INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES DE LOGRO DEL APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

PRESENTADO POR

FRANCISCO JAVIER VIVAR MANRIQUE

ASESOR

OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN

LIMA – PERÚ

2017

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN
SECCIÓN DE POSGRADO

INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES DE LOGRO DEL APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

TESIS PARA OPTAR
EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN

PRESENTADO POR:

FRANCISCO JAVIER VIVAR MANRIQUE

ASESOR
DR. OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA

LIMA – PERÚ

2017

INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES DE LOGRO DEL APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO

ASESOR:

Dr. Oscar Rubén Silva Neyra

PRESIDENTE DEL JURADO:

Dr. Vicente Justo Pastor Santiváñez Limas

MIEMBROS DEL JURADO:

Dra. Patricia Edith Guillén Aparicio

Mg. Walmer Garcés Córdova

DEDICATORIA

El presente trabajo de investigación titulado "***INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES de LOGRO DEL APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS. 2015"***

Está dedicado a las siguientes personas que siempre depositaron su confianza y creyeron en mi persona:

A mi señora esposa Lidia Meli Cueva Cueva de Vivar.

A mis hijos Yeisson Kevin, Lidia Beatriz, Javier Iván, Joel Alexander y a mi nieto Juan Javier, quienes en forma constante me apoyaron y me dieron las fuerzas necesarias, que me permitieron concluir esta tesis.

A mis compañeros de promoción, quienes me alentaron, apoyaron y estuvieron pendientes de la realización del presente trabajo

A mis colegas docentes de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos por su apoyo constante y sobre todo por las buenas vibras que recibí de parte de ellos.

A mi alma mater la Universidad Nacional Mayor de San Marcos que me dio la Formación académica con la finalidad de ser un

profesional capaz y competente en este universo.

A toda la comunidad universitaria esperando que el presente trabajo sirva como un aporte y sea la senda para la realización de otras investigaciones que redunden en una mejora de la calidad académica.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco al Profesor Oscar Silva Neyra por haberme asesorado con profesionalismo, por sus consejos en el presente trabajo de investigación.

En segundo lugar, agradezco a los estudiantes del I y II semestre de las Escuelas Académico Profesionales de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos - 2015, por su participación y colaboración como muestra en el presente trabajo de investigación.

En tercer lugar, agradezco a la Doctora Dora E. Mesías Borja, por su predisposición y apoyo constante en la aplicación de los softwares estadísticos el SPSS, en los instrumentos de evaluación en la encuesta aplicados tanto a estudiantes como docentes además de los consejos y/o recomendaciones para la culminación de este trabajo de investigación y por último agradezco a mi esposa Lidia Meli Cueva Cueva de Vivar y al Magister Cesar Augusto. Villa Morocho por validar los respectivos instrumentos que se utilizaron en mi trabajo de investigación titulado ”Integración de metodologías de razonamiento inductivo y los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios“, tomando como base los capítulos de sucesiones, sumatorias y series que figuran en los contenidos del syllabus de los cursos de Matemática I y Matemática II que se imparten en las Escuelas Académico Profesionales de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos dependiente a de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

ÍNDICE

ANEXOS

RESUMEN

En los últimos doce años los estudiantes de los dos primeros ciclos en las Escuelas Académico Profesionales de Farmacia y Bioquímica, Ciencia de los Alimentos y Toxicología, dependientes de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, tienen ciertas dificultades en el manejo de los contenidos referentes a los temas de sucesiones, sumatorias y series, de esta forma presento el siguiente trabajo de investigación titulado ”Integración de metodologías de razonamiento inductivo y niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios”, que han sido aplicados a 148 estudiantes de las Escuelas Académico Profesionales correspondiente a los semestres académicos 2015- I y II, a fin de mejorar la calidad educativa de los estudiantes, para que puedan competir a nivel nacional e internacional, los que han sido medidos mediante seis pruebas sobre temas de sucesiones, sumatorias y series, de los cursos de Matemática I y II, con la aplicación de los Métodos de Descubrimiento y el Método de Polya, con la finalidad de poder determinar los niveles de logro alcanzados, los que se encuentran clasificadas de acuerdo a cuatro niveles de logro en su proceso de enseñanza - aprendizaje que se ha establecido en este caso como: Destacado (Preguntas del 17 al 20), Previsto (Preguntas del 14 al 16), En proceso (Preguntas del 11 al 13) y En Inicio (Preguntas del 01 al 10), considerando para este trabajo tres pruebas de entrada y tres pruebas de salida acerca de cada uno de los temaros antes descritos, que

han sido colocados en un registro de observación (lista de cotejo), de cada uno de los estudiantes de las tres escuelas analizados por el software Matemático Math Type, y los softwares estadísticos EXCELL y SPSS aplicados a la muestra.

En las conclusiones se puede observar un pequeño margen de aprovechamiento por parte de los estudiantes de las Escuelas Académico Profesionales que a través del Método de Descubrimiento tiene menor razonamiento inductivo que el Método de Polya, mediante el uso de pruebas no paramétricas, por tratarse de variables nominales, se verificó para un nivel de confianza del 95% que la integración de metodologías de razonamiento inductivo se relaciona significativamente con logros de aprendizaje de series en estudiantes. Así como también se relacionan significativamente con los niveles de logro Previsto–En Proceso y En Inicio, más no se relaciona con el nivel de logro Destacado.

La integración de metodologías de razonamiento inductivo se relaciona significativamente con logros de aprendizaje de series en los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Asimismo estos contenidos se manejan a lo largo de todo el proceso educativo de la educación peruana según consta en el Diseño Curricular Nacional – 2016. Ministerio de Educación - (Rutas de Aprendizaje), en Matemática.

Espero que este trabajo represente un aporte a otros trabajos de investigación que tengan relación directa o indirecta con la docencia universitaria y fundamentalmente con los temas relativos al manejo y aplicación de las sucesiones y su clasificación, las sumatorias y sus propiedades, desarrollando el capítulo de las series numéricas con mayor grado de dificultad en las aplicaciones de convergencia, divergencia.

y el radio de convergencia, especialmente en las series de Mac Laurin y series de Taylor, que se encuentran contenidas en los criterios de convergencia en series de potencias, ya sean absolutas, uniformes y oscilantes.

También desarrollamos ejercicios de la Transformada de Laplace y Series de Fourier.

PALABRAS CLAVES: Razonamiento, inducción, sucesión, progresión, sumatoria, serie, convergencia, divergencia, limite, metodología, función, lógico, competencia.

ABSTRACT

In the last twelve years the students of the first two cycles in the Professional Academic Schools of Pharmacy and Biochemistry, Food Science and Toxicology, dependent of the Faculty of Pharmacy and Biochemistry of the National Major University of San Marcos, have certain difficulties in The management of the contents related to the subjects of successions, summations and series, in this way I present the following research work entitled "Integration of methodologies of inductive reasoning and levels of achievement of series learning in university students", which have been applied To 148 students from the Professional Academic Schools corresponding to the academic semesters 2015- I and II, in order to improve the educational quality of students, so that they can compete at national and international level, which have been measured through six tests on subjects Of successions, summations and series, of the courses of Mathematics I and II, c On the application of the Discovery Methods and the Polya Method, in order to be able to determine the levels of achievement achieved, which are classified according to four levels of achievement in their teaching - learning process that has been established in (Questions from 17 to 20), Invisible (Questions from 14 to 16), In process (Questions from 11 to 13) and On Start (Questions from 01 to 10), considering for this work three entrance tests And three exit tests on each of the above-described themes, which have been placed in an observation register (checklist), of each of the students of the three schools

analyzed by the Mathematical Math Type software, and the Statistical software EXCELL and SPSS applied to the sample. In the conclusions can be observed a small margin of advantage on the part of the students of the Professional Academic Schools that through the Method the Discovery has less inductive reasoning than the Polya Method, through the use of nonparametric tests, since they are variables Nominal, it was verified for a 95% confidence level that the integration of inductive reasoning methodologies is significantly related to students' series learning achievements. As well as they are related.

Significantly with predicted-In-Process and At-Home achievement levels, most are not related to the Outstanding Achievement level.

The integration of inductive reasoning methodologies is significantly related to series learning achievements in the students of the three Professional Academic Schools of the Faculty of Pharmacy and Biochemistry of the National University of San Marcos.

Likewise, these contents are handled throughout the entire educational process of Peruvian education, as stated in the National Curriculum Design - 2016. Ministry of Education - (Learning Paths), in Mathematics.

I hope that this work represents a contribution to other research works that have a direct or indirect relationship with university teaching and fundamentally with the issues related to the management and application of successions and their classification, summations and their properties, developing the chapter of Numerical series with greater degree of difficulty in the applications of convergence, divergence.

And the radius of convergence, especially in the series of Mac Laurin and Taylor series, which are contained in the convergence criteria in power series, whether absolute, uniform and oscillating.

We also developed exercises of the Laplace Transform and Fourier Series.

KEYWORDS: Reasoning, induction, succession, progression, summation,
Series, convergence, divergence, limit, methodology, function, logical, competition

INTRODUCCIÓN

En el primer capítulo**,** se hace un esbozo de los antecedentes que se refieren a los últimos doce años los estudiantes de los dos primeros ciclos en las Escuelas Académico Profesionales de Farmacia y Bioquímica, Ciencia de los Alimentos y Toxicología de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, tienen ciertas dificultades en el manejo conceptual y procedimental de los contenidos referentes a los temas de sucesiones, sumatorias y series, así como al planteamiento del problema y los objetivos de estudio, alcances y límites de estudio que se aborda en el trabajo de investigación.

En el segundo capítulo**,** planteamos el marco conceptual y el contexto donde se realiza el trabajo de investigación titulado ”Integración de metodologías de razonamiento inductivo y niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios”, que contiene definiciones y conceptos utilizados en el tema que han sido aplicados a 148 estudiantes ingresantes a las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica, de la UNMSM, correspondiente a los semestres académicos 2015- I y II, con la finalidad de mejorar la calidad educativa de los estudiantes, para que puedan competir a nivel nacional e internacional, que han sido medidos mediante tres pruebas de evaluación de conocimientos sobre a los temas mencionados en los cursos de Matemática I y Matemática II, mediante la aplicación de los Métodos de

Descubrimiento y Polya, estableciéndose para ello las variables de estudio y el planteamiento de las hipótesis, las que se encuentran clasificadas de acuerdo a cuatro niveles de logro en su proceso de enseñanza - aprendizaje que se ha establecido en este caso como: Destacado (ítems del 17 al 20). Previsto (ítems del 14 al 16). En proceso (ítems del 11 al 13) e Inicio (ítems del 01 al 10), considerando para esto tres pruebas de entrada y tres pruebas de salida acerca de cada uno de los temas antes descritos, data que han sido colocados en un registro de observación (lista de cotejo), de cada uno de los estudiantes de las escuelas analizados por el software Matemático Math Type, y los softwares estadísticos EXCELL y SPSS aplicados a la muestra.

En el tercer capítulo, se muestra el diseño de investigación, que es de la forma pre –experimental ya que no existe ninguna manipulación, es de la forma:

TEST	**EXPERIMENTO**	**RETEST**
GE		**R**
R_1		**R_2**

R_1 : Resultado inicial R_2 : Resultado final

GE: Grupo experimental R_1: Resultado inicial R2: Resultado final

En el cuarto capítulo, se muestran los resultados en relación a las pruebas aplicadas que están relacionadas a los temas de sucesiones y sumatorias han sido aplicadas con el objetivo de establecer cuáles son los conocimientos previos que tienen los estudiantes, es así que se aplicó las pruebas de entrada sin el conocimiento de los métodos y las pruebas de salida con el conocimiento y la aplicación de los Métodos de Descubrimiento y Polya, cada una de ellas de veinte preguntas debidamente clasificadas en función de los niveles de logro establecidos, que se aplicó también en pruebas de entrada y salida al tema de series, mostrando para ello las gráficas estadísticas que nos permiten la explicación de los métodos, que muestran la evidencia en el planteamiento de nuestra hipótesis, lo que permite un análisis más dinámico de la información.

Asimismo debo de indicar que estos tres temas se manejan a lo largo de todo el proceso educativo de la educación peruana según consta en Diseño Curricular Nacional – 2016. Ministerio de Educación - (Rutas de Aprendizaje), en Matemática.

En el quinto capítulo**,** se presenta la discusión conclusiones y recomendaciones. Esperando que este trabajo represente un aporte a otros trabajos de investigación que tengan relación directa o indirecta con la docencia universitaria y fundamentalmente con los temas relativos al manejo y aplicación de las sucesiones y su clasificación, las sumatorias y sus propiedades y con mayor envergadura las series su convergencia y divergencia especialmente en las series de potencias, que se abordan en asignaturas de las especialidades de ciencias básicas e Ingeniería.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Descripción de la realidad problemática

En los últimos doce años de enseñanza universitaria se observa una carencia y confusión de conflictos cognitivos por parte de los estudiantes en este nivel del pre grado en referencia a los temas de sucesiones, sumatorias y series sobre el manejo conceptual y procedimental de estos temas en el desarrollo de las capacidades especificadas en las asignaturas de Matemática I y II que se desarrollan en las Escuelas Académico Profesionales de y Farmacia y Bioquímica, Ciencia de los Alimentos, y Toxicología dependientes de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, que se ha venido desarrollando en los últimos años, la misma que constituye una preocupación constante por parte de los docentes, que dictan estas asignaturas en este nivel (I y II ciclo), específicamente en estas tres EAP.

