

#### INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

# IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE DE GEOGEBRA UTILIZANDO CÓDIGOS QR COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS PARA EL CÁLCULO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

PRESENTADA POR

**JOSÉ ROSALES ROSAS PALOMINO** 

**ASESOR** 

**OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA** 

**TESIS** 

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN UNIVERSITARIA

LIMA – PERÚ

2018





### Reconocimiento - No comercial - Sin obra derivada $CC \ BY\text{-}NC\text{-}ND$

El autor permite que se pueda descargar esta obra y compartirla con otras personas, siempre que se reconozca su autoría, pero no se puede cambiar de ninguna manera ni se puede utilizar comercialmente.

http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/



### INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN SECCIÓN DE POSGRADO

# IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE DE GEOGEBRA UTILIZANDO CÓDIGOS QR COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS PARA EL CÁLCULO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

## PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN UNIVERSITARIA

PRESENTADO POR:

JOSÉ ROSALES ROSAS PALOMINO

ASESOR: Dr. OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA

LIMA, PERÚ

2018

# IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE DE GEOGEBRA UTILIZANDO CÓDIGOS QR COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN EL APRENDIZAJE DE FUNDAMENTOS PARA EL CÁLCULO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

#### **ASESOR Y MIENBROS DEL JURADO**

#### **ASESOR:**

Dr. Oscar Rubén, Silva Neyra.

#### PRESIDENTE DEL JURADO:

Dr. Florentino Norberto, Mayuri Molina.

#### **MIENBROS DEL JURADO:**

Dr. Carlos Augusto, Echaiz Rodas.

Dr. Víctor Zenón, Cumpa Gonzales.

#### **DEDICATORIA:**

Dedico este trabajo al motor de mi vida, fuente de alegría y superación en cada momento de mi vida, mi hijo Joseph y a mi madre que siempre está a mi lado en todo momento brindándome su apoyo.

#### **AGRADECIMIENTOS:**

Agradezco a mi asesor, el Dr. Oscar Rubén Silva Neyra, quien con su paciencia me ayudó a completar este trabajo de investigación en forma adecuada y, a la Universidad San Martín de Porres que me permitió realizarme como persona en la parte académica.

### ÍNDICE

| p                                      | páginas |
|--|---------|
| Portada                                | i       |
| Título                                 | ii      |
| Asesor y miembros del jurado           | iii     |
| Dedicatoria                            | iv      |
| Agradecimientos                        | V       |
| ÍNDICE                                 | vi      |
| RESUMEN                                | ix      |
| ABSTRACT                               | xi      |
| INTRODUCCIÓN                           | xiii    |
|  |         |
| CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO              |         |
| 1.1. Antecedentes de la investigación  | 1       |
| 1.1.1. Antecedentes nacionales         | 2       |
| 1.1.2. Antecedentes internacionales    | 5       |
| 1.2. Bases teóricas                    | 7       |
| 1.2.1. El software                     | 7       |
| 1.2.1.1. El software educativo         | 8       |
| 1.2.1.2. Tipos de softwares educativos | 9       |

|      |         | 1.2.1.3. El software educativo como nerramienta didactica | 9  |
|------|---------|---|----|
|      | 1.2.2.  | El software libre   | 10 |
|      |         | 1.2.2.1. Historia del software libre                      | 10 |
|      | 1.2.3.  | El software Geogebra                                      | 11 |
|      |         | 1.2.3.1. Estructura del programa                          | 12 |
|      |         | 1.2.3.2. Vistas del programa                              | 14 |
|      | 1.2.4.  | Los códigos QR  | 16 |
|      |         | 1.2.4.1. Los códigos QR como herramienta didáctica        | 17 |
|      | 1.2.5.  | El aprendizaje  | 18 |
|      |         | 1.2.5.1. Características del aprendizaje                  | 19 |
|      |         | 1.2.5.2. Aprendizaje de la matemática                     | 20 |
|      |         | 1.2.5.3. Factores que intervienen en el aprendizaje       | 21 |
|      | 1.2.6.  | Teorías del aprendizaje                                   | 21 |
| 1.3. | Definio | ciones de términos básicos                                | 25 |
| CAF  | ÍTULO   | II: HIPÓTESIS Y VARIABLES                                 |    |
| 2.1. | Formu   | lación de hipótesis                                       | 28 |
|      | 2.1.1.  | Hipótesis general   | 28 |
|      | 2.1.2.  | Hipótesis específica                                      | 29 |
| 2.2. | Variab  | les y definición operacional                              | 32 |
|      | 2.2.1.  | Variable independiente                                    | 32 |
|      | 2.2.2.  | Variable dependiente                                      | 34 |
| CAF  | ÍTULO   | III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN                      |    |
| 3.1. | Diseño  | metodológico  | 35 |
| 3.2. | Diseño  | muestral  | 37 |
| 3.3. | Técnic  | as de recolección de datos                                | 38 |

| 3.3.1. Descripción de los instrumentos                        |
|---|
| 3.3.2. Validez y confiabilidad de los instrumentos            |
| 3.4. Técnicas estadísticas en el procesamiento de información |
| 3.5. Aspectos éticos  |
| CAPÍTULO IV: RESULTADOS                                       |
| 4.1. Descripción de los resultados                            |
| 4.2. Contrastación de hipótesis                               |
| 4.2.1. Hipótesis general de la investigación                  |
| 4.2.2. Hipótesis específica                                   |
| CAPÍTULO V: DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES         |
| 5.1. Discusión  |
| 5.2. Conclusiones 64  |
| 5.3. Recomendaciones 65                                       |
|   |
| FUENTES DE INFORMACIÓN  |
| Referencias bibliográficas67                                  |
|   |
| ANEXO   |
| Anexo 1: Matriz de consistencia.                              |
| Anexo 2: Instrumentos para la recolección de datos.           |
| Anexo 3: Evaluación del pre tets.                             |
| Anexo 4: Evaluación del post test.                            |
| Anexo 5: Juicio de expertos.                                  |
| Anava 6: Materiales de clase                                  |

#### RESUMEN

Este trabajo de investigación trata de contribuir con la mejora del aprendizaje en la matemática, mediante el uso del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica. El objetivo planteado a nivel local, es aportar herramientas nuevas e innovadoras que mejoren el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo, y, en el ámbito educativo nacional queremos dar a conocer nuevos usos del *software* de Geogebra, junto a herramientas de uso libre, como los códigos QR, que en conjunto facilitan la transmisión y adquisición de conocimientos en forma sencilla y rápida, mediante cualquier medio electrónico.

En el desarrollo de la investigación llegamos a probar, que en efecto, este software en combinación con los códigos QR, mejoran de forma significativa el aprendizaje de la asignatura en los estudiantes.

Para esto se planteó el objetivo general de determinar, en qué medida la implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

La metodología utilizada es de tipo cuasi experimental con la aplicación de una prueba de entrada *pre test* y una prueba de salida *post test*, donde la muestra de estudio, estuvo constituida por 80 estudiantes de una población total de 240, los cuales se dividieron en dos grupos, de la siguiente manera, 40 estudiantes en el grupo control y 40 estudiantes en el experimental; en ambos grupos se desarrollaron los mismos temas en condiciones similares, con la única diferencia, que en el grupo experimental se implementaron las herramientas del Geogebra y códigos QR.

Por otra parte el marco teórico se fundamenta en la concepción constructivista de las teorías de aprendizaje de Ausubel y Jean Piaget, donde el estudiante es responsable en la construcción de su propio conocimiento de forma significativa. En el análisis y tratamiento de los datos se utilizó el software estadístico SPSS 25.0 a través del método del test U de Mann-Whitney llegando a evidenciar estadísticamente una mejora en las calificaciones de los estudiantes, dentro de las cuales comprende las capacidades de, gráficas en el plano coordenado, funciones reales de variable real, límites de funciones, logaritmos y ecuaciones exponenciales simples; con lo cual se llegó a comprobar la hipótesis principal de la investigación: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

**Palabras claves:** *Software* de Geogebra, Códigos QR, aprendizaje, Fundamentos para el Cálculo.

#### **ABSTRACT**

This investigation attempts to contribute with the improvement of the learning process of mathematics through the use of the Geogebra software using the QR codes as an educational tool. The specific objective proposed is to contribute new and innovative tools that improve the learning process in the fundamentals of calculus and regarding the national education system, we want to enlighten new uses of the Geogebra software and the free use of sources such as the QR codes which make the acquisition of knowledge easier and faster through any electronic mean.

While developing this research, we proved that in fact, this software in combination with the QR codes help to improve significantly the learning process of mathematics in students, so we proposed a general objective that determines how the implementation of the Geogebra software and the QR codes used as an educational source, improves the learning process in the fundamentals of calculus in first semester students of management of Peruvian University of Applied Sciences 2018.

This research used a quasi-type of experimental methodology with the application

of an entrance examination "pre-test" and an exit examination "post-test", this study

sample was integrated by 80 students out of a total population of 240 which were

divided in two groups as followed; 40 in the control group and the other 40 in the

experimental group. In both groups, the same topic was developed under the same

circumstances with the only difference that the Geogebra software and the QR

codes were implemented only in the experimental group.

Moreover, the theoretical framework of this research is based on the learning

theories of Ausubel and Jean Piaget which are based on a constructivist approach

where the students build their own knowledge in a meaningful and responsible way.

The statistics analysis was executed applying the statistic software SPSS 25.0 and

the U test method from Mann-Whitney demonstrating statistically a substantial

improvement in the students' grades which include abilities focuses on graphing on

coordinate plane, real functions of a real variable, limited functions, logarithms and

simple exponential equations; concluding that this proved the principal hypothesis

of this research: the implementation of the Geogebra software and the QR codes as

an educational tool, improves significantly the learning process in the fundamentals

of calculus in the 2018- first semester students of management of Peruvian

University of Applied Sciences 2018.

**Keywords**: Geogebra software, QR codes, fundamentals of calculus.

χij

#### INTRODUCCIÓN

La educación en nuestro país se encuentra en un serio problema debido a las deficiencias que presentan nuestros estudiantes en la parte matemática, motivo por el cual Perú actualmente se encuentra en las últimas posiciones de la prueba internacional Pisa, siendo este el gran reto que tenemos que afrontar todos los educadores para tratar de cambiar nuestra realidad, es por ello la necesidad de innovar en la forma tradicional de enseñar, ya que en muchas instituciones educativas la enseñanza se sigue dando de forma pasiva, donde el estudiante solo es un receptor de conocimientos sin ser el protagonista principal de su aprendizaje, ese fue el principal motivo que me llevó a plantear este tema de investigación para dar a conocer que existen nuevas formas de enfocar la enseñanza matemática, donde el estudiante se convierte en partícipe activo de la adquisición de conocimientos de manera significativa; es posible con el uso de nuevas herramientas didácticas que motiven el aprendizaje en el estudiante, por ello en el trabajo de investigación presentado, doy a conocer dos herramientas tecnológicas que enriquecen las sesiones de clase del docente.

El objetivo planteado es el poder determinar en qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejoran

el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Las bases teóricas en la que se sustenta este trabajo, son las teorías del aprendizaje y la recopilación de investigaciones nacionales e internacionales, donde todo esto fué contrastado con los datos empíricos obtenido mediante muestreos estadístico que da sustento a nuestra hipótesis general: "La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018", que nos permite implementar estrategias de enseñanza nuevas e innovadoras, para poder diseñar programas educativos que se implementen en los cursos de los primeros ciclos.

La presente investigación utilizó un diseño de tipo cuasi experimental que estuvo formada por dos grupos, uno de ellos llamado control y el otro experimental, aplicándose en ambos un *pre* y *post test*, constituida por una muestra de 80 estudiantes de una población total de 240, la variable independiente: "Implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica", y la variable dependiente dada por el "Aprendizaje de los Fundamentos para el Cálculo" llegando a demostrar que en efecto el uso de estas herramientas mejoran de forma significativa el aprendizaje de la asignatura, fundamentos para el cálculo en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Para ello, primero se tuvo que validar nuestros instrumentos utilizados, mediante un juicio de expertos para determinar su validez, además se utilizó una muestra piloto al cual se aplicó el estadístico alpha de Crombach, y se pudo determinar la confiabilidad de los instrumentos, de esta manera se obtuvieron los datos para posteriormente ser tratados con el *software* SPSS 25.0 y debido al tamaño de la muestra tomada, se aplicó Shapiro Wilk para posteriormente aplicar el test U de Mann–Whitney que utiliza la comparación entre medias.

La investigación se estructuró en cinco capítulos de la siguiente forma:

Capítulo I: Marco teórico, en esta parte de la investigación enunciamos los antecedentes nacionales e internacionales, junto a las bases teóricas en las cuales se sustenta nuestra investigación, la cual se encuentra apoyada en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel junto al enfoque constructivista de Jean Piaget.

**Capítulo II:** Hipótesis y variables, en esta parte enunciamos la hipótesis general, hipótesis específicas y realizamos la operacionalización de las variables.

**Capítulo III:** Metodología de la investigación, en esta parte se presenta el enfoque de la investigación, diseño metodológico y diseño muestral, donde también desarrollamos las técnicas estadísticas para la recolección de datos, procesamiento y aspectos éticos de la investigación.

**Capítulo IV:** Resultados, en esta parte se analizan los datos obtenidos en el *pre* y *post test*, mediante métodos de la estadística descriptiva, tratando de presentar los hallazgos obtenidos de acuerdo a los objetivos e hipótesis de investigación.

Capítulo V: Discusión, en esta parte de la investigación tenemos las conclusiones y recomendaciones, donde se analiza e interpreta los resultados obtenidos

confrontados con la base teórica; para luego proponer las mejoras pertinentes en beneficio de los estudiantes, de forma que estas se puedan implementar en toda la institución educativa y finalmente se mencionan las fuentes de información bibliográficas y anexos.

Espero que este trabajo pueda aportar de manera significativa, herramientas nuevas e innovadoras para que los docentes la puedan implementar en sus aulas de clase beneficiando de esta manera a sus estudiantes, para que así todos podamos contribuir a la mejora de la enseñanza matemática, ofreciendo nuevos enfoques que nos permitan desarrollar un ambiente motivador en clase.

#### **CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO**

En este capítulo sustentaremos nuestra investigación con la descripción de algunos trabajos relacionados al uso del *software* de Geogebra y códigos QR, citando para ello autores nacionales e internacionales; además de un conjunto de conceptos, teorías y definiciones de términos básicos, necesarios para poder entender la terminología específica de esta investigación.

#### 1.1 Antecedentes de la investigación

En la actualidad existen muchos trabajos que abordan el uso del *software* Geogebra, pero ninguno en el ámbito nacional que relacionan su implementación y, la facilidad de acceso a la información que proporciona los códigos QR. El hecho de integrar herramientas didácticas que faciliten el aprendizaje del análisis matemático, a través de procesos visuales en los estudiantes, hace que ellos tengan un nuevo enfoque hacia las ciencias básicas, ya que gracias al uso de la geometría dinámica que utiliza este *software*, el estudiante puede relacionar conceptos con objetos matemáticos mediante la visualización e interacción, esto unido al fácil acceso de información que proporciona los códigos QR, hacen que los procesos de

aprendizaje se vuelvan mucho más eficientes. En ello radica la importancia de esta investigación, pues posibilita el uso combinado de estas herramientas, no solo a nivel universitario, sino también en otros niveles educativos.

#### 1.1.1 Antecedentes nacionales

En la actualidad los trabajos que hacen uso del *sofware* de Geogebra en nuestro país han ido creciendo debido a las bondades que ofrece este recurso, tal es así que:

Según, Bermeo Carrasco (2017), en su tesis denominada "Influencia del software de Geogebra en el aprendizaje para graficar funciones reales de variable real", implementado en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y de sistemas de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), con el fin de optar el grado académico de doctor en educación, tuvo por objetivo ver la influencia que existente entre las variables software de Geogebra y el aprendizaje para graficar funciones reales de variable real, en una población conformada por 127 estudiantes del primer ciclo de la UNI, llegando a obtener como resultados los datos que se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Datos del pre test y post test.

|                         |         |                  | test     |           |        |
|-------------------------|---------|------------------|----------|-----------|--------|
|                         |         |                  | pre test | post test | Total  |
| aprendizaje de graficar | proceso | Recuento         | 48       | 12        | 60     |
|                         |         | % dentro de test | 37,8%    | 9,4%      | 23,6%  |
|                         | logro   | Recuento         | 79       | 115       | 194    |
|                         |         | % dentro de test | 62,2%    | 90,6%     | 76,4%  |
| Total                   |         | Recuento         | 127      | 127       | 254    |
|                         |         | % dentro de test | 100,0%   | 100,0%    | 100,0% |

Fuente: Bermeo Carrasco, (2017)

Podemos ver del resultado general de la investigación, en el *pre test* se obtuvo que un 37,8% de los estudiantes se encuentran en un proceso de aprendizaje, mientras que el 62,2% de ellos alcanzaron el logro; luego de aplicar el experimento en el *post test* se obtuvo que el 9,4% de los estudiantes se encuentra en proceso, y el 90,6% alcanzó el logro, en conclusión la aplicación del *software* de Geogebra mejoró de forma significativa el aprendizaje para graficar funciones reales de variable real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI.

