álgebra, como:

- Es un componente fundamental de la alfabetización matemática, en el cual se basa un futuro tecnológico y el progreso económico de la nación.
- Es una forma óptima para la resolución de varios tipos de problemas.
- Es parte fundamental del conocimiento general, pues ayuda a analizar un problema matemático desde otra perspectiva.

- Es un curso básico de matemática, útil para comprender ciertos cursos de una educación superior como también usarlo en muchos campos de empleo.
- Ayuda a promover la actividad intelectual de generalización, el pensamiento organizado y el razonamiento deductivo.

MacGregor (2004), también afirmó que en el siglo XXI los estudiantes continuarán aprendiendo el manejo de las simbologías, las terminologías, las fórmulas, las ecuaciones e inecuaciones, las funciones y las gráficas que ellas conlleven. Para llegar a esto, los estudiantes deben ser capacitados para poder resolver problemas numéricos haciendo uso de las fórmulas, variables, y ecuaciones, que podrían funcionar como un lenguaje para comunicarse con la tecnología. Se debe poner énfasis el aprender mediante la solución de problemas en lugar de practicar primero técnicas de resolución para luego intentar aplicarlas a los problemas en forma autómata. Los conocimientos básicos de álgebra ayudarán a los alumnos a estar más seguros para la interpretación de información expresada en notación algebraica; a reconocer estructuras matemáticas y comprender que el estudio del álgebra se usa para poder expresar, interpretar y usar fórmulas; a comprender las relaciones entre funciones y gráficas; al reconocimiento de algunas propiedades importantes de las funciones, a entender el uso de las notaciones y representaciones para modelar y poder resolver problemas fuera del ámbito escolar; a usar herramientas tecnológicas; etcétera.

Según Beyer (2006), mediante el lenguaje algebraico una persona puede transmitir las ideas algebraicas a otras personas, caracterizándose en varias dimensiones como son la oral, la simbólica y la gráfica. Los componentes de este lenguaje se presentan como expresiones algebraicas, fórmulas, ecuaciones, inecuaciones, funciones y permiten desarrollar problemas y modelar matemáticamente diversas situaciones. Así pues, el uso del lenguaje algebraico permite poder estudiar los conjuntos numéricos en forma paralela al trabajo operativo con los mismos.

Para Papini (2003), el álgebra se puede considerar desde dos dimensiones. La primera es la de instrumento, pues se usa como una herramienta para el desarrollo de problemas tanto intra matemáticos (en las cuales se establece una semejanza entre el original y el modelo a pesar de pertenecer a diferentes campos conceptuales, pudiendo ser ambos de tipo numérico simbólico, o geométrico-simbólico), como extra matemáticos (como la representación pictórica de los números o de conceptos geométricos). La segunda dimensión es la de objeto estructurado (parámetros, incógnitas, variables, ecuaciones, inecuaciones y funciones) que posee propiedades y se puede tratar con diferentes representaciones (nomenclatura algebraica, gráficos, etc.).

Finalmente para Cedillo (1999), el álgebra escolar puede entenderse como el estudio de las reglas para manipular las representaciones simbólicas y el desarrollo de habilidades para usar de manera óptima las representaciones algebraicas, tabulando y graficando las funciones, las cuales pueden servir como herramientas para la interpretación y la justificación de las generalizaciones, así como también para poder plantear y resolver problemas.

En el marco actual, la conceptualización del álgebra escolar se relaciona con distintos factores. En primer lugar su relación con la aritmética y su perspectiva como una aritmética generalizada, ocasiona ciertas dificultades en los alumnos para que comprendan los cambios de significado de los símbolos de la aritmética al álgebra, como por ejemplo el caso del signo igual, la aparición de las cantidades negativas y de las operaciones que ellas conlleven. En segundo lugar, es ver al álgebra como un lenguaje que permite expresar las ideas de la matemática y las generalizaciones a través de las representaciones semióticas. El álgebra es asociada a la actividad, pues permite resolver problemas y diseñar modelos matemáticos.

El aprendizaje del álgebra en el aula de clases

Para Guzner (2005) el aprendizaje y la enseñanza del álgebra es una construcción colaborativa que incluyen habilidades para la resolución de problemas, que incentiven los ambientes cercanos al estudiante no limitándose a una absorción individual y memorizada de conceptos y de habilidades procedimentales transmitidas por los docentes.

Según Díaz y Hernández (2002) el aprendizaje del álgebra es un proceso para adquirir habilidades de razonamiento, para convertir número en relaciones generales en un proceso determinado, relacionando símbolos con su entorno.

La enseñanza y el aprendizaje del álgebra debe ser un proceso en el que el docente trate de contextualizar los problemas, usando métodos que motiven el interés del estudiante por aprender el curso y el cómo puede ser aplicado a la vida diaria.

Para Rosa (2006) existen etapas del aprendizaje y estas dependen de la edad del estudiante, así como ciertas habilidades que puede desarrollar en el transcurso de su vida esencialmente. Es a partir de los once años en donde el niño comienza a desarrollar actividades de raciocinio lógico, pudiendo ser capaz de aprender algunas demostraciones algebraicas.

Cabanne (2006) afirmó cuán importante es el conocer los términos algebraicos para, así, poder expresar ideas algebraicas, como por ejemplo el lenguaje aritmético, geométrico y algebraico.

Ursini, Escareño, Montes y Trigueros (2005) mencionaban los obstáculos comunes que se presentan en el proceso de aprendizaje del álgebra:

- El no conocer los distintos usos de la variable, ya que los textos y los docentes, encargados de la enseñanza, no consideran importante señalar las múltiples utilidades de la misma, al tratar de considerar la letra como un número o incógnita, y que mediante operaciones, lo que se deba hallar es el valor de la otra letra.
- La interpretación de la incógnita o variable cuando aparece acompañada de un coeficiente o elevada a un exponente, lo que crea confusión al hacer las operaciones debidas.
- La consideración errónea por parte de los estudiantes, al considerar que una respuesta algebraica, representa una solución única al problema propuesto y no puede corresponder a diferentes situaciones.
- En ocasiones, al efectuar las operaciones, se ignora la letra o se les da un valor arbitrario.
- La percepción errónea que tienen los estudiantes cuando se les presenta una variable en una ecuación, creyendo que es difícil el determinar su valor, y más aún cuando aparecen dos variables.

Pierce (2011), señaló que el álgebra es un lenguaje universal y que su práctica constante garantiza su aprendizaje. El álgebra, en la vida cotidiana, se relaciona con muchas áreas del conocimiento, pudiendo aplicarse correctamente al comprender y razonar adecuadamente sus fundamentos.

Como algunos ejemplos del álgebra que en la vida cotidiana se pueden presentar, se citan algunos:

- Sin el álgebra la tecnología actual sería difícil de imaginar, pues algunos satélites requieren de cálculos algebraicos.
- En la ingeniería civil, en la construcción de puentes o lectura de planos.
- En la medicina, aparece la regla de tres simple y compuesta para convertir mm a cm^3 que son las unidades de dosis de un medicamento.
- En nuestra vida diaria, al hacer compras en el mercado, y antes de pagar, hacer la cuenta del total de dinero que se va a dar y la cantidad que sobrará.
- En contabilidad, al designar $-x$ como el egreso y x el ingreso.
- El uso de las funciones en problemas de finanzas, economía, estadística, ingeniería, astronomía, química, física, etc., así como de cualquier otra área en donde se haya que relacionar variables.
- En el modelado de funciones, como por ejemplo el estudio de crecimiento poblacional.

Algunas nociones matemáticas previas

Función

Dentro del álgebra la teoría de funciones es muy importante, pues, sirve como base para el curso de Cálculo en estudios universitarios. Una función es una relación que se da entre una variable x denominada independiente, con respecto a otra *y* denominada dependiente. Las funciones se suelen denotar por letras tales como f, g, h, F, G, H. Si f es una función, entonces $f(x)$, léase 'f en x', denota el segundo elemento de un par ordenado cuyo primer elemento es x; $f(x)$ se denomina valor de la función f en x. El dominio de la función f se encuentra denotado por $Dom\, f$ y el rango de f como $Ran\, f$.

Una función f con $Dom\, f = \mathrm{A}$ se suele representar como $f : \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B}$, donde B es el conjunto donde llega f. El $Ran\, f$ siempre se encuentra dentro del conjunto B o podría ser igual a dicho conjunto, lo cual se suele denotar como $Ran\, f \subseteq \mathrm{B}$. Los elementos de $Ran\ f$ tienen la forma $y = f\ (x)$, donde $f\ (x)$ es la regla de correspondencia de f. Swokowsky, E.; Cole, J. (2005, pp. 178 - 179).

Mediante el diagrama de Venn, una función puede ser representada como se observa en la figura 1:

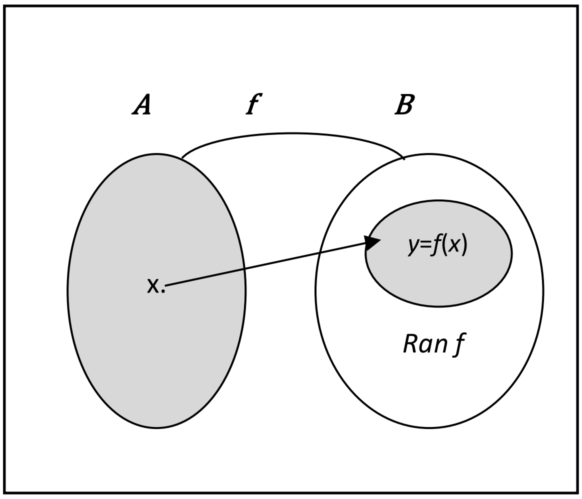


Figura 1

Ejemplos:

1. Sea $f = \{(1;3),(2;4),(3;5),(4;7)\}$. Así, entonces, podemos afirmar que $Dom\, f = \{1; 2; 3; 4\}$ y $Ran\, f = \{3; 4; 5; 7\}$.
2. Sea $g = \{(1;5),(2;5),(3;5),(4;5)\}$. Así, entonces, podemos afirmar que $Dom\ g = \{1; 2; 3; 4\}$ y $Ran\ g = \{5\}$
3. Sea $h = \{(1;3),(1;4),(3;5),(4;6)\}$. Se puede notar que h no es función, ya que dos pares ordenados distintos tienen el mismo primer elemento.
4. Sea $t(x) = x^3+2$ con $Dom\ t = \mathbb{N}$, luego $Dom\ t = \{1; 2; 3; 4; \ldots\}$ y $Ran\ t = \{3; 10; 29; 66; \ldots\}$.

Conocida una función *f,* ésta puede graficarse teniendo en cuenta que la gráfica de la función queda identificada si, al trazar una recta vertical, corta a lo más a dicha gráfica en a lo más un único punto. Swokowsky, E.; Cole, J. (2005, p. 182).

La figura 2, muestra el caso en que una gráfica corresponde a la de una función y la figura 3 muestra el caso en que no lo es.

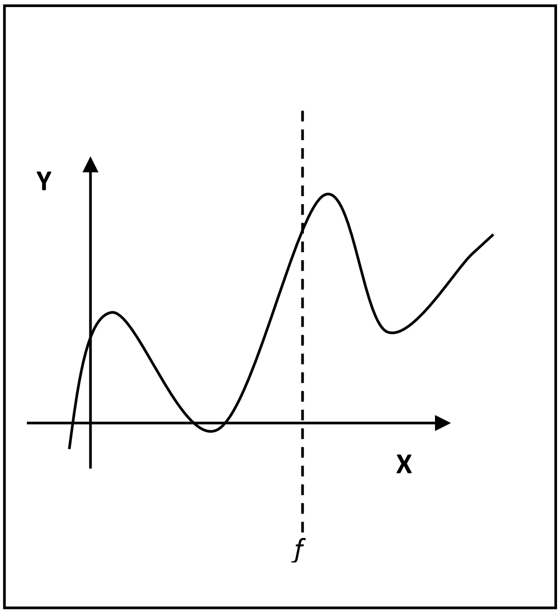


Figura 2

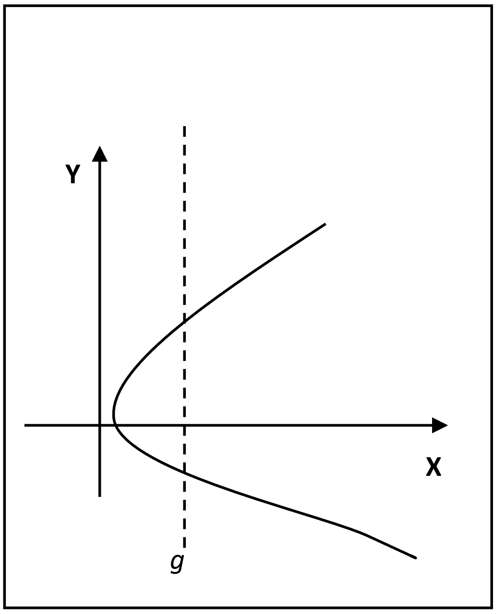
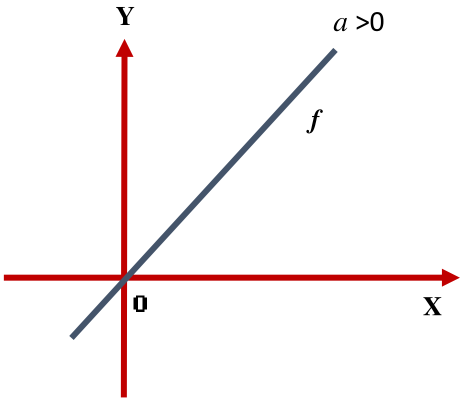
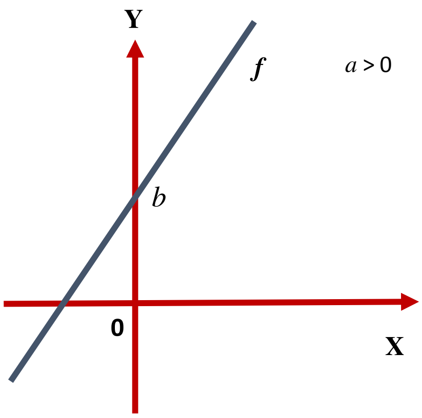


Figura 3

Dentro del estudio de las gráficas de funciones existen funciones elementales, cuyas gráficas son rápidas de generar por tabulación de variables. Es decir, al asignar valores para la variable x, se estará asignando valores a y, esto es, debido a que la variable y depende de x.

La figura 4, resume las funciones básicas a considerar:

FUNCIÓN	REGLA DE CORRESPONDENCIA	GRÁFICA	DOMINIO Y RANGO
LINEAL	$y = ax$ a: constante		$Dom\ f = \mathbb{R}$ $Ran\ f = \mathbb{R}$
AFIN	$y = ax + b$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $b \in \mathbb{R}$		$Dom\ f = \mathbb{R}$ $Ran\ f = \mathbb{R}$

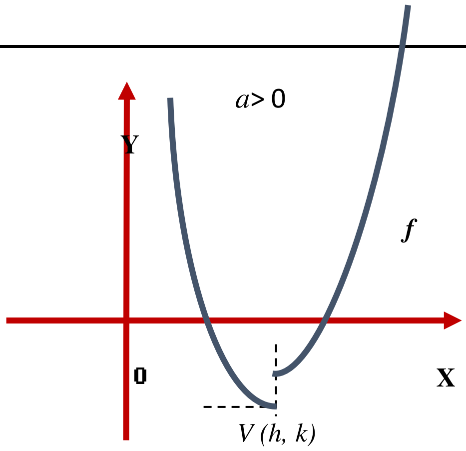
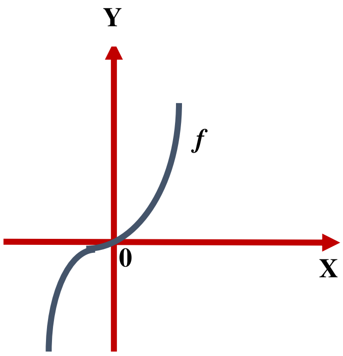
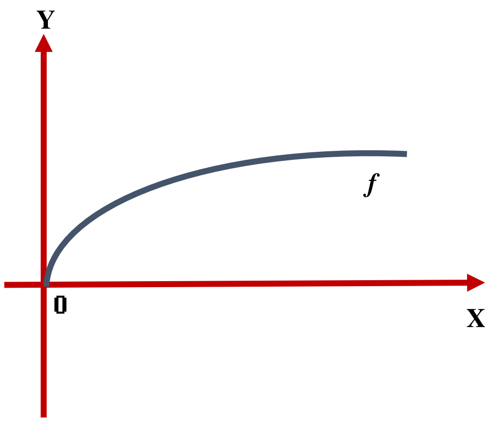
FUNCIÓN	REGLA DE CORRESPONDENCIA	GRÁFICA	DOMINIO Y RANGO
CUADRÁTICA	$y = ax^2 + bx + c$ a, b, c : constantes $a \neq 0$	 $h = -\dfrac{b}{2a}$ $k = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$	***Dom f*** = $\mathbb{R}$ ***Ran f*** = $[k, \infty>$
CÚBICA	$y = x^3$		***Dom f*** = $\mathbb{R}$ ***Ran f*** = $\mathbb{R}$
RAIZ CUADRADA	$y = \sqrt{x}$		***Dom f*** = $[0, \infty>$ ***Ran f*** = $[0, \infty>$

Figura 4

Traslación de funciones

Ya conocida la gráfica de la función la cual estamos analizando, podemos trasladar la función en todo el plano XY, para ello se emplea dos criterios:

Traslación vertical

Dada la función $g(x) = f(x) + k$, con $k \in \mathbb{R}$, la gráfica de $g(x)$ se obtiene desplazando $f(x)$ verticalmente k unidades según:

i) Hacia arriba, si $k > 0$

ii) Hacia abajo, si $k < 0$

Traslación horizontal

Dada la función $g(x) = f(x + k)$, con $k \in \mathbb{R}$, la gráfica de $g(x)$ se obtiene desplazando $f(x)$ horizontalmente k unidades según:

i) Hacia la derecha, si $k > 0$

ii) Hacia la izquierda, si $k < 0$

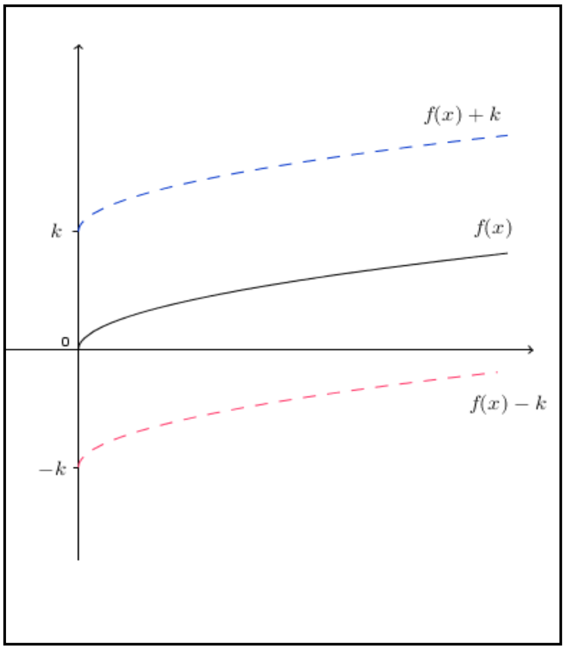


Figura 5: Traslación vertical

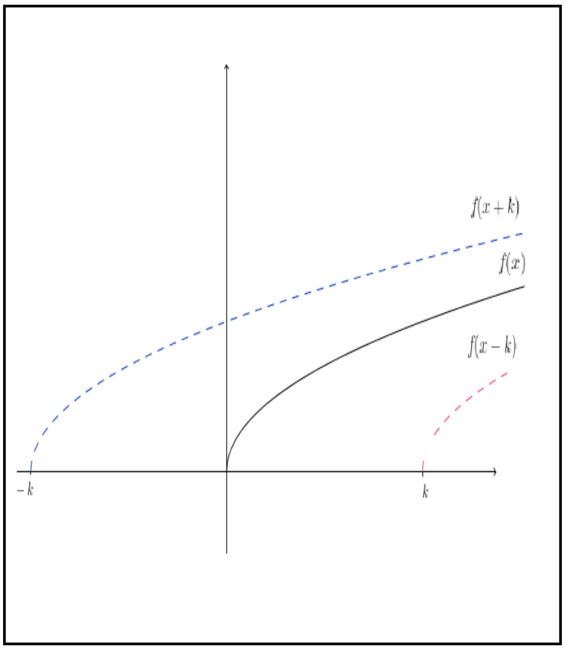


Figura 6: Traslación horizontal

La figura 5 y la figura 6 representan la traslación vertical y horizontal, respectivamente, de la gráfica de una función f considerando $k > 0$.

Ecuaciones

En toda ecuación se debe encontrar el valor o valores de las variables involucradas, sea en forma analítica o gráfica. Dichos valores se denominan solución o raíz, las cuales van a pertenecer a un conjunto denominado Conjunto Solución, el cual se denota por C.S. y harán que la ecuación se convierta en una igualdad. Por ejemplo, podemos considerar las siguientes ecuaciones:

- $x^2 - 6x + 9 = 0$, ésta ecuación se verifica para $x = 3$. Luego decimos que 3 es solución de la ecuación anterior. Así: C.S.=$\{3; 6\}$
- $(x-6)(x+3)(2x-1) = 0$, se verifica para $x = -3$ o $x = \frac{1}{2}$ o $x = 6$.

  Luego, C.S.=$\{-3; \frac{1}{2}\ ;\ 6\}$
- $\frac{1}{x+3} = 0$, no se verifica para ningún valor de x. Luego, C.S. = ϕ.

Como las ecuaciones más fundamentales, aparecen las ecuaciones de primer grado o lineales, las cuales poseen la estructura: $Ax + B = 0$, siendo x la variable, y cuya solución está dada por: $x = -\frac{B}{A}$

Ejemplo:

- Determinar el C.S. en la ecuación en *x*: $\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{a+c} + \frac{x-c}{a+b} = 3$

Conocida la raíz: $x = -\frac{B}{A}$, de la ecuación: $Ax + B = 0$, $A \neq 0$, suelen presentarse los siguientes casos:

a. Si $A \neq 0$ y $B \neq 0$, la ecuación se denominará determinada y la solución será única.

b. Si $A \neq 0$ y $B = 0$, la ecuación se denominará determinada y la solución será nula.

c. Si $A = 0$ y $B \neq 0$, la ecuación se denominará incompatible ó absurda y no habrá solución.

d. Si $A = 0$ y $B = 0$, la ecuación se denominará indeterminada y presentará infinitas soluciones.

Sistema de ecuaciones en dos variables

Se entiende por sistema de ecuaciones a un conjunto de ecuaciones con dos variables, lineales y no lineales (grado mayor que uno) que pueden verificar simultáneamente, valores que se le asignan a sus variables. Como ejemplo, podemos tener:

- $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ que corresponde a un sistema lineal en dos variables

- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 3 \end{cases}$ que corresponde a un sistema no lineal en dos variables

Cualquiera que sea el grado de las ecuaciones respecto a las incógnitas y la naturaleza de las funciones que ligan los datos con las incógnitas, los sistemas de ecuaciones admiten una primera clasificación, atendiendo exclusivamente al número de soluciones. Así, estos pueden ser:

I. Compatibles

Son aquellos sistemas que admiten por lo menos una solución, se les denomina también sistemas posibles o consistentes, se clasifican a su vez en:

a. Determinados: Si admiten un número finito de soluciones.

Por ejemplo:

El sistema: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{cases}$

admite como solución a $x = 4$ e $y = -1$

b. Indeterminados: Si admiten un número infinito de soluciones.

Por ejemplo:

El sistema $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$

Es compatible indeterminado, pues posee un número infinito de soluciones que verifican dicho sistema, tenemos por ejemplo: $x_1 = 0$, $y_1 = 5$; $x_2 = 1$, $y_2 = 3$; etc.

II. Incompatibles

Son aquellos sistemas que no admiten ninguna solución, se les denomina también sistemas imposibles, absurdos o inconsistentes.

Como ejemplo, tenemos:

- El sistema $\begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Es incompatible, porque la primera ecuación no puede convertirse en igualdad numérica correcta para cualquier valor de x e y.

Existen diversos métodos para hallar la solución de una ecuación, para esto debemos tener en cuenta lo que son los métodos de eliminación de variables.

Eliminar una incógnita en un sistema de varias ecuaciones con varias variables, es obtener otro sistema de ecuaciones llamado resultante, que no contenga dicha incógnita y cuyas soluciones sean todos los valores de los demás incógnitas, que en unión de los de la incógnita eliminada formaban todas las soluciones del primer sistema. Existen diversos métodos de eliminación, siendo los más elementales, el de sustitución, igualación o comparación y el de reducción. Para explicar estos métodos elementales consideramos un sistema lineal de las ecuaciones con las variables.

Eliminación por sustitución

Consiste en despejar en una de las ecuaciones una de las variables, reemplazando la variable que se ha despejado, en la otra ecuación del sistema, obteniendo así una ecuación con una variable. El valor obtenido de esta ecuación se procede a reemplazar en la otra ecuación del sistema para obtener el valor de la otra variable.

Tenemos por ejemplo:

- Resolver el sistema: $$\begin{cases} 5x - 2y = 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{I}) \\ 3x + y = 9 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{II}) \end{cases}$$

  Solución:

  De la ecuación (II) despejamos y : $y = 9 - 3x$

  Reemplazamos el valor de y en (I): $5x - 2\,(9 - 3x) = 4$

  de donde $x = 2$, así $y = 9 - 3\,(2) = 9 - 6 = 3$

  Así, el conjunto solución estará dado por: C.S.= {(2;3)}.

Eliminación por igualación

Consiste en reducir el sistema a su forma normal, despejamos las ecuaciones de igual variable, igualando las dos expresiones de la incógnita despejada. Resolvemos la ecuación resultante, y el valor que se obtiene de esta ecuación se reemplaza en cualquiera de las expresiones de la otra variable.

Tenemos por ejemplo:

- Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 7x - 4y = 5 & \text{.......................} \quad \text{(I)} \\ 9x + 8y = 14 & \text{.......................} \quad \text{(II)} \end{cases}$$

Solución:

Despejando *y* de ambas ecuaciones:

De la ecuación (I): $y = \frac{7x-5}{4}$;

De la ecuación (II): $y = \frac{13-9x}{8}$

Igualando: $\frac{7x-5}{4} = \frac{13-9x}{8}$

Resolviendo, se obtiene: $x = 1$

Reemplazando en cualquiera de las ecuaciones obtenemos: $y = \frac{1}{2}$

Así, el conjunto solución estará dado por: C.S.= $\{(1; \frac{1}{2})\}$.

Eliminación por reducción

Consta en llevar el sistema a su forma normal, multiplicando los dos miembros de las dos ecuaciones por ciertos números, de tal forma que los coeficientes de una variable sean opuestos. Proceder a sumar algebraicamente las dos ecuaciones miembro a miembro, para luego resolver la ecuación obtenida, reemplazando el valor obtenido en cualquier de las dos ecuaciones iniciales hallando la otra incógnita.