El tema de las sucesiones, sumatorias y series constituye un tema de corte transversal en el sistema educativo peruano que se imparte en los diferentes niveles de la Educación Básica Regular: inicial, Primaria, Secundaria y Superior, según se específica en el Diseño Curricular Nacional del Ministerio de Educación (MINEDU) del año 2016.

El presente trabajo de investigación que aborda los temas relativos al aprendizaje de series, incidiendo con mayor profundidad en la Integración de metodologías de razonamiento inductivo y los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios matriculados durante los semestres académicos 2015 - I y 2015 - II en las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

La razón fundamental que impulsa a desarrollar el presente trabajo de investigación es que en los últimos doce años la carga lectiva como docente universitario se ha desarrollado en las EAP de Ciencia de los Alimentos, Toxicología y Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, en cuyos contenidos de los silabo de las asignaturas de Matemática I y II se desarrollan los temas de sucesiones, sumatorias y series, que forman parte del plan de estudios en el nivel del pre – grado.

Asimismo se consideran que estos temas se manifiestan en diferentes formas cuando se contextualizan los problemas de aplicación referentes a las actividades sociales, a los medios de comunicación, a las formas de relación, a la distribución del tiempo, a los modos de formación, a las aplicaciones a la Física, Bioquímica, Farmacología y en la transferencia de este aprendizaje a situaciones de la vida diaria; estas directrices, servirán de apoyo para ampliar y transformar la formación del docente universitario en la especialidad de matemática y para los estudiantes representan una plataforma que les permita adquirir otros conocimientos, habilidades y destrezas para mejorar la calidad educativa.

Reboul M. (1994), refiere que el discurso ideológico sirve para interpretarlo a pesar de ser un fenómeno social que sirve para retroalimentar el control del proceso de la enseñanza aprendizaje "Toda verdadera enseñanza se debe incluir en la formación del pensamiento crítico, que aspire a favorecer el desarrollo de la autonomía de este pensamiento en los estudiantes, una educación cuyo fin sea la libertad que otorga a sus educandos el poder prescindir de los maestros y de proseguir por sí mismos su propia educación y pensamiento crítico, que aspire a con la finalidad de conseguir por sí mismos nuevos conocimientos y crear sus propias reglas".

El trabajo de investigación en mención está relacionado con la aplicación correcta de Integración de metodologías de razonamiento inductivo y los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios, es decir determinar la metodología más apropiada para el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudio de las sucesiones, sumatorias y series que forman parte de las asignaturas de Matemática I y II de los estudiantes de las EAP de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, en cuyos silabo se desarrollan estos contenidos en el nivel del pre grado y que forman parte de su formación, preparación y rendimiento especificados en sus niveles de logro, que se ha clasificado en: Destacado, Previsto, En proceso y En Inicio, que representan las variables nominales, categóricas o cualitativas.

En las diferentes Facultades de las Universidades Peruanas y especialmente en la UNMSM, se encuentran consignados en sus planes de estudio la asignatura de Matemática, tanto en las Facultades de Ciencias como en la Facultad de Letras así como en las diferentes Facultades de Ingeniería, en cada una de ellas están incluidos los temas de sucesiones, sumatorias y series que son materia de este trabajo de investigación, obviamente en las ciencias básicas e Ingeniería se presentan con mayor profundidad ya que se desarrollan diferentes cursos de Matemática I, II, III, IV, considerando temas más específicos del Cálculo Diferencial e Integral a través de las derivadas sucesivas, la serie de Taylor, la serie de Mac Laurín, el Cálculo de las áreas y volúmenes, las sucesiones convergentes y divergentes además de las oscilantes.

Así como en el curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en lo referente a los métodos de solución a través del comportamiento de las series y en el curso de Análisis Numérico a través de las Diferencias Finitas con los métodos de interpolación lineal de diferentes órdenes, en el Análisis Real con sus respectivas aplicaciones a los encajes de intervalos abiertos y cerrados, las aplicaciones a la Física a través del estudio del Centro de gravedad, el Teorema de Stokes, el Teorema de Green, Las integrales impropias, de primera clase, de segunda clase y de tercera clase, entre estas se encuentran la función Beta, la función Gamma y la función Transformada de Laplace directa e inversa y sus respectivas aplicaciones a las ecuaciones diferenciales ordinarias y las Series de Fourier aplicado a los circuitos eléctricos y los circuitos electrónicos.

Di Gresia G. (2007), en su Tesis: Educación Universitaria acceso elección de carrera y rendimiento, para optar el grado de Doctor refiere que: “Resulta obvio que para analizar el proceso educativo desde la óptica de un problema de producción debe diseñarse una adecuada medida del producto, pero medir el producto del proceso educativo no es una tarea simple” así mismo:

Hanushek E.A. (2006), refiere que “La educación es una actividad que transforma individuos con determinadas características, en individuos con diferentes calidades, que estimula el crecimiento económico”.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema general

¿La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios?

1.2.2 Problemas específicos

¿El Método de descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios?

¿El Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios?

1.3 Objetivos de la investigación

Los objetivos de la investigación del presente trabajo referente a la integración de métodos de razonamiento inductivo y los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios son:

1.3.1. Objetivo general

Determinar si la integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

1.3.2. Objetivos específicos

Determinar si el Método de Descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

Determinar si el Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

1.4 Justificación de la investigación

1.4.1. Importancia de la investigación

La conceptualización de los temas referentes al estudio de las series abarca otros subtemas que representan en este caso los conocimientos previos para el desarrollo de este tema central, es en esta circunstancia que el estudiante del nivel del pre grado debe de tener una base sólida para la adquisición de este nuevo conocimiento y son el estudio de las sucesiones, sumatorias y fundamentalmente de las series que deben ser manejadas conceptualmente y procedimentalmente en sus aplicaciones se encarguen de ser contextualizadas, además comprometerse que la matemática que se enseña en el nivel superior es más rígida, compleja y demostrativa que la que se enseña en la Educación Básica Regular (Modificatoria del Currículo Nacional de Educación Básica Regular RM No 159 - 2017), así como también es muy importante la metodología y didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes en el nivel universitario.

El estudio de las series gradualmente se va acentuando a medida que los estudiantes van avanzando en el desarrollo del curso específicamente en la primera parte del Cálculo Diferencial e Integra y en las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

El fundamento principal por el cual se realizó este trabajo de investigación acerca de la integración de metodologías de razonamiento inductivo y los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios, es porque se ha notado ciertas deficiencias en la conceptualización de lo que representa una sucesión, sumatoria y serie en el estudiante del pre grado, es decir tiene un conflicto cognitivo en la aplicación y comprensión de estos temas, por ejemplo en el caso de las sucesiones el estudiante confunde con el tema de progresiones, para lo cual el estudiante debe manejar el concepto de sucesión y su clasificación en sus diferentes formas, además de sus variantes, como es el caso de la convergencia y divergencia, las sucesiones monótonas.

En el tema de sumatoria básicamente es una operación que se usa para calcular la suma de varios sumandos de una determinada sucesión que puede ser finita o infinita, en donde lo más notorio son las propiedades, las principales sumas notables y su aplicación a la suma límite para casos especiales que se suman al infinito.

En el caso del estudio de las series vamos a considerar el estudio de series numéricas, finitas e infinitas así como la series de funciones (Serie de Taylor, Serie de Mac Laurin, series de Fourier y la Transformadas de Laplace), las aplicaciones al cálculo de áreas con el método rectangular y trapezoidal a través de las sumatorias en donde las diferentes clases de convergencia de las sucesiones y sus principales criterios, el cálculo de volúmenes, centro de gravedad y algunas aplicaciones a la Ciencia de los Alimentos, Toxicología y Farmacia y Bioquímica facilitando una mejor comprensión de los temas especificados, sino que también se está contribuyendo a un mejoramiento de la calidad educativa para que tengan una mejor visión de futuro los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la

UNMSM, en cuyos silabo se desarrollan estos contenidos y que forman parte del perfil del egresado y su perfil profesional, ya que en la actualidad se encuentra acreditada internacionalmente.

Se justifica también en el sentido que se trata de enfocar que los temas de sucesiones, sumatorias y series sean pertinentes, los cuales son de suma importancia para las aplicaciones en las tres EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

1.4.2. Viabilidad de la investigación

El Presente trabajo es viable porque se disponen de los recursos humanos, materiales y las estrategias didácticas, que se pueden aplicar en este estudio de investigación, acerca de la Integración de metodologías de razonamiento inductivo y los niveles de logro (Destacado – Previsto – En proceso y En inicio) del aprendizaje de series en los estudiantes universitarios, en este caso particular el laboratorio para desarrollar este trabajo de investigación han sido las EAP de Farmacia y Bioquímica, Ciencia de los Alimentos y Toxicología de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Los resultados del proceso de evaluación de los conocimientos adquiridos en el ámbito universitario, repercuten en el desarrollo de las capacidades de los estudiantes al aplicarse las seis pruebas (tres pruebas de entrada y tres pruebas de salida (pre - post), relacionadas a los temas de las sucesiones, sumatorias y series.

Este trabajo se realiza porque existe la población estudiantil, lo que está reflejado en los 148 estudiantes matriculados en las asignaturas de matemática I y matemática II en el año 2015, a quienes se les aplica las dos metodologías ,el Método de Descubrimiento y el Método de Polya, tomadas como muestra y compararlas en función de los resultados al que lo hemos denominado niveles de logro (Destacado – Previsto – En proceso y En Inicio) y que han sido obtenidos en la aplicación de las tres pruebas relativas a los temas de sucesiones, sumatorias y series en donde cada una de las pruebas consta de 20 preguntas.

Destacado (Preguntas del 17 al 20). Previsto (Preguntas del 14 al 16).

En proceso (Preguntas del 11 al 13) En Inicio (Preguntas del 01 al 10).

Así mismo es posible porque existen las diferentes técnicas y recursos didácticos en este caso permiten que las metodologías sean aplicadas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

1.4.3. Limitaciones de la investigación

En el desarrollo del presente trabajo de investigación se presentaron algunos inconvenientes, que obstaculizaron la tarea de realizar este trabajo con respecto a que la muestra poblacional que abarca a los estudiantes de los dos primeros ciclos ingresantes en el año 2015 y que han desarrollado los cursos de Matemática I y II en las EAP de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

La falta de colaboración de algunos estudiantes de algunos ciclos superiores que se resistieron a la aplicación de estas dos metodologías de aprendizaje dificultaron en un primer momento el trabajo razón por la cual solamente se trabajó con 148 estudiantes que ingresaron a estudiar en el periodo académico 2015 I y II en las tres EAP, de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

Deficiencias en la parte logística de la Facultad de Farmacia y Bioquímica (demora en la entrega del material solicitado). La falta de una metodología de enseñanza adecuada por parte del docente, debido a que algunos de ellos desconocen la metodología y la Didáctica, esto se manifiesta generalmente en el proceso de la demostración de algunos ejercicios de carácter numérico. Ausencia de material bibliográfico en la Biblioteca de la Facultad.

La ausencia o falta de motivación de los estudiantes en el desarrollo de los cursos de Matemática I y Matemática II durante el año académico 2015.

La mayor parte de los estudiantes no sabían definir ni conceptualizar el significado de sucesión así como el aspecto referido a su procedimiento y la valoración.

Dificultades en los temas relacionados con el estudio de las sumatorias y series por parte de los estudiantes del primer y segundo ciclo del 2015 de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

El factor tiempo en el desarrollo de las pruebas tomadas un antes y después de conocer las metodologías de los métodos del Descubrimiento y Polya en función de los niveles de logro (destacado, previsto, en proceso y en inicio), es decir un pre y post de la prueba, crearon alguna dificultad, la misma que fue superada en forma parcial.

Ejemplo de la prueba en el tema de sucesiones se incluye una sola pregunta para cada nivel de logro.

TEMA DE SUCESIONES

Instrucciones: Desarrolle siguiendo los siguientes pasos según el:

Método de Descubrimiento	y	Método de Polya.
1º Motivación y Exploración		a. Entender el problema
2º Problematización.		b. Configurar un Plan
3º Construcción del conocimiento		c. Ejecutar el plan
4º Transferencia		d. Mirar hacia atrás

Usar Calculadoras – Tablet – Laptop – PC

DURACIÓN DE LA PRUEBA: 3 horas

APELLIDOS Y NOMBRES: ……………………………………………………

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE: ……………………………......

1. ITEM (NIVEL: EN INICIO) - De 0 – 10 puntos

   Halle el límite de la sucesión: $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$

2. ITEM (NIVEL: EN PROCESO) - De 11 a 13 puntos

   Estudiar la convergencia o divergencia de la sucesión $\{S_n\}n \geq 1$, donde

   $$S_n = 2\left(\frac{1}{4}\right) + 3(\frac{1}{4})^2 + 4(\frac{1}{4})^3 + \cdots + (n+1)(\frac{1}{4})^n$$

3. ITEM (NIVEL: PREVISTO)- De 14 a 16 puntos

   ¿Cuántas sucesiones monótonas crecientes de tres números impares Consecutivos positivos y de tres cifras verifican que la suma de los dieciséis términos consecutivos representan un cubo perfecto?

4. ITEM (NIVEL: DESTACADO). De 17 a 20 puntos

   Lidia y Javier van de compras a un kiosco, ella le dice yo avanzaré de modo constante a razón de quince pasos por minuto y tú avanzaras dos pasos el primer minuto, cuatro pasos el segundo minuto, seis pasos el tercer minuto y así sucesivamente y si llegamos juntos yo pagaré la cuenta pero sino sucede eso tú pagaras la cuenta. Él aceptó la propuesta y finalmente ella fue quien pagó la cuenta. ¿Cuánto fue la cantidad de pasos que dio cada uno de ellos?