Huaraca & Rubén (2012), en su tesis denominada "Uso del Software en el Aprendizaje de la Geometría Analítica" para poder optar el grado académico de magister en ciencias de la educación, implementó el uso del software educativo de Geogebra que mejora el aprendizaje de los estudiantes, para ello, tomó una muestra de 44 estudiantes separados en dos grupos, cada uno constituido por 22 estudiantes; los cuales se denominaron grupo control y experimental, llegando a obtener como resultado lo siguiente:

Tabla 2. Análisis de resultados estadísticos.

|        |          | Pre-test_GC | Pos-test_GC | Pre-test_GE | Pos-test_GE |
|--------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| N.     | Válidos  | 22          | 22          | 22          | 22          |
| N      | Perdidos | 0           | 0           | o           | 0           |
| Media  |          | 7,9545      | 8,2727      | 3,3636      | 12,1364     |
| Med    | liana    | 8,0000      | 9,0000      | 3,0000      | 11,0000     |
| Mod    | la       | 9,00        | 10,00       | 2,00        | 11,00       |
| Des    | v. típ.  | 2,98372     | 2,89798     | 1,81385     | 3,49551     |
| Vari   | anza     | 8,903       | 8,398       | 3,290       | 12,219      |
| Rango  |          | 12,00       | 11,00       | 6,00        | 13,00       |
| Mínimo |          | 2,00        | 2,00        | 1,00        | 7,00        |
| Máximo |          | 14,00       | 13,00       | 7,00        | 20,00       |

Fuente: Huaraca & Rubén (2012)

Como podemos ver en la tabla 2 el grupo experimental tuvo un aumento significativo en sus notas en comparación al grupo control, debido a la diferencia existente entre las medias de ambos grupos se pudo afirmar que el *software* de Geogebra, influía de forma significativa en su aprendizaje.

Jara Acebedo (2015), en su tesis "La Aplicación del Modelo de Razonamiento de Van Hiele mediante el uso del software de Geogebra en el aprendizaje de la geometría" para optar el grado académico de magister en ciencias de la educación, investigó cómo al aplicar el modelo de Van Hiele con ayuda del software Geogebra, los estudiantes mejoraban de forma significativa el aprendizaje de la geometría, donde la muestra utilizada estuvo constituida por 54 estudiantes divididos en dos grupos, el primero de ellos llamado grupo control, conformado por 29 estudiantes y el segundo por 25 estudiantes en el grupo experimental, obteniendo que un 64% de los estudiantes lograron el grado de visualización ubicandose en un nivel 1, un 48% alcanzaron un grado de análisis, ubicándose en un nivel 2 y el 28% restante lograron un nivel de adquisición intermedia y alta, llegando a la conclusión que en efecto el uso del software Geogebra mejora de forma significativa la capacidad de razonamiento de los estudiantes.

Pumacallahui Salcedo (2015), en su tesis "El uso de softwares educativos como estrategia de enseñanza en el aprendizaje de la Geometría" para obtener el grado académico de doctor en ciencias de la educación, realizó su experimento con una muestra de 154 estudiantes dividido en dos grupos, el primero de ellos constituido por

93 estudiantes, llamado grupo experimental y el segundo de 61 estudiantes llamado grupo control; el diseño de la investigación desarrollado, fue de tipo cuasi experimental donde el uso del *software* de Geogebra mejoró de forma significativa el aprendizaje de la Geometría, donde el grupo experimental alcanzó un promedio de 13,48 y del grupo control 11,03 obteniendo como diferencia de medias 2,45 llegando a demostrar que en efecto el uso de este *software* mejora de forma significativa el aprendizaje en los estudiantes.

En cuanto a investigaciones realizadas donde se utilice los códigos QR, como herramienta educativa para poder facilitar el acceso a la información, no se encontraron antecedentes en Perú, esto podría deberse a que esta herramienta es poco conocida en el ámbito educativo y su uso era exclusivo en el desarrollo de planes de *marketing* pero en la actualidad se biene explorando aplicaciones en el ámbito educativo.

#### 1.1.2 Antecedentes internacionales

En la actualidad el *sofware* de Geogebra viene siendo utilizado en todo el mundo en especial en paises europeos donde lo vienen implementando junto a otras herramientas que hasta hace poco eran poco conocidas, como lo eran los códigos QR, si bien es cierto el uso del *software* de Geogebra se encuentra muy difundido y es conocido en nuestro medio, aún no lo son las nuevas herramientas que potencian su uso.

Araviche (2009), en su tesis "Influencia del uso de un software como recurso instruccional para el aprendizaje significativo de las funciones reales" para optar el grado académico de magister en matemática con mención en docencia, desarrollando en su trabajo de investigación un diseño de tipo cuasi experimental, utilizó una muestra de 120 estudiantes, los cuales se dividieron en dos grupos, el grupo control constituido por 32 estudiantes y el grupo experimental por 34 estudiantes.

**Tabla 3.** Promedios del post-test para ambos grupos.

| Grupos                    | Media   | N  | Desviciación<br>típica | Error típica<br>de la media |
|---------------------------|---------|----|------------------------|-----------------------------|
| Post-test<br>control      | 11,5625 | 32 | 2,5392                 | ,4489                       |
| Post-test<br>experimental | 16,0000 | 34 | 1,7180                 | ,3037                       |

Fuente: Araviche (2009)

Podemos ver que entre los promedios obtenidos en el *post test* existen diferencias significativas, motivo por el cual se llega a concluir que se dió un incremento significativo en el aprendizaje de los estudiantes, esto debido a la implementación del *software* educativo.

En esta parte del continente un referente en la investigación con el uso del *software* de Geogebra es Brasil, tal es así que su implementación en la educación a nivel superior es muy amplia y variada, un ejemplo de esto es el estudio de las funciones con la ayuda del Geogebra como lo afirma Cleidson da Silva (2014), en su trabajo de tesis de maestría "Limite e Continuidade: Um enfoque acessível ao ensino médio com o auxílio de Geogebra" donde los estudiantes consideraron el uso del

software como importante, ya que le facilitó el aprendizaje ayudando a la comprensión y el análisis de las funciones reales de variable real.

Con respecto a trabajos investigativos que hacen uso de los códigos QR, la bibliografía es muy escaza, pues el uso de esta herramienta hasta hace poco era exclusivo del *marketing*, y muy recientemente se comenzó a implementar en la educación como consecuencia de un desarrollo vertiginoso de la tecnología junto a la implementación de nuevas herramientas educativas.

#### 1.2 Bases teóricas

#### 1.2.1 El software

Para que un ordenador pueda funcionar con normalidad es necesario poder dar órdenes por lo cual se puede decir que el *software*, es el conjunto de órdenes que hace que un ordenador realice determinadas tareas, es por ello que el *software* vienen a ser, el conjunto de programas informáticos que hacen que el ordenador realice tareas específicas, por tal motivo el *software* comprende todas las aplicaciones informáticas tales como hojas de cálculo, procesadores de texto, editores de imagen y video en todas sus formas, que son desarrollados mediante lenguajes de programación que permiten al usuario controlar las tareas asignadas al ordenador, el *software* se clasifica en dos partes: el *software* del sistema, que se encarga de permitir al usuario poder tener el control sobre el *hardware* que son los componentes físicos y dan soporte a otros programas informáticos que son los sistemas operativos tales como *Windows*, *Linux*, *Mac Os X*, por

otra parte el *software* de aplicación que se encarga de realizar tareas específicas tales como las hojas de cálculo, procesadores de texto, reproductores, editores multimedia, editores de imagen y video, aplicaciones de redes sociales en todas sus formas, que son programas que están sobre el *software* de sistema y son codificados por el usuario para desarrollar tareas determinadas.

#### 1.2.1.1 El software educativo

Es la parte lógica que incorpora las metodologías y conceptos pedagógicos del aprendizaje para educar al usuario, este software hace que el ordenador realice tareas educativas de manera más sencilla e innovadora donde los estudiantes pueden adquirir conocimientos de una forma interactiva, haciendo que el estudiante reflexione y desarrolle un carácter crítico en su aprendizaje; su implementación puede estar dirigida a diversos niveles educativo, donde se espera una mejora en la comprensión de una determinada asignatura.

Marqués (2000), considera que el *sofware* educativo cumple la finalidad de ser facilitador en los procesos de enseñanza aprendizaje y que todos los programas que han sido elaborados con este fin llevan ese nombre (*software* educativo) en donde se excluyen los programas con otros fines al mencionado, que podrían utilizar las instituciones educativas pero no desarrollan una función didáctica.

#### 1.2.1.2 Tipos de softwares educativos

Los *softwares* educativos en la actualidad son muy diversos y están orientados a desarrollar materias específicas donde los estudiantes con ayuda de esta herramienta pueden adquirir y construir su conocimiento, es por ello que podemos decir que dichos *softwares* son creados con un fin específico y se encuentran orientados para ciertas actividades donde se quiera potenciar el aprendizaje.

#### 1.2.1.3 El software educativo como herramienta didáctica

Lo que hace que un *software* sea una herramienta didáctica es el uso que se le puede dar para la creación de procesos y estrategias creativas que sirva como apoyo en la educación, favoreciendo los procesos de enseñanza aprendizaje que involucre al estudiante, una de las características principales de este tipo de enseñanza es el uso del ordenador como soporte, donde el *software* sirve de enlace entre un medio electrónico y el usuario, favoreciendo el intercambio de información, donde cada estudiante avanza a su propio ritmo y el software pasa a ser solo una herramienta que ayuda a adquirir y reforzar conceptos teóricos para que los estudiantes puedan superar conflictos cognitivos aclarando dudas y desarrollando su aprendizaje a su propio ritmo y de manera significativa en todos sus procesos cognitivos que se relacionan con los procesos mentales de la percepción y memoria.

#### 1.2.2 El software libre

El Software libre *Open Source* es un tipo de *software*, o programa de ordenador que permite su reproducción, distribución y modificación de forma libre por parte del usuario; dentro de las ventajas que aporta este tipo de *software* es la posibilidad de ejecutarlo libremente, pues su tiempo de uso es indefinido y las modificaciones del código fuente por parte del usuario son posibles, adaptándolo a sus necesidades. En la actualidad el uso de *softwares* matemáticos libres, se ha convertido en una necesidad ya que es una herramienta educativa importante, pudiendo encontrar en la actualidad una gran variedad, entre todas estas herramientas el Geogebra destaca por su versatilidad y gran número de aplicaciones al campo de la matemática haciendo uso de la geometría dinámica, esto sumado a un entorno intuitivo de muy fácil manejo lo convierte en una herramienta, donde el estudiante interactúa con objetos matemáticos haciendo posible la relación entre matemática y geometría, es por ello que este *software* lleva el nombre de Geogebra.

#### 1.2.2.1 Historia del software libre

En los años 70, la comunidad de ingenieros del *Masachussets* of *Technology* (MIT) habían tomado el hábito de compartir los códigos fuentes de sus programas, esto debido a que al intentar arreglar una impresora del instituto e intentar adaptarlo a sus necesidades, Richard Stallman pudo darse cuenta que tenía el código binario pero no del código fuente, por ese motivo se puso en contacto con la distribuidora solicitandole dicho código, solicitud que le fue denegada, es a partir de esa

fecha que Stallman se convence de que todo software debe venir con su código fuente. En 1984 Richard Stallman se separa del MIT y a partir de ese momento empieza a trabajar en la idea de un software libre, llamando a este proyecto GNU el cual era un sistema operativo de tipo Unix, unos años más tarde fundó la Free Software Foundation donde introdujo por primera vez la definición de software libre, para luego desarrollar el concepto de copyleft, que es un método para liberar un programa y otorgar a los usuarios la libertad de uso del software. El desarrollo del software libre fue fundamental en la expansión de la internet, donde probablemente sin su aporte esto no hubiera sido posible en la medida que se dio hoy en día, los *softwares* libres permiten el intercambio de información tal forma que cualquier persona pueda trabajar de independientemente con ellos y realizar mejoras de acuerdo a sus necesidades.

#### 1.2.3 El software de Geogebra

Geogebra es un *software* matemático interactivo de código abierto, su creador Markus Hohenwarter inició el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Austria) como parte de su tesis para optar el grado de maestría en enseñanza matemática y ciencias informáticas, llegando a presentarlo el 2002, también en dicho año ganó el premio de la academia europea del *software* (EASA), en la categoría de Matemática y el premio a mejor *software* académico austriaco del 2003. Actualmente el *software* de Geogebra se utiliza en 190 países, se ha

traducido a 44 idiomas y tiene más de medio millón de visitas mensuales en su página web, el *software* de Geogebra es una herramienta que otorga a la matemática un enfoque interactivo donde el estudiante pueden tener experiencias interactivas contribuyendo de esta forma a construir un aprendizaje, redefiniendo el concepto y convirtiéndolo en significativo medio por el cual el ser humano almacena una vasta cantidad de información.

#### 1.2.3.1 Estructura del programa

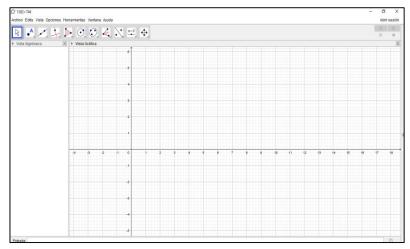
El software de Geogebra es un programa interactivo que utiliza la geometría dinámica para representar objetos algebraicos, para ello en su página de inicio se presentan los siguientes componentes, la barra de construcción de vista gráfica, que sirve para diseñar todo tipo de figuras coplanares, la barra de hoja de cálculo que es una pagina de excel integrado al software y la barra de 3D que sirve para la gráfica de sólidos y superficies en tres dimensiones como se muestra a continuación.

Figura 1. Pantalla principal del sofware de Geogebra



Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

Figura 2. Pantalla principal del sofware de Geogebra.



Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

Barra de menú: Es una barra donde se encuentran las opciones de archivo: editar, vista, opciones, herramientas, ventana y ayuda, aquí podemos encontrar los comandos necesarios para desarrollar cualquier proyecto educativo.

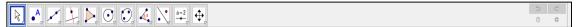
Figura 3. Barra de menú del sofware de Geogebra.



Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

Barra de herramientas: En esta parte se encuentran ubicadas todas las opciones que ayudan a graficar figuras geométricas, aquí tambien tenemos la opción para poder crear herramientas nuevas.

Figura 4. Barra de herramientas del sofware de Geogebra.



Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

**Barra de entrada:** En esta parte podemos ingresar los comandos que permiten graficar una figura geométrica o función ya sea en el plano o en tres dimensiones.

Figura 5. Barra de herramientas del sofware de Geogebra.

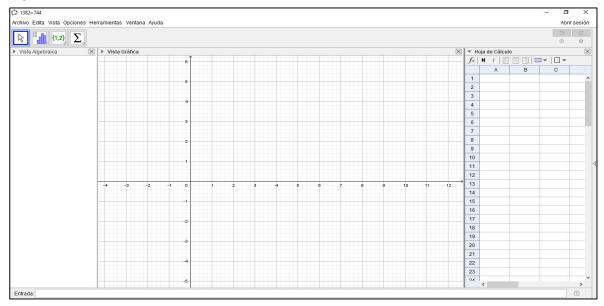


Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

#### 1.2.3.2 Vistas del programa

a) <u>Hoja de cálculo</u>: Aquí el Geogebra tienes celdas numéricas para luego ser representadas de manera gráfica en el plano cartesiano.

Figura 6. Vista de la hoja de cálculo del sofware de Geogebra.



Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

b) <u>Gráfica:</u> En esta parte del Geogebra podemos encontrar los comandos que nos ayudarán a realizar todo tipo de gráficas geométricas, además de las gráficas de funciones en el plano cartesiano.

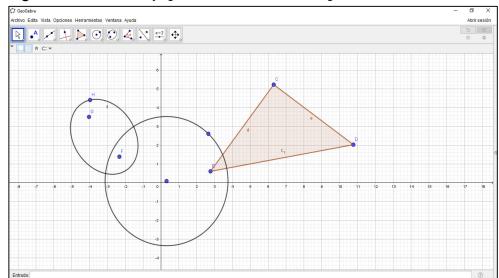


Figura 7. Vista de la hoja gráfica del sofware de Geogebra.

Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

c) <u>Algebraica</u>: En esta vista el *software* nos muestra las ecuaciones algebraícas y coordenadas cartesianas de las figuras geométrica, pudiéndose interactuar con dichos objetos.

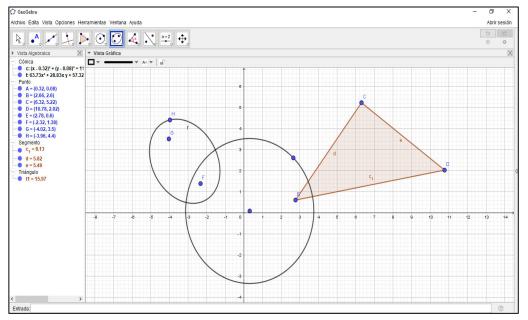


Figura 8. Vista algebraica del sofware de Geogebra.

Fuente: Recuperado de https://www.geogebra.org/

#### 1.2.4 Los códigos QR

Los códigos Quick Response Code (QR), código de respuesta rápida es la forma evolucionada de los códigos de barra, que inicialmente eran figuras con barras verticales donde se podía almacenar información limitada de tipo alfa numérica en una sola dimensión, a diferencia de su predecesor, los códigos QR almacena todo tipo de información en forma bidimensional, por ejemplo videos, textos, imágenes, URL, y cualquier tipo de información contenida en la internet, que puede ser descargada mediante cualquier medio electrónico que contenga un lector de códigos QR. Esta tecnología fue creada en 1994 por la compañía japonesa *Denso Wave* subsidiaria de Toyota cuyo objetivo era identificar de forma rápida las piezas de los automóviles en la fase de producción, actualmente esta tecnología se ha implantado en nuestra sociedad de forma masiva, en especial en el área del marketing. En la actualidad los códigos QR son de licencia abierta debido a que *Denso Wave* renunció a ejercer sus derechos de patente, desde el punto de vista educativo esto nos permiten su implementación de forma gratuita y masiva, ayudando a construir un canal interactivo a través de la publicación dinámica de información.