Tenemos por ejemplo:

- Resolver el sistema $\begin{cases} 2x - 3y = 5 & \text{...........................} \text{ (I)} \\ 3x + 4y = 7 & \text{...........................} \text{ (II)} \end{cases}$

Solución:

Para eliminar x multiplicamos la ecuación (I) por –3 y la ecuación (II) por 2, y luego procedemos a sumar las nuevas ecuaciones obtenidas:

$-6x + 9y = -15$

$\underline{\ 6x + 8y = 14}$

$17y = -1$, luego $y = -\frac{1}{17}$

Reemplazando en la ecuación (I)

$2x - 3\left(-\frac{1}{17}\right) = 5$, luego $x = \frac{41}{17}$

Así, el conjunto solución estará dado por: C.S.={(1; $\frac{1}{2}$)}.

Una ecuación de primer grado en dos variables puede reducirse siempre a la expresión $ax + by = c$, luego un sistema de dos ecuaciones puede representarse como:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde x e y son las incógnitas y cuyas soluciones x_1 e y_1 se deben determinar.

En vista que la gráfica de una ecuación lineal tiene la estructura de una función lineal o afín, es una recta. Por tanto, la gráfica de un sistema de dos ecuaciones consiste en dos rectas. El conjunto solución C.S.={$(x_1;y_1)$} se puede determinar interceptando las gráficas de las ecuaciones dadas anteriormente.

Hay tres casos que pueden describirse geométricamente.

- El sistema es compatible determinado, tiene solución única, si las líneas que corresponden a las ecuaciones lineales se intersectan en un punto. (Figura 7)
- El sistema es indeterminado, posee un número ilimitado de soluciones, si las líneas que corresponden a las ecuaciones lineales coinciden.(Figura 8)
- El sistema es incompatible, no tiene solución, si las líneas que corresponden a las ecuaciones lineales son paralelas. (Figura 9)

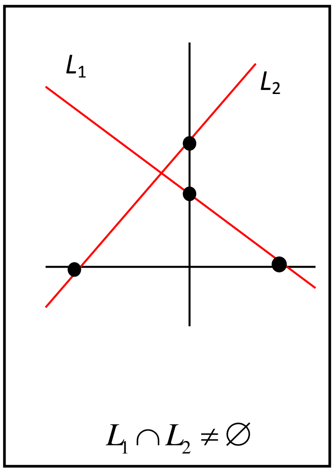


Figura 7

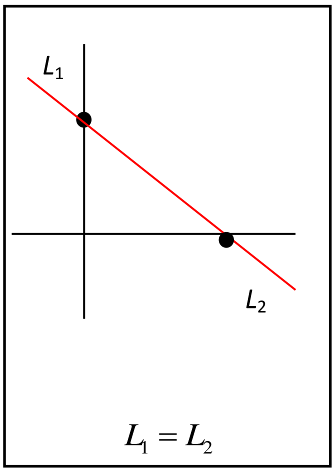


Figura 8

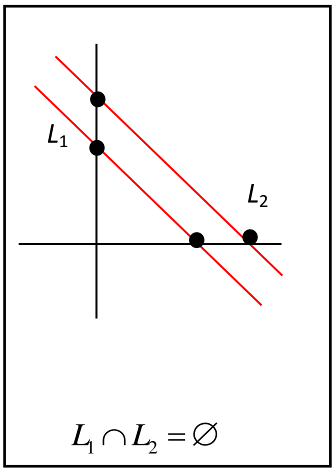


Figura 9

Sistema de ecuaciones no lineales en dos variables

Un sistema no lineal es aquel sistema donde al menos una de las ecuaciones es no lineal y su resolución no involucra un método general. Tenemos por ejemplo:

- Resolver el sistema: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 60 \\ xy = 2 \end{cases}$

Solución:

El sistema anterior equivale a:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 60 \\ 2xy = 4 \end{cases}$$

Sumando las ecuaciones, se tiene: $x^2 + 2xy + y^2 = 64 \quad \rightarrow \quad x + y = 8$ …(a)

Ahora restándolas, se tiene: $x^2 - 2xy + y^2 = 56 \rightarrow x - y = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$ … (b)

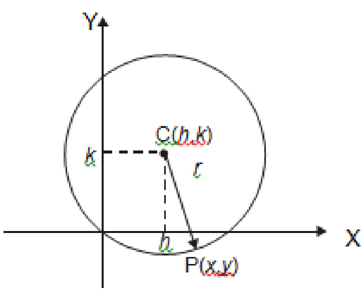
Sumando, ahora, las ecuaciones (a) y (b): $x = 4 + \sqrt{14}$

Finalmente, restando las ecuaciones (a) y (b): $y = 4 - \sqrt{14}$

Por lo tanto:

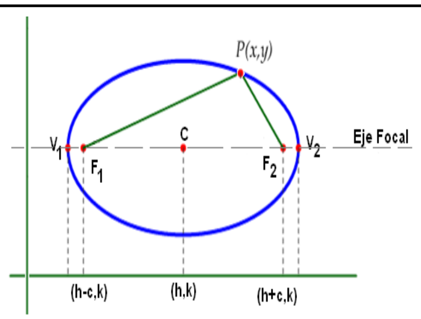
C.S. $=\{(4+\sqrt{14}\,; 4-\sqrt{14})\}$

Los problemas de ecuaciones en dos variables no lineales, tienen como forma alternativa de solución el método gráfico. Algunas gráficas generadas por ecuaciones no lineales se muestran a continuación: Una circunferencia (Figura 10) y una elipse (Figura 11).



$$r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$

Figura 10



$$\frac{(x-h)}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Figura 11

- Resolver el sistema

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

Solución:

El sistema anterior se puede resolver gráficamente, dibujemos las ecuaciones pedidas:

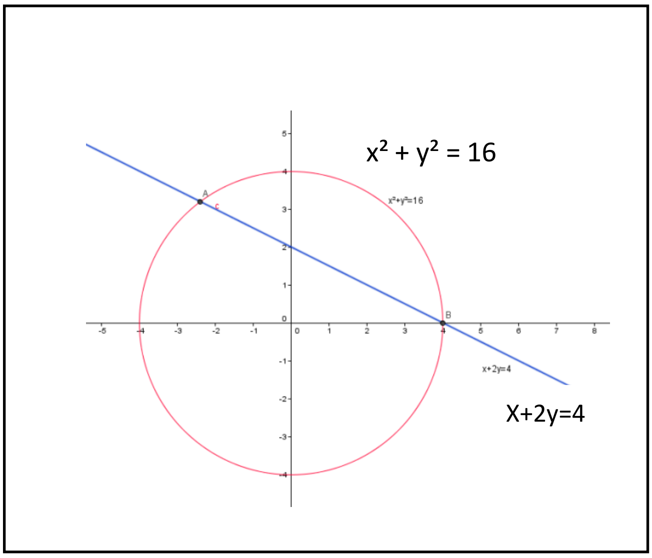


Figura 12

Las gráficas que genera el sistema corresponden a una circunferencia y a una recta. (Figura 12)

Los puntos de intersecciones de las gráficas nos dan las soluciones del problema, luego (4; 0) es una solución del sistema.

La otra solución se puede hallar mediante reemplazo o sustitución y será (-2.4; 3.2).

Finalmente, el conjunto solución de dicho sistema vendrá a estar dado por: C.S.= {(4; 0), (-2.4; 3.2)}.

Inecuaciones lineales

Al igual que las ecuaciones lineales, se pueden generar sistemas de inecuaciones lineales, cuya estructura viene a ser de la forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \qquad\qquad\quad \vdots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases}$$

Y su conjunto solución viene a estar determinado por los puntos (x_i, y_i) que verifican cada una de las inecuaciones y que además se encuentran en la región común generada por las inecuaciones del sistema. Para generar la región determinada por un sistema de inecuaciones, debemos considerar los casos:

$ax + by + c > 0$ el cual se transforma en $y > mx + b$

$ax + by + c \geq 0$ el cual se transforma en $y \geq mx + b$

$ax + by + c < 0$ el cual se transforma en $y < mx + b$

$ax + by + c \leq 0$ el cual se transforma en $y \leq mx + b$

Estos casos son muy importantes en el estudio de la programación lineal, ya que la generación de regiones debido a desigualdades es recurrente. Por ejemplo tenemos:

- Resolver el sistema: $\begin{cases} 6x - y - 5 > 0 & \ldots \quad (1) \\ 4x + 3y - 7 \geq 0 & \ldots \quad (2) \end{cases}$

  Solución:

  Sean:

  R_1 : Región definida por $6x - y - 5 > 0$ … (1)

  R_2 : Región definida por $4x + 3y - 7 > 0$ … (2)

Definimos las fronteras, haciendo $6x - y - 5 = 0 \Rightarrow y = x - 5$

La relación de orden (>) nos indica que la frontera es una línea punteada, tal como muestra la figura 13.

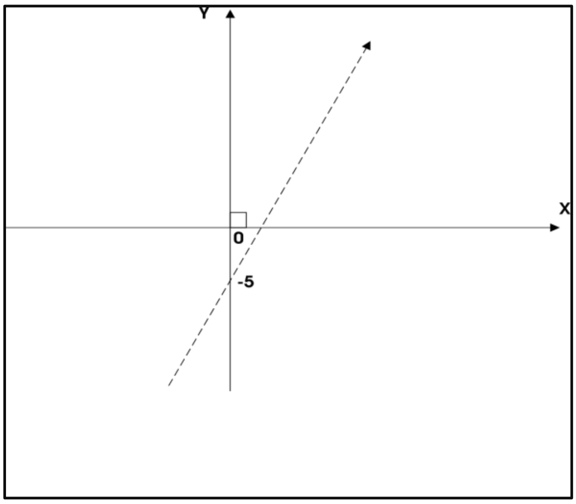


Figura 13

Definimos R_1:

De $6x - y - 5 > 0 \Rightarrow y < 6x - 5$, nos indica que el semiplano se encuentra por debajo de la recta $y = 6x - 5$. La figura 14 muestra dicho semiplano.

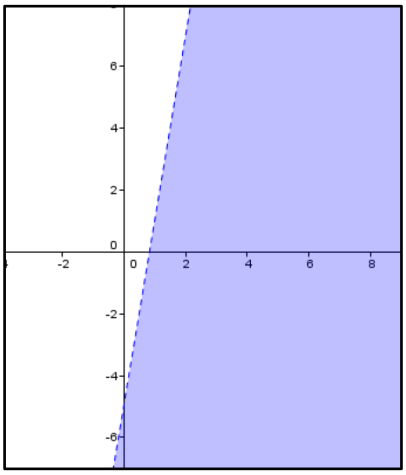


Fig. 14

Procedemos a definir las fronteras:

Hacemos: $4x + 3y - 7 = 0 \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$

La relación de orden (≥) nos indica que la frontera es una línea continua. La figura 15 nos muestra dicha frontera.

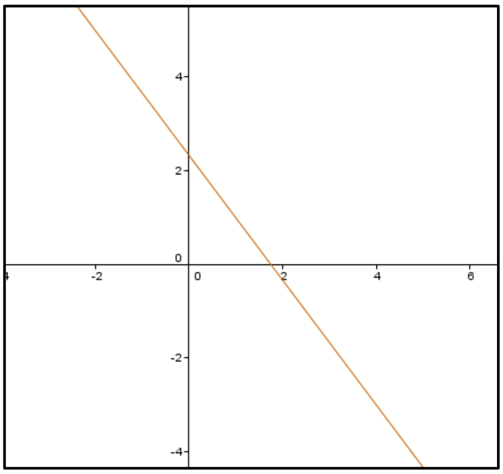


Figura 15

Definimos R_2:

De $4x + 3y - 7 > 0 \Rightarrow y \geq -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$, lo cual nos va a indicar que el semiplano se encuentra por arriba de la recta $y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$ tal como lo muestra la figura 16.

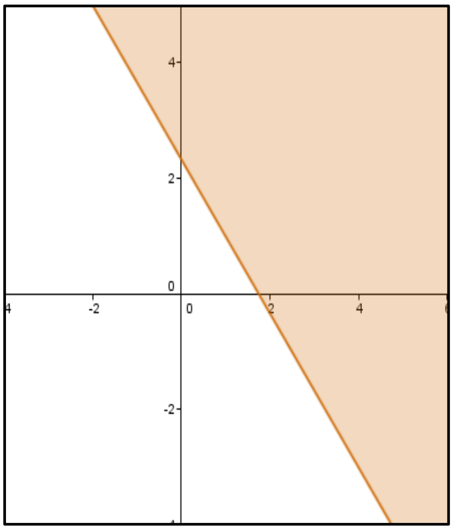


Figura 16

Determinación del conjunto solución

El conjunto solución (o valores que pueden tomar x e y), estará dado por la intersección de las regiones antes dibujadas. La figura 17 nos muestra dicho conjunto solución.

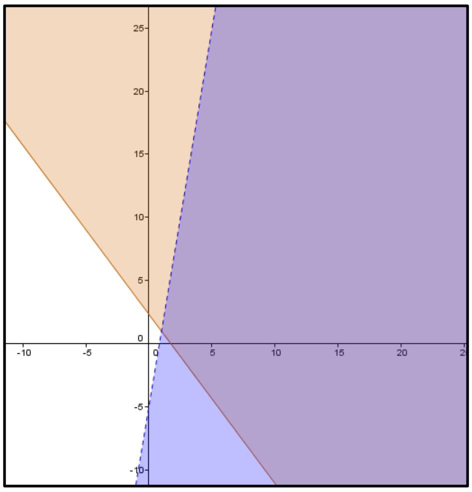


Figura 17

Determinación del punto de intersección de las rectas:

Se obtiene al resolver el sistema:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{7}{3} \\ y = 6x - 5 \end{cases}$$

De donde obtenemos como punto de intersección a (1;1).

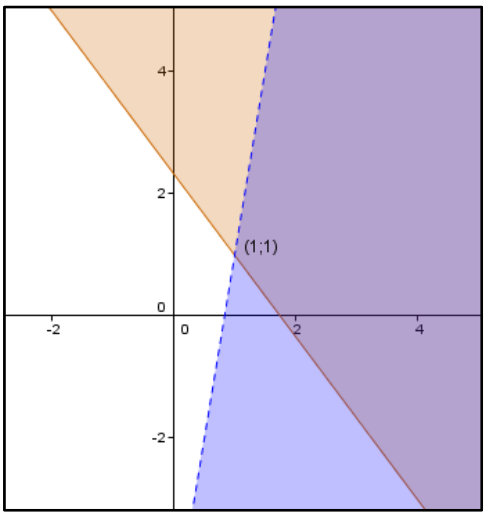


Figura 18

Así la región común (Fig. 18) indica los elementos que pertenecen al conjunto solución del sistema de ecuaciones.

Programación lineal

En todo problema de programación lineal en dos variables$x$ e y, se debe tratar de optimizar (hacer máxima o mínima, según se pida) una función, llamada función objetivo, cuya estructura es:

$$F_{(x,y)} = Ax + By$$

la cual está sujeta a varias restricciones dadas por un sistema de inecuaciones lineales del tipo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \qquad\qquad\quad \vdots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases}$$

Los puntos del plano que cumplen el sistema de desigualdades pertenecerán a la región factible del problema.

El objetivo es buscar, entre todos esos puntos, aquel o aquellos que logren el valor máximo o mínimo de $F_{(x,y)}$, según sea el problema.

Los puntos que pertenecen a la región factible se denominan soluciones factibles.

De entre todas esas soluciones factibles, aquellas que hacen óptima (máxima o mínima) la función objetivo, se denominan soluciones óptimas.

Así por ejemplo:

- Hallar el máximo y mínimo de la función $F_{(x,y)} = x + y$, sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 3x + 4y \leq 12 \\ 2x + y \geq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Solución:

Dibujamos las rectas del sistema de restricciones hallando la región factible y las soluciones factibles, como se muestra en la figura 19.

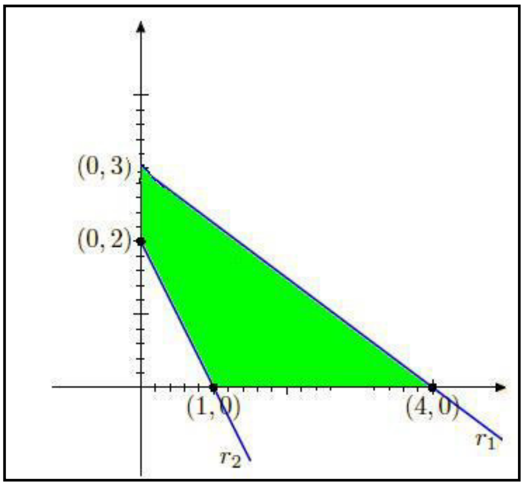


Figura 19

Las soluciones óptimas serán aquellas que hacen la función máxima y mínima respectivamente. Así, evaluando, tendremos:

$$F_{(1,0)} = 1 + 0 = 1$$

$$F_{(4,0)} = 4 + 1 = 5$$

$$F_{(0,2)} = 0 + 2 = 2$$

$$F_{(0,3)} = 0 + 3 = 3$$

Se observa que la función se maximiza en el punto (4;0) y se minimiza en el punto (1;0). Así el máximo valor de la función será 5 y el mínimo será 1.

El estudio de la programación lineal, va a permitir resolver problemas reales que se dan en el ámbito de la economía, industria, ingeniería, etcétera, para ello el planteo de ecuaciones y el reconocimiento de regiones dadas por sistemas de inecuaciones lineales son fundamentales. Tomemos el siguiente ejemplo como aplicación:

- Una empresa de automóviles decido poner en el mercado dos tipos de autos económicos A y B, para ello solo dispone de S/. 1800000 y el costo de cada auto es de S/. 30000 y S/. 20000 respectivamente. Por exigencia del gerente, el número total de autos no debe ser superior a 80. Si el beneficio por la venta del tipo A es de S/. 4000 y el del tipo B es de S/. 3000. ¿Cuántos autos se deben fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

  Solución:

  .Sean: x: Cantidad de automóviles del tipo A a fabricar

  y: Cantidad de automóviles del tipo B a fabricar

  Se dispone (costo total): S/. 1800000

  Cantidad total máxima: 80

  Función objetivo: max $f_{(x,y)} = 4x + 3y$

  Restricciones:

$$\begin{cases} 30x + 20y \leq 1800 \\ x + y \leq 80 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

  Tiene por región factible la región sombreada, mostrado en la figura 20.

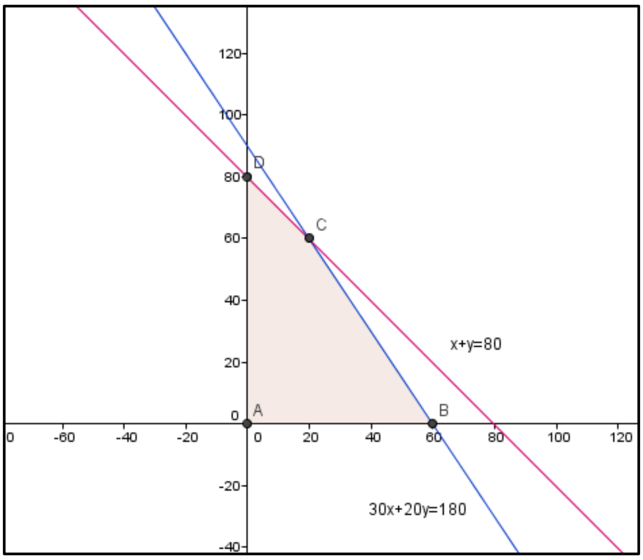


Figura 20

Hallando los valores de la función objetivo en cada uno de los vértices:

$$f_{(0,0)} = 0 + 0 = 0$$

$$f_{(60,0)} = 240 + 0 = 240$$

$$f_{(20,60)} = 80 + 180 = 260$$

$$f_{(0,80)} = 0 + 240 = 240$$

La solución es única y corresponde al vértice para el que la función objetivo toma el valor máximo. En este caso es el vértice C (20;60).

Por lo tanto se deben fabricar 20 autos del tipo A y 60 del tipo B con un costo de S/. 260000.

1.2.2 Software Geogebra

En el aprendizaje de la matemática, se dan siempre relaciones entre ella y otras áreas del conocimiento, sea medicina, ingeniería, computación; pero dichas relaciones no solamente deben darse en forma teórica o práctica. Si los estudiantes adquieren conocimientos en un contexto conocido y agradable mejoraran su rendimiento en los contenidos. Uno de los aspectos importantes en la enseñanza de la matemática es que a los alumnos les llegue a gustar o a sentir curiosidad al aprenderlas.

Lamentablemente, en los contextos actuales de enseñanza, los estudiantes tienen, por lo general, miedo a las matemáticas, ya que no poseen el suficiente conocimiento, habilidad y creatividad para la adquisición del conocimiento matemático. Es por eso que la implementación y aplicación de softwares matemáticos en las aulas es muy importante para que los estudiantes vean la matemática de otra perspectiva y no como algo sumamente teórico, tedioso y aburrido. Con la ayuda del software apropiado, los estudiantes tendrán una mejor comprensión de los conceptos abstractos y gráficas, de una manera interactiva y a su vez motivadora.

Entre tantos softwares que hay en el mercado, uno de los más conocidos y usados en el ambiente científico es el Geogebra, ya que debido a su interface sencilla, permite a los alumnos poder generar la construcción de figuras geométricas (en 2D y 3D), analizar el comportamiento de las funciones (tanto algebraica como trigonométrica), determinar las soluciones de ecuaciones, entre otros.

Las TICs como herramientas interactivas

Según Ferreiros (2006), el uso de la tecnología en la educación actual es imprescindible. La computadora e Internet, se ven como la estrategia más óptima en el proceso enseñanza-aprendizaje, el uso de las TIC es un reto a superar más en el plano pedagógico que el tecnológico, puesto que su potencial va a depender del diseño didáctico que se haga para su uso. El uso de recursos y tecnologías va acorde a la necesidad de visualizar fenómenos y procesos de la realidad, de precisar detalles, de captar la atención y también de lograr la estimulación del aprendizaje en los alumnos.

En los años 90 se experimentó con un sistema de álgebra computacional SAC (CAS, del inglés *computer algebra system*, programa de computadora o calculadora avanzada que facilita el cálculo simbólico), para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza secundaria resultando ser una tecnología potente y compleja. En el año 2000, los proyectos europeos TELMA y ReMath trataron de fusionar el dominio del aprendizaje con tecnología digitales para lograr mejorar los intercambios y la cooperación científica.

A través de estas últimas décadas, se ha constatado en que los estudiantes logran experimentar un aprendizaje significativo a través del manejo apropiado de las TICs (Dunham y Dick, 1994; Boers-van Oosterum, 1990; Rojano, 1996); conjuntamente con la falta de experiencia que tienen los maestros en el manejo de las TIC pues presentan una gran dificultad en apreciarlas como herramientas de aprendizaje, generando que las TICs no influyan de manera importante en la cultura del aula (McFarlane, 2001).

Según McFarlane et al.(2000) , actualmente se reconocen internacionalmente tres concepciones bien diferenciadas: las TICs como un conjunto de habilidades o competencias; las TICs como un conjunto de herramientas o de medios para realizar lo mismo pero de un modo más eficiente; las TICs como un agente de cambio con un gran impacto. La primera concepción a las TICs, la presenta como materia de enseñanza, lo cual conlleva a logros en el nivel de las propias competencias informáticas; garantizando que dichos logros se reflejen también en otras áreas curriculares (por ejemplo, la biología o la geografía). La segunda concepción pone enfatiza la relación de las TICs con el currículo, y consta en adicionar elementos de tecnología informática a las tareas de aprendizaje para lograr, en forma óptima, los objetivos planteados por el currículo vigente.

Finalmente, en la tercera concepción, las TICs son agentes de cambio con una gran potencialidad de mejorar las prácticas en el aula.

Para Facer et al. (2000), esta variación en el rol del profesor en el aula, la forma de enseñar y como enseñar, empleando las TICs como complemento de la enseñanza en el aula, entró en discusión en algunos países con una cultura escolar existente, que tienen como base un currículo conservador, la cual no concibe aún que un alumno logre adquirir cierta independencia en el aprendizaje a través de un manejo de las TICs fuera de la escuela. La integración de las TICs al currículo, es un proceso, con la finalidad de aprender contenidos y poder generar competencias en el manejo de las TICs, de manera que las tecnologías de la información y la comunicación sean herramientas para poder lograr este propósito y no el fin de la integración; haciendo hincapié en el aprendizaje, la enseñanza, la transferencia al contexto, la solución de problemas o la inclusión en un nuevo entorno de información y conocimiento. Para lograr la integración de la curricular con las TICs en una institución educativa se propone un esquema metodológico que contempla etapas secuenciales así: diagnosticar, capacitar, planear, desarrollar y evaluar.

Diagnóstico

En esta fase se encuentran diversas necesidades de integración curricular de las TICs, de acuerdo con la responsabilidad de los encargados del currículo. Se debe identificar los niveles de integración en los que están los encargados del currículo.

Capacitación

La segunda etapa corresponde a la capacitación, tanto a los alumnos como a los docentes. Para los primeros, se debe realizar en la hora dedicada para el área de informática coordinando, para ello, con el encargado del área. Para los docentes, se debe comenzar con requerir la integración que se ha diagnosticado y la identificación de niveles de integración en cada uno de ellos y en el currículo. Para ello se puede comenzar, por ejemplo, capacitando al aprovechar programas en TICs ofrecidos por el Ministerio de Educación.

Como estrategias de capacitación por optar tenemos: el dar a conocer experiencias de integración de TICs al currículo publicadas en páginas de internet, el desarrollo de actividades prácticas y talleres con profesionales expertos en TICs; el planteo del Plan Padrino en donde el estudiante asiste al docente en el uso de la herramienta y aplicación práctica en todo el quehacer pedagógico y en el desarrollo de los procesos de cada una de las gestiones las cuales involucran al docente.(Por ejemplo, Kimberley Ketterer, en un artículo publicado en la revista "*Learning & Leading With Technology*" de ISTE, propone una ruta de formación que se ajusta con varias de las estrategias empleadas por la FGPU para el desarrollo de capacitaciones para maestros de diferentes asignaturas escolares).

Planeamiento

La tercera etapa de la ICT hace referencia a la planeación. Ésta debe ser llevada con todos los responsables del currículo, empezando gradualmente con los docentes más motivados e interesados hasta lograr la participación de todos los que conforman el equipo de trabajo.

Lo óptimo de éste proceso es el de organizar jornadas de planeación en el cual se debe aclarar el nombre de la estrategia, áreas y grados, los temas integradores involucrados, los problemas de investigación que puedan trabajarse transversalmente, competencias a desarrollar, estándares, logros que se desea alcanzar, contenidos generales que se articulan, productos a entregar, tiempos, estrategias metodológicas y pedagógicas a emplear, recursos y herramientas TICs, métodos de evaluación, cronograma y horario de aplicación de la estrategia de integración curricular de las TICs.