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

Existen diversas investigaciones acerca del comportamiento de las sucesiones, sumatorias y series es así que tenemos los siguientes:

Bosch M. y Gascón J. (1997), opinan acerca de la aplicación de una de las metodologías de razonamiento inductivo en su trabajo. La modelación matemática y el problema de articulación en los estudios universitarios, que se ha utilizado en este trabajo de investigación referente a los contenidos de series en los estudiantes de las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

Ambos autores manifiestan: “Partiremos de un problema docente que llamaremos el problema de Polya y que puede sintetizarse en la enorme dificultad de las instituciones para conseguir que los estudiantes, más allá de los ejercicios rutinarios, lleguen a resolver verdaderos problemas matemáticos”, en la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD), citada por

Bosch M. y Gascón J Dicho problema de investigación didáctica está relacionado con el fenómeno de la desarticulación académica del currículum. Mostraremos que para responder a la reformulación didáctica del problema de Polya y, en general, a cualquier problema didáctico, se requiere una descripción previa de la dinámica institucional de las organizaciones matemáticas y didácticas puestas en juego, esta ampliación necesaria del ámbito en el que se sitúa el objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas nos conducirá al problema de su reconstrucción teórica.

Peano J.G. (1893), Matemático y Filósofo Italiano, además de ser profesor de matemáticas, definió la estructura de los números naturales en su libro Arithmetices principia Nova Método Expósita, y en el año de 1932 publicó su obra cumbre titulada Formulario Matemático, la que desarrolla temas de la Lógica, aritmética especialmente en el tema de sucesiones, sumatorias y series y que extiende hasta la geometría, “al tratar el comportamiento de las sucesiones con figuras geométricas a través del razonamiento inductivo que consiste en considerar varias experiencias personales para extraer de ellas un principio más amplio y general.

Es importante tener en cuenta que, pese a que se parta de premisas verdaderas, la conclusión puede resultar falsa, que un razonamiento inductivo derive en una conclusión verdadera es apenas una probabilidad, cuyo grado varía de acuerdo al número de premisas que se consideren”.

Peano J.G. (1889). En su obra Formulario Matemático. Estableció el principio de inducción completa en el sistema de números naturales, la que es enunciada de la siguiente forma:

Dada una proposición matemática P(n), entonces será verdadera si cumplen con las tres condiciones:

i) Si n = 1 entonces admitimos que la proposición para n = 1, la proposición en P(1) es verdadera.

ii) Si n= h entonces asumimos que la proposición en la variable h, es decir P(h) es verdadera, esto constituye la hipótesis inductiva.

iii) Si n = h +1 entonces hay que probar que: la proposición en h+1, es decir P (h+1) es verdadero, de lo cual se infiere que la proposición es cierta para el número natural h y para todos los números siguientes a este número luego diremos que la proposición es verdadera en su totalidad, lo cual es conocido como el principio de inducción matemática completa.

Si cumple con estos tres pasos, P(1), P(h) y P(h+1) son verdaderos entonces la proposición es verdadera en su totalidad.

Evidentemente, si a es el primero de los números naturales, la proposición será cierta para todo el conjunto N ambos pasos parciales son, en último término, procesos deductivos, por lo que cabría decir que, realmente, el método de inducción matemática es, en realidad, un proceso de deducción, el nombre que le damos de inducción matemática se debe simplemente a que lo asociamos en nuestra conciencia con los razonamientos inductivos basados en las experiencias de las ciencias naturales y sociales, a pesar de que el paso inductivo de la demostración es una proposición que se demuestra como un proceso deductivo, sin necesidad de ninguna hipótesis particular, por esto se le denomina principio de inducción matemática completa. En la enseñanza universitaria, existen algunos alcances.

Díaz B.A.D. (2013), en su obra La Didáctica Universitaria: Referencia indispensable, manifiesta que: “La universidad es sede del saber y por tal razón ha incrementado su exigencia que constituyen el instrumento operativo mediante el cual la vida de la universidad se hace posible. La institucionalidad, métodos, medios, espacios y recursos que utiliza la universidad para trabajar el conocimiento, demostrará su vigencia histórica y su capacidad para reorientar sus espacios didácticos de trabajo en el aula”

Mac Gregor F. (1967), en su obra: La Enseñanza Universitaria, manifiesta que “La Universidad deposita en sus docentes la responsabilidad de desarrollar en los estudiantes su capacidad general de entendimiento, al mismo tiempo hasta darles una sólida formación profesional integrada en una justa escala de valores a través de su labor de docencia, investigación y capacitación”.

Barrientos J.E. (2008), en su obra Didáctica de la Educación Superior. Compilación Universidad Inca Garcilaso de la Vega – Universidad Nacional Mayor de San Marcos, refiere que: “El docente Universitario ha de configurar un esquema metodológico coherente con su visión de enseñanza y adaptarlo a la identidad de cada estudiante, por medio del cual busca comunicar motivadoramente la disciplina que profesionalice a los estudiantes y da sentido al conjunto de métodos que puede emplear integrándolos en un modelo propio que ponga de manifiesto su capacidad para interesar a los estudiantes y ofrecerles un espacio de creación del saber y de ámbitos generadores de pensamiento y valores".

Lazo A.J. (1997). en su trabajo titulado La Enseñanza Universitaria, para optar el grado académico de Doctor en Educación, refiere que: "El docente universitario es responsable del desarrollo del potencial humano de los profesionales que acuden a las aulas universitarias, pues ellos forman a los profesionales que conducirán el país".

Ramsden P. (1992), en su obra titulada: Learning to teach in higher education, expresa que: "Otra forma más completa y equilibrada de llevar a cabo la docencia es, donde se integren tanto docencia como aprendizaje y se describen las principales características que los propios docentes universitarios atribuyen a la enseñanza de calidad educativa universitaria".

En lo referente al estudio de los niveles de logro he encontrado trabajos relacionados con el rendimiento académico y son los siguientes:

Pérez S. y Castejón C. (2004), ambos profesores en la Universidad de Alicante, publicaron su obra: Contribución a la predicción del rendimiento académico de los diversos factores psicosociales según el status socio métrico de los alumnos, en sus conclusiones nos refiere que:

"El aprovechamiento escolar de los alumnos es significativamente superior a medida que aumentan sus puntuaciones de la variable socio métrico" y se encontró claras diferencias entre las variables que entran a formar parte de las condiciones explicativas de los alumnos de estatus alto y bajo.

Garanto J. y Rodríguez S. (2003), profesores de la Universidad de Barcelona - España, en su obra: Relaciones existentes entre el Auto concepto y el crecimiento académico de los alumnos, enlas conclusiones, refiere que: "El componente académico y el auto concepto, mantienen una relación más estrecha con el aprovechamiento escolar de los alumnos, el rendimiento académico en general se ve unido a varias variables psicológicas, una de ellas la inteligencia, que se relaciona de modo moderado a alto.

Otra variable que se ha relacionado mucho con el rendimiento académico es la ansiedad ante los exámenes, la misma que constituye una experiencia muy común que se traduce en bajas calificaciones".

Aliaga A.F.M. (2009), desarrollaron el trabajo de investigación titulado: La relación entre variables psicológicas con el rendimiento académico general, en las asignaturas cuyas conclusión es: "La correlación entre del rendimiento entre las asignaturas de matemática y estadística se ha relacionado con la ansiedad ante los exámenes, la misma que constituye una experiencia muy común que se traduce en bajas calificaciones y abandono y son consistentes las relaciones positivas moderadas del rendimiento con la inteligencia y las correlaciones negativas son pequeñas pero significativas con la ansiedad.

La correlación con otros rasgos de personalidad como la introversión – extroversión es cercana a cero o no significativa"

Muñoz M.S. SIMCE (2010), en su publicación acerca de: El buen rendimiento es posible gracias a los profesores del CBA Sagrado Corazón del Ministerio de Educación de Chile. El Sistema de Medición de la calidad de la Educación SIMCE y los niveles de logro, nos refiere las siguientes conclusiones:

"Los niveles de logro son descripciones de los conocimientos y habilidades que deben responder los estudiantes al responder las pruebas SIMCE, para que su desempeño sea ubicado en una determinada categoría (Avanzado, Intermedio o inicial) y describen conocimientos y habilidades que deben de desarrollar los alumnos dentro del área de aprendizaje según una determinada secuencia".

2.2. Bases teóricas

El trabajo de investigación trata del estudio de dos metodologías que son Métodos inductivos así tenemos a:

Rodríguez A.W. (1967), en el libro Dirección del Aprendizaje, manifiesta que: “La Inducción es un modo de razonar que nos lleva de un caso particular a un caso general y de una parte a un todo, etimológicamente inducción deriva de la palabra inductivo, que significa elevarse de lo particular a lo general, como forma lógica es el proceso mental de razonamiento que va de los casos particulares a su causa o explicación en forma de una ley o regla.

La inducción consiste en la observación de muchos casos particulares que se comprueba la identidad del comportamiento de éstos, cómo, una ley o generalización que corresponda. Inducir es ir más allá de lo evidente, la generalización de los sucesos es un proceso que sirve de estructura a las ciencias experimentales ya que éstas como la física, la química y la biología se basan en la observación de un fenómeno, y posteriormente se realizan investigaciones y experimentos que conducen a la generalización inductiva en el planteamiento y desarrollo de problemas matemáticos”.

Bruner J.S- (2013), en su obra: La educación puerta de la cultura, , considera que el aprendizaje por descubrimiento es el proceso permanente de formación de estructuras cognitivas, denominadas conceptos y el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas de acuerdo con esta teoría los alumnos deben construir inductivamente los conceptos académicos, los docentes solamente se encargan de facilitar los ejemplos, nos refiere también que el razonamiento inductivo consiste en la formulación de reglas, conceptos y principios generales a partir de las tareas de búsqueda que le encargan los docentes y considera los siguientes pasos para el proceso de aprendizaje por descubrimiento.

Recolección de datos. Organización de datos y Representación del entorno.

Ausubel D. (2010), en su obra: La teoría del aprendizaje significativo.

Considera que la base el aprendizaje significativo consiste en relacionar un conocimiento nuevo con un conocimiento previo que se encuentra almacenado en la memoria del estudiante mediante un proceso denominado inclusión o subsunción es decir los nuevos contenidos se integran o se incorporan al conocimiento archivado en la memoria y se incluyen a la estructura cognitiva previamente existente modificándola o dándole un sentido más coherente, es decir que tenga una relación lógica.

Las principales características del aprendizaje significativo son: La información nueva se relaciona con la estructura cognitiva no arbitraria ni al pie de la letra. y el alumno debe tener una actitud y disposición favorable para extraer el significado del nuevo aprendizaje, para ello es necesario precisar el tipo de metodología que vamos a emplear en el presente trabajo de investigación y estos son el Método de Polya y el Método de Descubrimiento sustentado por Ausubel.

La mayoría de estudiantes tienen dificultades y estrategias para resolver problemas, tienen conflictos para pensar en abstracto esto significa que les cuesta representar el problema en su mente y la complejidad del estudio junto a la monotonía que puede haber en la mayoría de las clases es la responsable que sea tan difícil, donde trató de explicar axiomas que pudieran abonar en los razonamientos implicados en la resolución de problemas.

Su aplicación se basa fundamentalmente en la motivación, exploración, problematización, construcción del aprendizaje, teniendo como base el aprendizaje y la transferencia a situaciones de la vida diaria.

El Método de Polya en el texto "¿Cómo resolver problemas?, se presenta la manera de cómo enfocar la solución de un problema propuesto.

Aunque el libro puede ser consultado por un público amplio, su objetivo principal fue que, tanto profesores como estudiantes, tuvieran, a través de su obra, una metodología heurística que contribuyera no sólo a la solución de problemas matemáticos sino a problemas de la vida cotidiana.

Jiménez J. A. (2012), en el cuaderno de investigación de: Lógica Matemática y fundamentos de la lógica computacional, presenta el Método de Polya para resolver problemas matemáticos consignando los cuatro pasos:

(1): Entender el problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

(2) Configurar un plan. ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil?. Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar. He aquí un problema relacionado al propuesto y que se ha resuelto ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones. Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí? ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?.

(3): Ejecutar el plan, al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?.

(4) Mirar hacia atrás, es decir examinar la solución obtenida. ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes volver al razonamiento inicial? ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema ?.

Haskell B.C. (2012), en su obra Ejercicios de programación funcional, nos presenta la aplicación del Método de Polya para resolver problemas relacionados a programación.

A manera de explicación desarrollaremos un ejemplo de aplicación a la especialidad de Farmacia y Bioquímica:

En una empresa farmacéutica se realiza una prueba de control de calidad de sus medicamentos teniendo que el primer día se realiza el control a 35 fármacos, en cinco días ¿Cuántos medicamentos pasarán el control de calidad?

(1): Entender el problema: ¿Cuál es el problema? La cantidad de medicamentos que se analizan después de 5 días ¿Cuáles son los datos? La empresa realiza el control de calidad a 35 fármacos diarios.

(2): Configurar un plan: ¿Qué estrategia se empleará? Progresión aritmética. ¿Qué conceptos son importantes conocer? Suma y multiplicación.