Figura 9. Código QR.



Fuente: Recuperado de https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/

#### 1.2.4.1 Los códigos QR como herramienta didáctica

Las Tecnologías de información y comunicación (TIC) ofrecen grandes oportunidades según Casanova Pastor & Molina Jorda (2012), "Las TIC ofrecen grandes oportunidades en el entorno del docente universitario cuando se utiliza de forma justificada y dinámica en un contexto curricular adecuado con objeto de enriquecer, estimular y favorecer un aprendizaje significativo en los estudiantes." (p.2)

Los códigos QR forman parte de las TIC la cual resulta una herramienta muy útil para incorporar al conjunto de los materiales docentes utilizados por los estudiantes; según Prensky (2001), los estudiantes de hoy y del futuro son hábiles usuarios de la tecnología por eso él los denomina como "digital natives" (nativos digitales), esta nueva e innovadora posibilidad de trabajo genera un entorno mucho más flexibles para su formación abriendo nuevas posibilidades de desarrollo educativo que contribuyen a un aprendizaje significativo. La implementación de los códigos QR moderniza el uso de los materiales utilizados en clase, ya que deja de ser una hoja con información impresa para convertirse en una hoja que contiene gran cantidad de información interactiva que puede conducir a nuevas formas de adquisición del conocimientos, una de las ventajas que ofrece la implementación de los códigos QR es poder encriptar los dato, almacenando grandes cantidades de información en un pequeño espacio, donde el estudiante puede

acceder en cualquier momento, haciendo posible la personalización de la experiencia, ya que esta forma de adquisición de conocimientos se adapta al tipo de aprendizaje de cada estudiante, siendo posible por otro lado, enlazar todo tipo de recursos didácticos que se encuentran en la *internet*. Muy recientemente esta tecnología también sufrió una evolución, lo que hacían estos códigos inicialmente eran enlazar una URL o algún recurso educativo del internet, pero si el docente quería modificar de alguna forma el recurso educativo el enlace desaparecía, por este motivo los códigos QR tuvieron que evolucionar a QR dinámicos, donde el docente puede enlazar cualquier recurso educativo a un código QR por intermedio de una página *Web* que sirve como intermediario donde se pueden realizar todos los cambios que se crea pertinente sin que el enlace se rompa.

Actualmente esta herramientas esta siendo ampliamente utilizada en el mundo entero, un ejemplo es la Universidad de Nottingham del Reino Unido que pone a disposición de sus estudiantes una serie de materiales docentes en la internet donde ellos pueden tener acceso a la información mediante un código QR.

#### 1.2.5 El aprendizaje

El aprendizaje es definido de varias formas por los autores, esto debido a las distintas perspectivas y enfoques que tienen los teóricos, pero a pesar de ello podemos encontrar un punto en común estando la mayoría de acuerdo en que el aprendizaje es adquirido y puede modificar habilidades, conocimientos y conductas, como resultado del estudio, la observación y la experiencia.

Según, Vygotsky (1978), el aprendizaje es un proceso universal donde se desarrollan las funciones psicológicas, en especial las humanas organizadas por la sociedad.

Para H. Bower (2014), el aprendizaje en un sujeto se da debido a sus experiencias repetidas en una determinada situación, siempre y cuando no pueda explicarse en base a sus tendencias innatas y maduración.

Si bien es cierto, el aprendizaje en cada ser humano es único y cada persona tiene su propio ritmo, el conocer esas formas evidentemente facilitaría el proceso de enseñanza y aprendizaje promoviendo el desarrollo personal de las capacidades mentales, cognitivas, afectivas, morales y sociales de los estudiantes. Como podemos ver, el aprendizaje estructurado es definido de distintas formas pero lo que podemos afirmar como conclusión, es que el aprendizaje es un conjunto de experiencias cognitivas que adquiere un individuo en sus experiencias previas.

### 1.2.5.1 Características del aprendizaje

El aprendizaje requiere de un objeto de conocimiento y un sujeto que se encuentre dispuesto a conocerlo, gracias a una motivación que lo haga participar de forma activa en la adquisición del contenido, también requiere cierto esfuerzo mental que respeta los procesos cognitivos de cada individuo.

El punto donde nos vamos a enfocar es el aprendizaje constructivista debido a que este tipo de aprendizaje se construye a partir de la propia forma del ser y pensar del estudiante, el aprendizaje constructivista fomenta la reflexión en base a la experiencia ya que esto apoya la construcción colaborativa.

Para Piaget, principal representante del constructivismo, el aprendizaje es la construcción sistemática del conocimiento por parte del individuo cuando interactura con el medio que lo rodea.

# 1.2.5.2 Aprendizaje de la matemática

Se debe tener en cuenta que en los objetivos fundamentales del aprendizaje de la matemática, se debe separar la parte conceptual y la parte procedimental, ya que en los enfoques tradicionales el aprendizaje de la matemática se basa en el manejo de técnicas memorísticas donde las evaluaciones se orientan al manejo de algoritmos y reglas, a comparación de las visiones educativas modernas que enfatizan el carácter conceptual y la importancia de relacionar los conceptos previos con sus conocimientos adquiridos en aula, para que de esta manera se vuelvan significativos, es decir que el estudiante no solo se limita a la absorción y memorización de conocimientos, por lo contrario desarrolla un proceso cognoscitivo superior de construcción activa de su propio conocimiento. El problema principal que podemos encontrar aquí es el de cómo generar

un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes, fortaleciendo su razonamiento abstracto, lógico y matemático.

# 1.2.5.3 Factores que intervienen en el aprendizaje

Dentro de los factores que podemos distinguir dentro del aprendizaje se encuentran factores de los intrapersonales, contextuales socio ambientales. Ausubel, considera que el aprendizaje es posible y significativo siempre que el estudiante manifieste disposición a aprender, es decir debe poseer una buena motivación, pues si no se maneja bien esto puede provocar un desinterés por parte de él, llegando a traducirse como apatía y desgano, es por ello que la motivación es un pilar importante que se considera como el motor que conduce a un individuo a elegir y llevar a cabo una acción. Otro punto no menos importante es la capacidad docente para propiciar una buena motivación en los estudiantes, debiendo tener en cuenta los conocimientos adquiridos y estableciendo un clima favorable para el aprendizaje.

### 1.2.6 Teorías del aprendizaje

Las teorías del aprendizaje como toda teoría estan sujetas a cambios y mejoras en el tiempo, debido a que se podrían encontrar defasadas u obsoletas y se tendrían que modificar o desechar, debido a que pueden perderse en el transcurso del tiempo y necesitan ser renovadas y adaptadas a los tiempos actuales, es por ello que siempre las teorías están sujetas a cambios.

#### a) Teoría de David Ausubel

Ausubel, ha construido un marco teórico que pretende explicar cómo se lleva a cabo la adquisición y la retención de conocimientos por parte de los estudiantes, la teoría del aprendizaje significativo aborda todos y cada uno de los factores que se tendrían que dar para garantizar la adquisición de los contenidos aprendidos.

La teoría del aprendizaje de Ausubel se encuentra definida como una teoría de aprendizaje significativo donde el estudiante, mediante un enfoque constructivista genera y construye su aprendizaje; según esta teoría, el estudiante relaciona los conocimientos pre existentes con los adquiridos, esta corriente pedagógica da más importancia a los resultados y la conducta que a los procesos cognitivos del estudiante.

La propuesta de Ausubel para cambiar y promover un aprendizaje diferente al memorístico se basó en, cómo lograr una teoría que desarrolle un aprendizaje significativo donde el proceso de enseñanza y aprendizaje se desarrolle de forma activa con la participación de los involucrados en dicho proceso. El aprendizaje significativo ocurre cuando el estudiante logra comprender el significado de los objetos, es decir lo relaciona con cosas que están a su alrededor y esto es posible solo si existe una interacción entre los conocimientos previos y los adquiridos. Ausubel rechaza el aprendizaje memorístico debido a que no relaciona conocimientos adquiridos con nuevos, también realiza una fuerte crítica al modelo de descubrimiento autónomo, señalando que el aprendizaje

receptivo es el más común, observando la necesidad de crear formas inclusivas en la estructura cognitiva de los estudiantes.

# b) Teoría de Jean Piaget

Jean Piaget postula una teoría de desarrollo donde el individuo edifica su conocimiento de distintas formas, haciendo referencia a que la inteligencia y la capacidad cognitiva están estrechamente ligadas al medio social y físico, pues el individuo organiza la información que proviene del medio cuando interactúa con él, también considera que la inteligencia es la capacidad del individuo para adaptarse a situaciones nuevas donde las estructuras mentales se encuentran organizadas y jerarquizadas. Piaget distingue cuatro estadios del estudio cognoscitivo del pensamiento humano:

<u>Estadio sensomotor</u>: Esta es la etapa desde que el niño nace hasta los dos años, el cual caracteriza el aprendizaje del niño por imitación construyendo su primera estructura mental.

Estadio pre operacional: Esta etapa va de los dos años hasta los siete años, periodo en el cual desarrolla el lenguaje y el razonamiento simbólico, en esta etapa el niño aún no es consciente del sentimiento de los demás.

Estadio de las operaciones concretas: Esta etapa va de los siete a los 11 años, aquí el niño es capaz de resolver problemas concretos de forma lógica, clasificando los objetos según su característica en común.

Estadio de las operaciones formales : Esta etapa va de los once años hasta la edad adulta, en esta etapa se pueden construir estructuras intelectuales propias mediante un razonamiento mucho más complejo, capaz de resolver problemas abstractos de forma lógica. Aquí el individuo consolida su identidad utilizando las habilidades adquiridas.

# c) Teoría de Lev Vygotsky

Lev Vigotsky, autor del desarrollo de los procesos psicológicos superiores (1931), lectura de la psicología escolar (1934), pensamiento y lenguaje (1934), considerado precursor del constructivismo social; propuso que el individuo desarrolla su aprendizaje mediante la interacción social en donde adquiere y desarrolla habilidades cognoscitivas a través de la interacción, es decir por medio de la relación con otro individuo. Este desarrollo se encuentra muy relacionado a la educación y la cultura.

Un punto importante en su teoría del desarrollo mental, es que considera que es un proceso socio genético, donde la actividad cerebral superior no se limita a solo una actividad nerviosa, sino que interioriza significados sociales dentro del contexto del desarrollo del individuo; para Vygotsky la relación entre desarrollo y aprendizaje es crucial ocupando un lugar muy importante en su teoría, principalmente en la educación donde el individuo al iniciar su aprendizaje en la etapa formal permite interiorizar las estructuras del pensamiento logrando introducir nuevos elementos a los ya existentes.

#### d) Teoría del control adaptativo del comportamiento

Para Anderson, el aprendizaje empieza en una fase de interpretación donde se codifica la información, está teoría no solo se orienta básicamente a la obtención de destrezas motoras simples, sino que también se encarga de otras destrezas como la generación del lenguaje, toma de decisiones y problemas matemáticos. Esta teoría distingue tres tipos de memorias relacionadas que interactúan entre sí, una declarativa que se encarga de los conocimientos descriptivos de nuestro entorno, la otra la memoria de producción que contiene información para la ejecución de actividades manuales y ejecución de destrezas, finalmente la memoria de trabajo en donde ambos tipos de conocimientos interactúan. Está teoría sostiene que todo concepto adquirido pasa por tres fases, interpretación, declaración, compilación y ajuste.

#### 1.3 Definición de términos básicos

**Aprendizaje:** Según el Diccionario Electrónico de la Real Academia de la Lengua Española (2018), es la adquisición por la práctica de una conducta duradera o aptitudes mediante el estudio o la experiencia.

Aprendizaje de fundamentos para el cálculo: Es el conjunto de competencias y habilidades matemáticas que desarrolla el estudiante para su óptimo desenvolvimiento en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo.

**Códigos QR:** Es un código de barras bidimensionales, que contiene un vínculo directo a una página *web* de un producto o servicio mediante una *URL*.

**Didáctica:** Según el Diccionario Electrónico de la Real Academia de la Lengua Española (2018), propio adecuado o con buenas condiciones para enseñar o instruir.

**Ecuaciones:** Es aquella igualdad matemática entre dos expresiones donde aparecen elementos conocidos y otros desconocidos.

**Funciones:** Es el conjunto de pares ordenados en donde para la primera componente existe una única segunda componente, en donde la correspondencia caracteriza a la segunda componente.

**Funciones exponenciales:** Son aquellas funciones definidas por  $f(x) = b^x$  donde "b" es llamada base, mayor que cero pero diferente de uno y la variable "x" es un número real.

**Funciones logarítmicas:** Son aquellas funciones definidas por  $f(x) = \log_a x$  donde "a" llamada base, es un número mayor que cero pero diferente de uno y la variable "x" es un número real positivo.

**Geogebra:** Es un *software* matemático interactivo que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo, logrando relacionarlas. Fue creado por Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de las matemáticas. (GeoGebra, 2009, pág. 13)

Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica: Es el proceso por la cual se pone a disposición del estudiante una serie de herramientas didácticas, para la mejora de su aprendizaje.

Límite de una función: Es un concepto fundamental del análisis matemático que de forma intuitiva representa la tendencia a un valor al cual se aproxima la función.

**Plano coordenado:** También llamado plano cartesiano en honor a su creador el matemático y filósofo René Descartes, el cual es un sistema bidimensional formado por dos rectas perpendiculares que sirve para representar una gráfica.

CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES

2.1 Formulación de Hipótesis

2.1.1 Hipótesis general

Hipótesis alternativa:

La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR

como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en

la asignatura de fundamentos para el cálculo en estudiantes

universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad

Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Hipótesis nula:

La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR

como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje

en la asignatura de fundamentos para el cálculo en estudiantes

universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias

Aplicadas 2018.

28

# 2.1.2 Hipótesis específicas

# 2.1.2.1 <u>Hipótesis alternativa:</u>

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Hipótesis nula:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# 2.1.2.2 Hipótesis alternativa:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# Hipótesis nula:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# 2.1.2.3 Hipótesis alternativa:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los límites de funciones en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# Hipótesis nula:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de los límites de funciones en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# **2.1.2.4** Hipótesis alternativa:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# Hipótesis nula:

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# 2.2 Variables y definición operacional

2.2.1 Variable Independiente: Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica.

**Tabla 4.** Operacionalización de variables.

| VARIABLES INDEPENDIENTES   | PROCESOS<br>(Procedimiento<br>de la clase)         | PASOS<br>(Pasos de la clase)   | INSTRUMENTOS<br>DE CONTROL   |
|--|--|--|--|
| Sin la implementación del <i>software</i> de Geogebra y códigos QR como herramienta didáctica. | Presentación<br>del curso.                         | <ul> <li>Se inicia con la presentación del tema a tratar.</li> <li>A continuación presentamos los logros de la sesión.</li> </ul>  |  |
|  | Motivar al<br>estudiante/<br>reflexión             | Mostramos al estudiante un ppt<br>donde recordamos los conceptos<br>previos del tema, mediante una<br>lluvia de ideas.   |  |
|  | Exposición<br>docente y<br>trabajo en<br>conjunto. | <ul> <li>El docente muestra la diapositiva donde toca algunos conceptos teóricos del tema a manera de aclaración, ya que el estudiante debió de llegar a clase repasando el tema a tratar.</li> <li>A continuación se procede indicar a los estudiantes que formen grupos de cuatro estudiantes para que</li> </ul>  | del experimento).<br>el experimento).  |
|  |  | trabajen el caso de la sesión.  La dinámica consiste en exponer la teoría de la sesión de acuerdo al avance de los grupos, sugiriendo al estudiante resolver determinadas sección del caso tratado con ayuda de sus compañeros, de esta forma el docente se convierte en un facilitador, absolviendo la menor cantidad de pregunta posibles para no interferir con su aprendizaje, y así pueda construir de forma participativa su conocimiento. | de entrada o <i>pre-test</i> (al inicio del experimento)<br>de salida o <i>post-test</i> (al final del experimento). |
|  |  | Esta dinámica se repite hasta<br>terminar todas las preguntas del<br>caso tratado en la sesión.  | prueba o<br>prueba o   |
|  | Conclusiones<br>de la sesión.                      | Al final de la sesión, para el cierre realizamos un resumen de los puntos tratados y procedemos a realizar un conjunto de preguntas que serán respondidas por los estudiantes, generando una lluvia de ideas y así construir nuevos conceptos.   | <b>Instrumentos:</b><br>Aplicación de una<br>Aplicación de una   |

Fuente: Elaboración propia.