Desarrollo

Esta etapa conlleva a desarrollar las estrategias de integración curricular de las TICs, empleando para ello, modelos apropiados, los cuales se pueden asignar en cuatro fases consecutivas: elemental, básica, mejorada y experta. Todo esto según el diagnóstico, el avance en la capacitación y el tiempo de madurez del proceso de integración hasta su articulación definitiva en el currículo.

La fase elemental recomienda usar el modelo curricular de las TICs seleccionado, y su adaptación con éstas, en la respectiva área teniendo siempre la ayuda permanente del docente de informática o del coordinador, esto para proceder a reconocer la potencialidad de las TICs en el proceso pedagógico y que no haya temores al momento de integrarlas. La fase básica se da cuando se identifica la institución en la que el docente, hace uso de las TIC para aumentar su productividad, pudiendo elaborar mejores materiales para sus alumnos, pero sin un propósito curricular claro. La fase mejorada se lleva a cabo cuando se diagnostica en la institución el nivel de integración y es porque el docente pide a los estudiantes usar las TIC para el desarrollo de trabajos de clase, para poder aprovecharlo en mejorar su aprendizaje y las una con un fin educativo. Por último en la fase experta se llega al proceso de integración deseada. Aquí el proceso de integración curricular de las TICs está implementado en la institución educativa y lleva un periodo para su madurez, lo cual se nota en el uso y diseño que el docente hace de áreas constructivistas de aprendizaje enriquecidos por las TICs, por ser eficaces, provechosos, colaboradores, premeditados, complejos, contextuales, de diálogos y reflexivos, generando el desarrollo de las competencias en TICs para estudiantes, docentes y directivos, incentivando la creatividad y el pensamiento crítico.

Evaluación

En esta fase se identifican fortalezas y oportunidades de mejoramiento que permiten proponer acciones para que la integración curricular esté acorde con el currículo. Al evaluar se mejora la calidad de la educación en la institución educativa.

En resumen, las TICs son complementos fundamentales en la enseñanza de la matemática pues van a permitir generar y diseñar actividades promoviendo el aprendizaje colaborativo y la interacción entre los alumnos y profesor, enriqueciendo, así, la calidad de las investigaciones y las formas de ver la matemática desde punto de vistas diferentes, enfatizando la retroalimentación y ofrecer a los docentes más opciones para su capacitación de acuerdo a las necesidades de los alumnos. Así mismo hacen más fácil el aprendizaje mediante representaciones virtuales que suelen ser representaciones de la realidad, conllevando a beneficios pedagógicos.

1.2.3 Uso del software Geogebra en la matemática.

Geogebra es un software científico el cual tiene su aplicación matemática en geometría, algebra y cálculo. Fue desarrollado en el año 2001 por Markus Hohenwarter y al inicio empezó siendo un programa de geometría dinámica, que sirvió como trabajo para obtener su máster en la Universidad de Salzburgo (Austria). Con el paso de los años, debido al crecimiento de este software, el cual es libre y gratuito, la comunidad matemática lo ha convertido en un referente no solo en la Didáctica de la Matemática en Educación Secundaria, sino también en

Educación Primaria, incluso la universitaria, así como en otras disciplinas que se relacionan con la matemática. En la actualidad ha pasado a ser un laboratorio virtual donde tanto, docentes y estudiantes, pueden experimentar, descubrir, analizar, investigar, relacionar y aprender de una forma visual y natural. Al ser Geogebra un sistema de geometría dinámica, este software permite hacer construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas. Desde el punto de vista algebraico, Geogebra permite el ingreso de ecuaciones, funciones y coordenadas de manera directa. Además el uso de Geogebra en el cálculo se caracteriza por la potencia al poder manejarse con variables vinculadas a números, vectores y pares ordenados (los cuales generan puntos en el espacio); cálculo de derivadas e integrales y ofrecer un repertorio de comandos, característicos del análisis matemático.

1.3 Definición de términos básicos

Aprendizaje del álgebra

El estudio del álgebra se entiende como un conjunto de ajustes proceso–objeto que los estudiantes deben desarrollar para poder comprender los aspectos estructurales de dicho curso. De manera continua se va desarrollando la habilidad de ver una serie de símbolos como un nombre para un número, llegando a considerar, posteriormente, las letras en una fórmula como variables en vez de como incógnitas, y finalmente se perciben las funciones que se encuentran involucradas en las fórmulas. (Olmedo, N.; Galíndez, M.; Peralta, J.; Di Bárbaro, M.; p.5).

Ecuaciones

Una ecuación viene a estar dado por la igualdad de dos expresiones matemáticas en donde existe por lo menos una variable. Swokowsky, E.; Cole, J. (2005, p. 60).

Función

Una función f es una regla que asigna a cada elemento x en un conjunto A, exactamente un elemento, llamado $f(x)$, en un conjunto B. Por lo general, A y B son subconjuntos de los números reales. El símbolo $f(x)$ tiene como forma de lectura: "f de x" , "f en x", denominándose al valor de f en x, como la imagen de x bajo f. El conjunto A es denominado dominio de la función. El rango de f es el conjunto de los valores posibles de x cuando varia a través del dominio.

El símbolo que se usa para representar un número cualquiera en el dominio de una función f se denomina variable independiente y el que representa un número en el rango de f se denomina variable dependiente. Así, al tener la función $y = f(x)$ diremos que x es la variable independiente y y es la variable dependiente. Stewart, J.; Redlin, L.; Watson, S. (pp. 149 - 150).

Inecuaciones lineales

Son expresiones que poseen la estructura $ax + by \leq c$ (donde el símbolo ≤ puede ser también ≥, < o bien >), siendo a, b y c son números reales, siendo x e y las incógnitas. Swokowsky, E.; Cole, J. (2005, p. 112).

Programación lineal

Es la obtención de recursos de carácter limitado, para que al efectuar una actividad, se obtenga un máximo o mínimo (optimización) de un producto determinado.

Al referirnos con maximización, enfatizamos que lo que se persigue es el máximo de utilidad, o insumos, De manera análoga, en minimización, lo que se persigue es un mínimo de costos, egresos o productos. Guerrero, H. (2017, p.3).

Sistema de ecuaciones en dos variables

Es el conjunto de ecuaciones, con dos incógnitas, lineales y no lineales (grado mayor que uno) que pueden verificar ciertos valores asignados a estos. Anton, H.; Rorres, C. (2011, p.3).

Traslación de funciones

Viene a ser el traslado de la gráfica de una función en el plano cartesiano, tanto en forma horizontal y/o vertical. Swokowsky, E.; Cole, J. (2005, pp. 198 - 199).

TICs

TICs (Acrónimo de Tecnologías de la Información y la Comunicación), permitió facilitar los procesos de información y comunicación, debido a los diferentes desarrollos tecnológicos, que proporcionen una construcción y extensión del conocimiento para satisfacer las necesidades de los miembros de una organización social. Baelo & Cantón (2009 p.2).

Uso del software Geogebra

El empleo del software Geogebra da la posibilidad de relacionar la invariancia de la razón geométrica mediante la experimentación, puesto que permite relacionar el punto de vista geométrico con la algebraico y dar respuesta a la “verificación” pedida en un problema asignado. Por su carácter dinámico, enriquece la relación entre dibujo y figura, el carácter anticipatorio y de validación que nos ofrece la geometría, la relación entre la aritmética y la geometría, etc. Iturbe, A.; Ruiz, M.; Pistonesi, M.; Fantini, S.(2012, pp 525,527).

CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES

2.1 Formulación de hipótesis general y específicas

2.1.1 Hipótesis general

La relación entre el uso del software *Geogebra* y el aprendizaje del álgebra es significativa.

2.1.2 Hipótesis específicas

- La relación entre el uso del software *Geogebra* y gráfica de funciones y técnicas de traslación es significativa.
- La relación entre el uso del software *Geogebra* y la solución de sistemas de ecuaciones de dos variables es significativa.
- La relación entre el uso del software *Geogebra* y la solución de problemas en programación lineal es significativa.

2.2 Variables y definición operacional

Identificación de variables:

Variable 1: Uso del software Geogebra.

Variable 2: Aprendizaje del álgebra.

Definición operacional

Uso del software Geogebra

Se refiere a la habilidad en la que un estudiante puede manipular éste software para resolver problemas tanto geométricos como algebraicos. Mediante este software el alumno puede observar las construcciones geométricas, que en ocasiones son abstractas al dibujarlas en pizarra.

Aprendizaje del álgebra

Se refiere al campo de estudio propicio para el análisis de actividades concernientes al álgebra, en donde el alumno suele presentar problemas para su entendimiento, haciendo que el uso de las variables y signos conlleven a un razonamiento más abstracto de conceptualización, el razonamiento, la misma resolución de problemas y la comprensión de problemas textuales, como lo es el planteo de ecuaciones y gráficas de funciones.

Operacionalización de las variables

Tabla 1: Operacionalización de la variable Uso del software Geogebra

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala	Enfoque
Uso del software Geogebra	El uso del programa Geogebra da la posibilidad de poder relacionar la invariancia de la razón geométrica mediante la experimentación, puesto que permite vincular la vista geométrica con la algebraica y así poder dar respuesta a la “verificación” solicitada en un problema asignado. Por su carácter dinámico da la posibilidad de enriquecer la vinculación entre dibujo y figura, el carácter anticipatorio y de validación que nos ofrece la geometría, la vinculación entre la aritmética y la geometría, etc. Iturbe, A.; Ruiz, M.; Pistonesi, M. ; Fantini, S.(2012, pp 525,527).	Operacionalmente se entiende que el aprendizaje de álgebra es un proceso completo que comprende de: la aplicación del software Geogebra en: Gráficas, sistema de ecuaciones y problemas de programación lineal.	Aplicación del software Geogebra en gráfica de funciones	Identifica la función	Intervalo	Cuantitativo
				Esboza la función obtenida mediante el software	Intervalo	Cuantitativo
			Aplicación del software Geogebra en solución de sistemas de ecuaciones	Analiza el comportamiento gráfico de las diferentes funciones especiales usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
				Determina el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
				Determina las gráficas de las ecuaciones de un sistema de ecuaciones no lineales usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
				Determina el conjunto solución de un sistema de ecuaciones no lineales usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
				Determina regiones generadas por inecuaciones lineales en dos variables usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
			Aplicación del software Geogebra en problemas de programación lineal	Grafica la región admisible en un P.P.L. usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
				Identifica los vértices del polígono en un P.P.L. usando Geogebra	Intervalo	Cuantitativo
				Modela un problema de programación lineal. en casos reales	Intervalo	Cuantitativo
					Intervalo	Cuantitativo
					Intervalo	Cuantitativo
					Intervalo	Cuantitativo
					Intervalo	Cuantitativo

Tabla 2: Operacionalización de la variable Aprendizaje del Álgebra

Variables	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala	Enfoque
Aprendizaje del Álgebra	El estudio del álgebra se entiende como una serie de ajustes proceso–objeto que los alumnos deben realizar para poder comprender los aspectos estructurales del álgebra. Progresivamente se va desarrollando la habilidad de ver una cadena de símbolos como un nombre para un número, más adelante se llega a considerar las letras en una fórmula como variables en vez de como incógnitas, y finalmente se perciben las funciones que se esconden tras las fórmulas. (Olmedo, N.; Galíndez, M.; Peralta, J.; Di Bárbaro, M.; p.5).	Operacionalmente se entiende que el aprendizaje de álgebra es un proceso completo que comprende de: Gráfica de funciones y técnicas de traslación., Solución de sistemas de ecuaciones de dos variables y Programación Lineal	Gráfica de funciones y técnicas de traslación.	Identifica las variables algebraicas	Intervalo	Cuantitativo
				Identifica la función	Intervalo	Cuantitativo
				Identifica la traslación de una función	Intervalo	Cuantitativo
				Esboza la función	Intervalo	Cuantitativo
			Solución de sistemas de ecuaciones de dos variables	Resuelve sistemas de ecuaciones lineales en dos variables	Intervalo	Cuantitativo
				Propone un método de solución al problema	Intervalo	Cuantitativo
				Identifica la clasificación del sistema lineal	Intervalo	Cuantitativo
				Resuelve sistemas de ecuaciones no lineales en dos variables	Intervalo	Cuantitativo
				Determina la gráfica que corresponde a cada ecuación	Intervalo	Cuantitativo
			Programación Lineal	Esboza las regiones generadas por inecuaciones lineales en dos variables	Intervalo	Cuantitativo
				Determina los vértices del polígono convexo generado por un sistema de inecuaciones lineales en dos variables	Intervalo	Cuantitativo
				Identifica la función objetivo en un P.P.L.	Intervalo	Cuantitativo
				Determina las restricciones en un P.P.L.	Intervalo	Cuantitativo
				Optimiza la función objetivo en un P.P.L.	Intervalo	Cuantitativo

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Diseño metodológico

Tipo de investigación

El tipo de investigación correspondió a uno transversal no experimental, con diseño descriptivo correlacional, debido a que el estudio estuvo comprendido en el nivel descriptivo del aprendizaje del álgebra y el uso del software Geogebra, en donde se describió los resultados de la evaluación de las variables para luego establecer la correlación entre logros del aprendizaje del álgebra y las herramientas del software Geogebra en los alumnos de quinto de secundaria ,características que están comprendidas en lo que señala Hernández et *al* (2003, p. 54), sobre la investigación correlacional, como una forma de investigación que cuya finalidad es de evaluar el vínculo que existe entre dos o más conceptos, categorías o variables (en un contexto particular). Los estudios cuantitativos correlacionales permiten medir el grado de relación entre variables de manera que ya medida se procede a medir y analizar las correlaciones, las cuales se dan en hipótesis, las cuales se someten a pruebas.

El diseño que se utilizó se muestra en la figura 21:

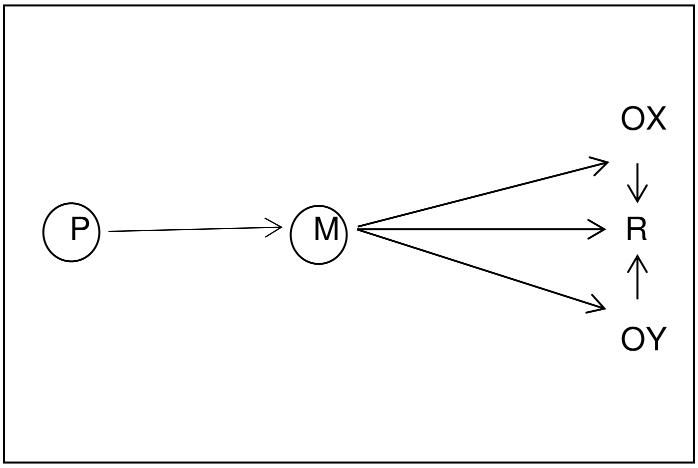


Fig. 21

Dónde:

P = Población M = Muestra R = Correlación de variables

OX = Observación de la variable aprendizaje del álgebra

OY = Observación de la variable uso del software Geogebra

El enfoque empleado fue el cuantitativo, ya que se tomó en cuenta en el estudio los resultados de la evaluación cuantitativa de los logros del aprendizaje del álgebra y las propiedades del software Geogebra en los alumnos de quinto de secundaria (Sampieri, R., 2006, p.3). Posteriormente se realizó una estadística para comprobar la relación directa o inversa de las variables del estudio. Según Gómez (2006:36), un instrumento de medición óptimo va a ser el que registra datos observables que representan realmente los conceptos o las variables con las cuales el investigador trabajará, en términos cuantitativos, se llega a conseguir la realidad que se desea capturar, aunque no hay medición perfecta, el resultado tiende a acercarse en lo más posible a la representación del concepto que el investigador plantea.

3.2 Diseño muestral

3.2.1 Población

La investigación se llevó a cabo en un centro educativo particular mixto, con entorno multimedia, contando para ello con alumnos del quinto grado de educación secundaria, cuyas edades fluctuaron entre los quince, dieciséis y diecisiete años.

Arias (2006, p. 81), definió la población como un conjunto finito o infinito de elementos que poseen características similares en los cuales las conclusiones de la investigación serán detalladas. Esta queda determinada por el problema y por los objetivos del estudio.

En el presente caso la población estuvo conformada por 30 alumnos de quinto año de educación secundaria, de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima, de los cuales 8 no participan en la muestra.

3.2.2. Muestra

Para la presente investigación, la muestra fue de 22 alumnos participantes pertenecientes al quinto año de educación secundaria de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima.

Criterios de inclusión:

Alumnos de quinto año de educación secundaria, de un colegio particular mixto del distrito de Comas de la ciudad de Lima en el año 2017. (Se debe aclarar que en el lugar donde se efectuó la investigación solo existe una única aula de quinto año de secundaria). En total 22 alumnos.

Criterios de exclusión:

Aquellos alumnos que por diversos motivos no pudieron participar de la investigación (personales, de tiempo, no quisieron participar en la investigación, entre otros). En total 8 alumnos.

Es necesario precisar que cuando la población es pequeña, es conveniente utilizar a la totalidad de la población para los efectos de análisis. Sin embargo, existe la posibilidad de señalar algunos criterios de inclusión o exclusión que permitan indicar los motivos por los cuáles en algunos casos se omite a algunos participantes.

Muestreo:

No probabilístico, debido a que no se ha utilizado ninguna técnica ni fórmula para extraer la muestra, en el presente caso, el muestreo es intencionado a juicio y criterio del investigador.

3.3 Técnicas de recolección de datos

La técnica seleccionada para la recolección de datos referidos a ambas variables fue la observación, pues mediante esta técnica el investigador participa activamente, actuando como espectador de las actividades que se están realizando para, posteriormente, recabar datos que pudiesen implicar relaciones.

Instrumentos de recolección de datos

Para la recolección de datos, se usó como instrumento el cuestionario, ya que permitió recoger los datos requeridos sus características y la relación existente entre las variables presentes en la investigación. Según Grinnell, Williams y Unrau, (2010)**,** un instrumento de medición óptimo bien a ser el que registra datos observables que representan, de manera real, los conceptos o las variables que el investigador planea en realizar.

Para cada una de las variables, se asignó un cuestionario con respecto a las dimensiones e indicadores de las mismas.

3.4 Técnicas de procesamiento de la información

- Estadística descriptiva: Media aritmética, desviación estándar
- Estadística inferencial: Producto momento de Pearson.

Validez y confiabilidad

''…es requisito que el instrumento de medición demuestre ser confiable y válido. De no ser así, los resultados de la investigación no deben tomarse en serio''. Hernández et al (2010, p.204).

Validez:

''la validez, en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento mide, en forma real, la variable que pretende medir''. Hernández et al (2010, p.201).

Confiabilidad:

''La confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto, produce iguales resultados''. Hernández et al (2010, p.200).

Tabla 3: Confiabilidad de los datos (Variable Uso del software Geogebra)

Alfa de Cronbach	N de elementos
,896	14

Interpretación:

En la tabla 3, se observa que el valor obtenido mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, resultó de 0.896, lo que representa que los datos recolectados para el desarrollo del presente estudio son confiables, permitiendo afirmar que el instrumento que se ha elaborado para el desarrollo de la investigación es válido.

Tabla 4: Confiabilidad de los datos (Variable Aprendizaje del álgebra)

Alfa de Cronbach	N de elementos
,905	14

Interpretación:

En la tabla 4, se observa que el valor obtenido mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, resultó de 0.905, lo que representa que los datos recolectados para el desarrollo del presente estudio son confiables, permitiendo afirmar que el instrumento que se ha elaborado para el desarrollo de la investigación es válido.

3.5 Aspectos éticos

Según las normas del ICE hubo respeto por la propiedad intelectual. Se citaron todas las autorías que correspondan. Se tuvo en cuenta la crítica y originalidad del proyecto, así como también se respetó el derecho a la privacidad, el derecho a no ser sometido a riesgos y el derecho a la presentación de consentimiento informado.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

4.1 Análisis descriptivos

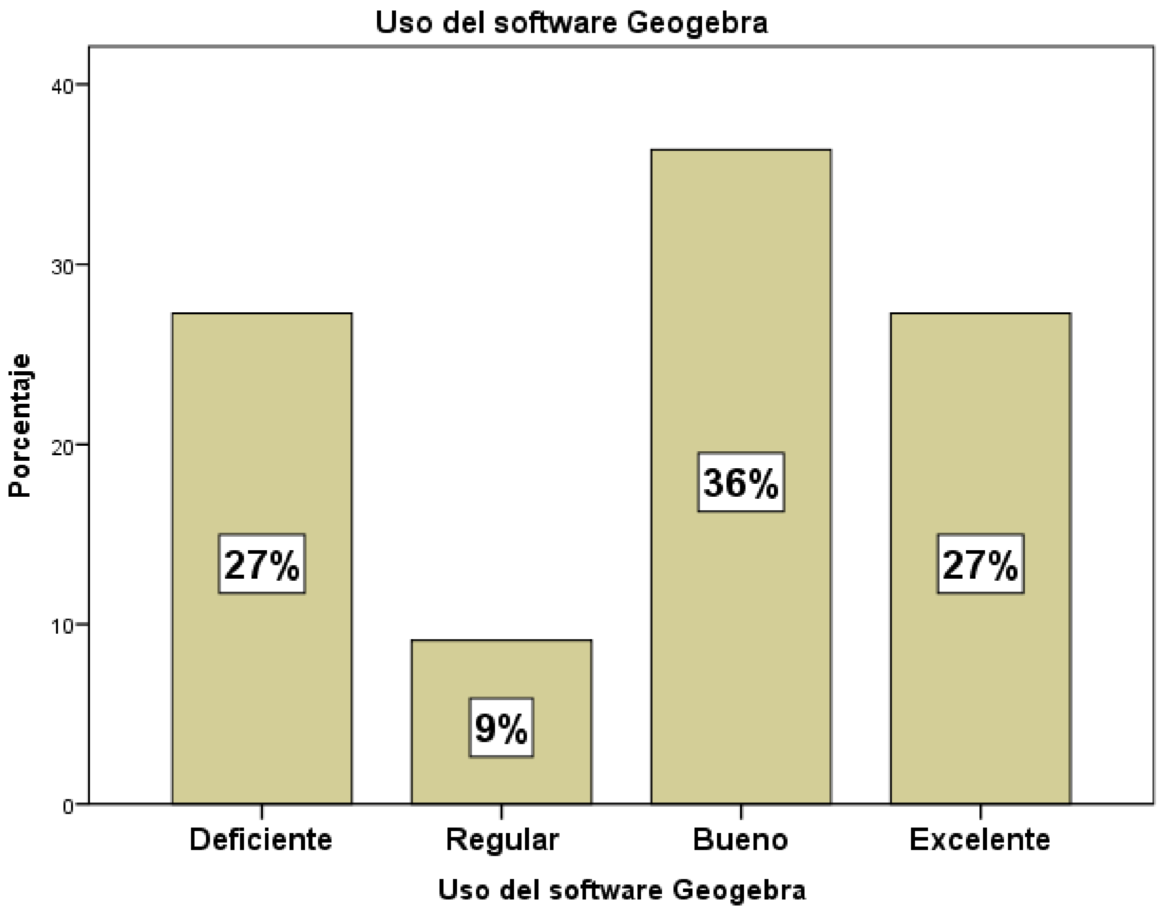


Figura 22

Tabla 5: Uso del software Geogebra

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Deficiente	6	27,3	27,3	27,3
	Regular	2	9,1	9,1	36,4
	Bueno	8	36,4	36,4	72,7
	Excelente	6	27,3	27,3	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

Se evidencia en la figura 22 que el 63% de los estudiantes utilizaron el software de manera eficiente, aspecto que confirma que en la actualidad los alumnos, tuvieron mucho dominio de las nuevas tecnologías, puesto que, al ser nativos tecnológicos, el uso de un nuevo software no presentó problema para su manipulación y esto es debido también a que el tema tecnológico es algo inherente a ello, pues conviven día a día manejando equipos tecnológicos e incluso desarrollando softwares, así que, para este grupo, el uso de esta herramienta fue algo sencillo para ellos descubriendo que empleando el software eficientemente, este software permitió obtener mejores resultados en un menor tiempo. Sin embargo, el resto de estudiantes, como se puede apreciar en la figura, no se esforzaron en aprovechar las funcionalidades del software, pues, al considerarlo un software netamente matemático no lo consideraron entretenido o interesante, a pesar de ser un programa relativamente sencillo de manipular.

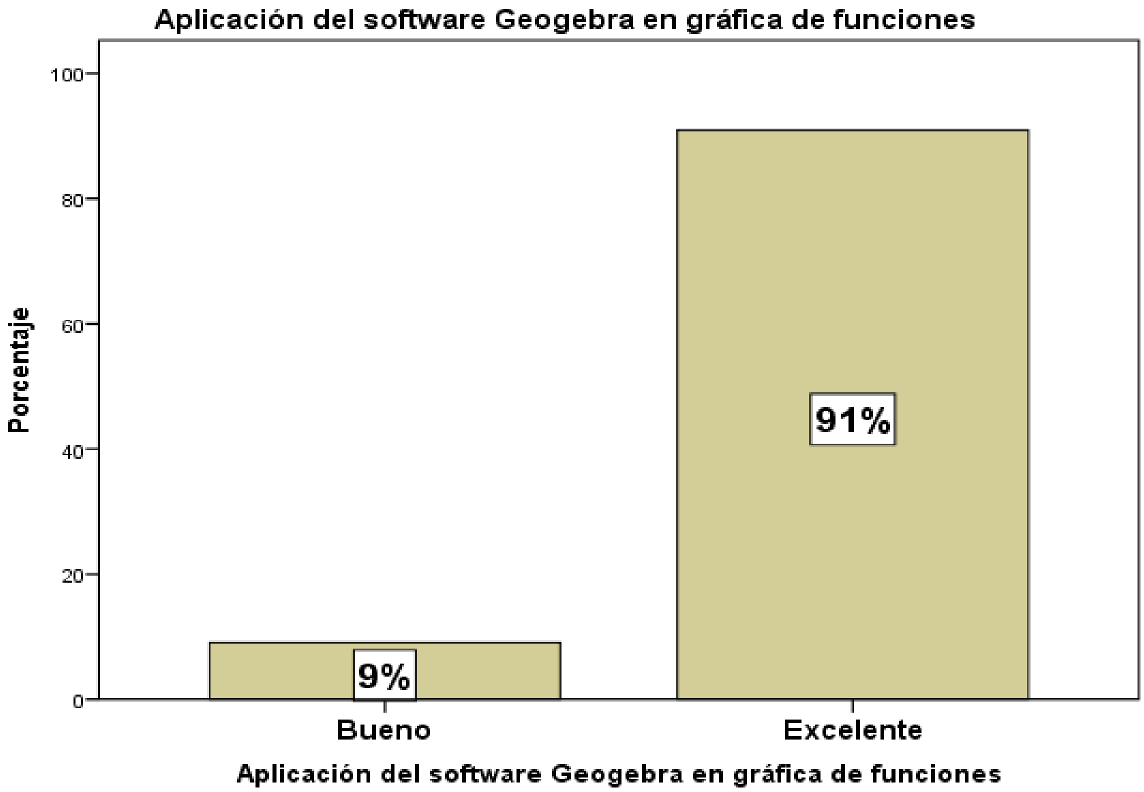


Figura 23

Tabla 6: Aplicación del software Geogebra en gráfica de funciones

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Bueno	2	9,1	9,1	9,1
	Excelente	20	90,9	90,9	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

La figura 23, señala que la relación entre el uso del software Geogebra y las gráficas de funciones, es del 91%, lo cual indica que es alta. Es importante señalar que la totalidad de alumnos de quinto año de secundaria aplicó el software Geogebra para graficar funciones de la manera más adecuada, en tal sentido, se puede afirmar que el software cumplió su objetivo, ya que permitió facilitar el desarrollo e interpretación de gráficas y sus traslaciones, que suelen volverse tediosas trabajando solamente con lápiz y papel.