(3): Ejecutar el plan: $a_n = a_1 + (n - 1)\, r$ ➔ $a_1 = 35$ ➔ $r = 35$ ➔ $n = 5$ ➔

$a_5 = 35 + (5-1)35 = 175$, luego $a_5 = 175$, en 5 días se realizara el control de calidad a 175 medicamentos.

(4): Mirar hacia atrás ¿Cuál es la estrategia que se usó para resolver el problema?

García R.M. (2003), en su artículo acerca del Auto concepto del estudiante y Rendimiento Académico, nos refiere algunas ideas básicas de Ausubel D-P. “En los documentos de la reforma educativa encontramos alusiones tanto explícitas como implícitas al aprendizaje significativo, que se opone al mecánico, memorístico, repetitivo, se centra en el aprendizaje que se produce en un contexto educativo en donde predominan los procesos de instrucción, esto es, los procesos de enseñanza-aprendizaje de conceptos científicos a partir de los conceptos formados en la vida cotidiana y establece la distinción entre aprendizaje significativo y repetitivo según el vínculo existente entre el nuevo material objeto de interiorización y los conocimientos previos y experiencias anteriores que posee el alumno. Si los nuevos contenidos de aprendizaje se relacionan de forma sustantiva y no arbitraria con lo que sabe el alumno, se habla de aprendizaje significativo y se considera que han sido asimiladas en su estructura cognoscitiva.

Cuando un alumno no establece relaciones significativas con el nuevo material y sus conocimientos anteriores, limitándose a memorizarlo sin darle sentido, se habla de un aprendizaje repetitivo, memorístico, un elemento destacado son los conocimientos previos, el alumno construye la realidad atribuyéndole significados por medio de la realización de aprendizajes significativos".

Para que se produzca el aprendizaje significativo se tiene que transformar el significado lógico de los contenidos en significado psicológico en el aprendiz, es decir, debe lograr comprensión, la planificación didáctica de todo proceso de aprendizaje significativo tiene que comenzar por conocer la estructura mental del sujeto que ha de aprender, sin embargo, la escuela cognitiva no logra vincular la educación a la comunicación intersubjetiva.

No se comprende el lugar de la praxis en el proceso de la enseñanza aprendizaje, por eso a pesar del énfasis que hacen sus representantes en el valor del momento significativo del proceso, no observan que la significación misma se deriva de las necesidades e intereses prácticos, pierden de vista que la intersubjetividad, expresada en la relación a toda relación humana, incluyendo la relación sujeto-objeto, pues el hombre es un ser sociocultural, fundado en la praxis.

Se entiende por constructivismo pedagógico, a la postura que parte de una determinada interpretación sobre cómo se conoce y cómo se aprende para, disponer las condiciones y diseñar los ambientes que sean necesarios al fomento del aprendizaje.

El constructivismo es una respuesta a los problemas del ser humano ante la avalancha de información y medios electrónicos que facilitan y promueven la comunicación.

Los antecedentes se encuentran en los trabajos de Vygotsky y de Piaget, ″que ponen énfasis en la búsqueda epistemológica sobre cómo se conoce la realidad, como se aprende esto es, el origen y desarrollo del conocimiento y la cultura, constituye un área de estudio multi e interdisciplinario, ya que en su estructuración han colaborado investigadores de numerosas disciplinas que en más de seis décadas se han ido aproximando a un criterio científico hoy aceptado como constructivista, además es integrador, coherente de aportaciones relativas a diversos aspectos o factores de la educación y la enseñanza-aprendizaje desde la perspectiva neoliberal, su marco de referencia es la Psicología para el desarrollo personal y la educación presenta al aprendizaje como un proceso de construcción del conocimiento y la enseñanza como una ayuda a este proceso de construcción social.

Se puede decir que se acerca a la escuela activa, porque propone métodos activos, se distingue por darle importancia a la dirección que se hace de la educación y la enseñanza-aprendizaje como procesos factibles y necesarios para lo cual se requiere de fundamentos teóricos que ayuden a comprender acertadamente.

Aboga por la dirección no frontal ni directa tanto en la actividad como en la comunicación, mediante el desarrollo del pensamiento y el lenguaje, en la que el maestro no enseña, sino hasta después que los educandos lo han intentado por sus propios esfuerzos o por la ayuda de la zona de desarrollo próximo (ZDP) de cada miembro del grupo en su totalidad".

El maestro programa situaciones de aprendizaje grupal y colaborativo propiciando e intensificando las relaciones de cada sujeto y del grupo con el objeto de conocimiento para lograr su internalización ya sea por descubrimiento o de manera natural los construye, el maestro desarrolla una enseñanza directa de acciones con momentos de reflexión, de búsqueda y procesamiento de la información, así como de comunicación creativa de los resultados, que viene a incidir en el desarrollo de las potencialidades y la autonomía del que aprende, creando un ambiente afectivo y de respeto entre todos y cada uno construye su conocimiento mediante las situaciones problemáticas y de conflicto cognoscitivo.

Así, la construcción del conocimiento le permite al estudiante un aprendizaje significativo para poderlo transferir a la realidad individual y socio-cultural, desde la perspectiva del neopositivismo o filosofía de la ciencia.

El Método de Descubrimiento desarrollado por Ausubel D.P. (1918-2008), planteo y desarrolló la teoría del aprendizaje significativo los que se basan en los resultados que se logran, sentando las bases de la educación constructivista, que sostiene que el alumno tiene los conceptos previos es decir tiene una estructura cognitiva previa que le da derecho de participar en todas las actividades de planificación, programación, ejecución y evaluación del proceso educativo, actuando el profesor como un facilitador.

Castro H.A.J (2011), con el título de Sistema de Enseñanza abierta en la Universidad Veracruzana, en este artículo acerca de la enseñanza abierta, sostiene que las principales características de este método se fundamentan en que se hace una planificación de la enseñanza abierta, flexible y que no sigue un orden establecido.

Trabaja o planifica comportamientos generales los objetivos expresan los procesos y productos del aprendizaje y propone al estudiante situaciones reales que debe surgir de una situación exploratoria para que investiguen, la experiencia exploratoria debe poner en movimiento el bagaje constituido por la experiencia anterior, el alumno es protagonista del proceso enseñanza – aprendizaje.

En la motivación y exploración: El alumno va a partir de situaciones concretas como la observación a partir de ello llevará a identificar los problemas y sus soluciones.

En la Problematización**.** El aprendizaje por descubrimiento se produce siempre que se establezca una identificación del problema después de haber realizado los conocimientos previos, ya que a partir de estos, se busca construir las teorías que deben de tenerse en cuenta en el problema que se plantea, cuando el estudiante tiene una dificultad para resolverlo.

En el primer caso cuando se plantea la identificación del problema, se ve obligado a formular teoría, es decir conjeturando una posible solución al problema y a su comprobación, cuando se da el aprendizaje por Descubrimiento que no debe confundirse con las habituales secuencias de aprendizaje inductivo.

En la construcción del conocimiento: Es normal que en el desarrollo de su aprendizaje el alumno cometa errores, debemos estar atentos a ello, pues nos pueden dar los pasos para el cuál se puede estructurar el sistema cognitivo del tema a desarrollar y es aquí donde tiene que considerar el aprendizaje significativo con la finalidad de entrelazar los conocimientos nuevos con los que ya ha adquirido.

En la transferencia: El alumno debe de aplicar el nuevo conocimiento a situaciones de la vida diaria, es decir debe contextualizarlos; puesto que el error favorece la expectativa de obtener nuevos ejemplos y aplicaciones MINEDU: Rutas de Aprendizaje (2016). El uso de los patrones numéricos y Geométricos como introducción al Lenguaje Algebraico en alumnos del primer grado bajo el modelo renovado de Telesecundaria, nos indica que: “Al llevar a cabo el aprendizaje por descubrimiento no sólo resolvemos problemas en forma significativa y aportando las pruebas que dan validez a las hipótesis, sino que se adquieren otros resultados como son conceptos, principios y diversas asociaciones, luego el Método por Descubrimiento es un proceso que sirve para la resolución de problemas pero sin descartar la naturaleza de la investigación, ya que el estudiante tiene varias opciones para resolver los problemas pero nos interesa las referidas a las demostraciones de hipótesis que se desarrollan sobre la base de los contenidos, habilidades y actitudes que deben de aplicar los estudiantes, la transferencia consiste pues en la elaboración de pruebas instrumentales con la finalidad de generalizar y transferir los conocimientos adquiridos a otros contextos.

Cañadas M. (2007), nos indica que "en la Transferencia: se refiere a la valorización de las actividades realizadas, fomentar la autoevaluación individual o grupal, favorecer la retención a largo plazo, presentar situaciones nuevas para que se aplique lo aprendido"

Ejemplo de aplicación del método del descubrimiento.

Tema: Límites

Motivación y exploración

1º Planteamos que nos indiquen las fronteras del Perú, considerando los cuatro puntos cardinales, Norte, sur, este y oeste.

2º Manifestamos la ocurrencia que ellos pueden observar cuando se llena de agua un vaso.

3º Expresamos la frase "Todo tiene un límite"

4º Hacemos la siguiente indicación: Cada estudiante tomen una hoja de papel, puede ser cuadrado o rectangular (hoja de cuaderno). Le decimos que realicen el primer doblez por la mitad de la hoja, a continuación, manifestamos que repita esta operación con el papel realizando el doblez de la hoja, hasta que saquen sus conclusiones.

5º Establecemos el conjunto N = {3, 4, 5, 6, 7,…..} como conjunto de partida y otro conjunto S que es diferente del conjunto nulo o vacío definido de la siguiente forma S = {Triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono}.

Problematización**:** De acuerdo a lo especificado en la motivación y exploración

1º Se le preguntará a los estudiantes ¿Cuáles son los límites del Perú?

2º Plantearemos la siguiente pregunta ¿Qué observa si se sigue echando agua en el vaso?

3º Hacemos la pregunta ¿Qué sucede si un estudiante es molestado en el salón de clases por otro de sus compañeros?

4º Hacemos la pregunta: ¿Qué observan?, y a continuación escribimos en la pizarra lo siguiente 1; 1/2; 1/4;1/8; 1/16;…………….$1/2^{n}$ ……, y su relación con el doblez de la hoja?

5º¿Qué observan en las siguientes relaciones de los conjuntos?
Al número 3 le hago corresponder el triángulo.
Al número 4 le hago corresponder el cuadrado.
Al número 5 le hago corresponder el pentágono.
Al número 6 le hago corresponder el hexágono.
Al número 7 le hago corresponder el heptágono.
Al número 8 le hago corresponder el octógono……………..
y así sucesivamente hasta considerar el número ”n”?

Construcción del conocimiento

1º De manera natural aparece el concepto de límite

2º De la misma manera al llenar el vaso de agua observaremos que llega un momento en que rebalsa es decir hay un tope o límite

3º En la frase también aparece el concepto de límite

4º Es una sucesión numérica monótona decreciente que se va desarrollando infinitamente.

5º En este ejemplo al valor de n le hacemos corresponder un polígono de n lados que representa en el límite la circunferencia

Luego:

1º Se tiene claro que los límites del Perú son las fronteras y aparece de manera natural el concepto de límite.

2º Se observa que si se sigue llenando el vaso con agua en algún momento se va a rebalsar es decir el vaso tiene su tope es decir hay un límite, en el

3º Se observa que a una acción se opone una reacción es decir que de tanto molestar el otro estudiante va a reaccionar porque le llega su momento de reaccionar.

4º Es aún más interesante porque aparece el concepto de sucesión es decir: 1, ½, ¼,…. $1 / 2^{n}$, con su respectiva ley de formación y se puede establecer una función del siguiente modo: f:N ---→ S / f(n) = s_n.

5º Podemos definir lo siguiente que el límite de un polígono de n lados tiende a ser la circunferencia.

Transferencia**:** Hay que trabajar sobre algunos ejemplos de sucesiones, sumatorias y fundamentalmente las aplicaciones al tema de límites y su contextualización a situaciones de la vida real es decir los ejercicios y problemas deben de estar contextualizados.

López G.S. (2014), en su obra Complejos Psicológicos*,* nos refiere que "estas situaciones ocasionan trastornos afectivos en el alumno la personalidad: representa esencialmente la noción de unidad integradora de un hombre con todo el conjunto de sus características diferenciales, permanentes (inteligencia, carácter, temperamento) y sus singularidades y modalidades de comportamiento, es la estructura interior constante y propicia de cada uno, conforma lo que se piensa, siente, quiere y valora de un modo particular, los factores que pasan sobre la generación joven, la cual hoy en día concurre a la escuela, es un mundo lleno de problemas sociales, económicos, políticos y culturales, aparte de estos factores generales, también los hay de índole individual.

El logro de los aprendizajes tiene que ver con la capacidad cognitiva del estudiante inteligencia y aptitudes, la motivación que se tenga hacia el aprendizaje, el modo de ser (personalidad), el saber hacer. ¿Por qué fracasa un alumno en la escuela?, un estudiante puede fracasar por desinterés, por su pasividad en las actividades escolares y la oposición escolar que se manifiesta con malestar y rechazo a la escuela".

Reyes T.Y.N. (2009), en su tesis referente a La relación entre el rendimiento académico, la ansiedad ante los exámenes y los rasgos de personalidad. El Auto concepto y la asertividad en estudiantes del primer año de psicología en la UNMSM, manifiesta que debido a un estrés que influye negativamente sobre su autoestima, sin lograr competencias.