 Tabla 5. Operacionalización de variables.

| VARIABLES INDEPENDIENTES  | PROCESOS<br>(Procedimiento<br>de la clase)         | PASOS<br>(Pasos de la clase)  | INSTRUMENTOS<br>DE CONTROL   |
|---|--|---|--|
| Con implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica. | Presentación<br>del curso.                         | <ul> <li>Se inicia con la presentación del tema a tratar.</li> <li>A continuación presentamos los logros de la sesión.</li> </ul>   |  |
|   | Motivar al<br>estudiante/<br>reflexión             | Mostramos al estudiante un ppt<br>donde tocamos conceptos previos<br>del tema, mediante una lluvia de<br>ideas.   |  |
|   |  | <ul> <li>El docente muestra la diapositiva donde aclara algunos conceptos teóricos del tema, ya que el estudiante debió de llegar a clase repasando el tema a tratar.</li> <li>A continuación se procede a indicar a los estudiantes que formen grupos de cuatro estudiantes para que trabajen el caso de la sesión, el cual contiene un código QR que me direcciona a la plataforma del Geogebra.</li> </ul>   |  |
|   | Exposición<br>docente y<br>trabajo en<br>conjunto. | La dinámica consiste en exponer la teoría de la sesión de acuerdo al avance de los grupos, sugiriendo al estudiante resolver determinadas sección del caso tratado con ayuda de sus compañeros utilizando cualquier medio electrónico como herramienta para poder escanear el código QR y poder visualizar la actividad almacenada en la plataforma del Geogebra que ayudará a resolver el problema planteado en el caso propuesto, de esta forma el docente se convierte en un facilitador absolviendo la menor cantidad de pregunta posibles para no interferir con su aprendizaje, y así pueda construir de forma participativa su conocimiento. | entrada o <i>pre-test</i> (al inicio del experimento)<br>s salida o <i>post-test</i> (al final del experimento). |
|   |  | Esta dinámica se repite hasta<br>terminar todas las preguntas del<br>caso tratado en la sesión con la<br>ayuda de los códigos QR y el<br>Geogebra.  | prueba de<br>prueba de   |
|   | Conclusiones<br>de la sesión.                      | Al final de la sesión, para el cierre realizamos un resumen de los puntos tratados y procedemos a realizar un conjunto de preguntas que serán respondidas por los estudiantes, generando una lluvia de ideas y así construir nuevos conceptos.  | <b>Instrumentos:</b><br>Aplicación de una<br>Aplicación de una   |

Fuente: Elaboración propia.

# 2.2.2 Variable Dependiente: Aprendizaje de los fundamentos para el cálculo.

Tabla 6. Operacionalización de variables.

| VARIABLES DEPENDIENTES                           | DIMENSIONES   | INDICADORES  | ITEM                       |
|--|---|--|----------------------------|
| Aprendizaje de<br>Fundamentos<br>para el Cálculo | Gráficas en el<br>plano coordenado.                     | <ul><li> Gráficas.</li><li> Pendiente.</li><li> Recta.</li></ul>   | 1<br>2<br>3, 4             |
|  | Funciones reales<br>de variable real.                   | <ul> <li>Análisis gráfico de funciones reales de variable real y transformaciones.</li> <li>Aplicaciones de la función lineal.</li> <li>Ecuación cuadrática y sus aplicaciones.</li> </ul> | 5<br>6<br>7, 8             |
|  | Límites de<br>funciones.                                | <ul> <li>Cálculo de límites.</li> <li>Asíntotas verticales y horizontales.</li> <li>Aplicaciones de límites.</li> </ul>  | 9, 10<br>11, 12<br>13,14   |
|  | Logaritmos y<br>ecuaciones<br>exponenciales<br>simples. | <ul> <li>Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.</li> <li>Gráfica de funciones exponenciales y logarítmicas.</li> <li>Aplicaciones de funciones exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>  | 15, 16<br>17, 18<br>19, 20 |

Fuente: Elaboración propia.

Universo: Estudiantes del curso de fundamentos para el cálculo.

# CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

# 3.1 Diseño metodológico

El diseño de esta investigación registró un enfoque metodológico cuantitativo, porque buscó medir el comportamiento de la variable dependiente mediante la recolección de datos obtenidos por medio de un *pre* y *post test*, donde la investigación utilizó un diseño experimental, ya que se utilizó dos grupos de comparación, el primero llamado grupo control (GC) y el segundo grupo experimental (GE), manipulando la variable independiente se analizó su evolución antes y después del tratamiento experimental a un nivel de diseño cuasiexperimental, porque los sujetos no se asignarón aleatoriamente ya que por el contrario se encontraron conformados antes del experimento.

El procedimiento utilizado en esta investigación consistió en la toma de un pre test de forma simultánea en ambos grupos de la muestra para poder determinar el grado de conocimiento inicial que tenían, y ver la equivalencia de ambos grupos en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo para luego manipular la variable independiente y observar su efecto en relación a la variable dependiente. Este diseño utilizó dos grupos, uno experimental al cual se aplicó la estrategia que se encontró ausente en el grupo control, llegándose

a impartir los mismos temas en condiciones similares y manipulando la variable independiente para verificar la relación causa efecto sobre la otra variable, para esto, se procesaron los datos mediante el *software* estadístico SPSS 25.0 y con la ayuda de sus herramientas se logró cuantificar y comparar los puntajes alcanzados en ambas pruebas permitiendo conocer el grado de influencia de una variable en la otra; donde el diseño de investigación lo podemos diagramar de la siguiente forma:

**Tabla 7.** Esquema aplicativo del experimento.

| Grupos | Pre test                     | Implementación                | Post test      |
|--------|------------------------------|-------------------------------|----------------|
| GC     | $\rightarrow$ M <sub>1</sub> | → →                           | M <sub>2</sub> |
| GE -   | → M <sub>3</sub>             | $\rightarrow$ X $\rightarrow$ | M <sub>4</sub> |

Fuente: Elaboración propia.

Donde:

GC: Grupo control.

GE: Grupo experimental.

M<sub>1</sub> y M<sub>3</sub>: Prueba de entrada aplicado a ambos grupos (*pre test*).

M<sub>2</sub> y M<sub>4</sub>: Prueba de salida aplicado a ambos grupos (*post test*).

X: Aplicación de la variable independiente (tratamiento con el *software* educativo de Geogebra utilizando los códigos QR)

---: Ausencia del estímulo.

En resumen, el estudio de la investigación se fundamenta en:

- Por el tipo de preguntas, tipo explicativo.
- Por el método de contrastación de las hipótesis, es de causa efecto de diseño experimental a un nivel cuasi experimental.
- Por el tipo de medición de variables, cuantitativa.
- Por el número de variables utilizadas, bivariable.
- Por el ambiente en que se realizó, de campo.
- Por la fuente de datos que se usa, estudiantes universitarios del primer ciclo de la línea de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Se debe de indicar que para el dictado de clase en ambos grupos, se prepararon cuatro módulos de aprendizaje en el curso con las temáticas siguientes, gráficas en el plano coordenado, funciones reales de variable real, límites de funciones, logaritmos y ecuaciones exponenciales simples; llegando a utilizar en el grupo experimental las herramientas del *software* de Geogebra y códigos QR; que se encontraron ausentes en el grupo control. Cada sesión de clase tuvo una duración de 110 minutos donde se desarrollaron los temas tratados en cada módulo a lo largo del ciclo académico.

# 3.2 Diseño muestral

La población estuvo conformada por 240 estudiantes de ambos sexos pertenecientes al curso de Fundamentos para el Cálculo del primer ciclo de administración en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018. Se llegó a tomar como muestra 80 estudiantes, los cuales estuvieron conformados por

dos grupos de 40 estudiantes cada uno, formando así el grupo control y experimental que poseen las siguientes características:

- Son estudiantes que tienen dificultad para entender las matemáticas.
- Son estudiantes ingresantes o repitentes.
- Los docentes utilizan el mismo material para impartir las sesiones de clase con la única diferencia que en el grupo experimental se utilizaron las herramientas del software de Geogebra y códigos QR.

**Tabla 8.** Esquema de las muestras tomadas.

|                         | Antes | Después |
|-------------------------|-------|---------|
| Grupo control (GC)      | 40    | 40      |
| Grupo experimental (GE) | 40    | 40      |

Fuente: Elaboración propia.

#### 3.3 Técnicas de recolección de datos

Por las características de la presente investigación se aplicó una prueba de *pre test* en ambos grupos para poder recoger información cuantitativa acerca de la evolución de su aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo; para luego aplicar el *post test* permitiendo cuantificar el grado de influencia que tuvo la variable independiente.

# 3.3.1 Descripción de los instrumentos:

 Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica; mediante estas herramientas el docente enriquece el entorno de aprendizaje del estudiante, favoreciendo los procesos cognitivos en cada uno de los módulos planteados.

Aprendizaje de Fundamentos para el Cálculo:

**Prueba** *pre-test*; fue una prueba de entrada realizada a los estudiantes antes del estímulo, que nos permitió recoger información inicial de los grupos constituidos.

**Prueba** *post-test*; midió los resultados después de aplicar los módulos de aprendizaje junto con las herramientas didácticas aplicadas al grupo experimental. El *post test* estuvo constituido por cuatro módulos con un total de veinte preguntas.

# 3.3.2 Validez y confiabilidad de los instrumentos

Para poder obtener resultados confiables en la investigación, se tuvo que validar los instrumentos mediante un juicio de expertos, donde se evaluó la claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia, metodología y pertinencia, logrando obtener un 75% de valoración. Además para determinar la confiabilidad y consistencia de las preguntas planteadas se utilizó el coeficiente alfa de Cronbach.

# 3.4 Técnicas estadísticas en el procesamiento de la información

En el análisis estadístico de los datos, se empleó el *software* SPSS 25.0 para *Windows* el cual nos permitió analizar los datos obtenidos en el *pre* y *post test* de ambos grupos.

*Pre test*: Esta prueba de entrada se aplicó en el grupo experimental y control de forma individual, mediante una prueba que contenía 20 preguntas en escala vigesimal.

Post test: Esta prueba de salida, se aplicó en ambos grupos, de forma individual mediante una prueba de 20 preguntas en escala vigesimal.

# 3.5 Aspectos éticos

El análisis y procesamiento de la información obtenida fue totalmente legal cuidando la confidencialidad de los datos personales obtenidos y con el pleno consentimiento de los investigados. Los resultados cuantitativos sirvieron para elaborar este trabajo de investigación sin el uso ilegal de información de cualquier tipo, citando responsablemente todas las referencias consultadas.

**CAPÍTULO IV: RESULTADOS** 

4.1 Descripción de los resultados

A continuación presentamos los resultados después de la implementación del

software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, en el

aprendizaje de la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes

universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Privada de

Ciencias Aplicadas 2018, el análisis estadístico permitió distinguir dos

momentos de acuerdo al diseño cuasi experimental planteado; en primer lugar

la presentación descriptiva, donde los puntajes de cada una de las dimensiones

se transformaron a una escala vigesimal para luego realizar un análisis de

prueba de hipótesis.

En la figura 10 mostrada a continuación, se puede observar que el puntaje del

aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes

universitarios del primer ciclo de la línea de administración de la Universidad

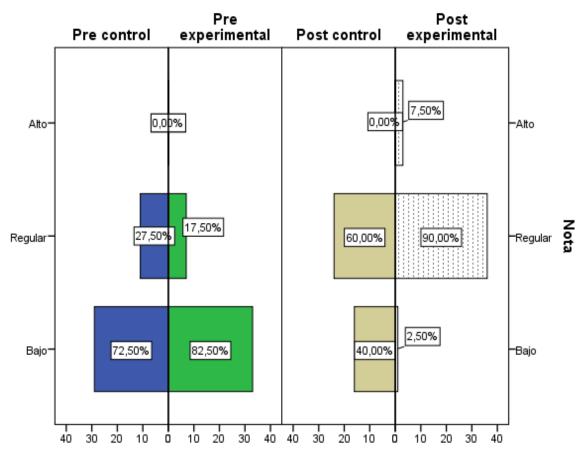
Peruana de Ciencias Aplicadas 2018 al inicio del experimento, muestran en el

41

pre test comportamientos similares tanto del grupo control como el experimental.

**Figura 10.** Comparaciones de los resultados del nivel del aprendizaje de la asignatura de fundamentos para el cálculo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.





Fuente: Elaboración propia

En el análisis de los resultado por cada nivel y la contrastación por *test* entre los grupos de estudio tenemos, en el grupo control 72,5% de los estudiantes se encuentra en un nivel bajo así mismo el 82,5% del grupo experimental se encuentran en un nivel bajo, en el grupo control el 27,5% de los estudiantes se encuentra en un nivel regular así mismo el 17,5% del grupo experimental en un nivel alto y un 0% en ambos grupos de la asignatura de Fundamentos para el Cálculo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018. Luego de la

aplicación del experimento, se tiene un avance de los estudiantes del grupo experimental, ahora tenemos 40% del grupo control frente al 2,5% del grupo experimental que estan en un nivel bajo, 60% de los estudiantes del grupo control frente a un 90% del grupo experimental se encuentran en un nivel regular y solo el 7,5% de los estudiantes del grupo experimental lograron ubicarse en un nivel alto frente al 0% de estudiantes del grupo control.

A continuación mostramos en la tabla cruzada 9, el resumen de las comparaciones de resultados por niveles, tanto en el grupo control como el experimental en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

**Tabla 9.** Comparaciones de resultados del nivel el aprendizaje en la asignatura de fundamentos de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

#### **Tabla cruzada Nota\*Test**

|       |         |                  | -              | T                   | est             |                   | Total  |
|-------|---------|------------------|----------------|---------------------|-----------------|-------------------|--------|
|       |         |                  | Pre<br>control | Pre<br>experimental | Post<br>control | Post experimental |        |
| Nivel | Bajo    | Recuento         | 29             | 33                  | 16              | 1                 | 79     |
|       |         | % dentro de Test | 72,5%          | 82,5%               | 40,0%           | 2,5%              | 49,4%  |
|       | Regular | Recuento         | 11             | 7                   | 24              | 36                | 78     |
|       |         | % dentro de Test | 27,5%          | 17,5%               | 60,0%           | 90,0%             | 48,8%  |
|       | Alto    | Recuento         | 0              | 0                   | 0               | 3                 | 3      |
|       |         | % dentro de Test | 0,0%           | 0,0%                | 0,0%            | 7,5%              | 1,9%   |
| Total |         | Recuento         | 40             | 40                  | 40              | 40                | 160    |
|       |         | % dentro de Test | 100,0%         | 100,0%              | 100,0%          | 100,0%            | 100,0% |

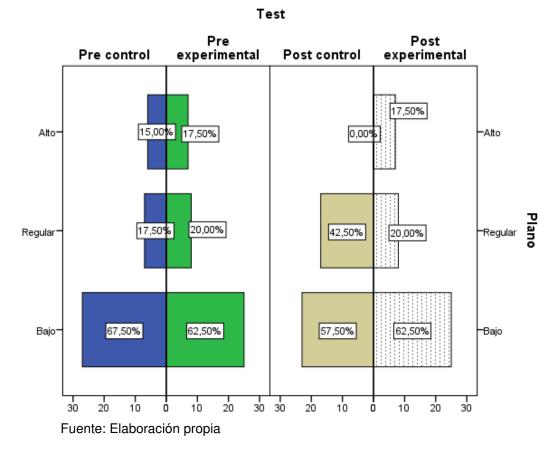
Fuente: Elaboración propia

### Resultado específico 1:

Nivel del aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

En la figura 11, se puede observar que el puntaje del aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado de la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de la línea de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018, al inicio del experimento con la toma del *pre test*, muestran comportamientos similares, tanto en el grupo control como del experimental.

**Figura 11.** Comparación entre los resultados del aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.



A continuación realizamos el análisis porcentual de los resultado obtenidos por cada nivel del *test* entre los dos grupos de estudio, en el grupo control el 67,5% de los estudiantes se encuentra en un nivel bajo, frente al 62,5% en el grupo experimental; en un nivel regular tenemos que el grupo control tiene un 17,5% frente al 20% del grupo experimental; para que finalmente en un nivel alto se

encuentre el 15% del grupo control, frente a un 17,5% del grupo experimental. Luego de la aplicación del experimento, se obtuvo que el grupo control en el *post test* presentó un 57,5% de los estudiantes se encuentra en un nivel bajo, frente al 62,5% del grupo experimental; en un nivel regular 42,5% del grupo control frente al 20% del grupo experimental, finalmente en un nivel alto, el 0% de los estudiantes del grupo control frente al 17,5% del grupo experimental correspondiente a la dimensión del aprendizaje de las gráficas del plano coordenado en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

A continuación mostramos en la tabla cruzada 10, el resumen de las comparaciones entre el número de estudiantes con su respectivo porcentaje por niveles tanto en el grupo control como el experimental correspondiente a las gráficas del plano coordenado en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

**Tabla 10.** Comparación entre los resultados del aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

#### Tabla cruzada Plano\*Test

|       |         |                  |                | Test                |                 |                   |        |  |  |
|-------|---------|------------------|----------------|---------------------|-----------------|-------------------|--------|--|--|
|       |         |                  | Pre<br>control | Pre<br>experimental | Post<br>control | Post experimental |        |  |  |
| Plano | Bajo    | Recuento         | 27             | 25                  | 23              | 25                | 100    |  |  |
|       |         | % dentro de Test | 67,5%          | 62,5%               | 57,5%           | 62,5%             | 62,5%  |  |  |
|       | Regular | Recuento         | 7              | 8                   | 17              | 8                 | 40     |  |  |
|       |         | % dentro de Test | 17,5%          | 20,0%               | 42,5%           | 20,0%             | 25,0%  |  |  |
|       | Alto    | Recuento         | 6              | 7                   | 0               | 7                 | 20     |  |  |
|       |         | % dentro de Test | 15,0%          | 17,5%               | 0,0%            | 17,5%             | 12,5%  |  |  |
| Total |         | Recuento         | 40             | 40                  | 40              | 40                | 160    |  |  |
|       |         | % dentro de Test | 100,0%         | 100,0%              | 100,0%          | 100,0%            | 100,0% |  |  |

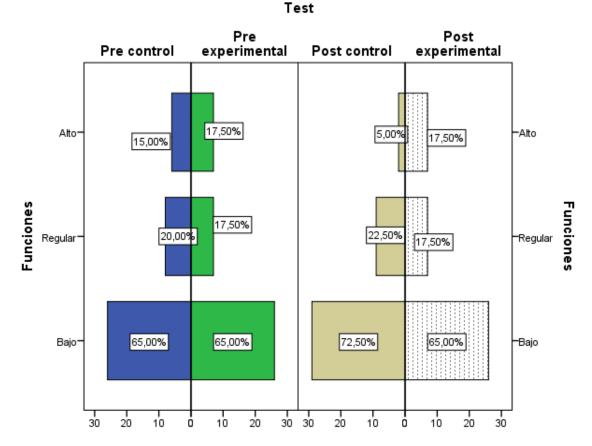
Fuente: Elaboración propia

# Resultado específico 2:

Nivel de aprendizaje de las funciones reales de variable real en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

En la figura 12, se puede observar que el puntaje del aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de la línea de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018 en el aprendizaje de las funciones reales de variable real, al inicio del experimento, muestran comportamientos similares en la comparación del *pre test* tanto del grupo control como del experimental.