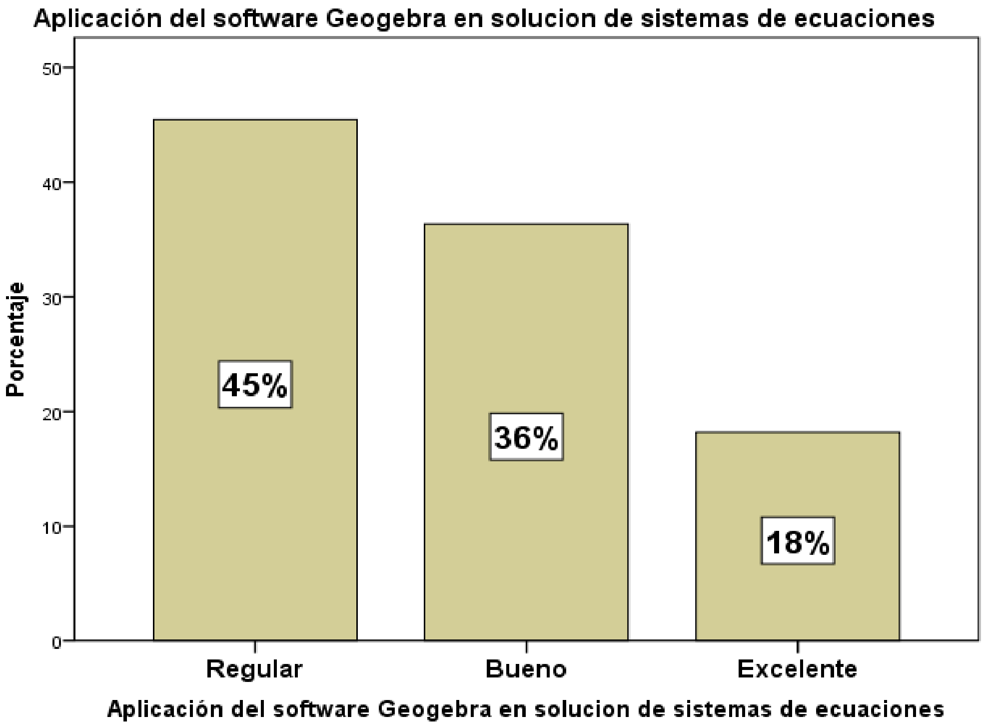


Figura 24

Tabla 7: Aplicación del software Geogebra en solución de sistemas de ecuaciones

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Regular	10	45,5	45,5	45,5
	Bueno	8	36,4	36,4	81,8
	Excelente	4	18,2	18,2	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

Para la aplicación del software en la solución de sistema de inecuaciones se observó que los estudiantes tienen el dominio al 18% de manera óptima y 45% tiene un dominio regular, lo que se indica en la figura 24. Sin embargo, se tomó en cuenta los factores que pueden estar alterando este dominio, ya que el análisis es más riguroso cuando se debe tomar en cuenta algunas interpretaciones gráficas referentes a la parte de técnicas para graficar y análisis abstractos para los estudiantes.

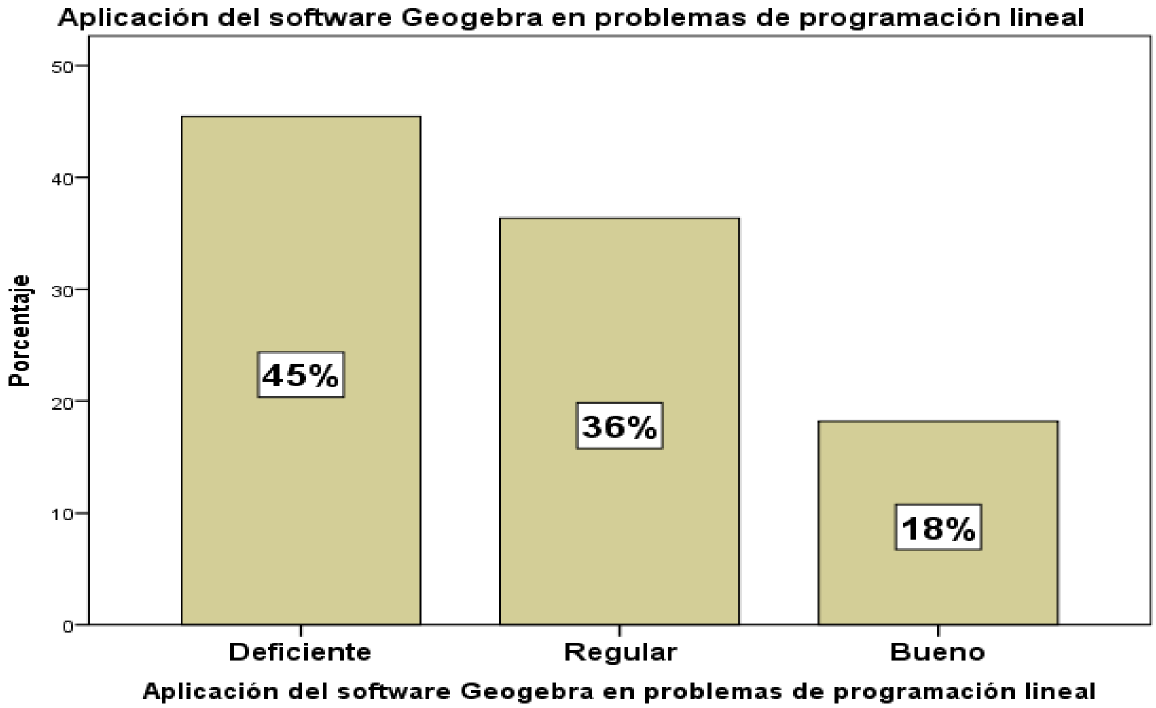


Figura 25

Tabla 8: Aplicación del software Geogebra en problemas de programación lineal

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Deficiente	10	45,5	45,5	45,5
	Regular	8	36,4	36,4	81,8
	Bueno	4	18,2	18,2	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

La figura 25, muestra que, para la aplicación del software en problemas de programación lineal, los estudiantes tienen el dominio al 18% de manera óptima y 45% tiene un dominio regular, Tal como ocurre con el aspecto relacionado con los sistemas de ecuaciones, se ha visto que los resultados son similares cuando el estudiante se confronta con problemas de programación lineal, esto ha de deberse a que la resolución de problemas de programación lineal requirió un análisis alto para interpretar los sistemas de inecuaciones generados a partir del contexto del problema, como también el reconocimiento de las regiones que se debieron considerar al momento de bosquejar las regiones generadas por dichos sistemas de ecuaciones. Por ende, hubo que analizar cuáles son los dominios básicos que posee el estudiante, en especial el análisis y la interpretación gráfica de los temas anteriores, para poder solucionar este tipo de problemas que se les pudo presentar en un contexto real.

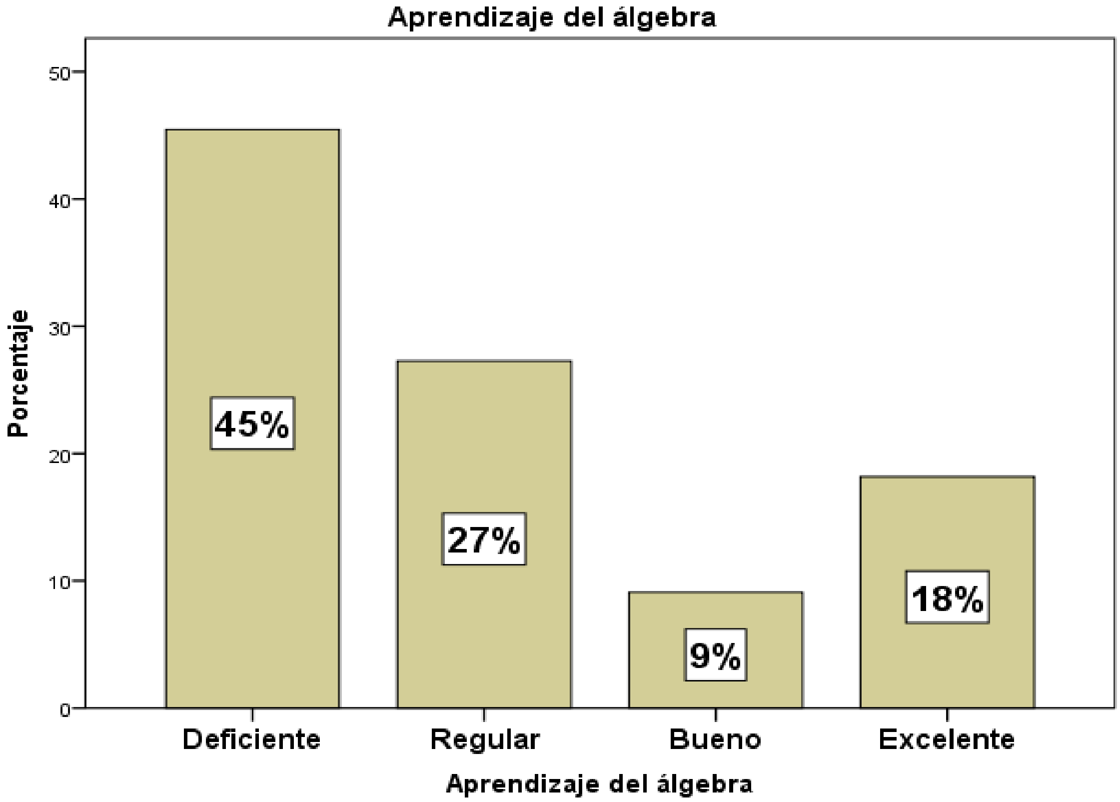


Figura 26

Tabla 9: Aprendizaje del álgebra

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Deficiente	10	45,5	45,5	45,5
	Regular	6	27,3	27,3	72,7
	Bueno	2	9,1	9,1	81,8
	Excelente	4	18,2	18,2	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

Se evidencia en la figura 26 que solo el 27% de los estudiantes lograron interpretar los resultados que habían obtenido previamente con el software Geogebra. Esto es, pudieron analizar, plantear y resolver los problemas de los temas tratados, con el conocimiento previo que el software les había brindado, pudiendo, finalmente, notarse que, en ese grupo, la relación entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra, fue significativo. Con respecto al grupo restante, se notó que el porcentaje de no aprendizaje era mayor y esto fue, debido en parte, a la falta de base teórica de los temas de álgebra, sea por olvido, o por el hecho que fue la primera vez que trataron estos temas en las sesiones, como también, al no tomarle la importancia debida al uso del software como herramienta para interpretación y análisis de resultados, no supieron interpretar y analizar los problemas propuestos en forma teórica.

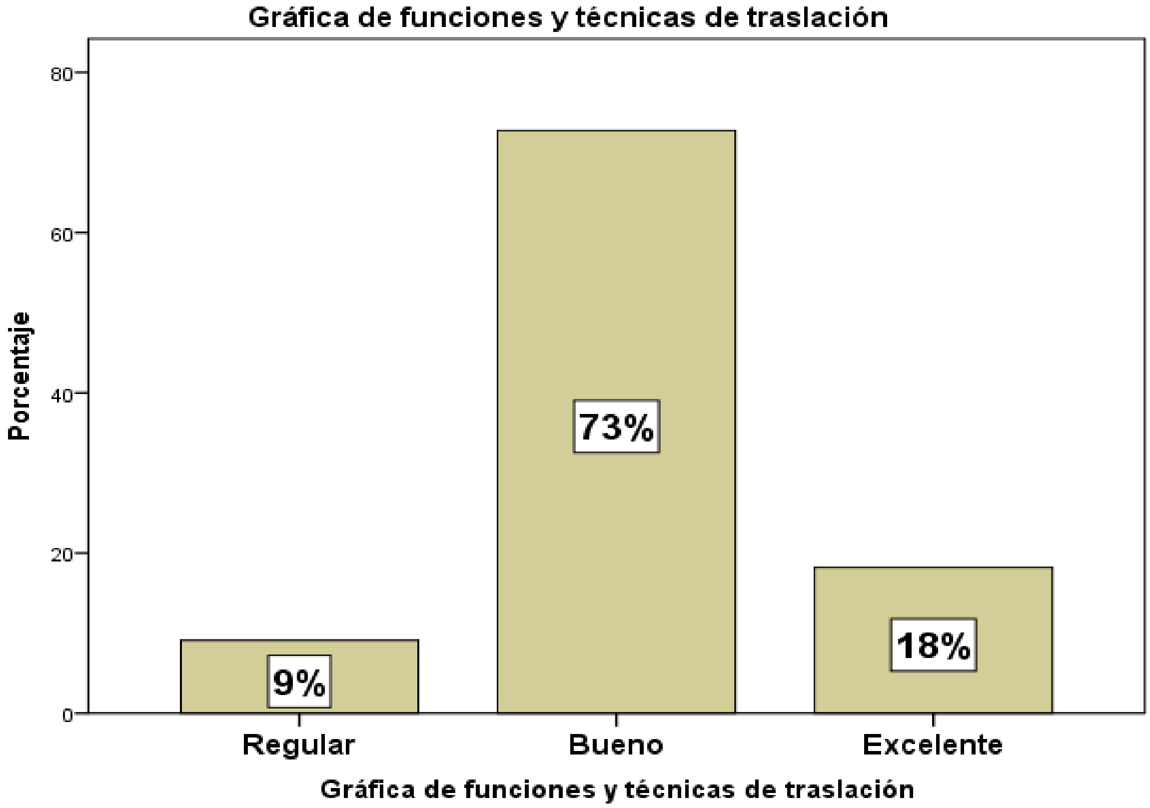


Figura 27

Tabla 10: Gráfica de funciones y técnicas de traslación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Regular	2	9,1	9,1	9,1
	Bueno	16	72,7	72,7	81,8
	Excelente	4	18,2	18,2	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

La figura 27 permite apreciar, en torno a graficar funciones y técnicas de traslación, que el 91% de los estudiantes alcanzaron niveles buenos y excelentes, ya que es un dominio básico en torno al aprendizaje del álgebra; solo el 9% ha obtenido resultados regulares. En consecuencia, fue un elemento importante que resulta favorable en torno a la naturaleza de la aplicación de los conocimientos que se pretendieron obtener.

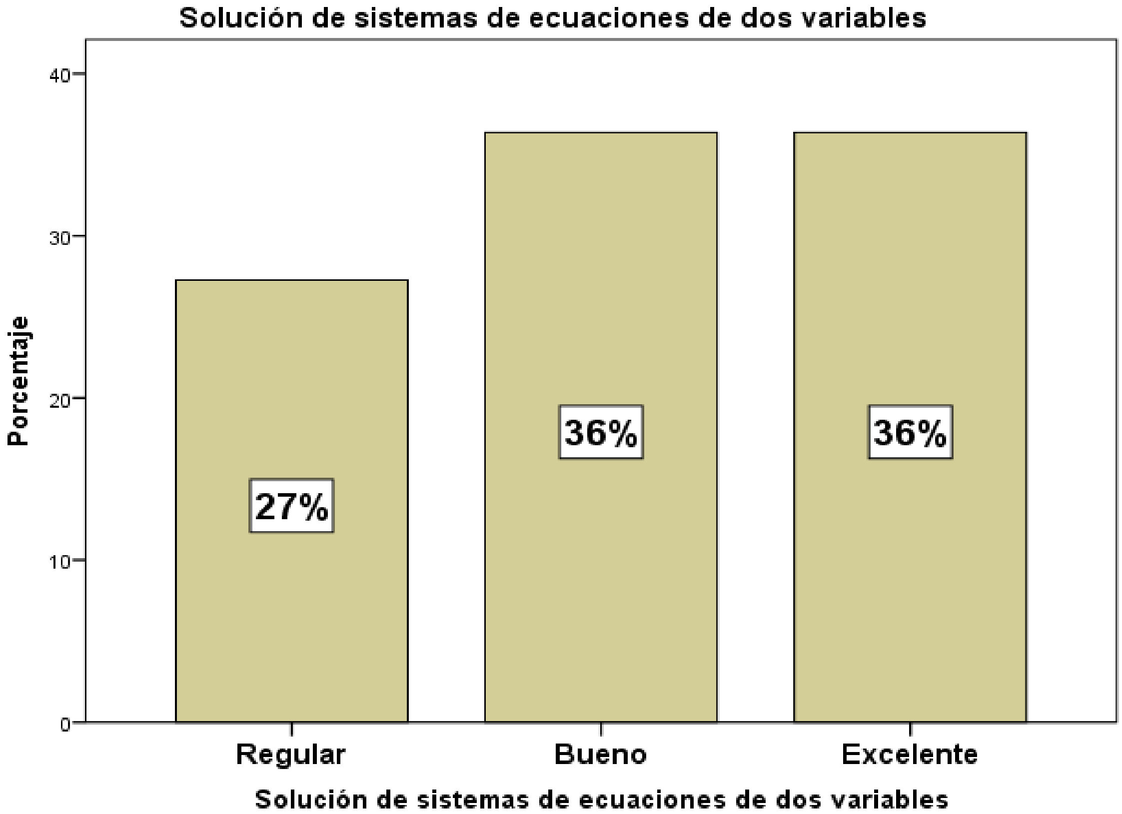


Figura 28

Tabla 11: Solución de sistemas de ecuaciones de dos variables

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Regular	6	27,3	27,3	27,3
	Bueno	8	36,4	36,4	63,6
	Excelente	8	36,4	36,4	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

La solución de problemas de dos variables también permitió afirmar que las competencias en torno al desempeño de este factor resultó favorable en 72.8% en consecuencia, fue importante el alcance obtenido.

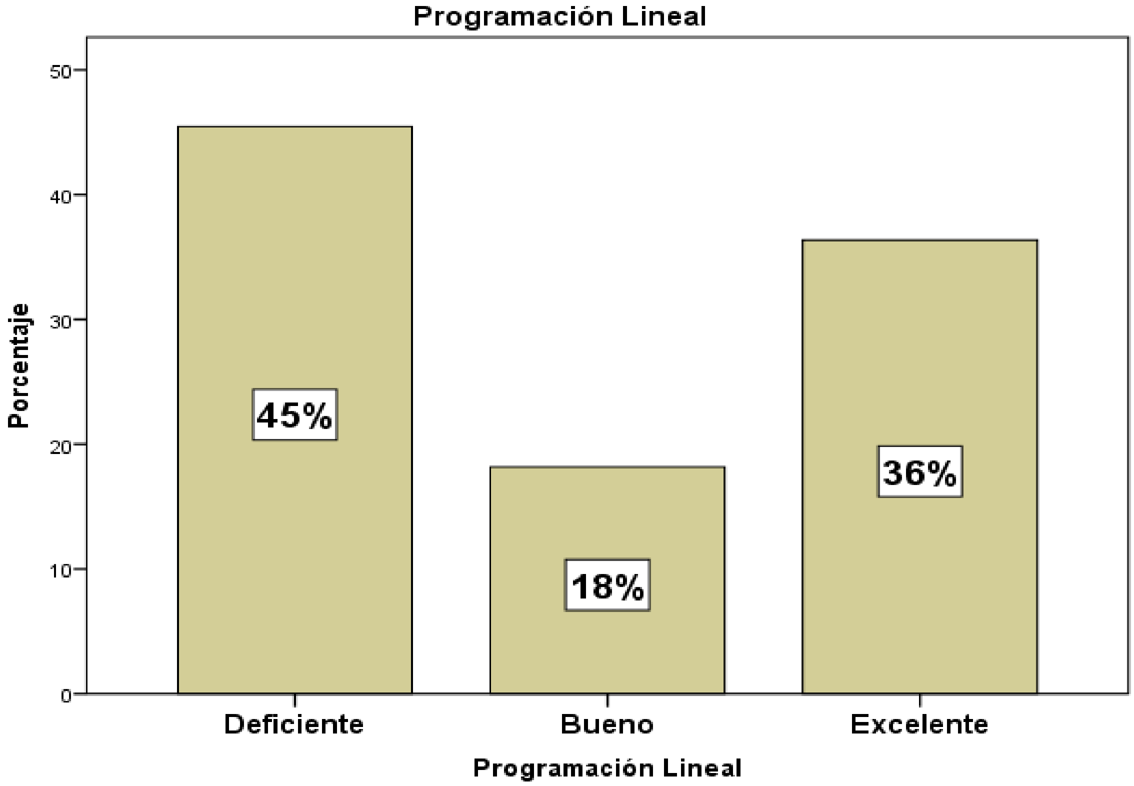


Figura 29

Tabla 12: Programación Lineal

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Deficiente	10	45,5	45,5	45,5
	Bueno	4	18,2	18,2	63,6
	Excelente	8	36,4	36,4	100,0
	Total	22	100,0	100,0	

Interpretación:

Tal como muestra la figura 28, el aspecto más crítico que muestra el bajo nivel de aprendizaje de algebra se centra en el desarrollo de problemas de programación lineal, evidenciando resultados deficientes en 46%. Por ende, resulta necesario tomar las acciones necesarias que permitan mejorar aspectos relacionados con los contenidos del silabo que deben ser modificados.

4.2 Análisis ligada a las hipótesis

4.2.1 Contrastación de hipótesis general

Ritual de la significancia estadística:

1. Planteamiento de la hipótesis general

H0: La relación entre el uso del software *Geogebra* y el aprendizaje del álgebra no es significativa.

H1: La relación entre el uso del software *Geogebra* y el aprendizaje del álgebra es significativa.

2. Establecer un nivel de significancia:

En el presente caso, el nivel de Significancia tomado en consideración para la contrastación de la hipótesis es (Alfa) α = 0.05 (5%).

3. Seleccionar un estadístico de prueba: Correlación de Pearson.

Tabla 13: Correlación de V1 y V2

		Uso del software Geogebra	Aprendizaje del álgebra
Uso del software Geogebra	Correlación de Pearson	1	,925**
	Sig. (bilateral)		,000
	N	22	22
Aprendizaje del álgebra	Correlación de Pearson	,925**	1
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	22	22

**. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Interpretación:

Dado que el valor de Sig., es menor que 0.005 evidencia que existe relación entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje de álgebra. Asimismo, el coeficiente de correlación Pearson de 0.925 permitió afirmar que la relación existente es significativa, en tal sentido se aceptó la hipótesis planteada por el investigador.

4.2.2 Contrastación de las hipótesis específicas:

4.2.2.1 Contrastación de la primera hipótesis específica

Ritual de la significancia estadística:

1. Plantear la hipótesis:

H0: La relación entre el uso del software *Geogebra* y Gráfica de funciones y técnicas de traslación no es significativa.

H1: La relación entre el uso del software *Geogebra* y Gráfica de funciones y técnicas de traslación es significativa.

2. Establecer un nivel de Significancia:

En el presente caso, el nivel de Significancia tomado en consideración para la contrastación de la hipótesis es (Alfa) α = 0.05 (5%).

3. Seleccionar un estadístico de prueba: Correlación de Pearson.

Tabla 14: Correlación de V1 y D1V2

		Uso del software Geogebra	Gráfica de funciones y técnicas de traslación.
Uso del software Geogebra	Correlación de Pearson	1	,785**
	Sig. (bilateral)		,000
	N	22	22
Gráfica de funciones y técnicas de traslación.	Correlación de Pearson	,785**	1
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	22	22

**. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Interpretación:

Dado que el valor de Sig., es menor que 0.005 evidencia que existe relación entre el uso del software Geogebra y la gráfica de funciones y técnicas de traslación es significativa. Asimismo, el coeficiente de correlación Pearson de 0.785 permitió afirmar que la relación existente es significativa, en tal sentido se aceptó la hipótesis planteada por el investigador.

4.2.2.2 Contrastación de la segunda hipótesis específica

Ritual de la significancia estadística:

1. Plantear la hipótesis:

H0: La relación entre el uso del software *Geogebra* y la solución de sistemas de ecuaciones de dos variables no es significativa.

H1: La relación entre el uso del software *Geogebra* y la solución de sistemas de ecuaciones de dos variables es significativa.

2. Establecer un nivel de Significancia:

En el presente caso, el nivel de Significancia tomado en consideración para la contrastación de la hipótesis es (Alfa) α = 0.05 (5%).

3. Seleccionar un estadístico de prueba: Correlación de Pearson.

Tabla 15: Correlación de V1 y D2V2

		Uso del software Geogebra	Solución de sistemas de ecuaciones de dos variables
Uso del software Geogebra	Correlación de Pearson	1	,869**
	Sig. (bilateral)		,000
	N	22	22
Solución de sistemas de ecuaciones de dos variables	Correlación de Pearson	,869**	1
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	22	22

**. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Interpretación:

Dado que el valor de Sig., es menor que 0.005 evidencia que existe relación entre el uso del software Geogebra y la solución de sistemas de ecuaciones de dos variables es significativa. Asimismo, el coeficiente de correlación Pearson de 0.869, permitió afirmar que la relación existente es significativa, en tal sentido se aceptó la hipótesis planteada por el investigador.

4.2.2.3 Contrastación de la tercera hipótesis específica

Ritual de la significancia estadística:

1. Plantear la hipótesis:

H0: La relación entre el uso del software *Geogebra* y la solución de problemas en programación lineal no es significativa.

H1: La relación entre el uso del software *Geogebra* y la solución de problemas en programación lineal es significativa.

2. Establecer un nivel de Significancia:

En el presente caso, el nivel de Significancia tomado en consideración para la contrastación de la hipótesis es (Alfa) α = 0.05 (5%).

3. Seleccionar un estadístico de prueba: Correlación de Pearson.

Tabla 16: Correlación de V1 y D3V2

		Uso del software Geogebra	Soluciòn de problemas de Programación Lineal
Uso del software Geogebra	Correlación de Pearson	1	,849**
	Sig. (bilateral)		,000
	N	22	22
Programación Lineal	Correlación de Pearson	,849**	1
	Sig. (bilateral)	,000	
	N	22	22

**. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Interpretación:

Dado que el valor de Sig., es menor que 0.005 evidencia que existe relación entre el uso del software Geogebra y la solución de problemas en programación lineal es significativa. Asimismo, el coeficiente de correlación Pearson de 0.849, permitió afirmar que la relación existente es significativa, en tal sentido se aceptó la hipótesis planteada por el investigador.