Pizarro S.R. (2005), en su artículo publicado acerca de Las inteligencias múltiples. Curriculum del Hogar. Intereses. Autoestimas y logros académicos previos y Actuales, refiere que existe una noción relativa referente a que cuando se entregan a los alumnos apropiados ambientes, existe la capacidad de alcanzar un mejor nivel de logro o dominio, lo explica, como medida de las capacidades que se manifiestan, lo que lo justifica con la prueba de aptitud académica de selección universitaria y el sistema de medición de la calidad de la educación (SIMCE) define la evaluación como el grado de logro de los objetivos previstos en los programas de estudios oficiales, este tipo de rendimiento.

Carrasco M.R. (2010), nos refiere que la evaluación del rendimiento académico puede ser entendido como en relación con un grupo social fijando los niveles mínimos de logro que tenga la persona, es decir la aprobación ante un determinado cúmulo de conocimientos o aptitudes.

Chadwick C: B. (1979), en un artículo publicado en: La revista estrategias cognitivas y afectivas del aprendizaje bases teóricas del conocimiento, define que "el rendimiento académico, es la expresión de capacidades y de características psicológicas del alumno desarrollada y actualizadas en el proceso enseñanza aprendizaje y es lo que le permite obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos".

2.3. Definiciones conceptuales

2.3.1. Metodología

Conjunto de procedimientos racionales que son usados para alcanzar habilidades, conocimientos y una gama de capacidades que rigen en el proceso de enseñanza aprendizaje, es la serie de métodos y técnicas de rigor científico que se aplican sistemáticamente durante un proceso de investigación para alcanzar un resultado teóricamente válido, que funciona como el soporte conceptual que norma el modo en que aplicamos los procedimientos en una investigación y representa procedimientos o instrucciones que se aplica en la resolución de problemas y que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje, en nuestro caso referentes a las sucesiones, sumatorias y series numéricas.

2.3.2. Razonamiento inductivo

Es el estudio de las pruebas que permiten medir la probabilidad de los argumentos, así como de las reglas para construir argumentos inductivos fuertes a diferencia del razonamiento deductivo en el razonamiento inductivo no existe acuerdo sobre cuando considerar un argumento como válido. Antiguamente se consideraba que el razonamiento inductivo era una modalidad del razonamiento que consistía en obtener conclusiones generales a partir de las premisas que contienen datos particulares o individuales.

2.3.3. Método de Polya

Polya D.G.(1887 – 1895), famoso matemático Húngaro que desarrolló una metodología para resolver problemas y los publico en su obra : ¿ How to solve it ?, cuya estrategia está basada en la heurística, se aplica a la solución de problemas mejorando el logro de aprendizajes significativos.

El Método de Polya consiste en establecer reglas lógicas plausibles y generalizadas que guían la solución de problemas y que consta de cuatro pasos:

Primero: Entender el problema. Segundo: Configurar un plan. Tercero: Ejecutar el plan. Cuarto: Mirar hacia atrás,

En el primer paso es: entender el problema, es decir se plantean algunas interrogantes como. ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es posible satisfacer la condición?, luego se dibuja un esquema y se representa en él los datos.

En el segundo paso es trazar un plan, en este momento hay que establecer si existe una conexión entre los datos y la incógnita y pensar en una solución de adelante hacia atrás o viceversa, considerando anteladamente si se ha resuelto un problema de igual envergadura.

En el tercer paso es ejecutar el plan, que consiste en la solución, comprobando cada uno de los pasos probando que cada paso que se va realizando es correcto y probando y verificando.

En el cuarto paso es mirar hacia atrás, es aquí en donde se tiene que comprobar el resultado del problema y el proceso de razonamiento considerando que se puede solucionar el ejercicio en forma diferente por ejemplo desarrollando el problema de modo inverso es decir de atrás hacia adelante, teniendo en cuenta que se puede usar el método en algún otro problema.

2.3.4. Método de descubrimiento

En 1970, las propuestas del psicólogo americano Jerome Seymour Bruner. Profesor de la Universidad de Harvard desarrolla la teoría del aprendizaje significativo sobre el aprendizaje por descubrimiento que estaba tomando fuerza, las escuelas buscaban que los niños construyeran su conocimiento a través del descubrimiento de contenidos, por otro lado.

Ausubel David considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición, ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características, así, el aprendizaje puede darse por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo.

De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno, esto, se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando, ya que produce una retención más duradera de la información, facilita la adquisición de nuevos conocimientos, que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido y la nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo además es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del alumno que depende los recursos cognitivos del estudiante.

Rey F.J. (2013), en su obra Derechos civiles y acción social, manifiesta que el constructivismo es un concepto de la psicología cognitiva que plantea que el proceso de enseñanza aprendizaje del alumno depende del logro de sus aprendizajes, en su obra, en cambio el psicólogo.

Ausubel D. P. (2010), en su obra La teoría del aprendizaje significativo y su obra complementaría Peicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo (1978), contó con las aportaciones de Joseph Novak y Helen Hanesian..

El Método de Descubrimiento desarrollado por Ausubel D. (1919 – 2008), consiste en que el docente debe inducir a que los alumnos logren su aprendizaje a través del descubrimiento de los conocimientos, siguiendo los procesos de la motivación y exploración, la problematización, la construcción del conocimiento y la transferencia a situaciones de la vida real, las diferencias con otros métodos didácticos que están relacionadas con la filosofía educativa a la que sirven, con los procesos que desarrollan y con los resultados que logran, sentando las bases del constructivismo.

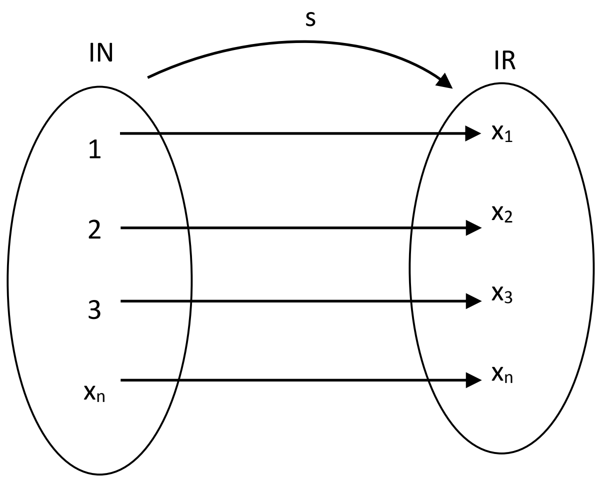
La enseñanza aprendizaje por descubrimiento, presenta una cierta ventaja al docente y es que tiene posibilidades de usarlo en forma gradual a través de reglas que favorezcan su desarrollo, este aprendizaje es fruto del planteamiento de problemas que parten de la tradición investigadora y por lo tanto entran dentro del pensamiento racional y todo ello tiene una naturaleza de tipo humano que es educable y sometido a una mediación social y normativa, el alumno participa en todas las actividades de planificación, programación, ejecución y evaluación del proceso educativo, se sintetiza en cuatro fases:

Primero: Motivación Exploración, Segundo: Problematización, Tercero: Construcción del conocimiento y Cuarto: Transferencia.

Ausubel D. (2008), refiere que: "El Método por Descubrimiento es un concepto propio de la psicología cognitiva y plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, es decir no solo se trata de saber la cantidad de información que posee sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como su grado de estabilidad, desarrolla una teoría de aprendizaje significativo cuando los contenidos son desarrollados no de un modo arbitrario de índole constructivista, conocida con el nombre de aprendizaje por Descubrimiento".

2.3.5. Sucesión

Es una función de IN en IR./ f:IN $\rightarrow$ IR, a cada número n $\in$ IN le corresponde un elemento en R es decir: f: IN $\rightarrow$ IR / f (n) = s_n



Una sucesión es una función que asocia a cada número entero positivo n un número real x_n, llamado n - ésimo término o se le asigna una determinada ley de formación, es necesario establecer su clasificación y pueden ser: constantes, crecientes, decrecientes, oscilantes, estrictamente crecientes, estrictamente decrecientes, monótonas, literales, alfanuméricas etc.

Es iimportante determinar la convergencia o divergencia de una sucesión que se obtiene hallando el límite de la sucesión y que pueden ser: Sucesión lineal de Primer orden “El término n – ésimo a_n se expresa en forma lineal de la forma: $a_n = A\,n + B$, en donde A y B son constantes Sucesión polinomial de segundo orden.

El término *n* - ésimo a_n está expresado de la forma: $\mathbf{a_n = An^2 + Bn + C}$ tal que **A, B y C** son constantes que se debe calcular, en nuestro caso sea la sucesión:

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \ldots a_n$, aplicando diferencias finitas se tiene:

$$\begin{array}{cccccc} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \\ r & r & r & r & & \end{array}$$

r es una constante y en donde $d_0 = d_1 - r$, $a_0 = a_1 - d_0$. $A = r/2$,

$B = d_0 - A$ y $C = a_0$, el término general es: $\mathbf{a_n = An^2 + Bn + C}$

Sucesión polinomial de tercer orden

Dada la sucesión: $a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ a_5;\ a_6\ldots$

$$\begin{array}{cccccc} a_1; & a_2; & a_3; & a_4; & a_5; & a_6\ldots \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5\ldots & \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5\ldots & \\ d & d & d & d & & \end{array}$$

d es una constante luego:

El término n-ésimo a_n está expresado mediante la fórmula de Gregory:

$$\mathbf{a_n = a_1\binom{n-1}{0} + b_1\binom{n-1}{1} + c_1\binom{n-1}{2} + d\binom{n-1}{3}} \quad \text{en donde} \quad \binom{\mathbf{n}}{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{r!(n-r)!}}$$

Representa el número combinatorio tomado de n en r elementos, con n, r pertenecientes al conjunto de números enteros positivos tal que $0 < r < n$

La suma S_n de los *n* primeros términos está dado por:

$$\mathbf{S_n = a_1\binom{n}{1} + b_1\binom{n}{2} + c_1\binom{n}{3} + d\binom{n}{4}}$$

2.3.6. Sumatoria

Es una operación matemática que se emplea para calcular la suma de muchos o infinitos sumandos, se representa por la letra griega ∑ (sigma), que facilitará para las escrituras de dichas sumas, en donde m y n dos números enteros tal que m ≤ n, y f una función definida para cada i ϵ Z donde m ≤ i ≤ n, representa la suma de los elementos de una sucesión que puede ser finita o infinita.

2.3.7 Serie

Es la suma de los términos de una sucesión que resulta al sumar los términos de la sucesión. Un tipo particular de sumatoria es el caso cuando t→ ∞, se conoce como serie

$$\mathbf{S = \sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}$$

La serie de Taylor: Es la función definida por:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n x^n = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \cdots + c_n x^n + \cdots (1)$$

cuyo radio de convergencia es R > 0, de aplicaciones sucesivas de derivadas de f en todos los órdenes en el intervalo (- R, R), es diferenciable.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n + \cdots (7)$$

En un sentido más general, considérese la función f como una serie de potencias en (x – a); esto es,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n (x-a)^n$$

Si el radio de convergencia de esta serie es R, entonces f es infinitamente diferenciable en (a–R, a + R).

Cuando se trata de series infinitas, para Indicar que continúa así indefinidamente se escriben puntos suspensivos

En el siguiente informe se plantea el trabajo del tema de series correspondiente a la asignatura de Álgebra.

El tema a tratar se desarrolla a partir de las capacidades y competencias generales y se aplica el diseño en metodología de enseñanza por inducción a partir de casos de la vida cotidiana para obtener una formula general que lograra que el alumno desarrolle sus capacidades cognitivas de aprendizaje por descubrimiento.

Existen competencias referidas al tema: conocer y manejar elementos matemáticos básicos que, asociados a la puesta en práctica de procesos de razonamiento, posibiliten la solución de problemas en una variedad de situaciones y contextos.

Es por la conceptualización que el estudiante universitario, debe ser capaz de desarrollarse de modo integral para que se pueda desenvolver en el medio de manera provechosa es decir, afrontar los problemas que se le presenten usando estrategias didácticas que ha desarrollado, para que ejecuten sus capacidades. Aplicar estrategias de resolución de problemas, selección de técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.

Habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento y aplicar algoritmos del cálculo, que conduce a identificar la validez de razonamientos y grado de certeza.

En Rutas de Aprendizaje del Ministerio de Educación (MINEDU – 2016), se indica que la aplicación de destrezas y actitudes permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática, expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad."

2.3.8. Niveles de logro

Los niveles de logro generalmente se encuentran en función del rendimiento académico es la valla de menos a más que el estudiante tiene que alcanzar con la finalidad de ser promovido en alguna disciplina o asignatura, así tenemos a:

Alaya G.J. (2011), nos refiere que debido a las reformas educacionales que los resultados obtenidos al aplicar las pruebas de matemáticas y lenguaje indican que los resultados son consistentes y permiten concluir que existe una relación entre mejores condiciones socioeconómicas y mejor desempeño académico, entre el mayor nivel educativo tienen los padres, mejor son los niveles de logro de sus hijos.

Yactayo C.Y.L. (2010), refiere que existe una relación entre la motivación de logro académico y el rendimiento académico, además se establece una relación significativa entre el componente y las acciones orientadas al logro y rendimiento, así como ente la componente de aspiraciones al logro y rendimiento académico.

García R. M. (1998), nos refiere que el rendimiento académico es un conjunto de procedimientos que se planean y aplican dentro del proceso educativo, con el fin de obtener la información necesaria para valorar el logro por parte de los alumnos, sobre los fines establecidos para dicho proceso.