**Figura 12.** Comparación entre los resultados del aprendizaje de las funciones reales de variable real en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.



Fuente: Elaboración propia

El análisis porcentual de los resultados obtenidos por cada nivel, y la comparación por *test* entre los dos grupos de estudio, se tuvo que en un nivel bajo se encuentra el 65% de los estudiantes, frente al 65% del grupo experimental; en un nivel regular el 20% de los estudiantes del grupo control, frente al 17,5% del grupo experimental; finalmente en un nivel alto 15% de estudiantes del grupo control frente al 17,5% en el grupo experimental. Luego de la aplicación del experimento, se tuvo que en un nivel bajo se encuentra el 72,5% de los estudiantes frente al 65% del grupo experimental; seguidamente en un nivel regular se encuentra el 22,5% de los estudiantes frente al 17,5% en el grupo experimental; finalmente en un nivel alto se encuentra el 5% de los estudiantes del grupo control frente al 17,5% del grupo experimental, correspondiente a la dimensión del aprendizaje de las funciones reales de variable real en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

A continuación mostraremos en la tabla cruzada 11 correspondiente al resumen de las comparaciones del número de estudiantes con su respectivo porcentaje por niveles tanto en el grupo control como en el experimental relativo al aprendizaje de las funciones reales de variable real de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

**Tabla 11.** Comparación entre los resultados del aprendizaje de las funciones reales de variable real en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

#### Tabla cruzada Funciones\*Test

|           |         |                  |                | Test                |                 |                   |        |  |
|-----------|---------|------------------|----------------|---------------------|-----------------|-------------------|--------|--|
|           |         |                  | Pre<br>control | Pre<br>experimental | Post<br>control | Post experimental |        |  |
| Funciones | Bajo    | Recuento         | 26             | 26                  | 29              | 26                | 107    |  |
|           |         | % dentro de Test | 65,0%          | 65,0%               | 72,5%           | 65,0%             | 66,9%  |  |
|           | Regular | Recuento         | 8              | 7                   | 9               | 7                 | 31     |  |
|           |         | % dentro de Test | 20,0%          | 17,5%               | 22,5%           | 17,5%             | 19,4%  |  |
|           | Alto    | Recuento         | 6              | 7                   | 2               | 7                 | 22     |  |
|           |         | % dentro de Test | 15,0%          | 17,5%               | 5,0%            | 17,5%             | 13,8%  |  |
| Total     |         | Recuento         | 40             | 40                  | 40              | 40                | 160    |  |
|           |         | % dentro de Test | 100,0%         | 100,0%              | 100,0%          | 100,0%            | 100,0% |  |

Fuente: Elaboración propia

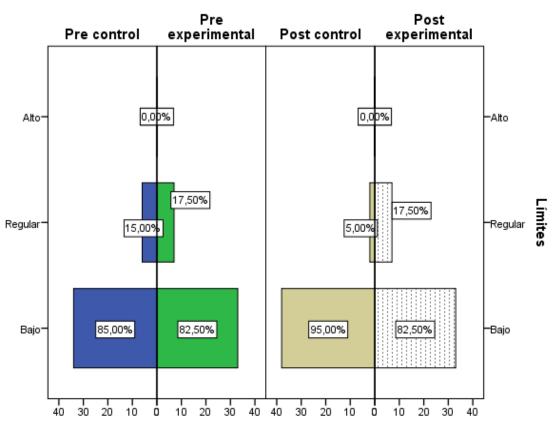
# Resultado específico 3:

Nivel del aprendizaje de los limites de funciones en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

En la figura 13, se puede observar que el puntaje del aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de la línea de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018 correspondiente a la dimensión del aprendizaje de limites de funciones, al inicio del experimento, muestran comportamientos similares en la comparación del *pre test* tanto del grupo control como del experimental.

**Figura 13.** Comparación entre los resultados por nivel del aprendizaje de limites de funciones en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.





Fuente: Elaboración propia

El análisis porcentual de los resultados por nivel y la comparación por *test* entre los grupos de estudio se tuvo que, en un nivel bajo se encontró el 85% de los estudiantes del grupo control, frente al 82,5% del grupo experimental; en un nivel regular se encontró el 15% de los estudiantes frente al 17,5% en el grupo experimental; finalmente en un nivel alto el 0% de los estudiantes frente al 0% en el grupo experimental. Luego de la aplicación del experimento, se encontró que en un nivel bajo se encontaba el 95% de los estudiantes frente al 82,5% del grupo experimental; seguidamente en un nivel regular el 5% de los estudiantes frente al 17,5% en el grupo experimental; finalmente en un nivel alto se encontró el 0% de los estudiantes del grupo control frente al 0% en el

grupo experimental, correspondientes a la dimensión del aprendizaje de los límites de funciones en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

**Tabla 12.** Comparación entre los resultados de niveles del aprendizaje de los límites de funciones en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

#### Tabla cruzada Límites\*Test

|             |         |                  | _              | Test                |              |                   |        |  |  |
|-------------|---------|------------------|----------------|---------------------|--------------|-------------------|--------|--|--|
|             |         |                  | Pre<br>control | Pre<br>experimental | Post control | Post experimental |        |  |  |
| Límite<br>s | Bajo    | Recuento         | 34             | 33                  | 38           | 33                | 138    |  |  |
| 3           |         | % dentro de Test | 85,0%          | 82,5%               | 95,0%        | 82,5%             | 86,3%  |  |  |
|             | Regular | Recuento         | 6              | 7                   | 2            | 7                 | 22     |  |  |
|             |         | % dentro de Test | 15,0%          | 17,5%               | 5,0%         | 17,5%             | 13,8%  |  |  |
| Total       |         | Recuento         | 40             | 40                  | 40           | 40                | 160    |  |  |
|             |         | % dentro de Test | 100,0%         | 100,0%              | 100,0%       | 100,0%            | 100,0% |  |  |

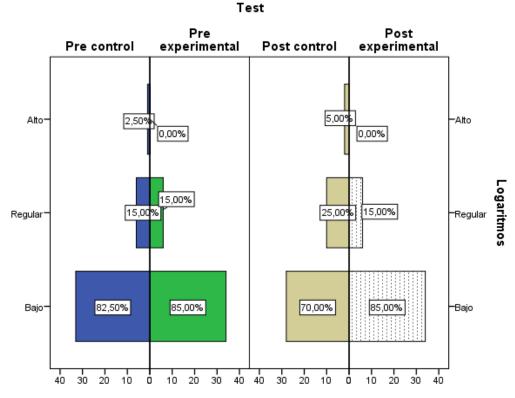
Fuente: Elaboración propia

En la tabla cruzada 12 tenemos el resumen de las comparaciones del número de estudiantes con su respectivo porcentaje por niveles, correspondientes al grupo control como al experimental correspondiente a la dimensión aprendizaje de los límites de funciones en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# Resultado específico 4:

Nivel del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

**Figura 14.** Comparaciones de resultados del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.



Fuente: Elaboración propia

En la figura 14 mostrada, se puede observar que el puntaje del aprendizaje correspondiente a la dimensión del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de la línea de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018; al inicio del experimento se dieron muestran comportamientos similares en la comparación del *pre test*, tanto del grupo control como del experimental.

El análisis porcentual de los resultado por niveles y la comparación por *test* entre los dos grupos de estudio, se tuvo que se encuentran en un nivel bajo el 82,5% de los estudiantes frente al 85% del grupo experimental; seguidamente en un nivel regular se encuentra el 15% de los estudiantes frente al 15% del grupo experimental; finalmente en un nivel alto se encuentra el 2,5% del grupo

control de los estudiantes frente al 0% del grupo experimental. Luego de la aplicación del experimento, se tiene que en un nivel bajo se encuentran el 70% de los estudiantes del grupo control frente al 85% del grupo experimental; seguidamente en un nivel regular el 25% de los estudiantes del grupo control frente al 15% en el grupo experimental; finalmente en un nivel alto el 5% de los estudiantes del grupo control frente al 0% del grupo experimental, correspondiente a la dimensión del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018. A continuación mostramos en la tabla cruzada 13, el resumen de las comparaciones del número de estudiantes con su respectivo porcentaje por niveles tanto en el grupo control como en el experimental correspondiente a la dimensión del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias

**Tabla 13.** Niveles del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

# Tabla cruzada Logaritmos\*Test

|            |         |                  |                | Test                |              |                   |        |  |
|------------|---------|------------------|----------------|---------------------|--------------|-------------------|--------|--|
|            |         |                  | Pre<br>control | Pre<br>experimental | Post control | Post experimental |        |  |
| Logaritmos | Bajo    | Recuento         | 33             | 34                  | 28           | 34                | 129    |  |
|            |         | % dentro de Test | 82,5%          | 85,0%               | 70,0%        | 85,0%             | 80,6%  |  |
|            | Regular | Recuento         | 6              | 6                   | 10           | 6                 | 28     |  |
|            |         | % dentro de Test | 15,0%          | 15,0%               | 25,0%        | 15,0%             | 17,5%  |  |
|            | Alto    | Recuento         | 1              | 0                   | 2            | 0                 | 3      |  |
|            |         | % dentro de Test | 2,5%           | 0,0%                | 5,0%         | 0,0%              | 1,9%   |  |
| Total      |         | Recuento         | 40             | 40                  | 40           | 40                | 160    |  |
|            |         | % dentro de Test | 100,0%         | 100,0%              | 100,0%       | 100,0%            | 100,0% |  |

Fuente: Elaboración propia

Aplicadas 2018.

Tabla 14. Prueba de normalidad de los datos obtenidos.

#### Pruebas de normalidad

|            |                   | Kolmogo     | rov-Smir | nov <sup>a</sup> | Shapiro-Wilk |    |      |  |
|------------|-------------------|-------------|----------|------------------|--------------|----|------|--|
|            | Test              | Estadístico | gl       | Sig.             | Estadístico  | gl | Sig. |  |
| Plano      | Pre control       | ,144        | 40       | ,037             | ,897         | 40 | ,002 |  |
|            | Pre experimental  | ,144        | 40       | ,036             | ,903         | 40 | ,002 |  |
|            | Post control      | ,273        | 40       | ,000             | ,770         | 40 | ,000 |  |
|            | Post experimental | ,144        | 40       | ,036             | ,903         | 40 | ,002 |  |
| Funciones  | Pre control       | ,147        | 40       | ,029             | ,903         | 40 | ,002 |  |
|            | Pre experimental  | ,139        | 40       | ,048             | ,898,        | 40 | ,002 |  |
|            | Post control      | ,371        | 40       | ,000             | ,771         | 40 | ,000 |  |
|            | Post experimental | ,139        | 40       | ,048             | ,898,        | 40 | ,002 |  |
| Límites    | Pre control       | ,150        | 40       | ,024             | ,926         | 40 | ,012 |  |
|            | Pre experimental  | ,150        | 40       | ,024             | ,913         | 40 | ,005 |  |
|            | Post control      | ,300        | 40       | ,000             | ,846         | 40 | ,000 |  |
|            | Post experimental | ,150        | 40       | ,024             | ,913         | 40 | ,005 |  |
| Logaritmos | Pre control       | ,146        | 40       | ,033             | ,943         | 40 | ,043 |  |
|            | Pre experimental  | ,145        | 40       | ,033             | ,936         | 40 | ,025 |  |
|            | Post control      | ,228        | 40       | ,000             | ,904         | 40 | ,002 |  |
|            | Post experimental | ,145        | 40       | ,033             | ,936         | 40 | ,025 |  |
| Nota       | Pre control       | ,145        | 40       | ,035             | ,959         | 40 | ,149 |  |
|            | Pre experimental  | ,128        | 40       | ,097             | ,966         | 40 | ,258 |  |
|            | Post control      | ,156        | 40       | ,015             | ,939         | 40 | ,033 |  |
|            | Post experimental | ,188        | 40       | ,001             | ,944         | 40 | ,048 |  |

a. Corrección de significación de Lilliefors

Fuente: Elaboración propia

De los resultados que se muestran respecto a la prueba de normalidad de las puntuaciones tanto del grupo de control y experimental en los dos momentos, se tienen una muestra de 40 datos, por lo que es necesario realizar la prueba con el estudiantico de Shapiro Wilk; implicando que el nivel de significación estadística p\_valor es menor al 0,05, implica que para el tratamiento estadístico

se asumirán pruebas parametricas de comparación entre rangos para muestras independientes.

# 4.2 Contrastación de hipótesis

# 4.2.1 Hipótesis general de la investigación

Ho: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Ho: 
$$\mu_1 = \mu_2$$
.

H<sub>1</sub>: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

*Hi*: 
$$\mu_1 > \mu_2$$

**Tabla 15.** Nivel de significancia del aprendizaje en la asignatura de fundamentos para el cálculo en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Rangos

| Razonamiento      | N  | Rango<br>promedio | Suma de rangos | Test U de<br>Mann-Whitney <sup>a</sup> |
|-------------------|----|-------------------|----------------|--|
| post control      | 40 | 32,10             | 1284,00        | U= 58                                  |
| post experimental | 40 | 48,90             | 1956,00        | Z=-2,421                               |
| Total             | 80 |                   |                | Sig. asintót = 0,020                   |

Fuente: Elaboración propia

De los resultados que se muestran en la tabla del *post test* correspondiente al grupo de control y experimental, del aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, se tiene al valor de la zc que se encuentra por encima del nivel crítico, donde zc < zt (-2,421 < -1,96) y el p = 0,020 menor al α 0,05 lo que significa rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa; la implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### 4.2.2 Hipótesis específica

### Resultado específico 1:

Ho: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Ho: 
$$\mu_1 = \mu_2$$
.

H<sub>1</sub>: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Hi: 
$$\mu_1 > \mu_2$$

**Tabla 16.** Nivel de significancia del aprendizaje correspondiente a las gráficas en el plano coordenado en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Rangos

| Razonamiento      | N  | Rango<br>promedio | Suma de rangos | Test U de<br>Mann-Whitney <sup>a</sup> |
|-------------------|----|-------------------|----------------|--|
| post control      | 40 | 43,43             | 1737,00        | U= 174                                 |
| post experimental | 40 | 37,58             | 1503,00        | Z=-2,536                               |
| Total             | 80 |                   |                | Sig. asintót = 0,020                   |

Fuente: Elaboración propia

De los resultados obtenidos en la tabla correspondiente a la dimensión del aprendizaje de gráficas en el plano coordenado en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018, se muestra en la tabla los datos del *post test* en el grupo de control y experimental donde el valor de la zc se encuentra por encima del nivel crítico, donde zc < zt (-2,536 < -1,96) y el p = 0,020 menor al α 0,05 lo que significa rechazar la hipótesis nula y a aceptar la hipótesis alternativa, la implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Resultado específico 2:

Ho: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Ho: 
$$\mu_1 = \mu_2$$
.

H<sub>1</sub>: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las funciones en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Hi: 
$$\mu_1 > \mu_2$$

**Tabla 17.** Nivel de significación de aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Rangos

| Conceptualización | N  | Rango<br>promedio | Suma de rangos | Test U de<br>Mann-Whitney <sup>a</sup> |
|-------------------|----|-------------------|----------------|--|
| post control      | 40 | 38,39             | 1535,50        | U= 322                                 |
| post experimental | 40 | 42,61             | 1704,50        | Z=-2.430                               |
| Total             | 80 |                   |                | Sig. asintót = 0,021                   |

Fuente: Elaboración propia

De los resultados obtenidos en la tabla correspondiente a la dimensión de aprendizaje de funciones reales de variable real en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018, se muestra en la tabla los datos del *post test* en el grupo de control y experimental, donde el valor de la zc se encuentra por encima del nivel crítico, donde zc <zt (-2.430 < -1,96) y el p=0,021 menor al α 0,05 lo que significa rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa. La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las funciones en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Resultado específico 3:

Ho: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de los límites de una función en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Ho: 
$$\mu_1 = \mu_2$$
.