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

DISCUSIÓN

Esta investigación se ha realizado con el objetivo de “Determinar qué relación existe entre la aplicación de software Geogebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria”. La validez interna de los datos recolectados se elaboró mediante el procedimiento estadístico Alfa de Cronbach cuyos porcentajes de aceptación para la variable 1 fue de 89,6% (Ver Tabla 3) y para la variable 2, de 90.5% (Ver Tabla 4), dichos valores demuestran que los datos recogidos son válidos por tener alta consistencia interna. Asimismo, los indicadores que aseguran la validez a juicio de expertos, demostraron que el instrumento elaborado para la recolección de los datos fue consistente.

Con respecto al estudio desarrollado por Díaz Villegas, R. (2014), en su tesis titulada *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software Geogebra en estudiantes de quinto de secundaria* , la investigación analizó, a través de una secuencia de actividades que siguen las fases de la Dialéctica Herramienta-Objeto mediada por el software Geogebra, la construcción del concepto de circunferencia desde el punto de vista de la Geometría Analítica, para ello observar el proceso de construcción del objeto en cuestión, diseñando actividades, de las cuales, algunas se trabajaron con lápiz y papel y otras con la ayuda del software Geogebra. Al igual que esta tesis, se trató de dar el entendimiento matemático de un tema específico, usando el software Geogebra como herramienta mediadora.

Bello Durand, B. (2013), en su tesis *Mediación del software Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria,* propuso usar el software Geogebra como mediador de la enseñanza de la Programación Lineal, pues planteó que con este software y las fases de aprendizaje propuestas a través de una serie de actividades, se lograra que los estudiantes puedan manejar, bosquejar y sugerir posibles soluciones. Esta tesis coincidió con el trabajo de Bello, pues se determinó que la relación existente entre el uso del software *Geogebra* y la solución de problemas en programación lineal fue significativa, esto es, por que los alumnos pudieron dar una interpretación de los resultados debido a la gráfica de una región acotada, lograda inicialmente con el software, para así dar la solución a dicho problema.

Bonilla Guachamín G. (2013), en su tesis, *Influencia del uso del programa Geogebra en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físico matemático, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito, el año lectivo 2012-2013,* utilizó la encuesta y el examen objetivo como técnicas de recolección de datos, los mismos que fueron validados por expertos, logrando una confiabilidad alta, pues al ser analizada con el Alfa de Cronbach dio como resultado 0,711, concluyendo que el colegio donde hizo la investigación el colegio cumple con las condiciones adecuadas para aplicación del software Geogebra a los estudiantes del grado antes mencionado. El propósito de esta tesis es, además de determinar la relación que existe entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra, que al dar una confiabilidad alta del 89,6% y 90.5%, para la variable 1 y 2 respectivamente, ver si se puede adaptar como herramienta para el aprendizaje de los alumnos en el colegio en donde se realizó la investigación. El grado de confiabilidad confirma dicho propósito.

Daza López, L. (2012), en su tesis *Interpretación de la factorización a través del uso del Geogebra*, describió y analizó los procesos de la interpretación de la factorización, visto desde la geometría, mediado, entre otros, por el Geogebra, logrando facilitar la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Esta tesis, al igual que la elaborada por Daza, trata de determinar la interpretación y el análisis de los resultados que se dan en los temas tratados, mediado para ello con la herramienta Geogebra, que según la constrastación de las hipótesis, si se da.

En el estudio desarrollado por Lozada Vásconez, H. (2012), en su tesis *El software educativo libre y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato en la asignatura de matemática de la unidad educativa González Suárez de la ciudad de Ambato*, el autor propuso estrategias didácticas empleando TIC para la enseñanza y aprendizaje de Álgebra y Geometría a nivel escolar medio, empleando para ese propósito software educativo libre. Esta tesis, emplea el software educativo Geogebra como medio didáctico, entre otros, para llegar al propósito que se tiene, el lograr el aprendizaje de los temas de álgebra tratados en tres sesiones, asemejando a lo que hace Lozada para determinar la incidencia en el rendimiento académico con el uso del software libre.

CONCLUSIONES

- Respecto al objetivo general de este estudio, se determinó la relación existente entre las variables de estudio y luego de la ejecución de los procedimientos estadísticos correspondiente se obtuvo un valor de Sig., menor que 0.005 evidencia que existe relación entre el uso del software de Geogebra y el aprendizaje de álgebra. Asimismo, el coeficiente de correlación Pearson de 0.925 permite confirmar confirma que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables del presente estudio, el mismo que fue realizado a los estudiantes de quinto año de educación secundaria de un colegio particular en Comas, aceptándose, así, la hipótesis planteada de manera inicial por el investigador.
- Respecto al primer objetivo específico propuesto en esta investigación, se determinó que existe relación significativa entre el uso del software Geogebra y y Gráfica de funciones y técnicas de traslación, puesto que el nivel de significancia obtenido fue de = 0.000, confirmando la hipótesis específica uno propuesta por el investigador; además mediante el análisis del coeficiente de correlación de Pearson = 0.785, se esta confirmando que hay relación estadísticamente significativa entre la primera dimensión

analizada contrastada con la segunda variable del presente estudio que fue realizado a los estudiantes de quinto año de secundaria de un colegio particular ubicado en el distrito de Comas el año 2017.

- Respecto al segundo objetivo específico propuesto en este estudio, se determinó que existe relación significativa entre el uso del software Geogebra y la solución de sistemas de ecuaciones de dos variables puesto que el nivel de significancia obtenido resultó de = 0.000, confirmando la hipótesis específica uno propuesta por el investigador; además mediante el análisis del coeficiente de correlación de Pearson = 0.869, se está confirmando que hay relación estadísticamente significativa entre la primera dimensión analizada contrastada con la segunda variable del presente estudio que fue realizado a los estudiantes de quinto año de secundaria de un colegio particular ubicado en el distrito de Comas el año 2017.
- Respecto al tercer objetivo específico propuesto en este estudio, se determinó que existe relación significativa entre el uso del software Geogebra y y la solución de problemas en programación lineal puesto que el nivel de significancia obtenido resultó de = 0.000, confirmando la hipótesis específica uno propuesta por el investigador; además mediante el análisis del coeficiente de correlación de Pearson = 0.849, se está confirmando que hay relación estadísticamente significativa entre la primera dimensión analizada contrastada con la tercera variable del presente estudio que fue realizado a los estudiantes de quinto año de secundaria de un colegio particular ubicado en el distrito de Comas el año 2017.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda que la institución dé más énfasis a las interpretaciones gráficas y analíticas de los temas tratados teóricamente en matemática a nivel general, pues si bien es cierto, Geogebra es una herramienta matemática que ayuda a simplificar cálculos y dar una mejor visualización y panorama de los problemas que no solamente se presentan en el álgebra, sino en otras materias, como lo es la Geometría, el Cálculo y demás , esto no se puede lograr sin antes haber tenido una noción de los temas tratados, los cuales requieren conocimientos previos aprendidos en grados anteriores al que se realizó la investigación.
- La primera recomendación específica es la de seguir incentivando el estudio de las funciones y sus interpretaciones gráficas, esto se puede lograr proponiendo a los alumnos ejercicios matemáticos que tengan que ver con problemas reales (modelamiento) que puedan solucionar mediante el aprendizaje de los temas antes mencionados, pues, en esta investigación, ellos demostraron la habilidad para comprender gráficamente si un trazo corresponde al dibujo de una función y los cambios en la variable, afectada por la función, que debe ocurrir para que la función se traslade tanto en forma horizontal como vertical, pilares

fundamentales para la resolución de problemas de modelamiento. Al ser un tema poco visto en las entidades educativas escolares, la investigación afirmó que con una debida orientación teórica y buena manipulación del software, se pueden dar buenos resultados.

- Como segunda recomendación específica es la de proponer y resolver problemas, tanto en pizarra como también usando el software, en paralelo, en los que se haga énfasis a las interpretaciones geométricas de un sistema de ecuaciones lineales y no lineales, pues, comúnmente, el alumno al tener un sistema de ecuaciones, lo que hace es tratar de hallar los valores de la variables que verifiquen dichos sistemas, no importando su interpretación, solo el resultado. Al tener un software potente como el Geogebra, el alumno no solo se limitará a hacer cálculos y obtener la gráfica de las ecuaciones involucradas, sino que, mediante el software, éste podrá conjeturar o plantearse otras posibilidades de razonamiento involucradas en la solución del problema. El uso del software da una mejor visión para el aprendizaje del tema, en forma completa y no limitándose a mecanismos calculistas.
- La tercera recomendación específica es que los alumnos se involucren más con problemas matemáticos, para ello, resolver ejercicios referentes a planteo de ecuaciones en forma textual. En la parte de solución de problemas de programación lineal, se obtuvo en mayor porcentaje alumnos con regular asociación del software con el tema, y esto es debido al no saber llevar un problema textual que implique un caso real a uno en donde se emplee conocimientos matemáticos ya antes vistos, como por ejemplo, el de saber reconocer la región poligonal originada por un sistema de inecuaciones, el cual se da por las restricciones de asociadas a la función objetivo.

FUENTES DE INFORMACIÓN

Agudelo, G. (2008). Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos (Tesis de Licenciatura, Universidad Rafael Landívar, Quetzaltenango). Recuperado de http://repositorio.utp.educo/dspace/bitstream/11059/990/1/3722107A281.pdf

Alexándrova, N. (2015). *Diccionario histórico de notaciones, términos y conceptos de las matemáticas*. Moscú, Rusia: Editorial URSS.

Anton, H.; Rorres, C. (2011). *Introducción al álgebra lineal con aplicaciones en negocios, economía, ingeniería, física, ciencias de la computación, teoría de aproximación, ecología, sociología, demografía y genética*. (5a ed). México D.F., México: Editorial Limusa Wiley.

Arroyo, J. (2013). *Las matemáticas enseñan a pensar y están conectadas a la creación artística.* Recuperado de http://.hola.com/ninos/2013030663663/entrevistajavier-arroyo-matematicas-smartkick/

Baelo, R.; Cantón, I. (2009). Las tecnologías de la información y la comunicación en la educación superior. *Revista Iberoamericana de Educación.* Recuperado de rieoei.org/deloslectores/3034Baelo.pdf

Bello Durand, J. (2013). Mediación del software Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima). Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4737/BELLO_DURAND_JUDITH_MEDIACION_SECUNDARIA.pdf?sequence=1

Bonilla Guachamín, G. (2013). Influencia del uso del programa Geogebra en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físico matemático, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito, el año lectivo 2012-2013. (Tesis de licenciatura, Universidad Central del Ecuador, Quito). Recuperado de http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/1850/1/T-UCE-0010-242.pdf

Boscán, M.; Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Boscán, M.; Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Vol. 10, Nº. 2, 2012, págs. 7-19. Disponible en http://www.uac,edu.co/images/stories/publiaciones/revistas_científicas/escenarios/volumen-10-no-2/articulo1.pdf

Cabanne, N. (2006). *Didáctica de las Matemáticas*. Bs. As., Argentina: Editorial Bonum.

Casia, F., Palencia I., Guinther R., Palala Z. (2009). *Soluciones Matemáticas 8*. Ciudad de Guatemala, Guatemala: Editorial Santillana S.A.

Condie, R.; Munro, R. (2007). *The impact of ICT in schools a landscape review*. Glasgow. Becta Research. Disponible de http://dera.ioe.ac.uk/1627/7/becta_2007_landscapeimpactreview_report_Redacted.pdf

Daza López, L. (2012). Interpretación de la factorización a través del uso del Geogebra. (Tesis de licenciatura, Universidad de Antioquia. Medellín.). Recuperado de http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1767/1/JC0790.pdf

Depman, I. (2007). *Del álgebra clásica al álgebra moderna. Una breve introducción histórica.* (3a ed.). Moscú, Rusia: Editorial URSS.

Díaz Villegas, R. (2014). La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software Geogebra en estudiantes de quinto de secundaria. (Tesis de maestría Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima). Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/5707

Díaz, B. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para una aprendizaje significativo una Interpretación constructivista.* (2a ed.). Ciudad de México, México: McGraw – Hill Interamericana.

Dionisio, M. (2006). El método heurístico para la enseñanza aprendizaje de la matemática básica en el nivel universitario. (Tesis de doctorado, Universidad Nacional Mayor de San Marco, Lima). Recuperado de: http://www.unmsm.edu.pe/Ed-Dr-13837

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Ferreiro, R. (2014). *Del pizarrón a las TIC: Entrevista con Ramón F. Ferreiro*. Disponible de delpizarronalastic.blogspot.com/

Gil, E. (2002). Identidad y Nuevas Tecnologías. Disponible de http:www.voc.edu/web/esplart/gil0902/htm

Gómez, Marcelo M. (2006). *Introducción a la Metodología de la Investigación Científica*. Córdoba, Argentina: Editorial Brujas.

Guerra, V. (2009). La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática. (Tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima). Recuperado de http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/2412

Guerrero, H. (2017). *Programación lineal aplicada*. (2a ed). Bogotá, Colombia: ECOE ediciones.

Guzner, C. (2005). El desafío de enseñar álgebra lineal por competencias. Recuperado de www.oei.es/oim/revistaoim/numero46/COMPETENCIAS.pdf

Hernández, R.; Fernández, C.; Baptista, P. (2003). *Metodología de la investigación*. (3a ed.). Ciudad de México, México: McGraw – Hill Interamericana.

Hernández, R.; Fernández, C.; Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. (5a ed.). Ciudad de México, México: McGraw – Hill Interamericana.

Iturbe, A.; Ruiz, M.; Pistonesi, M.; Fantini, S.(2012). *Uso del Geogebra en la Enseñanza de la Geometría en carreras de Diseño*. Río Negro, Argentina: Universidad Nacional de Río Negro.

Kieran, C. y Filloy, E. (2011). Didáctica de las matemáticas. *Enseñanza del álgebra en la educación obligatoria.* Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros.

Lima, G. (2013). *Metodología Estadística.* Quetzaltenango, Guatemala: Editorial COPIMAX.

Lozada Vásconez, H. (2012). El software educativo libre y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato en la asignatura de matemática de la unidad educativa González Suárez de la ciudad de Ambato. (Tesis de maestría, Universidad Técnica de Ambato, Educador). Recuperado de http://redi.uta.edu.ec/bitstream/123456789/7058/1/Mg.DM.1694.pdf

Marroquín, M. (2000). *Actualización de la Enseñanza de la Matemática.* (Tesis de licenciatura, Universidad Rafael Landívar, Campus de Quetzaltenango, Quetzaltenango, Guatemala).

Mineduc, USAID/Reforma. (2011). *Herramienta de evaluación en el aula.* (3ª ed.). Ciudad de Guatemala, Guatemala: Editorial Juárez y Asociados.

Olfos, A. (2007). Renovación de la enseñanza del álgebra elemental: Un aporte desde la didáctica. Recuperado de http://www.scielo.cl/scielo.php?pid=

Olmedo, N.; Galíndez, M.; Peralta, J.; Di Bárbaro, M. (2015).*Errores y concepciones de los alumnos en álgebra*. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México.

Ortiz, A. (2015). *Didáctica problematizadora y aprendizaje basado en problemas.* Holguín, Cuba: DistriBooks editores.

Portilla Ciriquián, J. (2014). Uso de Geogebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1ro de bachillerato de Ciencias y

Tecnología. (Tesis de maestría, Universidad Internacional de La Rioja. Sevilla, España). Recuperado de http://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2990/Juan_portilla_Ciriquian.pdf?sequence=1

Quemé, C. (2013). *Evaluación Formativa y aprendizaje del álgebra.* (Tesis de licenciatura inédita, Universidad Rafael Landívar. Quetzaltenango, Guatemala).

Rivilla, A., Sánchez, L. y Barrionuevo B. (2014). *Elaboración de planes y programas de formación del profesorado en didácticas.* Madrid, España: Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Rodríguez,M. ; Camacho.M; Torres, E.; Rebulloza, R. (2011). *Representación gráfica de funciones*. Michoacán, México: CONALEP.

Sampieri, R. (2006). *Metodología de la investigación* (4a ed.). México: McGraw-Hill.

Stewart, J.; Redlin, L.; Watson, S. (2007). *Precálculo - Matemáticas para el cálculo*. (5a ed.). México D.F., México: Thomson Corporation.

Swokowsky, E.; Cole, J. (2005). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. (11ma ed.). México D.F., México: International Thomson editores.

Torres, (2006). *La heurística en la enseñanza de la matemática*. Disponible en: https://edumate.wordpress.com/2006/10/28/la-heuristicaresolucion-de-problemas-en-la-ensenanza-de-la-matematica/

Ursini, S. Escareño, F. Montes, D. y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del Álgebra elemental*. México D.F., México: Editorial Trillas.

ANEXOS

Anexo 1: Instrumentos de recopilación de datos

PRUEBA DE EVALUACIÓN I

Estimado alumno(a); esta evaluación se ha elaborado con fines académicos, en tal sentido, el propósito de la misma consiste en: Determinar la relación entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria. En consecuencia, se solicita de su apoyo y seriedad del caso para el cumplimiento del fin planteado.

Nombres y apellidos:

Docente: Víctor Eduardo Rodríguez Soto

Usando Geogebra, grafique la función: $f(x) = 7x - 15$, y responda las preguntas siguientes:

Identifique la función (0.5 pts)	
Grafique la función, indicando para ello los puntos de intersección con los ejes coordenados (0.5 pts)	

Usando Geogebra, grafique la función: $g(x) = -2018x$, y responda las preguntas siguientes:

Identifique la función (0.5 pts)	
Grafique la función, indicando para ello los puntos de intersección con los ejes coordenados (0.5 pts)	

Usando Geogebra, grafique la función: $v = h(x) = -x^2 - 2x + 7$, y responda las preguntas siguientes:

Identifique la función (0.5 pts)	
Grafique la función, indicando para ello los puntos de intersección con los ejes coordenados (0.5 pts)	

Usando Geogebra, grafique la función: $y = I(x) = -x^3 + 10$, y responda las preguntas siguientes:

Identifique la función (0.5 pts)	
Grafique la función, indicando para ello los puntos de intersección con los ejes coordenados (0.5 pts)	

Usando Geogebra, grafique la función: $f(x) = \sqrt{x - 50}$, responda las preguntas siguientes:

Identifique la función (0.5 pts)	
Grafique la función, indicando para ello los puntos de intersección con los ejes coordenados (0.5 pts)	

Usando Geogebra determine el conjunto solución de cada sistema mostrado y responda las preguntas que se indican:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$$

Esboce la gráfica generada por el sistema de ecuaciones (0.5 pts)	
Determine el conjunto solución y el método usado (1.0 pt)	

$$\begin{cases} 2x+5y=10 \\ 8x+20y=40 \end{cases}$$

Esboce la gráfica generada por el sistema de ecuaciones (0.5 pts)	
Determine el conjunto solución y el método usado (1.0 pt)	

Usando Geogebra determine el conjunto solución de los sistemas no linealesmostrados y responda las preguntas que se indican:

$$\begin{cases} y=-x^2-10 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$$

Determine las gráficas de las ecuaciones del sistema (0.5 pts)	
Determine el conjunto solución y el método usado para hallar las soluciones (1.0 pt)	

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 5x^2 + 5y^2 = 125 \end{cases}$$

Determine las gráficas de las ecuaciones del sistema (0.5 pts)	
Determine el conjunto solución y el método usado para hallar las soluciones (1.0 pt)	

Usando Geogebra, grafique la región que se obtiene del siguiente sistema de inecuaciones:

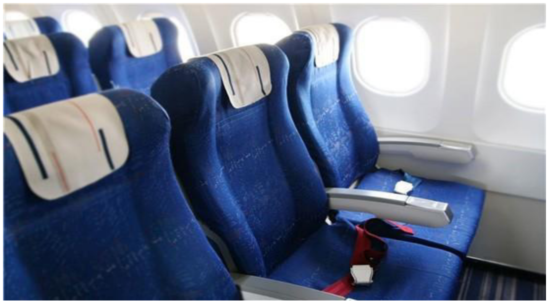
$$\begin{cases} 4x + y \le 16 \\ x + 3y \le 15 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

Indique para ello, también, los vértices del polígono generado.

Grafique cada una de las regiones (1.0 pt cada una)	$4x + y \le 16$
	$x + 3y \le 15$
Grafique la región admisible (1.0 pt)	$\begin{cases} 4x + y \le 16 \\ x + 3y \le 15 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$
Determine los vértices del polígono generado (1.0 pt)	

Resuelva el siguiente problema de programación lineal (Modelamiento matemático)

Para viajar en avión desde Lima a Cajamarca, la compañía aérea CONDOR S.A.C desea ofertar, a lo más, 5000 asientos de dos tipos: T (Turista) y P (Primera categoría). La ganancia correspondiente a cada asiento de Tipo T es de 30 dólares, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 dólares. Los asientos del tipo T no pueden exceder de 4500 y las del tipo P deben ser, como máximo, la tercera parte de las del tipo T que se ofertan. Calcular cuántos asientos tienen que ofertarse de cada clase para que las ganancias sean máximas.



Defina las variables del problema (0.5 pts)	
Determine la función objetivo (1.0 pt)	
Determine las restricciones (1.0 pt)	
Determine la región factible (1.0 pt)	
Optimice el problema (1.5 pts)	

PRUEBA DE EVALUACIÓN II

Estimado alumno(a); esta evaluación se ha elaborado con fines académicos, en tal sentido, el propósito de la misma consiste en determinar la relación entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria. En consecuencia, se solicita de su apoyo y seriedad del caso para el cumplimiento del fin planteado.

Nombres y apellidos:

Docente: Víctor Eduardo Rodríguez Soto

Respecto a la función: $y = f(x) = 7x - 15$, responda las preguntas siguientes:

Identifique el tipo de variable (0.2 pts)	
Identifique el tipo de función (0.2 pts)	
Identifique el tipo de traslación (0.2 pts)	
Grafique la función (0.4 pts)	

Respecto a la función: $t = g(a) = -2018a$, responda las preguntas siguientes:

Identifique el tipo de variable (0.2 pts)	
Identifique el tipo de función (0.2 pts)	
Identifique el tipo de traslación (0.2 pts)	
Grafique la función (0.4 pts)	

Respecto a la función: $v = h(t) = -t^2 - 2t + 7$, responda las preguntas siguientes:

Identifique el tipo de variable (0.2 pts)	
Identifique el tipo de función (0.2 pts)	
Identifique el tipo de traslación (0.2 pts)	
Grafique la función (0.4 pts)	

Respecto a la función: $y = I(x) = -x^3 + 10$, responda las preguntas siguientes:

Identifique el tipo de variable (0.2 pts)	
Identifique el tipo de función (0.2 pts)	
Identifique el tipo de traslación (0.2 pts)	
Grafique la función (0.4 pts)	

Respecto a la función: $u = f(v) = \sqrt{v - 50}$, responda las preguntas siguientes:

Identifique el tipo de variable (0.2 pts)	
Identifique el tipo de función (0.2 pts)	
Identifique el tipo de traslación (0.2 pts)	
Grafique la función (0.4 pts)	

Resuelva el sistema de ecuaciones lineales en dos variables para cada caso presentado y responda las preguntas planteadas.

$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$ **(0.5 pts)**	**Solución:**
Señale el método de solución empleado (0.25 pts)	
Señale el tipo de clasificación al que corresponde el sistema (0.25 pts)	

$\begin{cases} 2x+5y=10 \\ 8x+20y=40 \end{cases}$ **(0.5 pts)**	**Solución:**
Señale el método de solución empleado (0.25 pts)	
Señale el tipo de clasificación al que corresponde el sistema (0.25 pts)	

$\begin{cases} 7x+y=17 \\ 21x+3y=52 \end{cases}$ **(0.5 pts)**	**Solución:**
Señale el método de solución empleado (0.25 pts)	
Señale el tipo de clasificación al que corresponde el sistema (0.25 pts)	

Determine el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales en dos variables para cada caso presentado y responda las preguntas planteadas.

a.

$\begin{cases} y = -x^2 - 10 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ **(1.0 pto)**	**Solución:**
Determine la gráfica que le corresponde a la primera ecuación del sistema (0.25 pts)	
Determine la gráfica que le corresponde a la segunda ecuación del sistema (0.25 pts)	

b.

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 5x^2 + 5y^2 = 125 \end{cases}$ **(1.0 pto)**	**Solución:**
Determine la gráfica que le corresponde a la primera ecuación del sistema (0.25 pts)	
Determine la gráfica que le corresponde a la segunda ecuación del sistema (0.25 pts)	

Grafique el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 4x + y \leq 16 \\ x + 3y \leq 15 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

e indique los vértices del polígono generado.