Jiménez L.A.J. (2007), manifiesta que el rendimiento académico es el fin de todos los esfuerzos e iniciativas educativas dichas por el docente y el alumno, de allí que la importancia del maestro se juzga por los conocimientos adquiridos por los alumnos, como expresión de logro académico a lo largo de un período, que se sintetiza en un calificativo cuantitativo.

Tourón F.J. y Reyero B. M. (2000), consideran que el rendimiento académico es la capacidad intelectual lograda por un estudiante en un proceso de enseñanza – aprendizaje, representa la capacidad de las personas para actuar en situaciones y problemáticas haciendo uso del razonamiento lógico.

2.3.9. Aprendizaje de series

En el aprendizaje de series numéricas es necesario establecer previamente los conceptos matemáticos de sucesión, sumatoria y finalmente serie. La inteligencia es la capacidad de resolver problemas o elaborar productos que sean valiosos en una o más culturas.

Gardner H. (2011), refiere que “Todos nacemos con potencialidades marcadas por la genética, pero esas potencialidades se van a desarrollar de una manera u otra dependiendo del medio ambiente, las experiencias de vida, la educación recibida, etc.

Los deportistas de élite llegan a la cima previo entrenamiento, por buenas que sean sus cualidades naturales.

Lo mismo se puede decir de los matemáticos, los poetas o de gente emocionalmente inteligente”...

El Tema de series quizás sea una de las partes más álgidas en el desarrollo de este capítulo debido a varios criterios para poder determinar la convergencia y divergencia ya sea condicionalmente convergente o absolutamente convergente, y el radio de convergencia absoluta o uniforme, de convergencia y divergencia, sobre todo en las series de potencias. (Serie de Taylor y Serie de Mac Laurin).

Un ejemplo de una sesión de aprendizaje en series que se ha desarrollado en el curso de Matemática II durante el semestre académico 2015 - II, en concordancia con silabo de la asignatura a los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, y es como sigue:

Curso: Matemática II

EAP: Farmacia y Bioquímica- Toxicología y Ciencia de los Alimentos

Tabla No 01: Sesión de Aprendizaje de Series

Capacidades	Indicadores de logro	Contenidos seleccionados
-Interpreta y formula sucesiones y sus diferentes clases (constantes, monótonas crecientes, oscilantes, lineales, decrecientes, acortadas), etc. - Identifica y explica los criterios de convergencia para series infinitas de potencias y su radio de convergencia Criterio de la razón Criterio de la raíz Criterio de la Integral.	. Destacado Previsto En proceso En Inicio	Medidas de regiones aplicando sumatorias (suma límite) Series numéricas, infinitas, Series de Potencias, Criterios de convergencia, absoluta y uniforme Series de Taylor y Mac Laurin, Serie de Fourier Transformada de Laplace.

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 02: Secuencia didáctica para una sesión de tres semanas

Acciones didácticas	Tiempo	Instrumentos de evaluación	Materiales y recursos
Explicaciones y Aplicaciones de los Método del Descubrimiento y sus cuatro pasos a. Motivación Exploración b.-Problematización c.-Construcción del conocimiento d.- Transferencia. Método de Polya y sus 4 pasos 1º Entender el problema. 2º Configurar un plan 3º Ejecutar el plan 4º Mirar hacia atrás	720 minutos (12 horas)	Fichas de Autoevaluación Pruebas escritas Lista de cotejo	Plumones Tiza Pizarra Retroproyector Papelote

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

2.3.10 Razonamiento lógico

Es un proceso mental de acciones que implica una aplicación lógica. A partir de esta clase de razonamiento se inicia de una o de varias premisas para llegar a una conclusión que pueda determinarse como verdadera o falsa, se puede iniciar a partir de una observación, esto quiere decir que se empieza considerando una experiencia o, una hipótesis, mientras que la lógica matemática.es la capacidad de razonamiento lógico, que se usa para resolver proposiciones y matemáticas, está asociada las habilidades de comprender y resolver cálculos numéricos, problemas de lógica y conceptos abstractos, es desarrollada en todas las disciplinas científicas, se reconoce en el alumno que resuelve problemas, cuestiona, trabaja con números,

Vega N.C. (1998), nos refiere que "el rendimiento académico es el nivel de logro que puede alcanzar un alumno en el ambiente educativo en general o en un programa en particular, es una medida de las capacidades del alumno que expresa lo que éste ha aprendido a lo largo del proceso formativo, también supone la capacidad del alumno para responder a los estímulos educativos, en este sentido está vinculado a la aptitud, se mide con evaluaciones pedagógicas, entendidas como el conjunto de procedimientos que se planifican y aplican en el proceso educativo con la finalidad de obtener la información para valorar el logro de los estudiantes"

Las categorías para identificar los niveles de dominio propuestas por la pedagogía conceptual son: la contextualización, comprensión y dominio, se ve influenciado por grupos de nivel existentes dentro del área; se establecen en grupos de trabajo con la finalidad de englobar ideas para obtener aprendizajes significativos, son muchos los factores que lo condicionan en el aula, como el método del docente, número de alumnos, familia, material didáctico, estrategias de enseñanza, personalidad, diferencias individuales, carácter, estado emocional, inteligencia, que son los más importantes.

2.3.11 La inteligencia

Domínguez M. Z. (2010), refiere que la inteligencia es la capacidad que tiene el individuo para resolver situaciones nuevas o problemáticas, eligiendo la situación más delicada o sea la que pueda conducir al éxito, no es un fenómeno simple, una cooperación aislada de la mente, sino un todo complejo, que comprende la atención, percepción, memoria e imaginación".

En el aprendizaje de series se pretende proporcionar a los estudiantes de las tres EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, en las asignaturas de Matemática I y II los conocimientos necesarios del cálculo infinitesimal (Diferencial e Integral) y fundamentalmente el tema de series y los métodos numéricos, con la finalidad de que en los cursos de post grado específicamente en el curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias apliquen estos conocimientos de sucesiones y fundamentalmente en el tratamiento sistemático de las series numéricas al trabajar con los métodos aproximados que representa una herramienta muy útil para que realicen sus investigaciones en Farmacología y Toxicología, es decir que sean más útiles para su formación integral como futuros profesionales.

Gómez T. E. Batanero C. y Contreras J.M. (2014), indican que "Para llegar a la conceptualización de serie, es necesario que el estudiante tenga un concepto claro y preciso de lo que representa una sucesión en toda su dimensión así como también los conceptos que se derivan como son las progresiones ya sean aritméticas o geométricas, el concepto de límite, sus casos especiales como son las formas indeterminadas, algebraicas, trigonométricas, del número e, mediante la sumatoria para finalmente conceptualizar lo que representa una serie, los casos especiales de convergencia y divergencia así como la condicional, uniforme y absoluta, pasando por las series de potencias especialmente la serie de Taylor, la serie de Mac Laurin, las series de Fourier, la función de Transformada de Laplace y sus variantes".

El proceso mental del análisis pueden desarrollarse de distintas formas y convertirse en un razonamiento inductivo o un razonamiento deductivo, según sea la clase de razonamiento empleada, la conclusión final encuentra su base en las premisas iniciales esto implica que el razonamiento lógico es el camino que vincula ambas partes cuyo resultado tendrá un cierto grado de probabilidad en cuanto a su veracidad o falsedad siempre que este tipo de razonamientos lógicos sean válidos.

2.3.12 Comunicación matemática

Una de las razones que representa una barrera en el proceso de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en este caso específico de las series numéricas (sucesiones y sumatorias), es porque se expresan en un lenguaje especial que es un dialecto del lenguaje natural, que en nuestro caso es el idioma castellano, en el que no debe de haber la posibilidad de interpretaciones diversas.

Con la finalidad de entender y aprender las matemáticas es necesario conocer su idioma ya que aunque se digan cosas muy sencillas, no se entenderán.

El lenguaje matemático es una forma de comunicación a través de símbolos especiales para realizar cálculos matemáticos por ejemplo sumar es aumentar y restar es disminuir

2.3.13 Contextualización

Contexto: Es todo aquello que rodea a un hecho el espacio y el tiempo en el cual se ha desarrollado dicho evento o situación.

Es un concepto muy abstracto que es utilizado en diferentes ámbitos académicos, cuando hablamos de contextualizar nos referimos a la acción de poner algo o alguien en un contexto específico, esto significa rodearlo de un entorno y de un conjunto de elementos que han sido combinados de una manera única y probablemente irrepetible con la finalidad de permitir que se obtenga una mejor comprensión del todo.

Es una herramienta característica de las ciencias sociales que suponen que los individuos nunca pueden ser aislados de su entorno como sucede con las ciencias naturales y que por tanto deben ser analizados siempre en relación con el conjunto de cambios que los rodean.

En conclusión podemos afirmar que contextualizar es el hecho de poner una circunstancia o discurso en relación con el entorno en que se generó la acción, el hecho de contextualizar es importante para la correcta asignación del sentido en la medida en que solo pueden comprender algunas escenas comprendiendo también los que los rodean, es decir es la acción de dar información necesaria sobre el tema que se está hablando a la persona que se encuentra escuchando, esto se logra entregando más información relevante que sea necesaria y de valor para dar un contexto al tema con la finalidad de que el interlocutor tenga la oportunidad de entender de la mejor manera de los temas que se está tratando.

CAPÍTULO III: HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Formulación de hipótesis

Para la formulación del presente trabajo de investigación, Integración de metodologías de razonamiento inductivo y niveles de logro del aprendizaje en estudiantes universitarios, considerando el tema de sucesiones, sumatorias y series se ha tomado como muestra representativa censal a los estudiantes de las tres EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, durante el año académico 2015,-matrículados en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, se ha considerado una hipótesis general y cuatro hipótesis específicas, las mismas que tienen que ser contrastadas es decir validadas o invalidadas.

3.1.1. Hipótesis general

H_0 La integración de metodologías de razonamiento inductivo NO mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

H_1. La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

3.1.2. Hipótesis específicas

$H_0 1$ El método de descubrimiento NO mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

$H_1 1$ El método de descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

$H_0 2$ El método de Polya NO mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

$H_1 2$ El método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

3.2. Variables de la investigación y definición operacional

Definición operacional

Es la demostración de un sistema específico a base de procedimientos y reglas que seguirá el investigador para validar sus pruebas es importante en el desarrollo de la investigación. Si se identifican las variables, el próximo paso es su operacionalización, es decir hacerla operativa o registrable en la realidad.

Variable independiente

Para esta variable (V1) se consideró las metodologías de razonamiento inductivo como dimensiones para establecer una comparación estableciéndose el Método de Descubrimiento sustentada y desarrollada por Ausubel, consta de cuatro fases: Motivación - Exploración y problematización Construcción del conocimiento y Transferencia) y el Método de Polya establece cuatro pasos: Entiende – Configura –Ejecuta y Mirar hacia atrás, contextualizar).

En esta investigación se utilizó para la enseñanza aprendizaje los métodos del descubrimiento y Polya como estrategias didácticas en el estudio de las series considerando a los 148 estudiantes matriculados en las asignaturas de Matemática I y II de las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM y la opinión de los 08 docentes asignados para el desarrollo de ambas asignaturas durante el año académico 2015.

Variable dependiente

Se consideró como variable dependiente (V2) que son las variables categóricas nominales, los niveles de logro que permita al estudiante expresar sus resultados, y que se ha aplicado mediante pruebas de entrada y salida (Pre – Post) a los 148 estudiantes de las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM durante el año académico 2015, en la actualidad se usan las capacidades y competencias que, incluye el razonamiento lógico, comunicación matemática y la contextualización que responden a ciertos indicadores en concordancia con los ítems que han sido clasificados en cuatro momentos cada uno de ellos especificados en relación a las seis pruebas tomadas sobre los temas de las sucesiones, sumatorias y series, consideradas como pruebas de entrada sin conocimiento de los métodos y pruebas de salida con conocimiento de los métodos teniendo en cuenta que para cada uno de ellas 20 ítems, con el fin de conocer sus niveles de logro adquirido. El aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series, que está basado en los cuatro niveles de logro;

a) Destacado b) Previsto. c) En proceso y d) En Inicio.

Para ello se ha considerado el Método de Descubrimiento que tiene cuatro fases o momentos: 1º Motivación, y exploración- 2º Problematización. 3º Construcción del Conocimiento y 4º Transferencias a situaciones diarias. El Método de Polya también tiene cuatro momentos) i).Entender el problema. ii) Configurar un plan, iii) Ejecutar el problema y iv) Mirar hacia atrás. En la aplicación de ambos métodos nos permitirá medir su nivel de logro que son medidos en cuatro dimensiones, los ítems se clasificaron: Del 1 hasta 20, tres pruebas de entrada y tres pruebas de salida tipo cuestionario que permita recopilar información desde la perspectiva del alumno respecto a las habilidades y destrezas que poseen y cómo son sus niveles de logro.

Tabla No 03

Secuencia de Ítems y niveles de logro

ITEMS	PREGUNTAS	NIVELES DE LOGRO
DEL I17 al I20	DEL Nº 17 AL Nº 20	DESTACADO
DEL I14 al I16	DEL Nº 14 AL Nº 16	PREVISTO
DEL I11 al I13	DEL Nº 11 AL Nº 13	EN PROCESO
DEL I01 al I10	DEL Nº 01 AL Nº 10	EN INICIO

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

CAPÍTULO IV: DISEÑO METODOLÓGICO

4.1. Diseño de la Investigación

En lo referente al diseño de investigación, es pre experimental porque se analiza la variable y no existe control al realizar este estudio no existe manipulación de variable independiente.