H<sub>1</sub>: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los límites de una función en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Hi:  $\mu_1 > \mu_2$ 

**Tabla 18.** Nivel de significación del aprendizaje del límite de funciones en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Rangos

| Emite juicio         | N  | Rango<br>promedio | Suma de rangos | Test U de<br>Mann-Whitneyª |
|----------------------|----|-------------------|----------------|----------------------------|
| post control         | 40 | 38,00             | 1520,00        | U= 171                     |
| post<br>experimental | 40 | 43,00             | 1720,00        | Z=-2.570                   |
| Total                | 80 |                   |                | Sig. asintót = 0,024       |

Fuente: Elaboración propia

De los resultados obtenidos en la tabla correspondiente a la dimensión del aprendizaje de límites de funciones en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018, se muestra en la tabla los datos del *post test* en el grupo de control y experimental donde el valor de la zc se encuentra por encima del nivel crítico, donde zc <zt (-2.570 < -1,96) y el p=0,0280 menor al α 0,05 lo que significa rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa. La implementación del

software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los límites de una función en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Resultado específico 4:

Ho: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, no mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Ho: 
$$\mu_1 = \mu_2$$
.

H<sub>1</sub>: La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

Hi: 
$$\mu_1 > \mu_2$$

**Tabla 19.** Nivel de significación de aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples, en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Rangos

| Emite juicio      | N  | Rango<br>promedio | Suma de rangos | Test U de<br>Mann-Whitney <sup>a</sup> |
|-------------------|----|-------------------|----------------|--|
| post control      | 40 | 43,65             | 1746,00        | U= 142                                 |
| post experimental | 40 | 37,35             | 1494,00        | Z=-2.109                               |
| Total             | 80 |                   |                | Sig. asintót = 0,041                   |

Fuente: Elaboración propia

Finalmente de los resultados obtenidos en la tabla correspondiente a la dimensión del aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018, se muestra en la tabla los datos del *post test* en el grupo de control y experimental donde el valor de la zc se encuentra por encima del nivel crítico, donde zc <zt (-2.109 < -1,96) y el p=0,041 menor al α 0,05 lo que significa rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa. La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Discusión

De acuerdo con los resultados encontrados tenemos que la implementación del software de Geogebra herramienta didáctica. como meiora significativamente el aprendizaje en la asignatura de Fundamentos para el Cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018, en la misma dirección encontramos que según los resultados vemos una mejora significativa en el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado, aprendizaje de las funciones reales de variable real, aprendizaje de los límites de una función, así como también el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples.

En referencia a otras investigaciones tenemos a Bermeo Carrasco (2017), en su tesis de doctorado denominada "Influencia del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales", cuyo resultado comparativo en el pre test fue de 37,8% de los estudiantes se encuentran en proceso y 62,2 % de los estudiantes alcanzaron el logro, luego de la aplicación del experimento es decir al aplicar la herramienta del software de Geogebra en el aprendizaje

para graficar funciones a comparación del *post test* que fue del 9,4% de los estudiantes que están en proceso y el 90,6% alcanzaron el logro, encontrando que el *sofware* de Geogebra permite mejorar el aprendizaje al graficar funciones reales de variable real.

Por otro lado Huaraca & Rubén (2012), en su tesis de maestría denominada "Uso del *software* en el aprendizaje de la geometría *analítica*", se encontró que en el grupo experimental hubo un aumento significativo de las notas a comparación del grupo control, y debido a la diferencia que existe entre las medias de ambos grupos, se pudo afirmar que el *software* de Geogebra, influye de forma significativa en el aprendizaje de los estudiantes.

En el caso de Jara Acebedo (2015), cuya tesis de maestría denominada "La aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso del software de Geogebra en el aprendizaje de la geometría" los resultados expresan que un 64% lograron el grado de visualización y un 48% alcanzaron un grado de análisis geométrico de Van Hiele, encontrándose que el uso del software de Geogebra mejora de forma significativa la capacidad de razonamiento en los estudiantes, en la misma direccion tenemos a Pumacallahui Salcedo (2015), en su tesis de doctorado denominada "El uso de softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría" en los resultados del grupo control y grupo experimental, se ve la diferencia de notas alcanzadas, grupo control 11,028 y en el experimental 13,476 demostrándose que el uso del software mejora significativamente el aprendizaje de la geometría.

### 5.2 Conclusiones

### **Primera**

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Segunda

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### **Tercera**

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las funciones en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Cuarta

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los límites de funciones reales de variable real, en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Quinta

La implementación del *software* de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### 5.3 Recomendaciones

### **Primera**

La universidad necesita incentivar a los docentes de matemática la aplicación de estas tecnologías en sus sesiones de clase, para ello se propone desarrollar talleres de capacitación docente, en el manejo del *software* de Geogebra y el uso de la tecnología de códigos QR, con la intención de uniformizar criterios en su aplicación para que de esta forma se garanticen, mejores niveles de aprendizaje y en consecuencia mejor rendimiento de los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.

### Segunda

Hacer uso sistemático de estrategias cooperativas para poder determinar las necesidades de los estudiantes, esto mediante el compartir de experiencias comunes entre los docentes para poder crear un plan que nos permita describir y valorar las aportaciones en el aprendizaje, mediante la conformación de equipos cuyo objetivo principal es llegar a objetivos comunes.

### Tercera

Llevar a cabo investigaciones con la aplicación del *software* de Geogebra y códigos QR para ampliar la temática de la asignatura desarrollada, considerando para ello una muestra poblacional mucho mayor donde se pueda desarrollar investigaciones más complejas y de esta manera incentivar a los docentes en la investigación para que puedan conocer las posibilidades educativas que ofrece este software.

### Cuarta

A los estudiantes universitarios, se recomienda hacer uso de estas herramientas tecnológicas que ayudan a desarrollar el pensamiento analítico, propiciando el aprendizaje autónomo en ellos ya que su uso motiva el interés y consecuentemente hace que los contenidos planteados se puedan asimilar más rápido, desarrollando el autoaprendizaje, y haciéndoles partícipe de su propia administración y gestión de contenidos, permitiendo hacer uso de una infinidad de fuentes de información.

### **FUENTES DE INFORMACIÓN**

### Referencias bibliográficas

- Aparecida de Souza, V., Meireles de Moura, É., Sousa Oliveira, J., & José de Souza, A. (2017). A interação entre o trabalho educativo com software de geometria dinâmica e fotografia no ensino e aprendizagem de figuras geométricas (Vol. 12). Florianópolis, Brasil.
- Araviche, L. (2009). *Influencia del uso de un software como recurso instruccional para el aprendizaje significativo de las funciones reales*. (Tesis de maestría). Universidad de Zulia, Venezuela.
- Bermeo Carrasco, O. (2017). Influencia del Software de Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería 2016. (Tesis de doctorado). Universidad Cesar Vallejo, Perú.
- Cabero Almenara, J. (2017). La formación en la era digital: ambientes enriquecidos por la tecnología. (Vol. II). Sevilla, España.
- Cabero Almenara, J., & Marín Díaz, V. (2016). *La educación formal de los formadores de la era digital y los educadores del siglo XXI*. Sevilla, España.

- Casanova Pastor, G., & Molina Jorda, J. (2012). *Implementación de códigos QR en materiales docentes*. Alicante, España: Universidad de alicante. Recuperado dehttps://web.ua.es/en/ice/jornadas-redes/documentos/2013-posters/335182.pdf
- Chrobak, R. (2017). El aprendizaje significativo para fomentar el pensamiento crítico (Vol. II). La plata, Argentina: Universidad Nacional de La Plata.
- Cleidson da Silva, J. (2014). Limite e Continuidade: Um enfoque acessível ao ensino médio com o auxílio de Geogebra. (Tesis de maestría). Universidad estatal da paraiba, Brasil.
- Crockett, L., Jukes, I., & Churches, A. (2012). *21st Century Fluencies for the Digital Age (Primera edición ed.)*. Oregon, Estados Unidos: Corwin Press.
- GeoGebra. (2017). *Manual Oficial de la versión 3.2. 13*. Recuperado de https://wiki.geogebra.org/es/Manual
- Gómez Martínez, L. (2017). *Desarrollo ognitivo y educación formal: análisis a partir de la propuesta de l. s. Vygotsky*. Bogotá, Colombia: Universitas Philosophica.
- H. Bower, G. (2014). *Teorías del aprendizaje*. México DF, México: Trillas.
- Hernández Sampieri, R. (2010). *Metodología de la investigación*. México DF, México: McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. DE C.V.
- Huaraca, P., & Rubén, C. (2012). *Uso del software de geogebra en el aprendizaje de la geometría analítica*. (Tesis de maestría). Universidad Enrique Guzman y Valle, Lima, Perú.

- Jara Acebedo, C. O. (2015). Aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso del software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría en tercer grado de educación secundaria. (Tesis de maestría). Universidad Enrique Guzman y Valle, Lima, Perú.
- Marqués, P. (2000). *El software educativo*. Barcelona, España: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Prensky, M. (Enero de 2017). *Education to better their world: Unleashing the power of 21st-century kids (Vol. 61).* (T. C. Press, Ed.) New York, Estados Unidos.
- Pumacallahui Salcedo, E. (2015). El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata. (Tesis de doctorado). Universidad Enrique Guzman y Valle, Lima, Perú.

### **Anexos**

| 5.11   |  | 10.7  |
|--|--|---|
| Problema   | Objetivos  | Hipótesis   |
| Problema general   | Objetivo general   | Hipótesis general   |
| ¿En qué medida la implementación del software de<br>Geogebra utilizando códigos QR como herramienta<br>didáctica, mejora el aprendizaje en la asignatura de<br>fundamentos para el cálculo en estudiantes<br>universitarios del primer ciclo de administración de la<br>Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018?  | Determinar en qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje en la asignatura de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.   | La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en la asignatura de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.  |
| Problemas específicos  | Objetivos específicos<br>(derivados)   | Hipótesis específicas   |
| <ul> <li>¿En qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018?</li> <li>¿En qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018?</li> <li>¿En qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de los límites de fnciones en estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018?</li> <li>¿En qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018?</li> </ul> | <ul> <li>Determinar en qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> <li>Determinar en qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> <li>Determinar en qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de los límites de funciones en estudiantes universitarios del primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> <li>Determinar en qué medida la implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora el aprendizaje de los logaritmos y ecuaciones exponenciales simples, en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> </ul> | <ul> <li>La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las gráficas en el plano coordenado en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> <li>La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de las funciones real de variable real en los estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> <li>La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los límites de funciones en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> <li>La implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje de los logaritmos y las ecuaciones exponenciales simples en estudiantes universitarios del primer ciclo de administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas 2018.</li> </ul> |

### ANEXO 2: INSTRUMENTO PARA EL RECOJO DE OPINIÓN Y VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

### I. DATOS GENERALES

| Apellidos y Nombres del experto:  |
|---|
| Institución donde labora:   |
| Título de la investigación: Implementación del <i>software</i> de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica en el aprendizaje de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios. |
| Nombre del instrumento: Aprendizaje de Fundamentos para el cálculo con el uso del Geogebra y los códigos QR.  |
| Autor: Rosas Palomino, José R   |

### II. ASPECTOS GENERALES

|                    |  |  |                  | Calificac      | ión                |                     |
|--------------------|--|--|------------------|----------------|--------------------|---------------------|
| INDICADORES        | CRITERIOS  |  | Regular<br>21-40 | Buena<br>41-60 | Muy buena<br>61-80 | Excelente<br>81-100 |
| 1. CLARIDAD        | Está formulado con lenguaje apropiado.                                 |  |                  |                |                    |                     |
| 2. OBJETIVIDAD     | Permite medir hechos observables.                                      |  |                  |                |                    |                     |
| 3. ACTUALIDAD      | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.                         |  |                  |                |                    |                     |
| 4. ORGANIZACIÓN    | Existe una secuencia lógica entre los ítems planteados.                |  |                  |                |                    |                     |
| 5. SUFICIENCIA     | Comprende los aspectos de la variable tanto en cantidad y claridad.    |  |                  |                |                    |                     |
| 6. INTENCIONALIDAD | Adecuado para poder valorar la gestión pedagógica.                     |  |                  |                |                    |                     |
| 7. CONSISTENCIA    | Consistencia entre la formulación del problema, objetivos e hipótesis. |  |                  |                |                    |                     |
| 8. COHERENCIA      | Entre los índices, indicadores y dimensiones.                          |  |                  |                |                    |                     |
| 9. METODOLOGIA     | La estrategia responde al propósito de la investigación.               |  |                  |                |                    |                     |
| 10. PERTINENCIA    | Es adecuado para el tema de investigación.                             |  |                  |                |                    |                     |

| COHE | RENCIA       | Entre los índices, indicadores y dimensiones.            |               |              |              |  |  |  |
|------|--------------|--|---------------|--------------|--------------|--|--|--|
| METO | DOLOGIA      | La estrategia responde al propósito de la investigación. |               |              |              |  |  |  |
| PERT | INENCIA      | Es adecuado para el tema de ir                           | nvestigación. |              |              |  |  |  |
| III. | Opinión de a | olicabilidad: a) Regular                                 | b) Buena      | c) Muy buena | d) Excelente |  |  |  |
| IV.  | Promedio de  | valoración:  |               |              |              |  |  |  |

### **ANEXO 3:**

### **EVALUACIÓN DEL PRE - TEST**

### **PARTE OBJETIVA**

(1,0 punto c/u)

Escriba en la casilla correspondiente la letra (A, B, C o D) de la alternativa que usted considere correcta. Si Ud. considera que en alguna pregunta no aparece la alternativa correcta o hay un error en la formulación de la pregunta entonces ingrese la letra E como respuesta en la casilla correspondiente.

| Pregunta Nº | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Alternativa |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Pregunta Nº | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Alternativa |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

- **1.** Si el punto  $(\frac{a}{b}; \frac{b^2}{a})$ , está en el III cuadrante, indique en qué cuadrante se encuentra el punto (b-a;b).
  - A) I Cuadrante.
  - B) II Cuadrante.
  - C) III Cuadrante.
  - D) IV Cuadrante.
- **2.** Halle la ecuación de la recta que pasa por el origen y es paralela a la recta 4x-6y=12.
  - A) 3x 2y = 0
  - B) 2x 3y = 0
  - C) 3x + 2y = 0
  - D) 2x + 3y = 0
- **3.** Una empresa produce pulseras de plata cuyo costo por unidad es de \$14, si el costo fijo es de \$2400 mensuales y el precio de venta es de \$20 por unidad, determine lo siguiente redactando sus respuestas:
  - A) Determine las ecuaciones de Costo total y de Utilidad.

\_\_\_\_\_

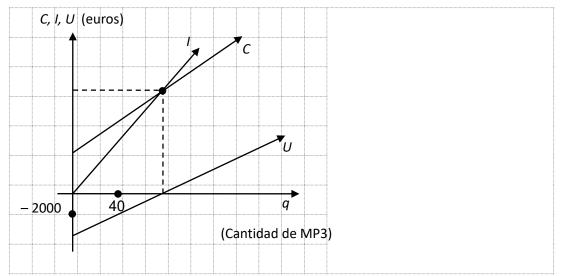
B) ¿Cuál es el V.M.P. para que la empresa no gane ni pierda?

\_\_\_\_\_

C) ¿Si vende 300 pulseras en un mes gana o pierde? Justifique su respuesta.

\_\_\_\_\_

**4.** A partir de la gráfica mostrada, determine el precio de venta de cada MP3, el costo fijo, el volumen mínimo de producción y el punto de equilibrio. Interprete



**5.** Determina el dominio de la siguiente función real de variable real  $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{2-x}}$ 

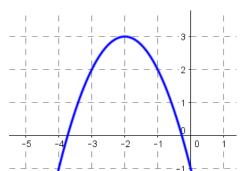
A) 
$$Dom f = [5; 2]$$

B) 
$$Dom f = ]-5; 2[$$

C) 
$$Dom f = [5; 2]$$

D) 
$$Domf = [5; 2]$$

**6.** La gráfica de la función g se muestra en la figura. Para obtenerla se aplicaron transformaciones a la gráfica de la función  $f(x) = x^2$ . ¿Cuál es la regla de correspondencia de la función g?



A) 
$$g(x) = 2 - f(x+3)$$

B) 
$$g(x) = 2 - f(x-3)$$

C) 
$$g(x) = -f(x+2) + 3$$

D) 
$$g(x) = -f(x-2) + 3$$

**7.** La gráfica de una función f pasa por el punto (a;b), con a y b positivos. ¿Por qué punto pasará la gráfica de g si se sabe qué g(x) = -f(x+b)?

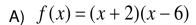
A) 
$$(a+b;-b)$$

B) 
$$(0;-b)$$

C) 
$$(b-a;b)$$

D) 
$$(a-b;-b)$$

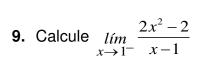
**8.** Dada la gráfica de la función *f.* ¿Cuál es su regla de correspondencia?



B) 
$$f(x) = -0.25(x-2)^2 + 4$$

C) 
$$f(x) = -0.25x^2 - x + 3$$

D) 
$$f(x) = -4(x-2)^2 + 4$$





**10.** Calcule 
$$\lim_{x\to 3} \frac{4x^2 - 36}{x-3}$$

D) Indeterminado.

**11.**Suponga que las ventas diarias V, en soles, del exquisito potaje chancho al palo, después de terminar una feria gastronómica, se modela con la función:

$$V(t) = \frac{mt + 40000}{t + 2}$$

donde "t" es el tiempo, en días, después de terminar la feria gastronómica. Se sabe que a 13 días de terminar la feria gastronómica el nivel de ventas fue de 7000 soles.

Halle el valor de m y el nivel de ventas en el largo plazo. Justifique usando límites.