<table>
<tr><td rowspan="3">Grafique cada sistema de inecuación
(1.0 pto cada uno)</td><td>$4x + y \leq 16$</td></tr>
<tr><td>$x + 3y \leq 15$</td></tr>
<tr><td>$\begin{cases} 4x + y \leq 16 \\ x + 3y \leq 15 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>Halle los vértices del polígono generado
(1.0 pto)</td><td></td></tr>
</table>

Resuelva el siguiente problema de programación lineal:

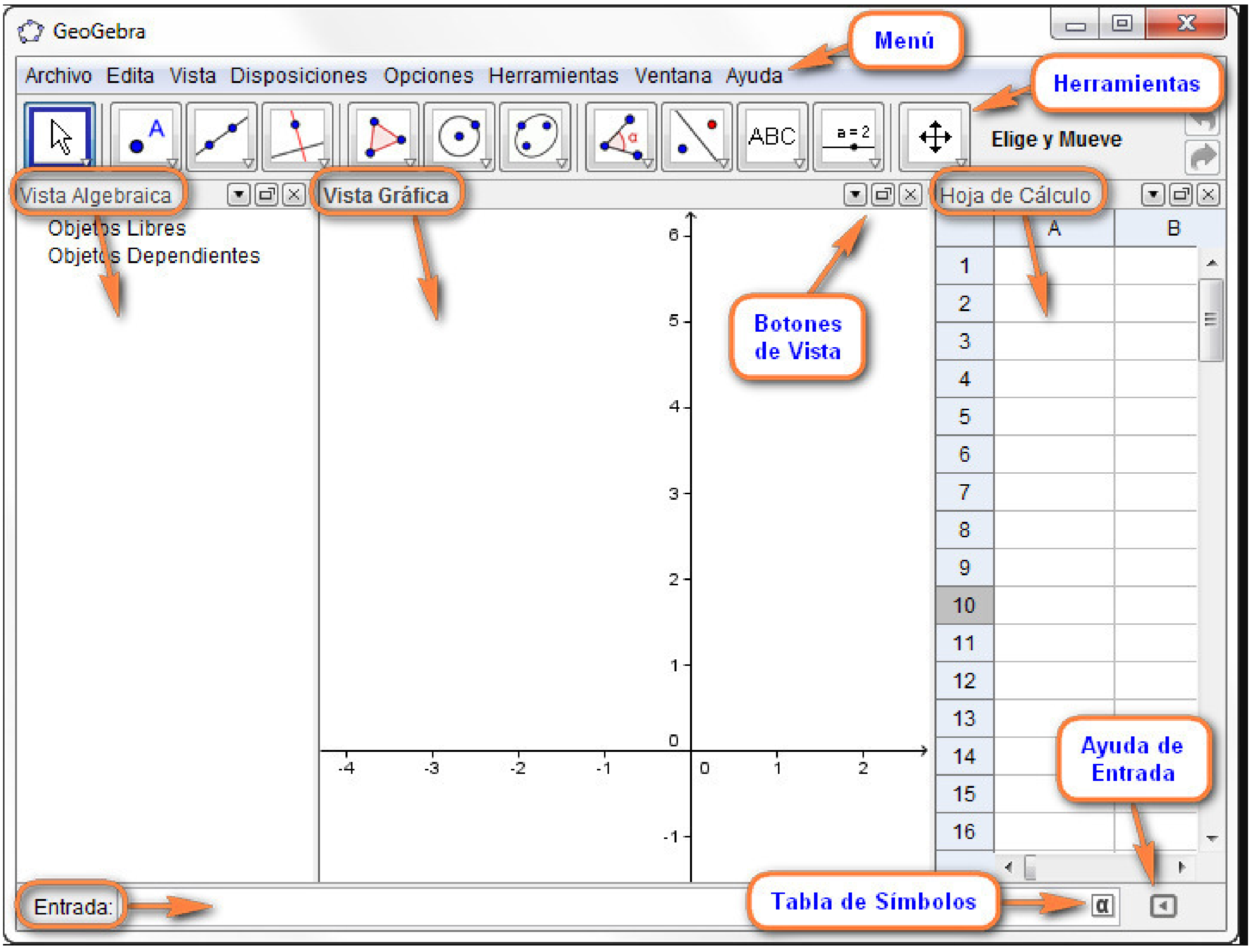
$$\min f(x) = 2x + y$$
$$s.a. \begin{cases} 2x - y \geq 1 \\ x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{cases}$$

Identifique la función objetivo (1.0 pto)	
Determine las restricciones (1.0 pto)	
Resuelva el problema e indique su respuesta (3.0 pto)	

Herramientas del Geogebra

Geogebra: Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

Partes del Geogebra



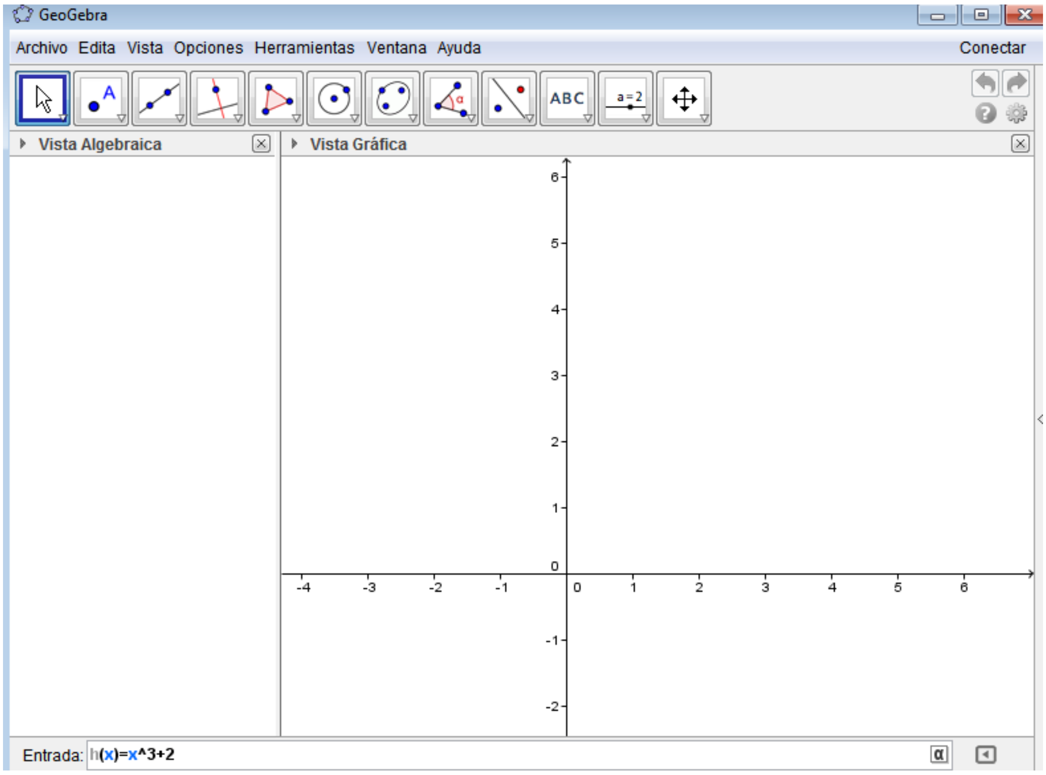
Ingreso de funciones con Geogebra

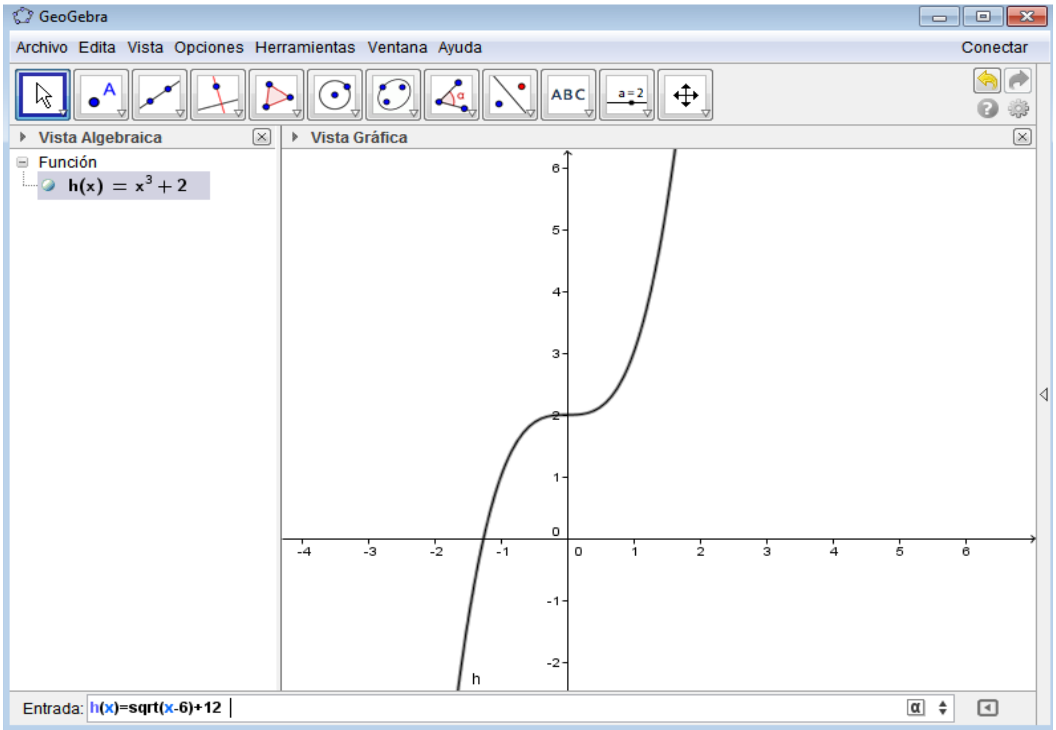
1. En 'Entrada' escribir f(x) o g(x), según sea el nombre de la función precedida del signo '='.
2. Escribir la función correspondiente, por ejemplo:
   - Si deseas graficar $h(x) = x^3 + 2$, en Entrada deberás tipear h(x)=x^3+2
   - Si deseas graficar $t(x) = \sqrt{x-6} + 12$, en Entrada deberás tipear h(x)=sqrt(x-6)+12
3. Presionar la tecla Enter y la gráfica aparecerá.
4. Se puede cambiar el color de la gráfica resultante, haciendo click derecho sobre la gráfica a la cual se desea cambiar el color, a continuación ir a Propiedades, y por último en la pestaña Color se podrá elegir el color que se desee.

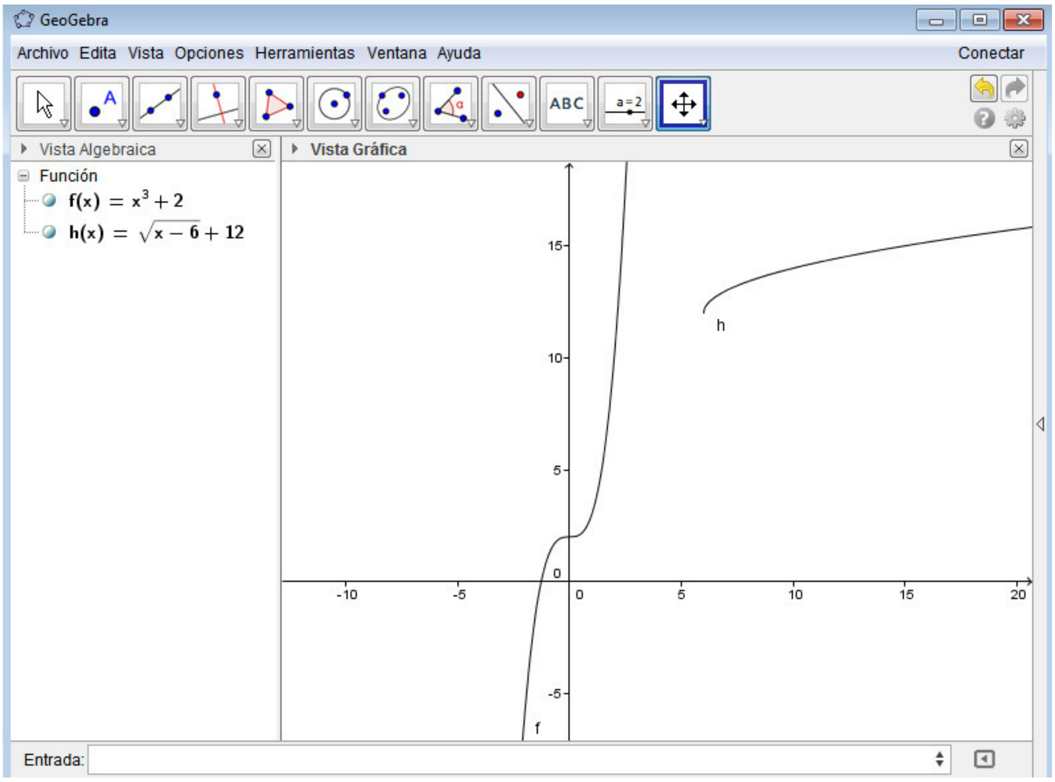
Ejemplo:

Graficar las dos funciones anteriores en una sola pantalla usando Geogebra.

Paso 1: Ingreso de las funciones

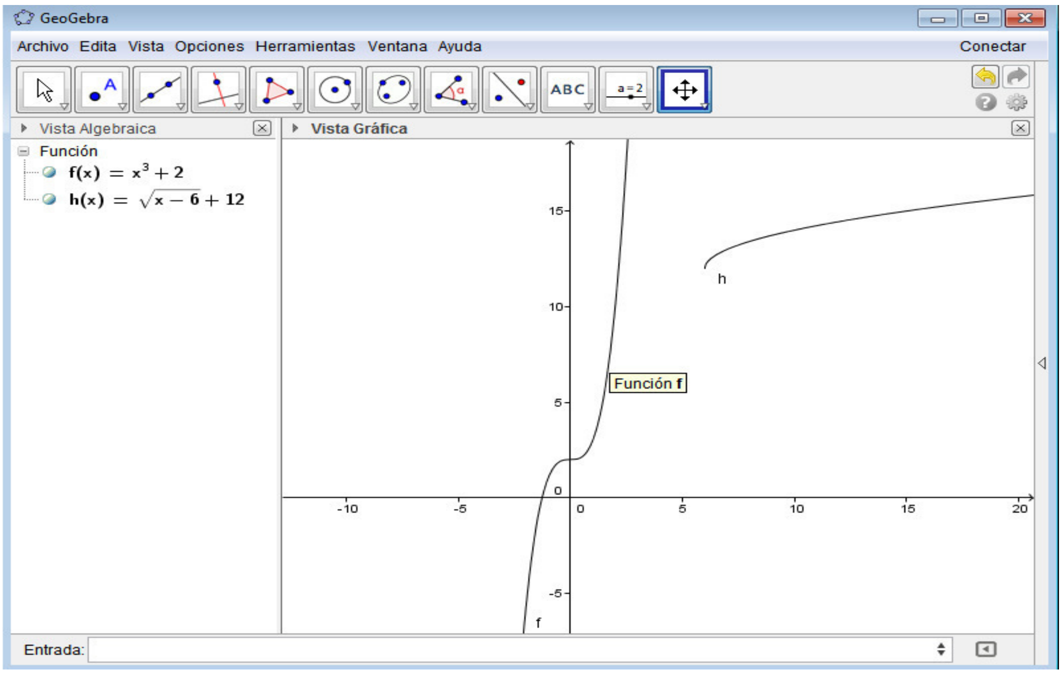


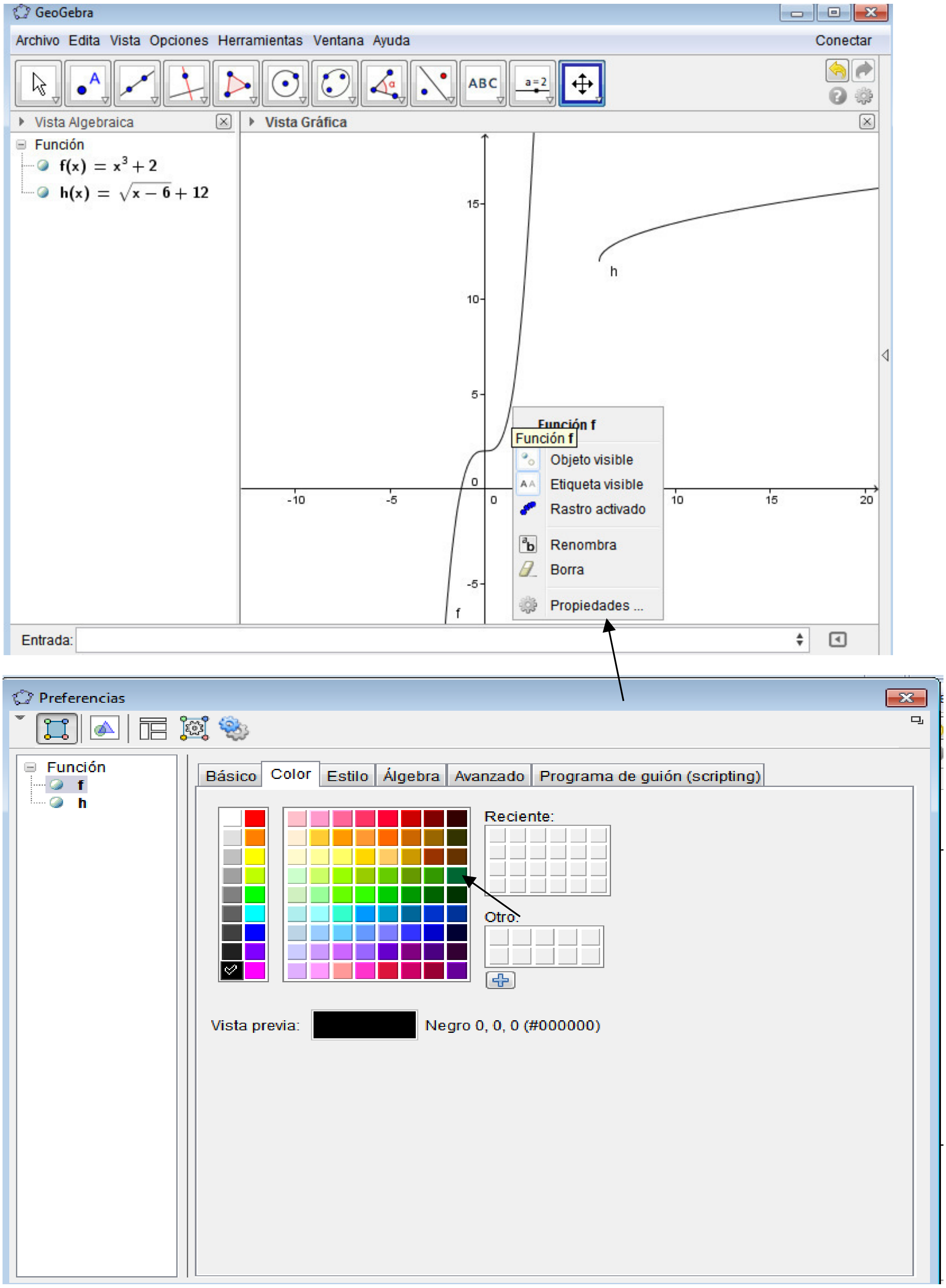




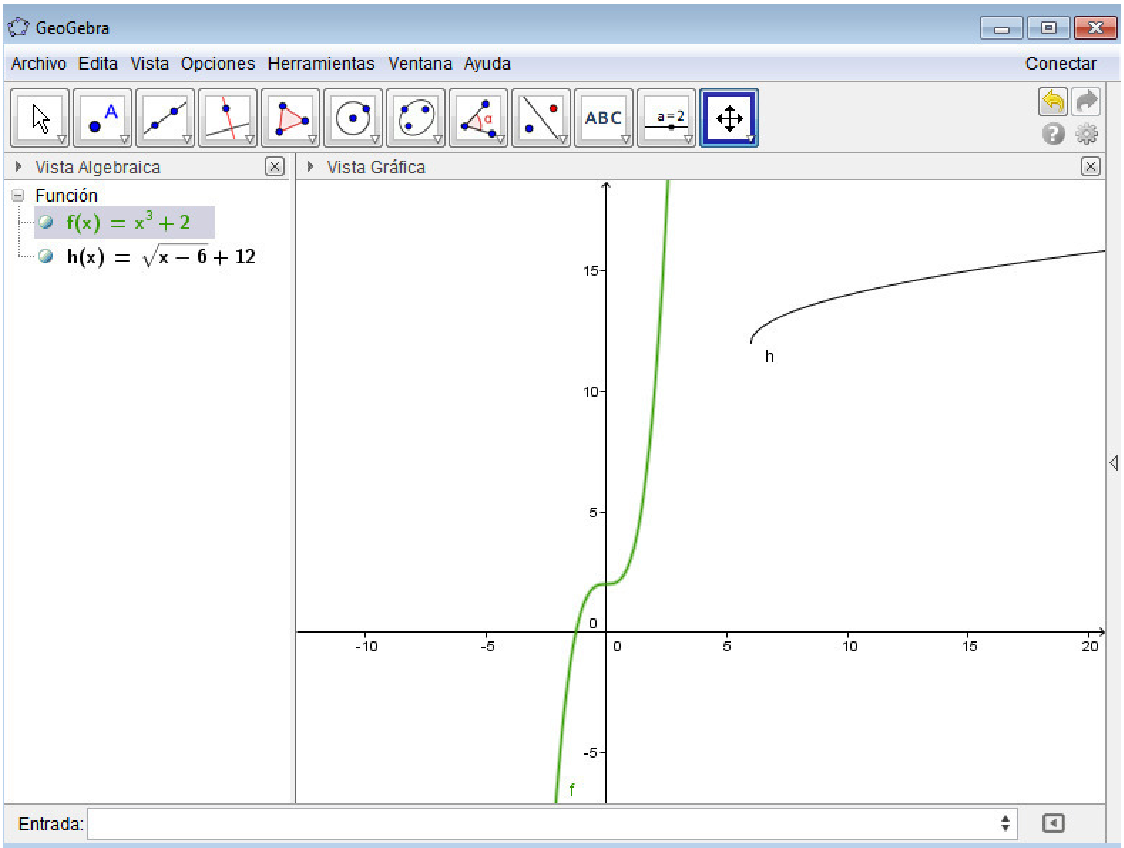
Con la rueda del mouse puedes hacer Zoom a la pantalla o disminuir su tamaño. Con la cruz señalada, puedes mover la gráfica en toda la pantalla.

Paso 2: Si por ejemplo queremos cambiar de color a la función f, seguir los siguientes pasos:

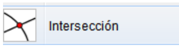



GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Conectar
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Función
f(x) = x³ + 2
h(x) = √(x − 6) + 12
Función f
Objeto visible
Etiqueta visible
Rastro activado
Renombra
Borra
Propiedades ...
Entrada:
Preferencias
Función
f
h
Básico Color Estilo Álgebra Avanzado Programa de guión (scripting)
Reciente:
Otro:
Vista previa:
Negro 0, 0, 0 (#000000)

Paso 3: Hacer click izquierdo en el color que se desea, por ejemplo en nuestra función, el verde, cerrar el cuadro Preferencias. Así obtendremos:



Ingreso de ecuaciones con Geogebra

1. En ‘Entrada’ escribir la primera ecuación tal como está y presionar la tecla ‘Enter’. Se originará la gráfica de la ecuación.
2. En ‘Entrada’ escribir la segunda ecuación tal como está y presionar la tecla ‘Enter’. Se originará la gráfica de la ecuación.
3. Si se desea hallar las soluciones de dicho sistema de ecuaciones, en la barra de Herramientas (segundo recuadro), hacer click izquierdo en la flecha que se encuentra en la esquina inferior derecha del recuadro y seleccionar la opción ‘Intersección’. 

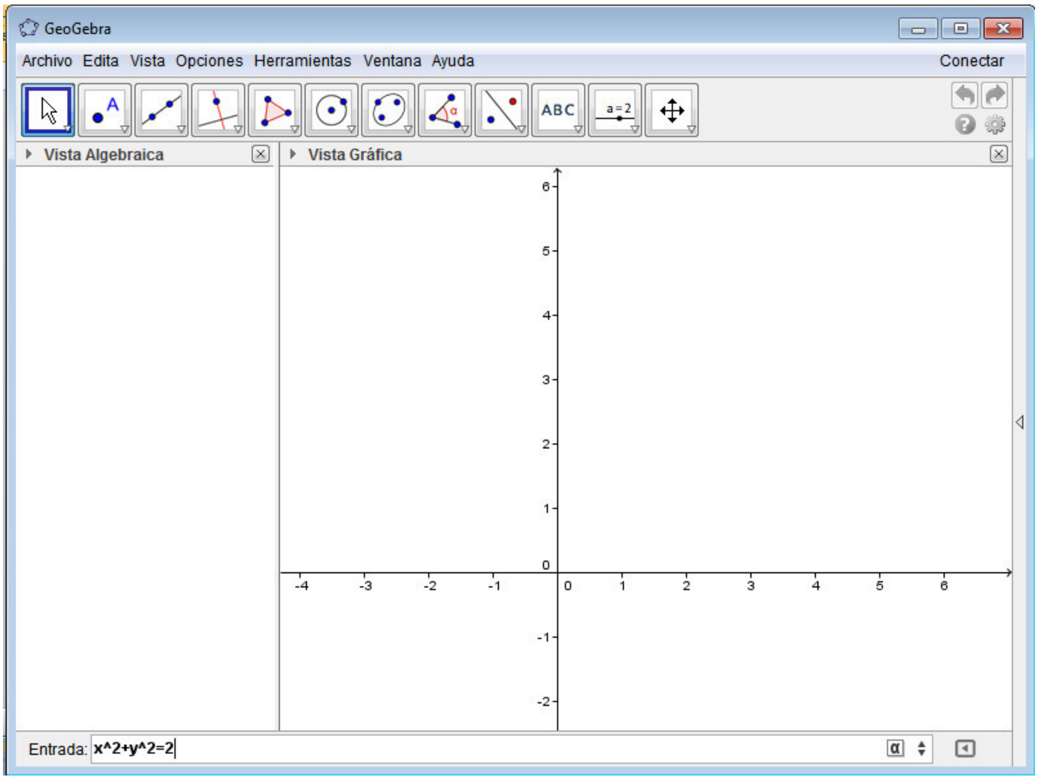
4. A continuación dar click izquierdo en cada una de las gráficas obtenidas (de dos en dos) y en el área de Vista Algebraica las soluciones saldrán de la forma (x,y) en caso haya o indefinida en caso no.