Monterola D.C. (2001), nos refiere que es observacional porque según son estudios de carácter estadístico es decir se hace un registro de los acontecimientos en nuestro caso registramos los niveles de logro de los estudiantes de acuerdo con las metodologías aplicadas (Pruebas de E/S) y depende del momento en que se lleva a cabo y donde existe una información disponible, se realiza en las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Corujo M. B, M. (2003), refiere que es de corte transversal porque según se han estudiado las variables simultáneamente en nuestro caso la variable independiente representan las metodologías de Polya y Descubrimiento (V!) y la variable dependiente los niveles de logro (V2) que se ha desarrollado en un lapso concreto de tiempo, es decir en los dos semestres académicos del año 2015 I y II en las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Galan G.A. (2006), nos dice que es descriptivo analítico porque está dirigido a determinar ¿Cómo es? o como está la situación de las variables que se estudian en la población es decir nos interesa explicar la importancia, causa o factores que intervienen para la comparación de las dos variables del estudio para el presente trabajo de investigación. en las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Echevarría V. M. (2012), manifiesta que es comparativo y categórico porque según ˝investiga las posibles relaciones causa – efecto observando una consecuencia existente y tratando de localizar una posible información de posibles factores causales", en nuestro trabajo de investigación hay que establecer una comparación de las variables independientes que son las metodologías de estudio y los niveles de logro en el aprendizaje de series que son las variables dependientes, que resulta de la aplicación de las pruebas de E/S acerca de los temas de sucesiones, sumatorias y series contemplados en los syllabus de los cursos de Matemática I y II, que se desarrollan en las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Hernández S. R. y Baptista M del P. (2011), en su obra acera del Diseño Metodológico de la Investigación, manifiestan que es correlacional porque según "mide los grados de relación que existe entre dos o más conceptos o variables que se miden cada uno de ellos y después se cuantifican y se analiza la vinculación existente de manera significativa y trata de determinar si las variaciones en las experiencias", en nuestro caso de los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

4.2. Diseño muestral

El diseño que se presenta en el trabajo de investigación es de la forma: Pre experimental porque no existe manipulación de la variable y está sujeto al siguiente diagrama:

GE: Test – Experimento – Retest

GE: Grupo experimental

Test: Se toma antes del experimento

Retest: El mismo test tomado al inicio se toma al final

Experimento: Manipulación de las variable estudiada.

El diseño de la investigación es de la forma:

TEST	**EXPERIMENTO**	**RETEST**

GE | **R**

R_1 | **R_2**

R_1: Resultado inicial | R_2: Resultado final

Población: Está constituida por 148 estudiantes matriculados durante los semestres académicos 2015 - I y II en las asignaturas de Matemática I y II de las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, que se convierten en una muestra poblacional censal, cursos que fueron desarrollados en sus contenidos por ocho docentes universitarios de la especialidad de Ciencias Matemáticas y que fueron asignados por del Departamento Académico de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la UNMSM, para el dictado de las asignaturas de Matemática I y II durante el semestre académico 2015 – I y II en las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica .

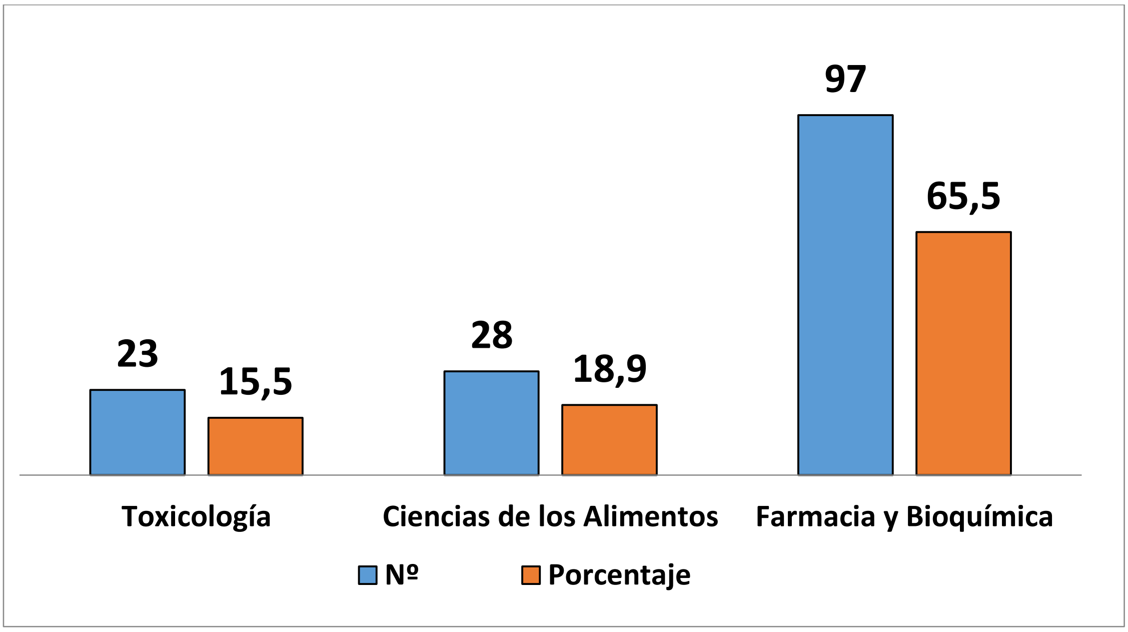
Muestra: Censal: 148 estudiantes, el mismo que se detalla en la siguiente tabla y figura.

Tabla No 04: Muestra de alumnos de las EAP.

Escuelas Académico Profesionales	Frecuencia	Porcentaje
Toxicología	23	15,5
Ciencias de los Alimentos	28	18,9
Farmacia y Bioquímica	97	65,5
Total	**148**	**100,0**

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 1. Alumnos de la Facultad de FF y BB de la UNMSM-2015



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

El tipo de investigación realizada es de correlación cuantitativa, ya que se persigue medir el grado de relación existente entre las 2 variables nominales de las pruebas referentes a: sucesiones–sumatorias y series que fueron aplicadas mediantes pruebas de E/S a fin de poder determinar los logros de aprendizaje alcanzados a los 148 estudiantes de las 3 EAP de: FF y BB, Toxicología y CCAA de la Facultad de FF y BB de la UNMSM - 2015 aplicando los métodos del MED y el MEP.

.

4.3 Operacionalización de variables

TÍTULO: INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES DE LOGRO DE APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS – 2015

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INSTRUMENTO	ESCALA	ESTADISTICO
V1 Metodologías de razonamiento inductivo	Método de Polya	Entiende el problema	11	Prueba y Lista de cotejo	ordinal	Media, mediana, moda y coeficiente de variación porcentual. T student Coeficiente de Pearson
		Configura el problema	12			
		Ejecuta el problema	13			
		Contextualiza el problema	14			
	Método de Descubrimiento	Motiva y explora los saberes previos así como aspectos relacionados con la clase anterior	15	Prueba y Lista de cotejo	ordinal	Media, mediana, moda y coeficiente de variación porcentual. T student Coeficiente de Pearson
		Problematiza el tema materia de estudio a fin de elaborar el conocimiento Construye el aprendizaje al inducir y plantear conjeturas en la solución de determinados proposiciones matemáticas.	16–17			
		Transfiere y ejercita el aprendizaje adquirido hacia situaciones de la vida diaria generalizando. Identifica, reconoce y clasifica los conceptos de sucesión y límites la clase de sucesión. Interpreta el resultado de una sumatoria. Compara, interpreta y comprende las sucesiones con las sumatorias y series.	18–20			
V2 Logros de Aprendizaje de serie	En Inicio	Prueba de entrada Prueba de salida Variación (%)	1 - 20	Prueba y Lista de cotejo	ordinal	Media, mediana, moda y coeficiente de variación porcentual. T student Coeficiente de Pearson
	En proceso	Prueba de entrada Prueba de salida Variación (%)				
	Previsto	Prueba de entrada Prueba de salida Variación (%)				
	Destacado	Prueba de entrada Prueba de salida Variación (%)				

4.4. Técnicas de recolección de datos

4.4.1. Descripción de los instrumentos

Observación. A cada uno de los estudiantes se les fue registrando sus evaluaciones periódicamente a lo largo del desarrollo del curso con la finalidad que sea aprovechada y aplicada a por el docente durante las sesiones de clase y de qué manera influye éstas en sus niveles de logro por cada uno de los estudiantes.

La prueba: Instrumento de evaluación que se aplicó a los 148 estudiantes matriculados en los semestres académicos del año 2015 de las tres EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, con la finalidad de recoger la variedad de destrezas y habilidades que poseen los alumnos y detectar sus niveles de logro que están establecidas en la prueba que consta de 20 preguntas ordenada de la siguiente forma: nivel de logro: Destacado del ítem número 17 al ítem número 20, nivel de logro: Previsto del ítem número 14 al ítem número 160, nivel de logro: En proceso del ítem número 11 al ítem número 13, nivel de logro: En Inicio del ítem número 01 al ítem número 10.

Procesamiento de datos: Codificación y tabulación de datos. Aspectos de la Estadística descriptiva e inferencial con el Math Type EXCELL y el SPSS (t Student), para la Validación de hipótesis. Para acopio de datos: Observación y fichas por la cual la información recogida se sistematizó, agrupó y clasificó en función de los niveles de logro, según los problemas planteados, que nos permitió describir en forma precisa las características más significativas

Instrumento de recolección de datos: Guías de observación de la administración de personal y desempeño docente. Para el procesamiento de datos: Codificación y tabulación de datos

Técnicas para el análisis e interpretación de datos:

Estadística descriptiva e inferencial para cada una de las variables.

Para la presentación de datos, cuadros, tablas estadísticas y gráficos en el informe final: Esquema propuesto por la escuela -la lista de cotejo y registro de acción docente, es un listado de cada uno de los estudiantes que permite registrar la evaluación de entrada y de salida las tres evaluaciones tomadas referentes a sucesiones, sumatorias y series, acerca de los niveles de logro alcanzados al ser evaluados para medir sus capacidades, habilidades, asignándoles un determinado nivel de logro (Destacado – Previsto – en proceso y en Inicio) en su proceso de enseñanza aprendizaje.

Encuesta es un cuestionario de preguntas que en nuestro caso se ha aplicado a ocho profesores que han dictado los cursos de Matemática I y II (Teoría y Práctica a los estudiantes matriculados en el año académico 2015 en las tres EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, que han sido distribuidos del siguiente modo: dos secciones de estudiantes de la EAP de Farmacia y Bioquímica un grupo de la EAP de Toxicología y un grupo de la EAP de Ciencia de los Alimentos.

4.4.2. Validez y confiabilidad de los instrumentos

Medir: Es asignar valores a sucesos en concordancia con ciertas reglas perfectamente definidas los instrumentos especificados en el presente trabajo de investigación reúnen las características de confiabilidad y valide

La validez es la capacidad de medir una variable, en nuestro caso la medición de las pruebas de entrada y de salida relativas a las sucesiones, sumatorias y las series específicamente numéricas las que están enfocadas en los niveles de logro de los estudiantes de las EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la

Universidad Nacional Mayor de San Marcos matriculados en el año académico 2015.

Validez de contenido: Se refiere al nivel de logro adquirido por los estudiantes en donde básicamente determinamos el manejo conceptual y procedimental.

Validez de Criterio: Referente a los ítems relacionados con los niveles de logro: En Inicio, En Proceso, Previsto y Destacado en concordancia con las dimensiones, criterios e indicadores que se establecen en el proceso de evaluación de Los cursos de Matemática I y II.

Validez de Constructo: Es la capacidad del instrumento para medir lo que pretende medir, basado en las variables independiente y dependiente (Metodologías versus Niveles de logro) (V! vs V2).

Confiabilidad

El instrumento es confiable si las evaluaciones realizadas hechas no varían significativamente, ni en el tiempo, ni por la aplicación de diferentes personas.

Factores que afectan la validez y confiabilidad

La improvisación.

Uso de instrumentos no contextualizados, que no han sido validados.

No están adecuados a los estudiantes que no tienen en cuenta el marco referencial.

Condiciones del medio-ambiente que son desfavorables.

Entre ellos tenemos **El Alfa de Cronbach,** que consiste en hallar por medio de procedimientos matemáticos, los coeficientes que varían de 0 a 1, en donde 0, representa la confiabilidad nula y 1 representa la confiabilidad total el instrumento de evaluación que se realiza es confiable si su coeficiente es mayor que 0,790.

4.5. Técnicas estadísticas para el procesamiento de la referencia

Consiste en procesar los datos (dispersos, desordenados, individuales) obtenidos de la población materia del estudio durante el trabajo de campo, y tiene como fin generar resultados con los datos agrupados y ordenados, a partir de los cuales se realizará el análisis según los objetivos de hipótesis de la investigación realizada.