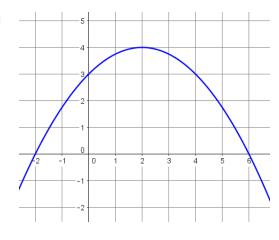
91

A) 
$$m = 5000 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 5000$$

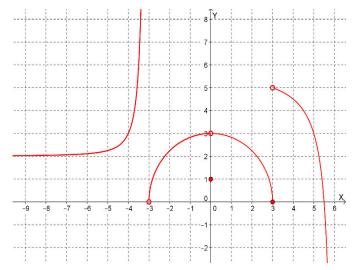
B) 
$$m = 5000 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 20000$$

C) 
$$m = 2500 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 5000$$

D) 
$$m = 2500 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 20000$$



- **12.** Considere la función  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x, & x > -1 \\ 2x + 3, & x < -1 \end{cases}$  Si se sabe que  $\lim_{x \to -1} f(x)$  existe. Encontrar el valor de a.
  - A) 2
  - B) 1
  - C) -2
  - D) 3
- **13.** Calcule  $\lim_{x \to +\infty} \frac{10x^2 3x + 1}{5x^2 + 2x^3 8}$ 
  - **A)** 2
  - B) 0
  - $C) + \infty$
  - D) No existe
- **14.**La gráfica de la función *f* se muestra a continuación.



A) Determine el valor de E a partir del gráfico de f.

$$E = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x) + \lim_{x \to -3^{+}} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 3^{+}} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 3^{+}} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 3^{+}} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 0} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 0} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 0} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 0} f(x)} = \frac{\lim_{x \to 0} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x)} = \frac{\lim_{x \to$$

- B) Determine las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la función.
- **15.** Resuelve la siguiente ecuación exponencial:  $2^{1-3y} = 5$ 
  - A) 2.44
  - B) 0.44
  - C) 2.44
  - D) 0.44

**16.** Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:  $Log_3(2x+5) - 2Log_3(1-x) = 2$ 

- A)  $C.S = \{\frac{2}{9}; 2\}$
- B)  $C.S = \{ \}$
- C)  $C.S = \{\frac{2}{9}\}$
- D)  $C.S = \{2\}$

**17.** Grafique mediante transformaciones la siguiente función:  $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} + 3$ .

Determine el punto de intersección de la gráfica con el eje de las abscisas.

- A) (0; -2.75)
- B) (3.58; 0)
- C) (0; 2.75)
- D) (-3.58; 0)

**18.**Grafique mediante transformaciones la siguiente función:  $f(x) = -\log_{0,1}(x+1) - 2$ . Determine el punto de intersección de la gráfica con el eje de las ordenadas.

- A) (0; -2)
- B) (0; 2)
- c) (2; 0)
- D) (0; 2.5)

**19.**La población proyectada, P, de una ciudad está dada por  $P = 100000e^{0.05t}$ , donde t es el número de años después de 1990.

A) Pronosticar la población para el año 2010.

\_\_\_\_\_

B) En qué año se tendrá una población que sea el triple de la población que hubo en 1990

\_\_\_\_\_

C) ¿Cuánto será la población después de una gran cantidad de tiempo?

\_\_\_\_\_\_

| ${f 20.}$ La taquilla ${f D}$ (en millones de dólares) que recauda la película ${f Jurassic~World}$   |
|---|
| se modela con la función $D(t) = 800 - Ae^{kt}$ , donde $t$ es el número de semanas   |
| transcurridas desde su estreno. Un programa de espectáculo indicó que el día del estreno la película recaudó 100 millones de dólares en taquilla, y tres semanas después la taquilla fue de 500 millones. |

| A) | Determine el valor de las constantes A y k. |
|----|---|
| В) | ¿Cuál será la taquilla máxima esperada?     |

### **ANEXO 4:**

### **EVALUACIÓN DEL POST - TEST**

### **PARTE OBJETIVA**

(1,0 punto c/u)

Escriba en la casilla correspondiente la letra (A, B, C o D) de la alternativa que usted considere correcta. Si Ud. considera que en alguna pregunta no aparece la alternativa correcta o hay un error en la formulación de la pregunta entonces ingrese la letra E como respuesta en la casilla correspondiente.

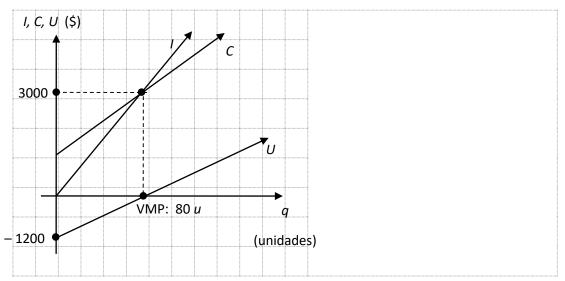
| Pregunta Nº | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Alternativa |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Pregunta Nº | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Alternativa |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

- **1.** Si  $(ab^2; -b) \in III$  cuadrante, ¿en qué cuadrante se ubica el punto (ab; -b)?
  - A) I Cuadrante.
  - B) II Cuadrante.
  - C) III Cuadrante.
  - D) IV Cuadrante.
- **2.** Halle la ecuación de la recta que pasa por (3;-2) y es perpendicular a la recta 4x+2y=9.
  - A) x 2y = 4
  - B) 2x y = 4
  - C) x + 2y = 4
  - D) 2x + y = 4
- **3.** Un fabricante de lapiceros vende cada unidad en S/. 3,5. El costo de producción de cada lapicero es de S/. 1,5 y mensualmente hay un gasto de S/. 2500 que no depende del nivel de producción.
  - A) Determine las ecuaciones del Ingreso, Costo total y Utilidad.

B) ¿Cuántos lapiceros se deben vender el próximo mes para obtener una utilidad de S/ 6000?

C) ¿Cuál debe ser el nivel de ventas mínimo para obtener una utilidad que sea mayor al 15% del costo total?

**4.** En la siguiente gráfica se muestra las gráficas del ingreso, costo total y utilidad de cierto producto, determine el costo fijo, costo unitario, precio de venta y la utilidad.



**5.** Determina el dominio de la siguiente función real de variable real  $f(x) = \frac{x-1}{x}$ 

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2 - x - 6}$$

A) 
$$Dom f = \mathbb{R} - \{-2, 3\}$$

B) 
$$Dom f = \mathbb{R} - \{-2\}$$

C) 
$$Dom f = \mathbb{R} - \{3\}$$

D) 
$$Dom f = \{-2, 3\}$$

**6.** La gráfica de la función g se muestra en la figura. Para obtenerla se aplicaron transformaciones a la gráfica de la función  $f(x) = x^2$ 

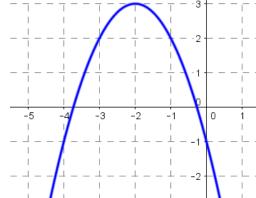
 $f(x) = x^2$ . ¿Cuál es la regla de correspondencia de la función g?

A) 
$$g(x) = 2 - f(x+3)$$

B) 
$$g(x) = 2 - f(x-3)$$

c) 
$$g(x) = -f(x+2) + 3$$

D) 
$$g(x) = -f(x-2) + 3$$



**7.** La gráfica de una función f pasa por el punto (a+b;a), con a y b positivos. ¿Por qué punto pasará la gráfica de g si se sabe que g(x) = -f(x+b)?

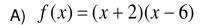
A) 
$$(a-b;-b)$$

B) 
$$(a; -a)$$

C) 
$$(b-a;b)$$

D) 
$$(a+b;-b)$$

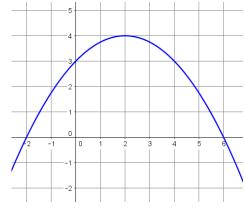
**8.** Dada la gráfica de la función *f.* ¿Cuál es su regla de correspondencia?



B) 
$$f(x) = -0.25(x-2)^2 + 4$$

C) 
$$f(x) = -0.25x^2 - x + 3$$

D) 
$$f(x) = -4(x-2)^2 + 4$$



**9.** Calcule  $\lim_{x \to -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9}$ 

A) 
$$\frac{5}{6}$$

B) 
$$\frac{7}{6}$$

C) 
$$-\frac{7}{6}$$

**10.** Calcule  $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ 

A) 
$$\frac{1}{2}$$

C) 
$$-\frac{1}{2}$$

**11.**Suponga que las ventas diarias V, en soles, del exquisito potaje chancho al palo, después de terminar una feria gastronómica, se modela con la función:

$$V(t) = \frac{mt + 40000}{t + 2}$$

donde "t" es el tiempo, en días, después de terminar la feria gastronómica. Se sabe que a 13 días de terminar la feria gastronómica el nivel de ventas fue de 7000 soles.

Halle el valor de  $_m$ . ¿Qué ocurre con el nivel de ventas en el largo plazo? Justifique usando límites.

A) 
$$m = 5000 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 5000$$

B) 
$$m = 5000 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 20000$$

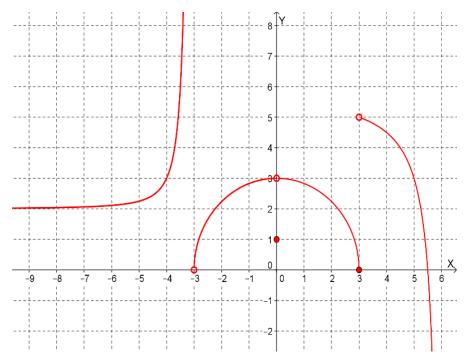
C) 
$$m = 2500 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 5000$$

D) 
$$m = 2500 \text{ y } \lim_{t \to +\infty} V(t) = 20000$$

- **12.**Considere la función  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x, & x > -1 \\ 2x + 3, & x < -1 \end{cases}$ . Si se sabe que  $\lim_{x \to -1} f(x)$  existe. Encontrar el valor de a
  - A) 2
  - B) 1
  - C) -2
  - D) 3
- **13.**Calcule  $\lim_{x \to +\infty} \frac{10x^2 3x + 1}{5x^2 + 2x^3 8}$ 
  - **A)** 2

B) 0

- C) +∞
- D) No existe
- **14.**La gráfica de la función *f* se muestra a continuación.



A) Determine el valor de E a partir del gráfico de f.

$$E = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x) + \lim_{x \to -3^{+}} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 3^{+}} f(x)} = \frac{\lim_{x \to -\infty} f(x) + \lim_{x \to -3^{+}} f(x)}{\lim_{x \to 0} f(x) + \lim_{x \to -3^{+}} f(x)}$$

B) Determine las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la función.

- **15.** Resuelve la siguiente ecuación exponencial:  $2^{1-3y} = 5$ A) 2.44
  B) 0.44
  C) 2.44
- **16.** Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:  $Log_3(2x+5) 2Log_3(1-x) = 2$ 
  - A)  $C.S = \{\frac{2}{9}; 2\}$
  - B)  $C.S = \{ \}$

D) - 0.44

- C)  $C.S = \{\frac{2}{9}\}$
- D)  $C.S = \{2\}$
- 17. Grafique mediante transformaciones la siguiente función:  $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} + 3$ Determine el punto de intersección de la gráfica con el eje de las abscisas.
  - A) (0; -2.75)
  - B) (3.58; 0)
  - C) (0; 2.75)
  - D) (-3.58; 0)
- 18. Grafique mediante transformaciones la siguiente función:  $f(x) = -\log_{0,1}(x+1) 2$ . Determine los puntos de intersección de la gráfica con los ejes coordenados.
  - A) (0; -2)
  - B) (0; 2)
  - (2; 0)
  - D) (0; 2.5)
- 19. La población proyectada, P, de una ciudad está dada por  $P=100000e^{0.05t}$  donde t es el número de años después de 1990.
  - A) Pronosticar la población para el año 2010.
  - B) En qué año se tendrá una población que sea el triple de la población que hubo en 1990.

| 20. La taquilla $D$ (en millones de dólares) que recauda la película <b>Jurassic World</b> se modela con la función $D(t) = 800 - Ae^{kt}$ , donde $t$ es el número de semanas transcurridas desde su estreno. Un programa de espectáculo indicó que el día del estreno la película recaudó 100 millones de dólares en taquilla, y tres semanas después la taquilla fue de 500 millones. |
|--|
| A) Determine el valor de las constantes A y k.   |
| B) ¿Cuál será la taquilla máxima esperada?   |

C) ¿Cuánto será la población después de una gran cantidad de tiempo?

### ANEXO 5:

### **JUICIO DE EXPERTOS**

## INSTRUMENTO PARA EL RECOJO DE OPINIÓN Y VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

|      |   |  |  | •                    |                |                    |                     |   |
|------|---|--|--|----------------------|----------------|--------------------|---------------------|---|
| _:   | DATOS GENERALES   | (  | ,  |                      |                |                    |                     |   |
|      | Apellidos y Nombres del experto:ñawn.exc Jraningin donde labora: T.cad - V SMTP | Apellidos y Nombres del experto:กองกะคว  | andra Jului  | & W                  |                |                    |                     |   |
|      | Título de la investigación:<br>aprendizaje de fundament                         | Título de la investigación: Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica en el aprendizaje de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios. | ebra utilizando cód<br>rsitarios.                      | gos QR co            | omo herr       | amienta dida       | áctica en el        |   |
|      | Nombre del instrumento: A   | Nombre del instrumento: Aprendizaje de Fundamentos para el cálculo con el uso del Geogebra y los códigos QR.   | ilculo con el uso de                                   | Geogebra             | ı y los có     | digos QR.          |                     |   |
|      | Autor: Rosas Palomino, José R.  | osé R.   |  |                      |                |                    |                     |   |
| =    | ASPECTOS GENERALES  | 10   |  |                      |                |                    |                     |   |
|      |   |  |  | Cali                 | Calificación   |                    |                     |   |
|      | INDICADORES   | CRITERIOS  | Deficiente Re  | Regular B<br>21-40 4 | Buena<br>41-60 | Muy buena<br>61-80 | Excelente<br>81-100 |   |
|      | 1. CLARIDAD   | Está formulado con lenguaje apropiado.   |  |                      | 7              |                    |                     |   |
|      | 2. OBJETIVIDAD  | Permite medir hechos observables.  |  |                      |                | 7                  |                     |   |
|      | 3. ACTUALIDAD   | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.   |  |                      |                | \                  |                     |   |
|      | 4. ORGANIZACIÓN   | Existe una secuencia lógica entre los<br>ítems planteados.   |  |                      | 1.             |                    |                     |   |
|      | 5. SUFICIENCIA  | Comprende los aspectos de la variable tanto en cantidad y claridad.  |  |                      |                | 1                  |                     |   |
|      | 6. INTENCIONALIDAD  | Adecuado para poder valorar la gestión pedagógica.   |  |                      | \              |                    |                     |   |
|      | 7. CONSISTENCIA   | Consistencia entre la formulación del problema, objetivos e hipótesis.   |  |                      |                | 1                  |                     |   |
|      | 8. COHERENCIA   | Entre los índices, indicadores y dimensiones.  | To.  |                      |                | \                  |                     |   |
|      | 9. METODOLOGIA  | La estrategia responde al propósito de la investigación.   |  |                      |                | \                  |                     |   |
|      | 10. PERTINENCIA   | Es adecuado para el tema de investigación.   |  |                      |                | \                  |                     |   |
| Ξ.   | Opinión de aplicabilidad:   | a) Regular b) Buena  | c) Muy buena   | (p                   | d) Excelente   | e.                 |                     |   |
| ≥    | Promedio de valoración:   | 75% 4) ao seocio   | Grangencia: Colorar el tienno dedoración de la broeba. | S wood               | ledora         | an a               | la proeb            | j |
|      | Lugar y Fecha   | D.N.I  | Firma  |                      |                | N° de teléfond     |                     |   |
| Sto. | Sta. Writa 22 de Pobresa 2012   | ) 250EH90  | A Brievo X   |                      | 9-             | £68136 996         | 397                 |   |
|      |   |  |  |                      |                |                    |                     |   |

# INSTRUMENTO PARA EL RECOJO DE OPINIÓN Y VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

| Ape<br>Inst<br>Titt<br>apr | Apellidos y Nombres del experto:ർഡ്ഡോ<br>Institución donde Iabora: | Apellidos y Nombres del experto: Acude vane J. Lineal.   | rceule .                         |            | -              |                    |                    |
|----------------------------|--|--|----------------------------------|------------|----------------|--------------------|--------------------|
| Insi<br>Titu<br>apr<br>No  | titución donde labora:   | OHS  |                                  |            | _              |                    |                    |
| apr<br>No                  |  | <i></i>  |                                  |            |                |                    |                    |
| No                         | ulo de la investigación:<br>endizaje de fundament                  | Título de la investigación: Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica en<br>aprendizaje de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios. | ora utilizando códig<br>itarios. | Jos QR cor | no nerr        | amienta did        | áctica e           |
|                            | mbre del instrumento:  | Nombre del instrumento: Aprendizaje de Fundamentos para el cálculo con el uso del Geogebra y los códigos QR.   | ulo con el uso del               | Geogebra   | y los có       | digos QR.          |                    |
| Aut                        | Autor: Rosas Palomino, José R.                                     | osé R.   |                                  |            |                |                    |                    |
| II. AS                     | ASPECTOS GENERALES   | S  |                                  |            |                | -                  |                    |
|                            |  |  |                                  | Califi     | Calificación   |                    |                    |
|                            | INDICADORES  | CRITERIOS  | Deficiente Regular               |            | Buena<br>41-60 | Muy buena<br>61-80 | Excelent<br>81-100 |
| <del>-</del>               | CLARIDAD   | Está formulado con lenguaje apropiado.   |                                  |            |                |                    | 1                  |
| 2                          | OBJETIVIDAD  | Permite medir hechos observables.  |                                  |            |                |                    |                    |
| က်                         | ACTUALIDAD   | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.   | 5                                |            |                |                    | 2                  |
| 4.                         | ORGANIZACIÓN   | Existe una secuencia lógica entre los items planteados.  |                                  |            | .4             | /                  |                    |
| 5.                         | SUFICIENCIA  | Comprende los aspectos de la variable tanto en cantidad y claridad.  |                                  |            |                |                    | 2                  |
| 0                          | INTENCIONALIDAD  | Adecuado para poder valorar la gestión pedagógica.   |                                  |            |                |                    | 1                  |
| 7.                         | CONSISTENCIA   | Consistencia entre la formulación del problema, objetivos e hipótesis.   |                                  |            |                |                    | 7                  |
| ∞                          | COHERENCIA   | Entre los índices, indicadores y dimensiones.  |                                  |            |                |                    | 1                  |
| o.                         | METODOLOGIA  | La estrategia responde al propósito de la investigación.   |                                  |            |                |                    | 2                  |
| 10                         | 10. PERTINENCIA  | Es adecuado para el tema de investigación.   |                                  |            |                |                    | )                  |
| III. Opi                   | Opinión de aplicabilidad:  | a) Regular b) Buena  | c) Muy buena                     | (d) E      | d) Excelente   | 9                  |                    |
| IV. Pro                    | Promedio de valoración: _  | 100%   |                                  |            |                |                    |                    |
|                            | Lugar y Fecha  | D.N.I  | Firma                            | *          |                | N° de teléfono     | 0                  |
| 4                          | 23-01-2018   | 01290280   | fenturain                        | In min     | 0              | 487 WE48           | 88                 |

### INSTRUMENTO PARA EL RECOJO DE OPINIÓN Y VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

|             | ONZALO                   | 0<br>F<br>D                    |
|-------------|--------------------------|--------------------------------|
| 1           | EDRAZA TVAN GONZA        | A DE PERU                      |
|             | 1111                     | TECHOLÓGICA 1                  |
| (·          | perto. LoznDR I          | ESIDAD TEC                     |
| SALES       | s y Nombres del experto: | stitución donde labora: L\N\\\ |
| DATOS GENER | Apellidos                | Institución                    |

Título de la investigación: Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica en el aprendizaje de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios.