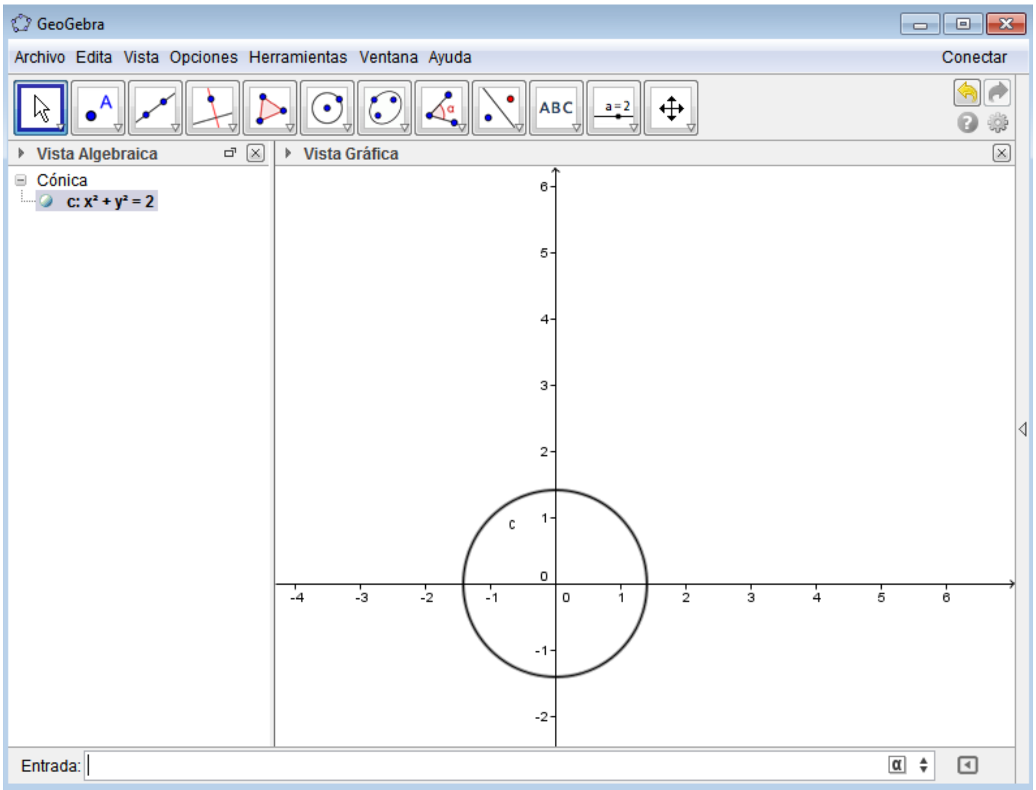
Ejemplo:

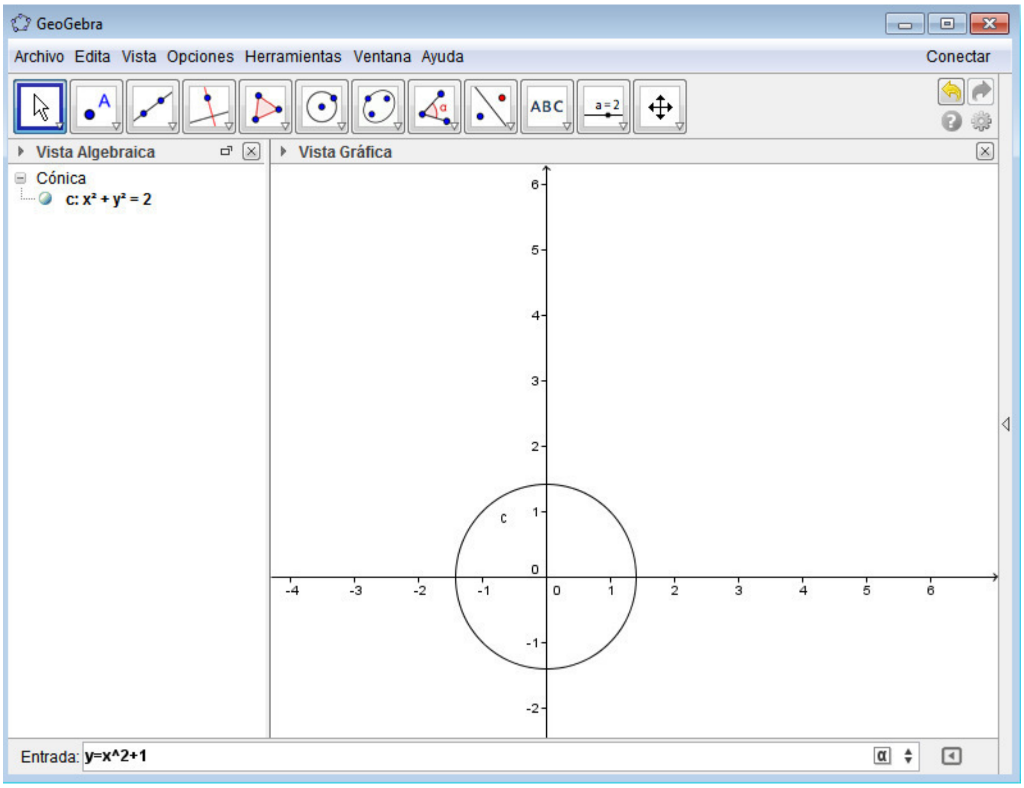
Determine la solución del siguiente sistema de ecuaciones usando Geogebra :

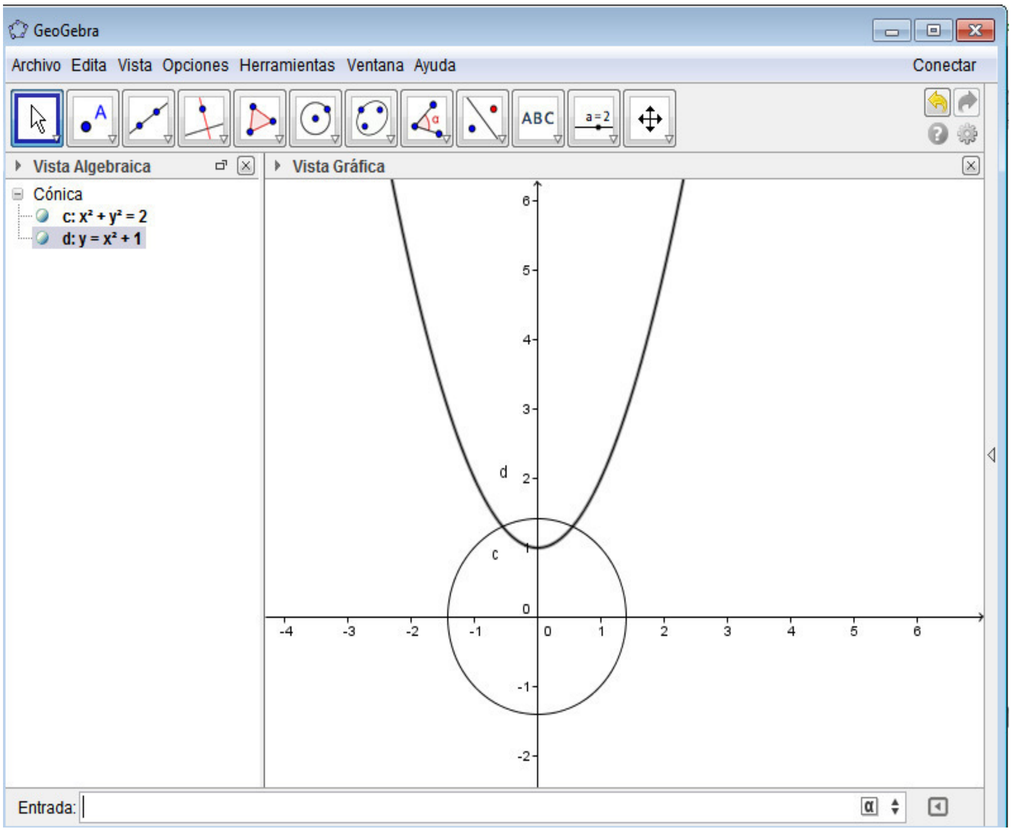
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

Paso 1: Ingreso de las ecuaciones:

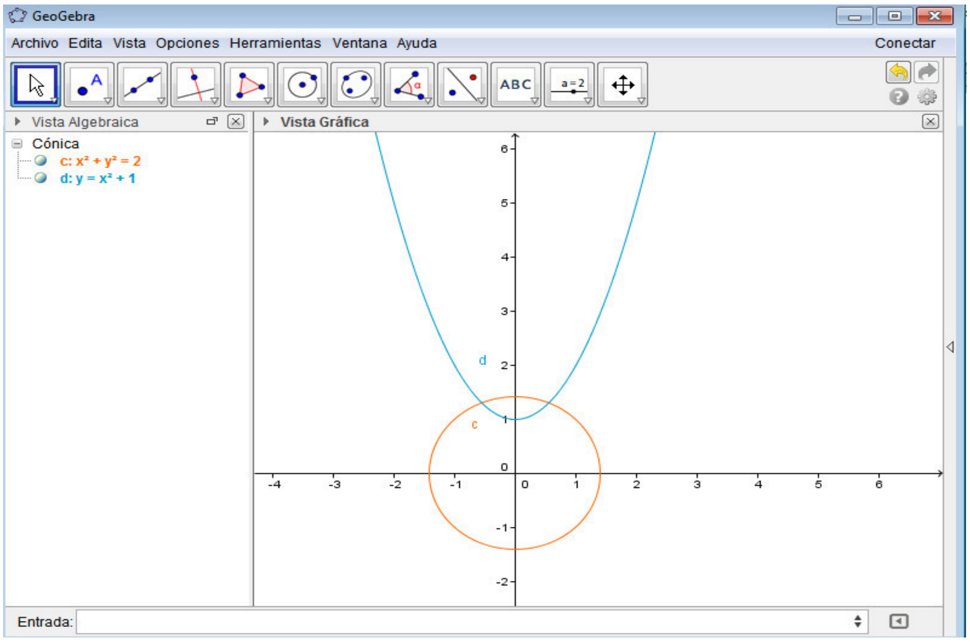

GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Conectar
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Entrada: x^2+y^2=2


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Conectar
Vista Algebraica
Cónica
c: x² + y² = 2
Vista Gráfica
Entrada:


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Conectar
Vista Algebraica
Cónica
c: x² + y² = 2
Vista Gráfica
Entrada: y=x^2+1

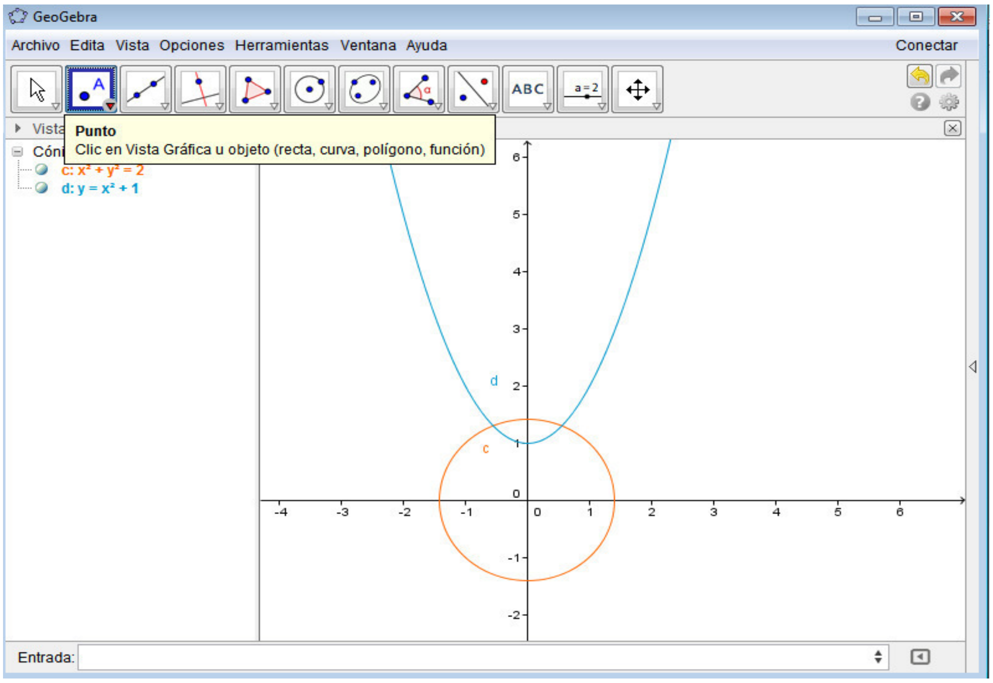

GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Conectar
Vista Algebraica
Cónica
c: x² + y² = 2
d: y = x² + 1
Vista Gráfica
Entrada:

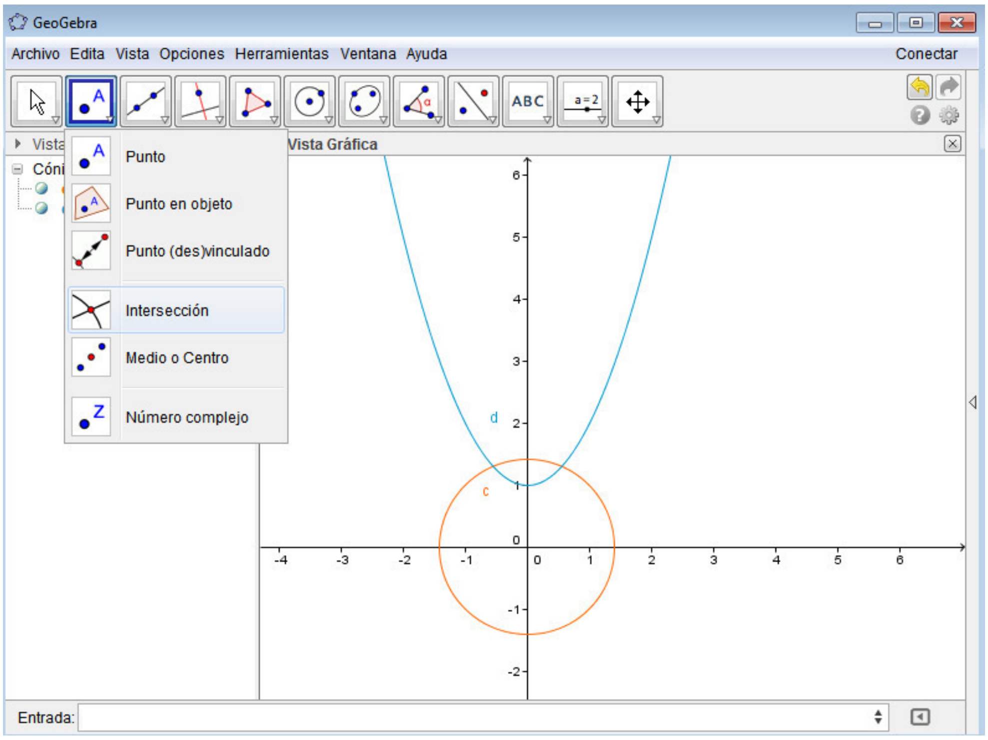
Paso 2: (Opcional) Puedes cambiarle los colores, tal como se hizo en el taller anterior.



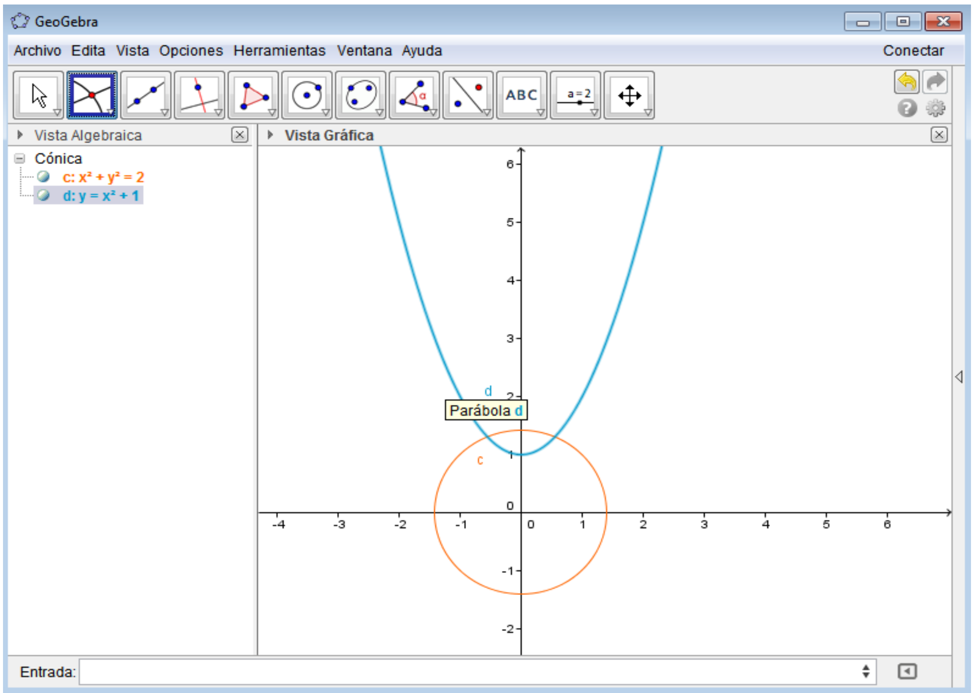
Paso 3: Hallando las soluciones

En el segundo cuadro de Barra de Herramientas, click izquierdo en la flecha de la esquina inferior derecha y seleccionar Intersección.

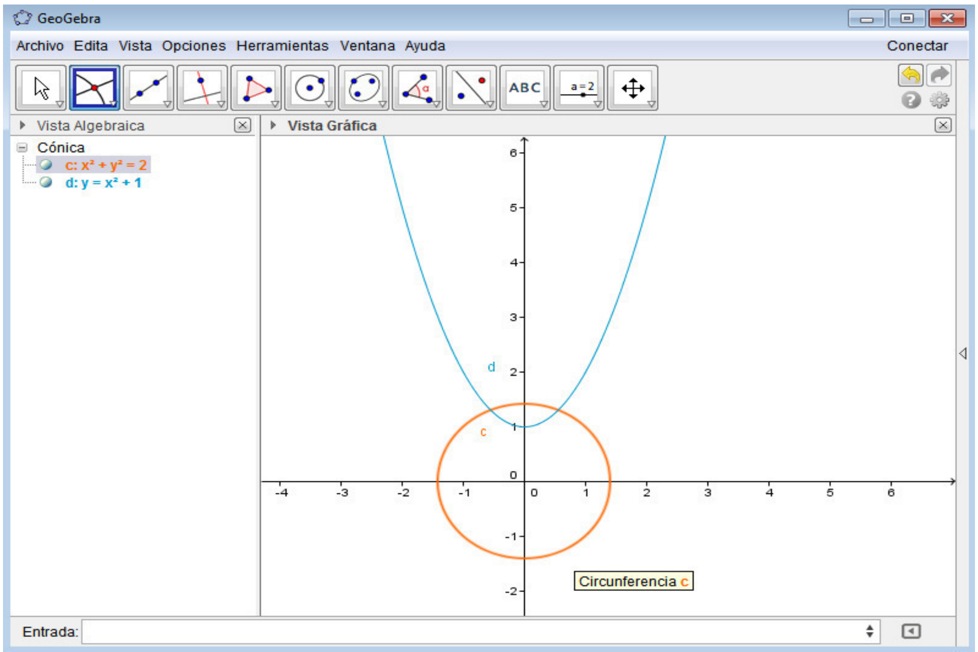




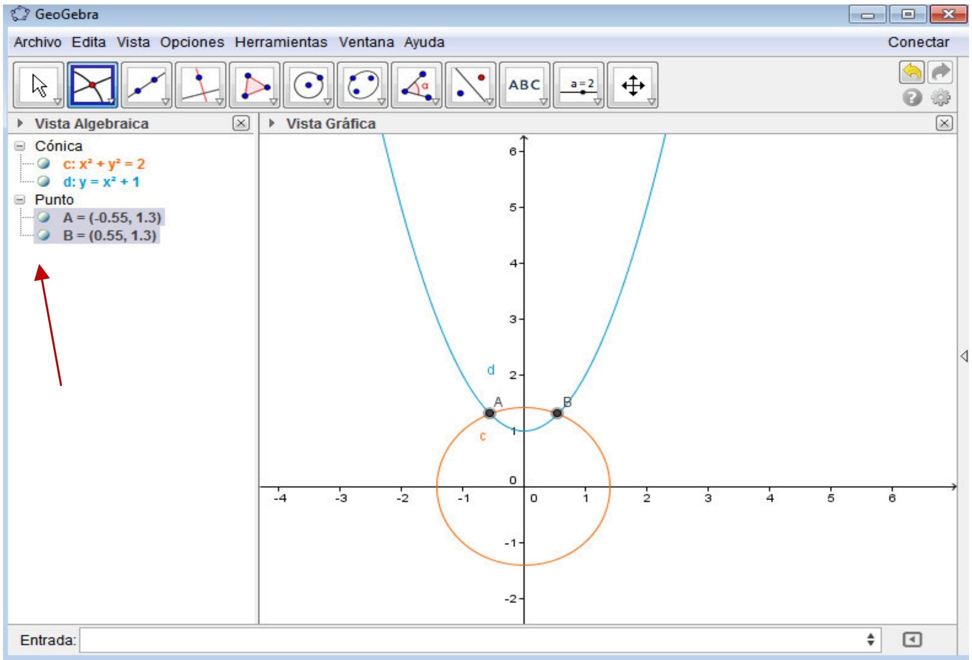
Click izquierdo sobre el primer gráfico:



Click izquierdo sobre el segundo gráfico:



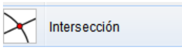
Las soluciones aparecerán automáticamente en el área de Vista Algebraica

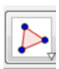


Por lo tanto, el sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$, tiene como conjunto solución

C.S:{(-0.55;1.3),(0.55;1.3)}.

Ingreso de inecuaciones con Geogebra

1. **Determinación de las fronteras.** En ‘Entrada’ escribir la primera ecuación. Se originará la gráfica de la ecuación. Seguir los mismos pasos para todas las ecuaciones que se deseen ingresar. Cambiamos los colores si deseamos.
2. **Determinación de los puntos de intersección.** En la Barra de Herramientas (segundo recuadro), hacer click izquierdo en la flecha que se encuentra en la esquina inferior derecha del recuadro y seleccionar la opción ‘Intersección’. 

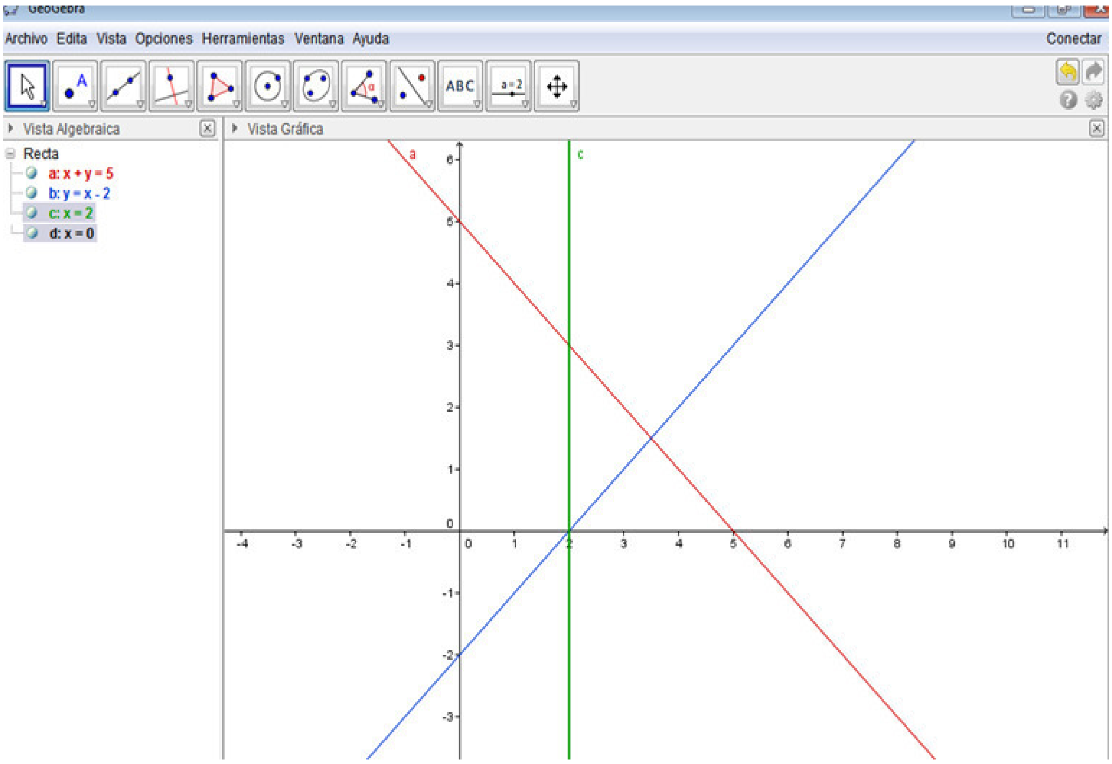
3. A continuación dar click izquierdo en cada una de las gráficas obtenidas (de dos en dos) y en el área de Vista algebraica las soluciones saldrán de la forma (x,y) en caso haya, o indefinida en caso no.
4. **Determinación de las regiones.** En ‘Entrada’ escribir la primera inecuación, teniendo en cuenta que si se quiere escribir ≥ , se deberá tipear >=, similarmente para ≤, tipear <=. Presionar la tecla ‘Enter’ después de ingresar cada inecuación. Se originará la gráfica de la región.
5. En Vista Algebraica, hacer click izquierdo en los indicadores verdes de la sección Recta, para que quede realmente determinado dicho sistema de inecuaciones. Opcionalmente se puede cambiar de colores a la región haciendo click dentro de la región, y proceder como ya se explicó en las secciones anteriores. A veces es necesario enfatizar la región y para eso hacemos uso de la opción polígono ubicado en el quinto botón de la Barra de Herramientas  y le damos click izquierdo. A continuación hacer click izquierdo en cada vértice de la figura generada.

Ejemplo:

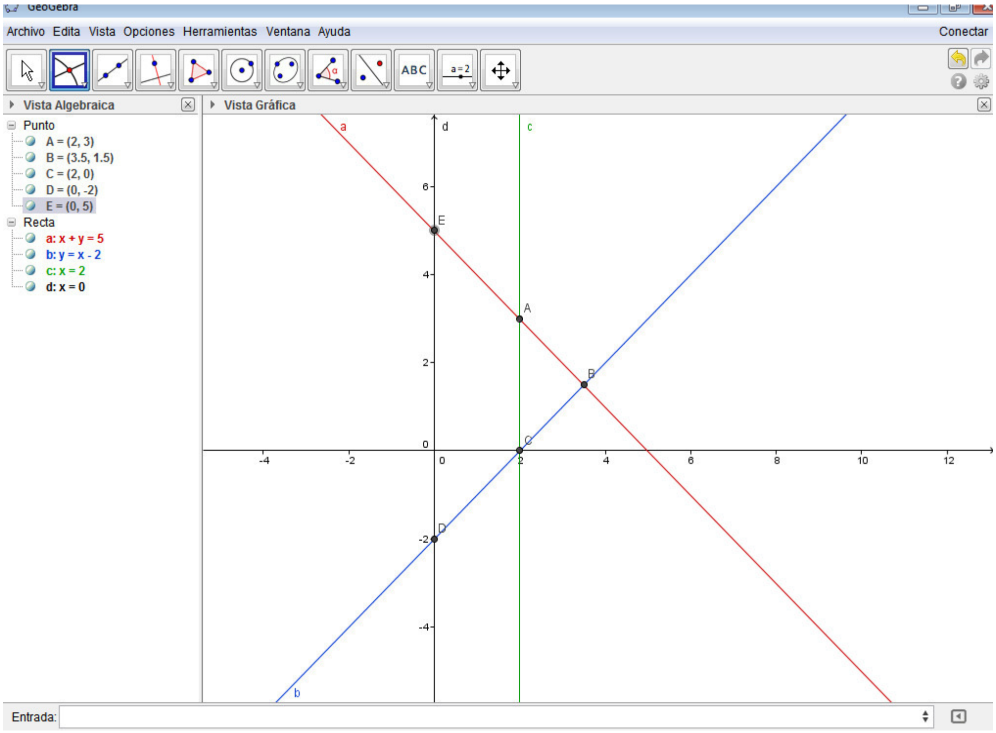
Determine la solución del siguiente sistema de inecuaciones usando Geogebra :

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ y > x - 2 \\ x \leq 2, x \geq 0 \end{cases}$$

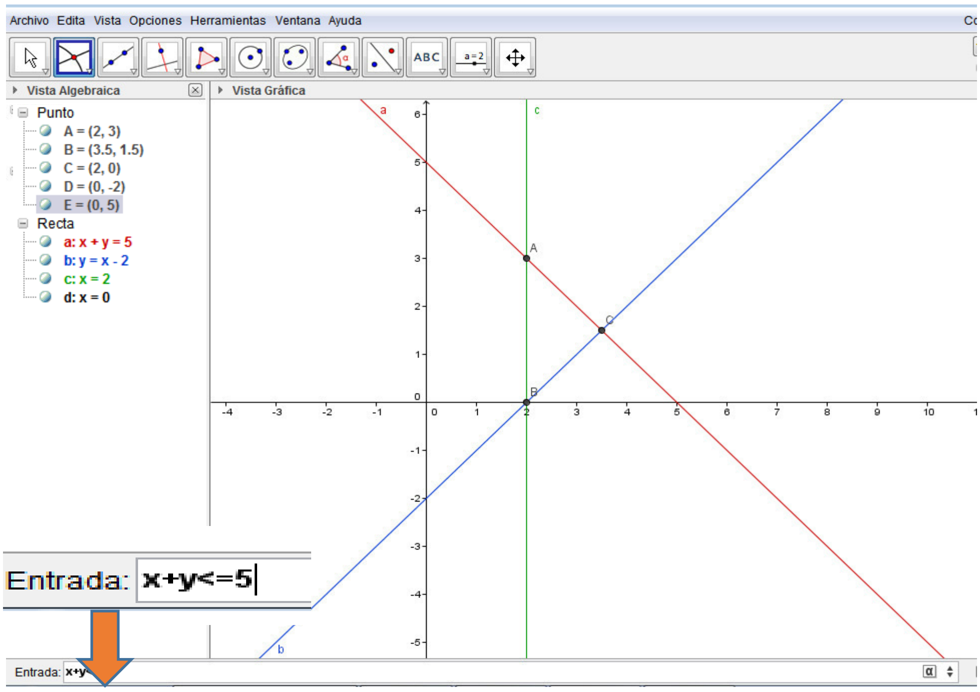
1. Escribimos cada desigualdad como ecuación, originando la frontera.



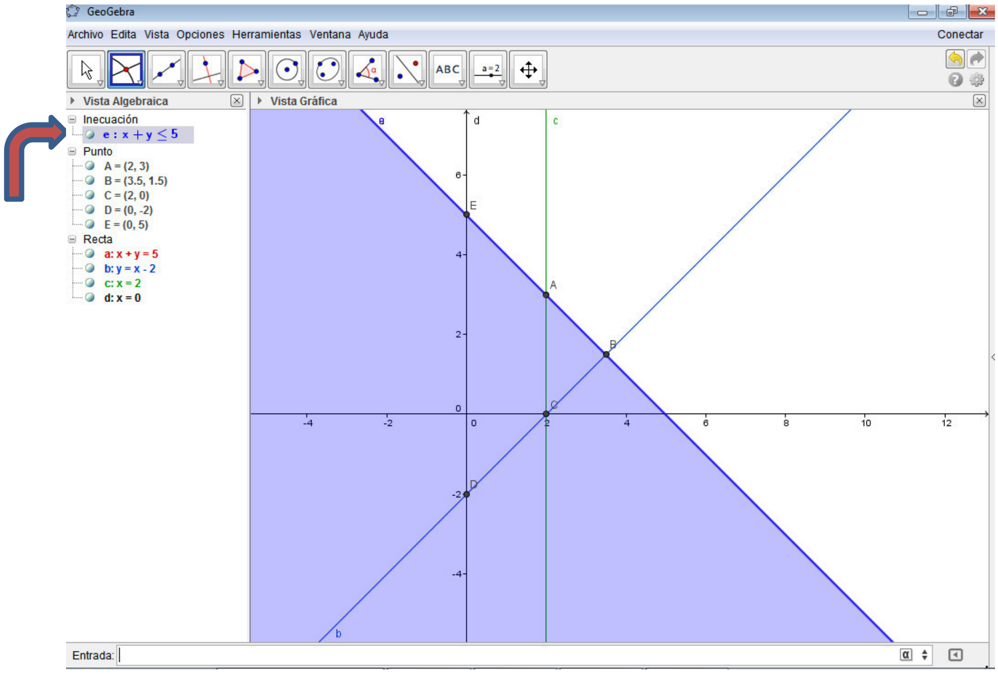
2. Puntos de intersección



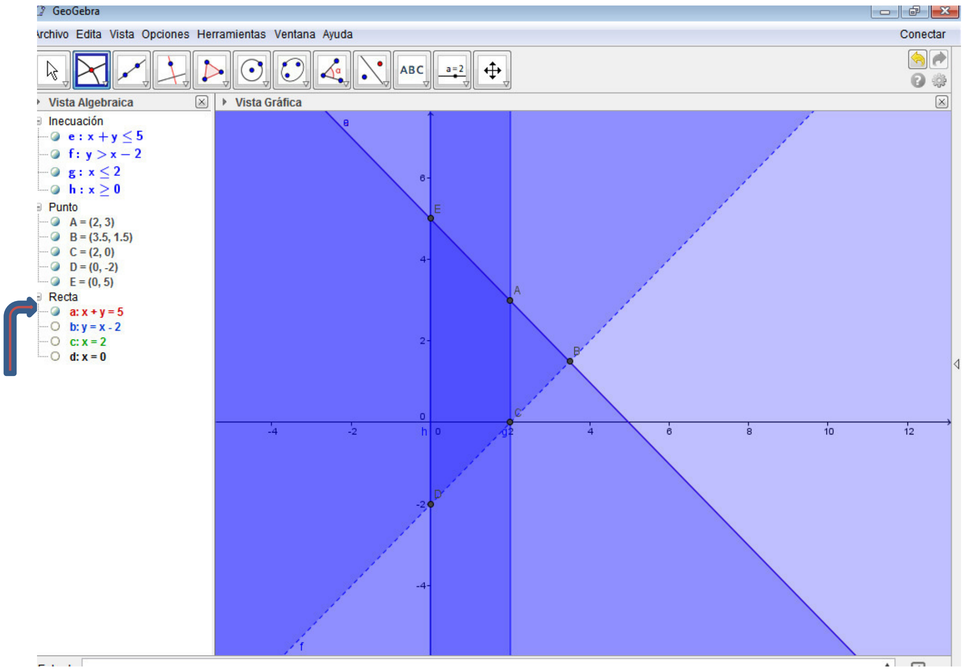
3. Determinación de las fronteras



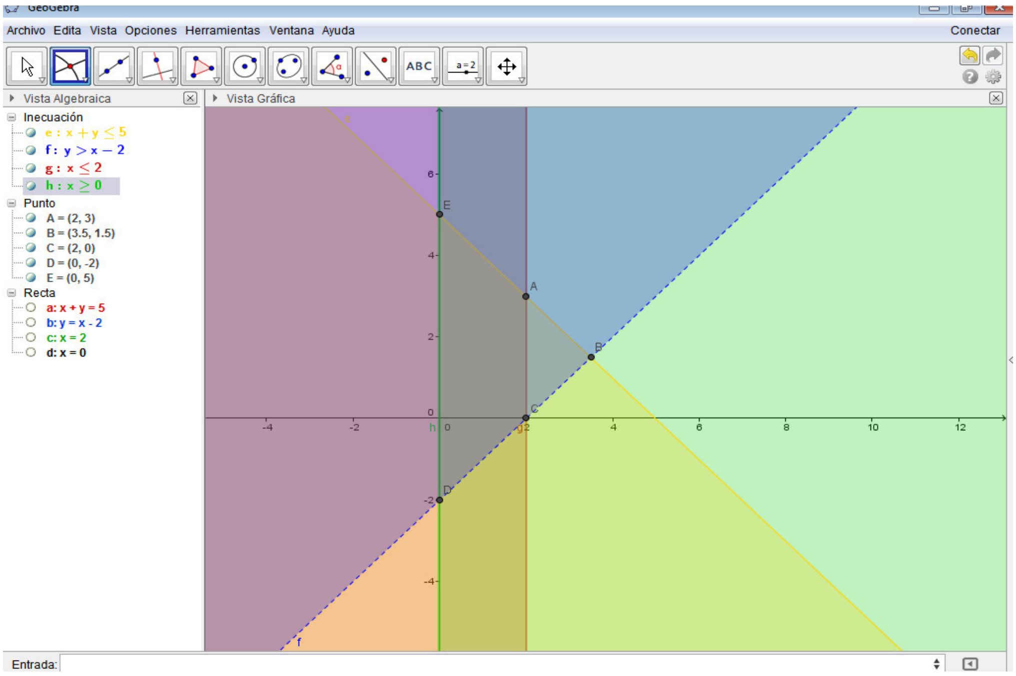
Al presionar Enter, se tendrá:



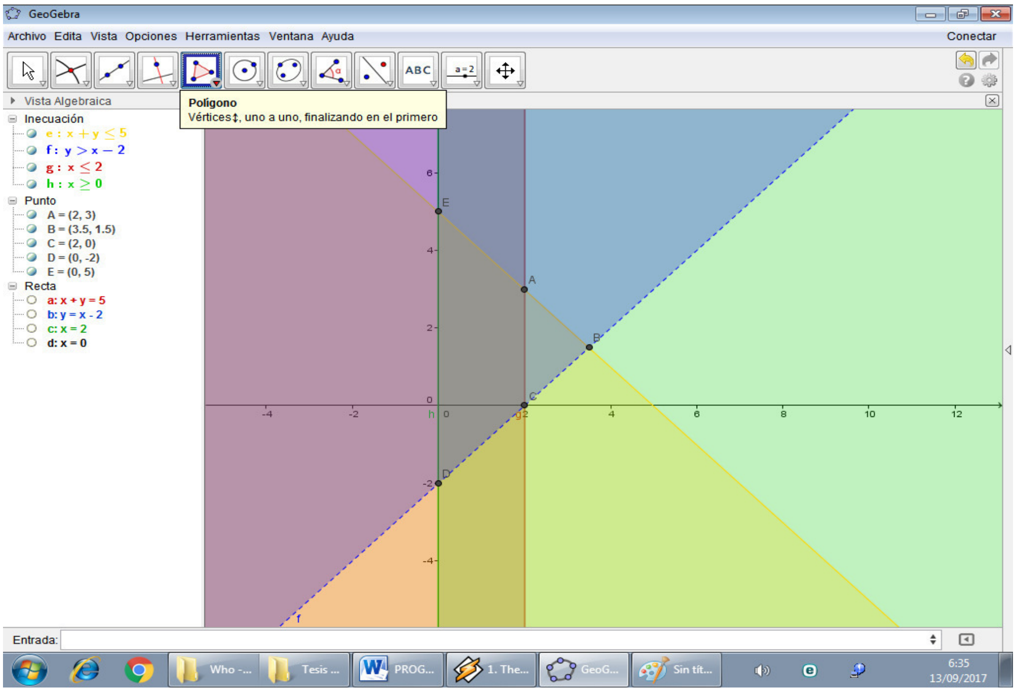
Repitiendo el mismo paso para las demás inecuaciones, Y posteriormente haciendo click en los indicadores verdes de la sección Recta en Vista algebraica.



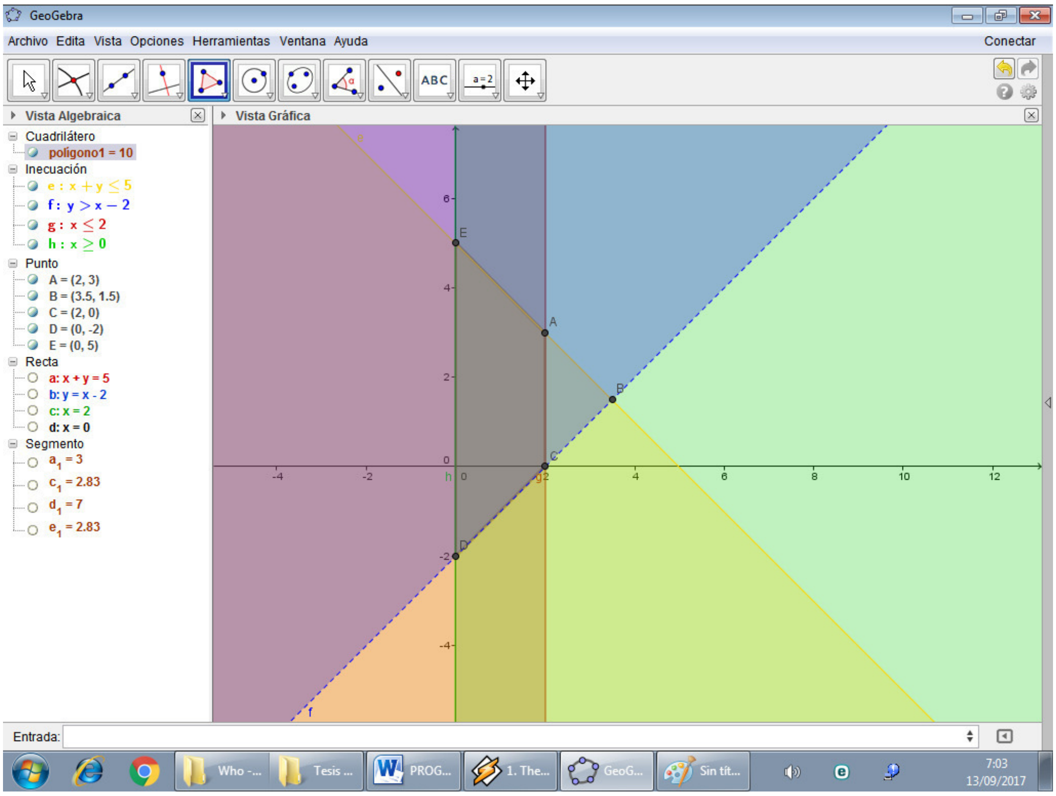
Cambiamos de colores según deseemos (Click derecho sobre la región → Propiedades → Color → Enter).



Encerrando la región común.



Haciendo click izquierdo en los puntos A,C,D,E y A, del polígono generado, se obtendrá finalmente:


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Conectar
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Cuadrilátero
polígono1 = 10
Inecuación
e : x + y ≤ 5
f : y > x − 2
g : x ≤ 2
h : x ≥ 0
Punto
A = (2, 3)
B = (3.5, 1.5)
C = (2, 0)
D = (0, -2)
E = (0, 5)
Recta
a: x + y = 5
b: y = x - 2
c: x = 2
d: x = 0
Segmento
a1 = 3
c1 = 2.83
d1 = 7
e1 = 2.83
Entrada:
7:03
13/09/2017

Base de datos de las variables

	V1														V2															
ID	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**V1**	**V2**
1	2,50	2,50	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,40	1,20	1,00	0,00	0,50	1,50	0,50	3,00	1,00	1,00	1,00	0,00	15,00	13,10
2	2,50	2,50	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,60	1,50	0,75	0,75	0,50	0,00	3,00	1,00	1,00	1,00	0,00	15,00	13,10
3	2,00	2,50	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,00	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00	0,20	0,80	1,00	0,50	0,00	0,50	0,00	3,00	0,50	1,00	1,00	2,50	15,00	12,00
4	2,50	2,50	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,20	1,40	1,50	0,75	0,75	1,50	0,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	17,50	16,10
5	2,50	2,50	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	1,50	0,75	0,75	1,00	1,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	19,50	18,00
6	2,50	2,50	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	1,00	0,50	0,50	2,00	1,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	19,50	18,00
7	0,00	2,50	0,50	0,50	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,40	0,80	0,50	0,50	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,50	3,45
8	2,50	2,50	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,40	0,80	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,50	3,20
9	2,50	2,50	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,80	0,10	0,80	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	2,80
10	2,50	2,50	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,20	0,80	1,00	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	14,00	4,00
11	2,50	2,50	1,00	2,00	0,00	0,00	2,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,60	1,00	0,00	0,40	1,50	0,75	0,75	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	6,00
12	2,50	2,50	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,40	1,20	1,00	0,00	0,50	1,50	0,50	3,00	1,00	1,00	1,00	0,00	15,00	13,10
13	2,50	2,50	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,60	1,50	0,75	0,75	0,50	0,00	3,00	1,00	1,00	1,00	0,00	15,00	13,10
14	2,00	2,50	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,00	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00	0,20	0,80	1,00	0,50	0,00	0,50	0,00	3,00	0,50	1,00	1,00	2,50	15,00	12,00
15	2,50	2,50	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,20	1,40	1,50	0,75	0,75	1,50	0,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	17,50	16,10
16	2,50	2,50	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	1,50	0,75	0,75	1,00	1,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	19,50	18,00
17	2,50	2,50	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	1,00	0,50	0,50	2,00	1,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	19,50	18,00
18	0,00	2,50	0,50	0,50	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,40	0,80	0,50	0,50	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,50	3,45
19	2,50	2,50	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,40	0,80	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,50	3,20
20	2,50	2,50	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,80	0,10	0,80	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,00	2,80
21	2,50	2,50	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,20	0,80	1,00	0,50	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	14,00	4,00
22	2,50	2,50	1,00	2,00	0,00	0,00	2,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,60	1,00	0,00	0,40	1,50	0,75	0,75	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	6,00

Cálculo de baremos

	Deficiente	Regular	Bueno	Excelente
Uso del software Geogebra	0-10	11-14	15-17	18-20
Aprendizaje del álgebra	0-10	11-14	15-17	18-20

Anexo 2: Validación de Instrumentos

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUACIÓN

INFORME DE JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del experto: Toribio Cangana Manuel
1.2. Cargo e Institución del experto: Docente de Matemática, UNI.
1.3. Nombre del instrumento: ____________
1.4. Autor del instrumento: ____________
1.5. Especialidad: Matemático
1.6. Título de la investigación: ____________
APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA EN ALUMNOS DEL QUINTO DE SECUNDARIA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES	Deficiente 00-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y específico.					✓
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.					✓
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.					✓
4. ORGANIZACIÓN	Existe organización lógica.					✓
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					✓
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					✓
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos-científicos.					✓
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones.					✓
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.					✓
10. PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					✓
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						90%

PERTINENCIA DE LOS ÍTEMS O REACTIVOS DEL INSTRUMENTO

Primera Variable:

INSTRUMENTO	SUFICIENTE	MEDIANAMENTE SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Ítem 1	✓		
Ítem 2	✓		
Ítem 3	✓		
Ítem 4	✓		
Ítem 5	✓		
Ítem 6	✓		
Ítem 7	✓		
Ítem 8	✓		
Ítem 9	✓		
Ítem 10	✓		
Ítem 11	✓		
Ítem 12	✓		
Ítem 13	✓		
Ítem 14	✓		

La evaluación se realiza en todos los ítems de la primera variable

III. Promedio de valoración: 90 %. V: OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

(✓) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.

( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha

D.N.I. Nº 15730266

Firma del experto informante

Mg. Manuel Toribio C

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUACIÓN

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INFORME DE JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del experto: Mas Huamán Ronald
1.2. Cargo e Institución del experto: Docente de Matemática-UNI
1.3. Nombre del instrumento: ____________
1.4. Autor del instrumento: ____________
1.5. Especialidad: Matemática
1.6. Título de la investigación: APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA EN ALUMNOS DE QUINTO DE SECUNDARIA.

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES	Deficiente 00-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y específico.					✓
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.					✓
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.					✓
4. ORGANIZACIÓN	Existe organización lógica.					✓
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					✓
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					✓
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos-científicos.					✓
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones.					✓
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.					✓
10. PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					✓
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						86 %

PERTINENCIA DE LOS ÍTEMS O REACTIVOS DEL INSTRUMENTO

Primera Variable:

INSTRUMENTO	SUFICIENTE	MEDIANAMENTE SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Ítem 1	✓		
Ítem 2	✓		
Ítem 3	✓		
Ítem 4	✓		
Ítem 5	✓		
Ítem 6	✓		
Ítem 7	✓		
Ítem 8	✓		
Ítem 9	✓		
Ítem 10	✓		
Ítem 11	✓		
Ítem 12	✓		
Ítem 13	✓		
Ítem 14	✓		

La evaluación se realiza en todos los ítems de la primera variable

III. Promedio de valoración: 86 %. V: OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

(✓) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.

( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha
D.N.I. Nº 41640806

Firma del experto informante
Magíster en Matemática

USMP
UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUACIÓN

INFORME DE JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del experto: Velasquez Tapullima, Pedro
1.2. Cargo e Institución del experto: Docente de Investigación - Certus.
1.3. Nombre del instrumento:
1.4. Autor del instrumento:
1.5. Especialidad: Administración e investigación
1.6. Título de la investigación:
APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA EN ALUMNOS DE QUINTO DE SECUNDARIA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES	Deficiente 00-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y específico.				✓	
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.				✓	
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.				✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe organización lógica.				✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.				✓	
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.				✓	
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos-científicos.				✓	
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones.				✓	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.				✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.				✓	
PROMEDIO DE VALIDACIÓN					77%	

PERTINENCIA DE LOS ÍTEMS O REACTIVOS DEL INSTRUMENTO

Primera Variable:

INSTRUMENTO	SUFICIENTE	MEDIANAMENTE SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Ítem 1	✓		
Ítem 2	✓		
Ítem 3	✓		
Ítem 4	✓		
Ítem 5	✓		
Ítem 6	✓		
Ítem 7	✓		
Ítem 8	✓		
Ítem 9	✓		
Ítem 10	✓		
Ítem 11	✓		
Ítem 12	✓		
Ítem 13	✓		
Ítem 14	✓		

La evaluación se realiza en todos los ítems de la primera variable

III. Promedio de valoración: 77 %. V: OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

(X) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.

( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha

D.N.I. Nº 44300506

Firma del experto informante

USMP UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUACIÓN

INFORME DE JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del experto: Toribio Cangana Manuel
1.2. Cargo e Institución del experto: Docente de Matemático, UNI.
1.3. Nombre del instrumento:
1.4. Autor del instrumento:
1.5. Especialidad: Matemático
1.6. Título de la investigación
APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA EN ALUMNOS DE QUINTO DE SECUNDARIA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES	Deficiente 00-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y específico.					✓
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.					✓
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.					✓
4. ORGANIZACIÓN	Existe organización lógica.					✓
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					✓
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					✓
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos-científicos.					✓
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones.					✓
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.					✓
10. PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					✓
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						90%

PERTINENCIA DE LOS ÍTEMS O REACTIVOS DEL INSTRUMENTO

Segunda Variable:

INSTRUMENTO	SUFICIENTE	MEDIANAMENTE SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Ítem 1	✓		
Ítem 2	✓		
Ítem 3	✓		
Ítem 4	✓		
Ítem 5	✓		
Ítem 6	✓		
Ítem 7	✓		
Ítem 8	✓		
Ítem 9	✓		
Ítem 10	✓		
Ítem 11	✓		
Ítem 12	✓		
Ítem 13	✓		
Ítem 14	✓		

La evaluación se realiza en todos los ítems de la segunda variable

III. Promedio de valoración: 90 %. V: OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

(✓) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.

( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha
D.N.I. Nº 15730266

Firma del experto informante
Mg. Manuel Toribio C

USMP UNIVERSIDAD DE SAN MARTIN DE PORRES

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUACIÓN

INFORME DE JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del experto: Mas Huamán Ronald
1.2. Cargo e Institución del experto: Docente en Matemática
1.3. Nombre del instrumento: ______
1.4. Autor del instrumento: ______
1.5. Especialidad: Matemática
1.6. Título de la investigación
APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA EN ALUMNOS DE QUINTO DE SECUNDARIA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES	Deficiente 00-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y específico.					✓
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.					✓
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.					✓
4. ORGANIZACIÓN	Existe organización lógica.					✓
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.					✓
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.					✓
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos-científicos.					✓
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones.					✓
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.					✓
10. PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.					✓
PROMEDIO DE VALIDACIÓN						86 %

PERTINENCIA DE LOS ÍTEMS O REACTIVOS DEL INSTRUMENTO

Segunda Variable:

INSTRUMENTO	SUFICIENTE	MEDIANAMENTE SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Ítem 1	✓		
Ítem 2	✓		
Ítem 3	✓		
Ítem 4	✓		
Ítem 5	✓		
Ítem 6	✓		
Ítem 7	✓		
Ítem 8	✓		
Ítem 9	✓		
Ítem 10	✓		
Ítem 11	✓		
Ítem 12	✓		
Ítem 13	✓		
Ítem 14	✓		

La evaluación se realiza en todos los ítems de la segunda variable

III. Promedio de valoración: 86 %. V: OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

(✓) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.

( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha

D.N.I. Nº 41640806

Firma del experto informante

Magister en Matemática

INSTITUTO PARA LA CALIDAD
DE LA EDUACIÓN

USMP
UNIVERSIDAD DE
SAN MARTIN DE PORRES

INFORME DE JUICIO DE EXPERTOS
DEL INSTRUMENTO DE
INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del experto: Velasquez Tapullima, Pedro
1.2. Cargo e Institución del experto: Docente de Investigación - Cartus
1.3. Nombre del instrumento:
1.4. Autor del instrumento:
1.5. Especialidad: Administración e Investigación
1.6. Título de la investigación
APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA EN ALUMNOS DE QUINTO DE SECUNDARIA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES	Deficiente 00-20%	Regular 21-40%	Buena 41-60%	Muy buena 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y específico.				✓	
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables.				✓	
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.				✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe organización lógica.				✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.				✓	
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos de las estrategias.				✓	
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos-científicos.				✓	
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones.				✓	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.				✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es funcional para el propósito de la investigación.				✓	
PROMEDIO DE VALIDACIÓN					77%	

PERTINENCIA DE LOS ÍTEMS O REACTIVOS DEL INSTRUMENTO

Segunda Variable:

INSTRUMENTO	SUFICIENTE	MEDIANAMENTE SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Ítem 1	✓		
Ítem 2	✓		
Ítem 3	✓		
Ítem 4	✓		
Ítem 5	✓		
Ítem 6	✓		
Ítem 7	✓		
Ítem 8	✓		
Ítem 9	✓		
Ítem 10	✓		
Ítem 11	✓		
Ítem 12	✓		
Ítem 13	✓		
Ítem 14	✓		

La evaluación se realiza en todos los ítems de la segunda variable

III. Promedio de valoración: 77 %. V: OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

(X) El instrumento puede ser aplicado, tal como está elaborado.

( ) El instrumento debe ser mejorado antes de ser aplicado.

Lugar y fecha

D.N.I. Nº 44300506

Firma del experto informante

Anexo 3: Constancia de aplicación

COLEGIO PRIVADO
María Medalla Milagrosa
INICIAL - PRIMARIA
SECUNDARIA

LA DIRECTORA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA MARÍA MEDALLA MILAGROSA, Quien suscribe deja:

CONSTANCIA

Que el profesor Bach. VÍCTOR EDUARDO RODRÍGUEZ SOTO ha realizado, con los alumnos del quinto año de educación secundaria, el trabajo de Investigación titulado **"APLICACIÓN DE SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE SECUNDARIA",** en el año escolar 2017 bajo nuestra supervisión.

Se expide la siguiente constancia a solicitud del interesado, para los fines que crea conveniente.

Lima, 2 de Febrero de 2018

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA
DIRECCIÓN
UGEL 04 - COMAS
MARÍA MEDALLA MILAGROSA

Lic. Gertrudis Pérez Aguirre

Directora

Calle Las Compuertas Mz. D Lte. 1 – 10 Urb. Parcela Ranchería - Comas
Telf.: 557-1008