Nombre del instrumento: Aprendizaje de Fundamentos para el cálculo con el uso del Geogebra y los códigos QR.

Autor: Rosas Palomino, José R.

### ASPECTOS GENERALES

=

|      |                                      |  |                    |                  | Calificación   |                    |                     |
|------|--------------------------------------|--|--------------------|------------------|----------------|--------------------|---------------------|
|      | INDICADORES                          | CRITERIOS  | Deficiente<br>1-20 | Regular<br>21-40 | Buena<br>41-60 | Muy buena<br>61-80 | Excelente<br>81-100 |
| -    | 1. CLARIDAD                          | Está formulado con lenguaje apropiado.                                 |                    |                  | X              |                    |                     |
| 2    | OBJETIVIDAD                          | Permite medir hechos observables.                                      |                    |                  |                | ×                  |                     |
| 60   | 3. ACTUALIDAD                        | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.                         |                    |                  |                |                    | ×                   |
| 4    | 4. ORGANIZACIÓN                      | Existe una secuencia lógica entre los items planteados.                |                    |                  |                | ×                  | n                   |
| 5    | 5. SUFICIENCIA                       | Comprende los aspectos de la variable tanto en cantidad y claridad.    |                    |                  |                | ×                  |                     |
| 9    | 6. INTENCIONALIDAD                   | Adecuado para poder valorar la gestión pedagógica.                     |                    |                  |                | ×                  |                     |
| 7.   | 7. CONSISTENCIA                      | Consistencia entre la formulación del problema, objetivos e hipótesis. |                    |                  |                |                    | ×                   |
| 80   | COHERENCIA                           | Entre los indices, indicadores y dimensiones.                          |                    |                  |                | ×                  |                     |
| 6    | METODOLOGIA                          | La estrategia responde al propósito de la investigación.               |                    |                  |                |                    | X                   |
| ř    | 10. PERTINENCIA                      | Es adecuado para el tema de investigación.                             |                    |                  |                | X                  |                     |
| Opir | Opinión de aplicabilidad: a) Regular | a) Regular b) Buena  | (c))Muy buena      |                  | d) Excelente   | a                  |                     |

| Lugar y Fecha      | D.N.I    | Firma   | N° de teléfor |
|--------------------|----------|---------|---------------|
| LIMB               |          | H       |               |
| 18 DE FEBRERO 2018 | 41882494 | Franks. | 943 986       |

ij

329

de teléfono

### Gráfica en el plano coordenado:

Alfonso es un joven empresario en el rubro de Polos Sport cuyos precios varían según la calidad del algodón utilizado y según el tipo de estampado que prefiera el cliente. Debido a los conocimientos sobre matemática de Alfonso, él pudo modelar la oferta y demanda diaria de sus polos como funciones lineales, obteniendo la siguiente información:

Si su precio por unidad es de 23 dólares se llegan a vender 12 Polos Sport, pero si el precio disminuye en 6 dólares, solo se venden 8 Polos Sport.



La regla de correspondencia de una de las funciones lineales es:

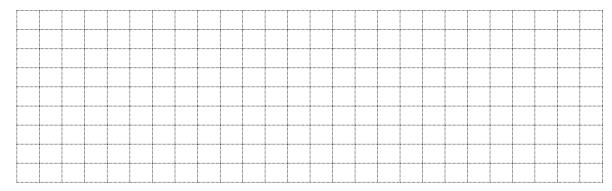
$$p = 25 - cq$$

### Representación:

2.1 Escriba un modelo matemático que represente la función de oferta.

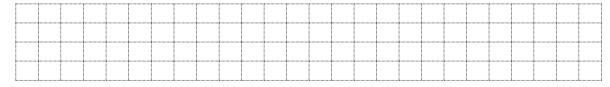


2.2 Usando el modelo anterior determina la regla de correspondencia de la función de oferta.



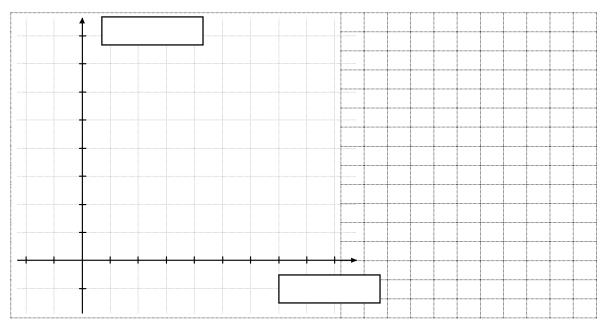
### Cálculo:

2.3 Sabiendo que el punto de equilibrio es de (8; 17) determina la regla de correspondencia de la función de demanda.



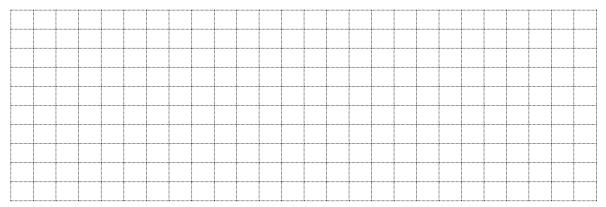
### Representación:

2.4 Grafique la función de oferta y demanda indicando el punto de equilibrio y utilizando una escala adecuada, indicando las variables de cada eje con sus respectivas unidades.



### Análisis:

2.5 ¿Cuántos polos más se tendrían que ofrecer para cubrir la demanda diaria cuando el precio sea de 8 dólares?



### Aplicaciones de funciones reales de variable real:

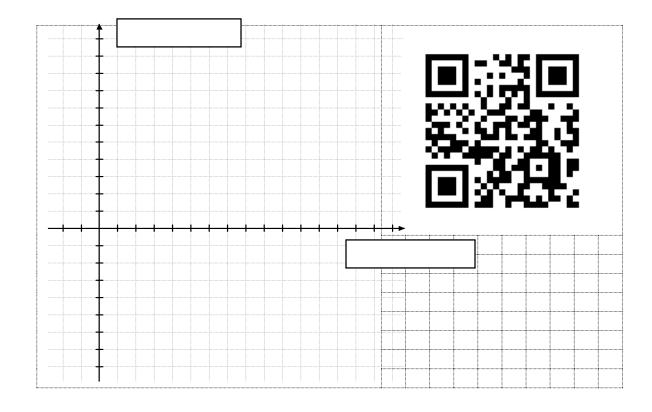
Una hamburguesería ha decidido ofrecer sus Súper Royal consistentes combos hamburguesas con pechuga de pollo, papas fritas y gaseosa. Brian, el hijo de la dueña del local ha podido modelar la regla de correspondencia de la función utilidad U (en soles) generada por la preparación y venta de mensuales, gracias a sus combos conocimientos del curso de Fundamentos para el Cálculo. El modelo determinado es el siguiente:



$$U(x) = \begin{cases} -\frac{14}{15}x^2 + \frac{550}{3}x - 4000 & ; si \ 0 \le x \le 100 \\ -20x + 7000 & ; si \ 100 < x \le 450 \end{cases}$$

### Representación:

1.1 Determina la gráfica de la utilidad generada por los servicios de combos Súper Royal, usando una escala adecuada e indicando las variables en los ejes con sus respectivas unidades.



| 1.2 | Potermine el d | dominio y | rango | de l | la función | utilidad | a par | tir de | la | gráfica | en | la |
|-----|----------------|-----------|-------|------|------------|----------|-------|--------|----|---------|----|----|
|     | pregunta ante  | rior.     |       |      |            |          |       |        |    |         |    |    |

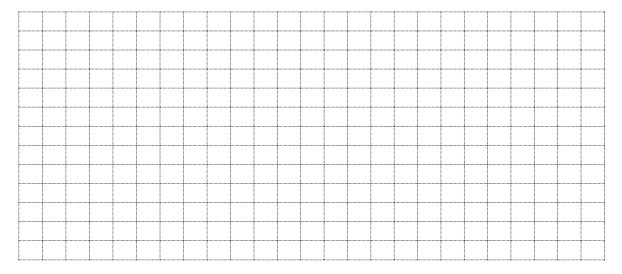


### Análisis:

1.3 ¿Cuál es la menor cantidad de combos que se deben preparar y vender al mes para recuperar la inversión? Justifique su respuesta.



1.4 La señora Techy indicó a su hijo Brian, que debería de alcanzar como mínimo una utilidad de 3000 soles para que se siga haciendo cargo del negocio, pero el volumen de ventas de Brian en el último mes fue de 201 combos Súper Royal. ¿Brian seguirá haciéndose cargo del negocio?

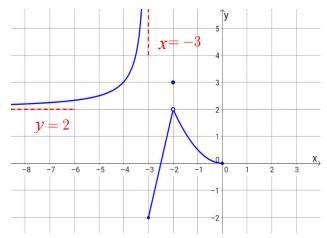


### Límites en el infinito. Asíntotas y gráficas de funciones racionales.

A un estudiante se le pidió graficar una función definida por tramos

$$f(x) = \begin{cases} g(x); & x \le 0 \\ h(x); & x > 0 \end{cases}$$

Dicho estudiante graficó el primer tramo de la función (ver figura), con algunos errores, y no graficó el segundo tramo cuya regla de correspondencia es la siguiente:



$$h(x) = \frac{2x - 6}{x^2 - 3x}; x > 0$$

El profesor esperaba que el estudiante representara gráficamente los siguientes límites, y colocara, si existieran, las ecuaciones de las asíntotas de la función para el primer tramo:

i. 
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$$

ii. 
$$\lim_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$$

iii. 
$$\lim_{x \to -2} f(x)$$
 no existe





Indique cuál de los ítems; i., ii., o iii, falló el estudiante para el primer tramo; y grafique el segundo tramo, indicando las ecuaciones de las asíntotas y hallando los interceptos con los ejes coordenados (si los tuviera).



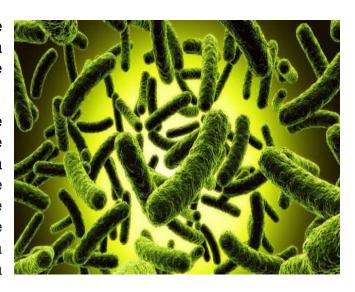


### Función exponencial:

### 1. Reproducción bacteriana

El laboratorio Banfer Consume Care S.A.C. se dedica a la elaboración de antibióticos de mucha demanda en el mercado.

El Jefe del Departamento de Microbiología y cultivo de bacterias, explica que la mayoría de las especies de bacterias se reproducen por fisión binaria (se dividen en dos) y el tiempo que transcurre entre una división y la siguiente es de alrededor de una hora.



En cierto proyecto se comienza con 100 bacterias en una **placa Petri**, con cantidad suficiente de nutrientes. Después de una hora, cada bacteria se divide, lo que produce 200 bacterias. Una hora después, las 200 bacterias se dividen, generándose una población de 400 bacterias, y así sucesivamente. Cada hora la

población se incrementa al doble de lo que había al inicio de esa hora.

### Interpretación.

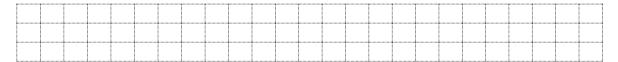
1.1. Complete la información sobre la evolución de la población en la siguiente tabla:



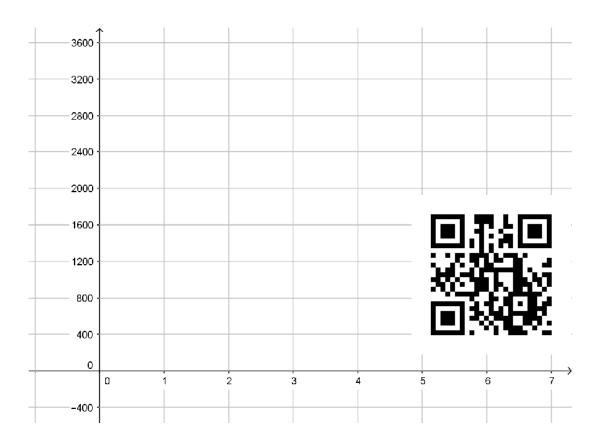
| Horas transcurridas | Cantidad de bacterias | Forma exponencial |
|---------------------|-----------------------|-------------------|
| 0                   | 100                   | 100               |
| 1                   | 200                   | 100               |
| 2                   |                       |                   |
| 3                   |                       |                   |
| 4                   |                       |                   |
| 5                   |                       |                   |
| 6                   |                       |                   |

### Representación.

1.2. Escriba una función que permita determinar la población de bacterias que hay en la placa Petri al cabo de horas.



1.3. Represente gráficamente la función que modela la población de bacterias, en función del tiempo t en horas, utilizando los datos obtenidos en la tabla anterior.



### Diapositivas de clase.

### 2. La Curva de Aprendizaje

César Núñez es un biólogo que ha entrado recién a trabajar en el Departamento de Microbiología, y la cantidad de muestras que puede procesar por día se puede modelar usando la función  $L(t) = 25 - Be^{-kt}$  (este modelo de función se denomina **curva de aprendizaje**) donde B y k son constantes positivas, mide el rendimiento (muestras por día) y es el tiempo en días. Suponga que t=0 es el primer día de trabajo.

Se tiene la siguiente información:

- i. César pudo evaluar en total 5 muestras el primer día, cuando recién empezó a trabajar en dicho departamento y no tenía mucha familiaridad con el tema.
- ii. Además, se sabe que luego de 11 días de trabajar en la empresa, alcanzó un rendimiento diario de 15 muestras.

| Inte                       | erj | pr  | eta | aci         | ór | ۱.  |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
|----------------------------|-----|-----|-----|-------------|----|-----|-----|-----|----|------|-----------------------|-------|----------|------|-----|------|-------|------|------|------|------|---------|-----|------|-----|------|-----|----------|
| 2.1                        | Ċ   | Qı  | ué  | ро          | dı | ía  | mc  | S   | ha | alla | r ut                  | iliza | and      | lo I | la  | info | orm   | aci  | ón ( | del  | íter | n i?    | Ex  | plic | ue. | ı    |     |          |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
| Cál                        | Cl  | ulo | э.  |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
| 2.2                        |     |     |     | e la<br>or. |    | nfo | orr | na  | ci | ón   | del                   | íte   | m        | i. ; | у   | det  | ern   | nine | e lo | me   | enc  | iona    | ado | en   | la  | pre  | gui | nta      |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
| 2.3                        |     |     | -   |             |    |     |     |     |    |      | 8 en<br>or <i>k</i> . |       | mo       | ode  | elc | Эγ   | utili | zar  | ido  | la i | nfo  | rma     | ció | n pr | opo | orci | ona | ıda      |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     | <u> </u> |
| <b>Re</b> <sub> </sub> 2.4 |     |     |     |             |    |     |     | elo | q  | ue   | det                   | erm   | nina     | a la | a c | curv | ⁄a c  | le a | pre  | ndiz | zaje | ).<br>T | Ī   | ·    |     | Ī    | T.  | 1        |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       |          |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |
|                            |     |     |     |             |    |     |     |     |    |      |                       |       | <u> </u> |      |     |      |       |      |      |      |      |         |     |      |     |      |     |          |