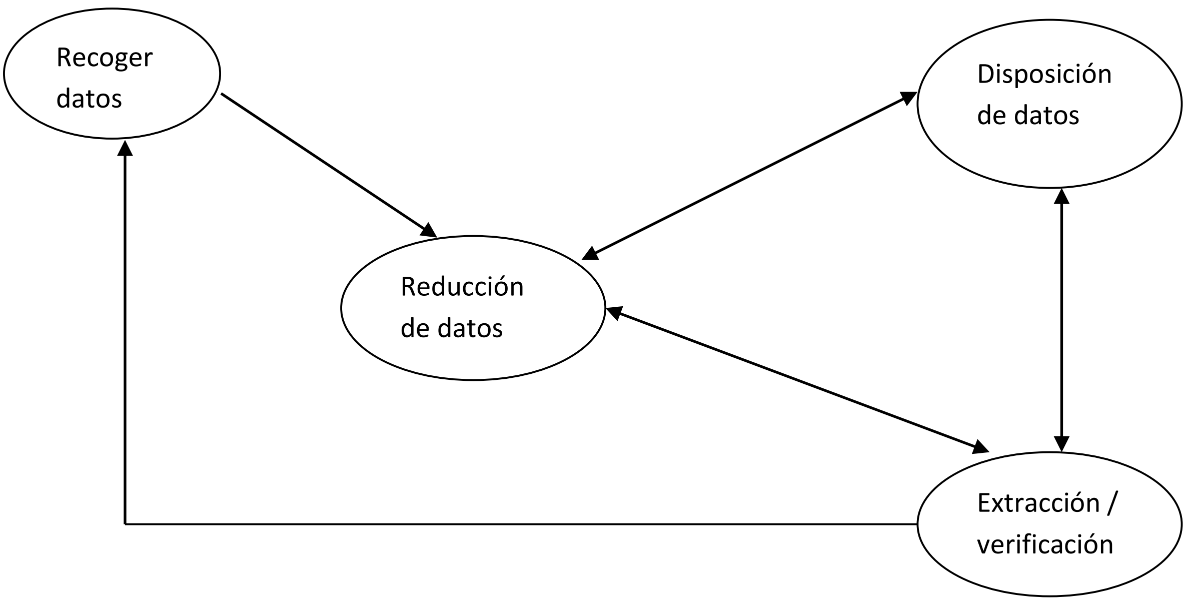
En el procesamiento de datos debe mencionarse las herramientas estadísticas a utilizarse.

Como lo menciona Hernández (2003), debe decidir qué tipo de análisis de los datos se llevará a cabo: cuantitativo, cualitativo o mixto.

En esta fase se determina la forma de analizar los datos así como las herramientas de la estadística que dependen del nivel de medición (Logros) y el tipo de hipótesis formuladas, así como el diseño de la investigación.

4.5.1. Procedimientos de análisis

Figura 2: Secuencia del tratamiento de los datos



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Descriptivos: Son representaciones que describen el contexto de las Situaciones, pueden ser: esquemas contextuales y de evolución de una situación.

Explicativas: Ayudan al investigador a comprender el los fenómenos estudiados, son de dispersión, de flujo o causales.

Matrices Descriptivas: Son tablas que contienen información cualitativa, construidas con la intención de obtener una visión global de los datos, ayudar a su análisis combinarlos y relacionarlos, etc.

Tenemos: la lista de control, matrices ordenadas temporalmente, según la función que realizan los estudiantes...

Matrices Explicativas: Son tablas que se utilizan para recomponer la información recogida y para comprender los fenómenos estudiados, en nuestro caso es el registro de las notas de las pruebas tomadas.

4.6. Aspectos éticos

La prioridad en el trabajo de investigación está orientada a dar cuenta de un problema local sobre aplicación de metodologías en el proceso de enseñanza aprendizaje que beneficien a la comunidad universitaria del país en un tema puntual que son las series.

Los contenidos referentes a las sucesiones, sumatorias y series se encuentran en los contenidos mínimos diseñados en cada una de las tres EAP de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, así como su debida acreditación.

Los responsables del desarrollo de los contenidos de los cursos de Matemática I y II son docentes de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la UNMSM.

Para concluir, a la luz de lo que ha sido hasta aquí analizado, el terreno no es tan conflictivo, toda vez que el eje de cualquier proyecto se asiente en la protección de los seres humanos y tenga por objetivo fundamental la búsqueda de la salud, el bienestar y el desarrollo humano.

CAPÍTULO V: RESULTADOS

5.1. Descripción de las variables

Por el nivel de abstracción es intermedia porque expresan dimensiones o aspectos parciales de estas variables, y por tanto más concretos y cercanos a la realidad, en nuestro trabajo de investigación estamos considerando la metodología de razonamiento inductivo (Método de descubrimiento y método de Polya) versus los niveles de logro (En Inicio - En Proceso, Previsto y Destacado), en las dimensiones seleccionadas que son los temas referidos a sucesiones, sumatorias y series.

5.1.1 Metodologías de razonamiento inductivo MED y MEP

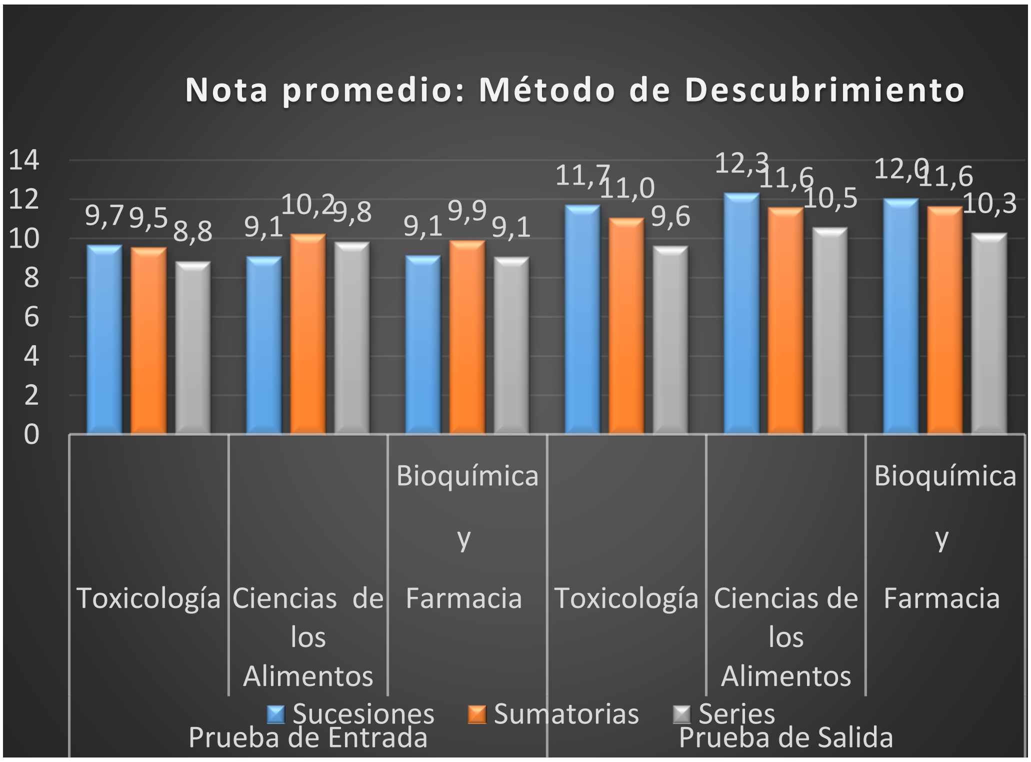
La medición del razonamiento inductivo se realizó mediante las pruebas de E/S, para los temas de sucesiones, sumatorias y series, con los Métodos de Descubrimiento y Polya, obteniéndose, para el Método de Descubrimiento, que en promedio los estudiantes de las tres especialidades tienen menor razonamiento inductivo en el tema de series y la especialidad de Ciencia de los Alimentos presenta una ligera ventaja frente a las otras dos especialidades, tanto en la prueba de E/S, mientras que los estudiantes de la especialidad de Ciencia de los Alimentos tienen mayor razonamiento inductivo en los tres temas; sin embargo, no existe una diferencia significativa entre la prueba de entrada y salida, siendo el máximo de 3,2 puntos en el tema de sucesiones y de sólo 0,2 en el tema de series según la tabla Nº 5 y figura 3..

Tabla No 05 Distribución de medias obtenidas en las pruebas por Especialidad:MED

	Prueba de Entrada			**Prueba de Salida**		
Temas	*Toxicología*	*Ciencia de los Alimentos*	*Farmacia y Bioquímica* .	*Toxicología*	*Ciencia de los Alimentos*	*Farmacia y bioquímica*
Sucesiones	9,7	9,1	9,1	11,7	12,3	12,0
Sumatorias	9,5	10,2	9,9	11,0	11,6	11,6
Series	8,8	9,8	9,1	9,6	10,5	10,3

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 3: Nota promedio - MED



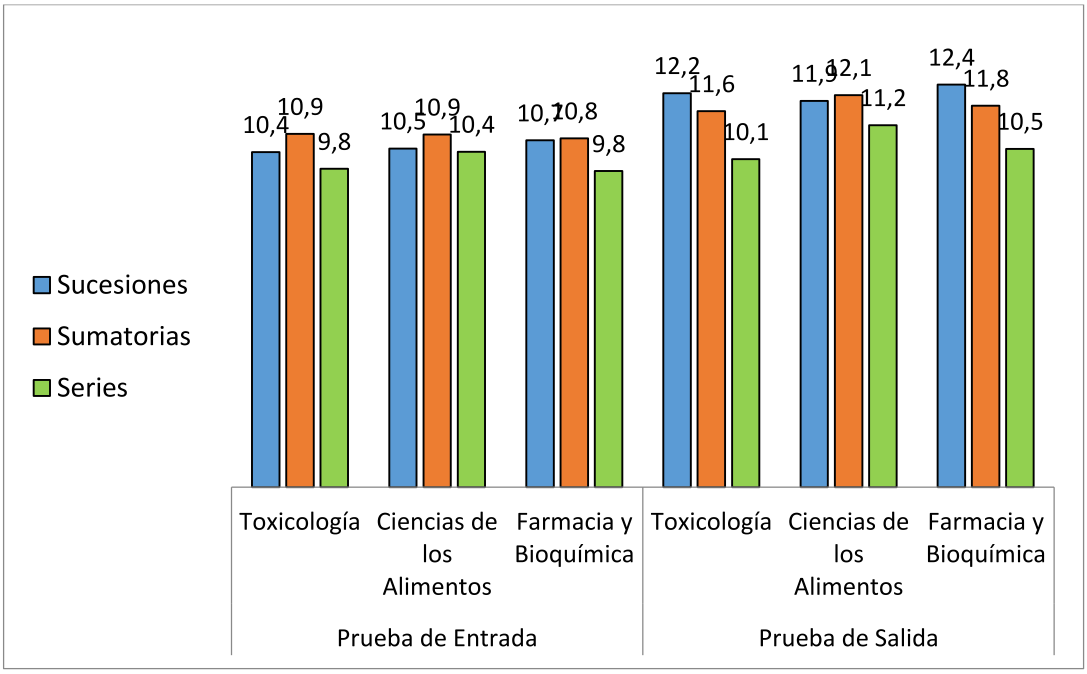
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Para el MED en promedio los alumnos de las 3 especialidades es menor en el tema de series y la especialidad de CCAA, tiene una ligera ventaja frente a Toxicología y FF y BB, en las pruebas de E/S, mientras que los alumnos de CCAA es mayor en los 3 temas: si embargo; no existe una diferencia significativa según tabla Nº 6 y figura 4.

Tabla No 06: Distribución de medidas obtenidas en las pruebas por especialidad–MEP

	Prueba de Entrada			Prueba de Salida		
Temas	**Toxicología**	**Ciencia de los Alimentos**	**Farmacia y Bioquímica** .	**Toxicología**	**Ciencia de los Alimentos**	**Farmacia y Bioquímica**
Sucesiones	10,35	10,46	10,71	12,17	11,93	12,43
Sumatorias	10,91	10,89	10,77	11,61	12,11	11,78
Series	9,83	10,36	9,76	10,13	11,18	10,45

Figura 4 Nota promedio MEP



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Para el MEP se obtuvo que en promedio las 3 especialidades es menor en series, tanto en la prueba de E/S, mientras que las especialidades que son mayores en la prueba de salida en sucesiones son las EAP Toxicología y CCAA, tienen mayor razonamiento inductivo en la prueba de salida. Al utilizar el MEP se encuentra la misma característica, en el razonamiento inductivo de los alumnos, es homogéneo en los 3 temas y en ambas pruebas, no siendo significativo el incremento del nivel de homogeneidad en la prueba de salida, respecto a la prueba de entrada, refiriéndonos sólo a la prueba de salida, la homogeneidad del nivel de razonamiento inductivo oscilan entre 16,74% y 19,14% para sucesiones, entre 14,62% y 16,78% para sumatorias y entre 19,14% y 20,47% para series.

Se determinó también que en sucesiones, el 50% de los estudiantes de 2 especialidades obtuvieron una nota mayor que 12 y 11 que los de CCAA, siendo 18 la nota máxima para Toxicología y FF y BB y 16 en CCAA, para sumatorias el 50% de los estudiantes de 2 especialidades obtuvieron nota mayor que 11 y mayor que 12 los estudiantes de CCAA, siendo 18 la nota máxima para FF y BB y 16 para los estudiantes de Toxicología y CCAA, finalmente para series el 50% de los estudiantes de 2 especialidades obtuvieron nota mayor que 11 y mayor que 10 Toxicología, siendo 18 la nota máxima para la especialidad de FF y BB, 16 para la especialidad CCAA y 15 para los de la especialidad de Toxicología.

En los cuadros comparativos referente al MED en las pruebas de E/S se observa además, que el razonamiento inductivo de los estudiantes de las 3 especialidades es homogéneo en los 3 temas y en ambas pruebas, incrementándose el nivel de homogeneidad en la prueba de salida.

Teniendo en cuenta sólo la prueba de salida, la homogeneidad oscilan entre 15,71% y 20,73% para sucesiones, entre 15,81% y 19,81% para sumatorias y entre 19,57% y 24,05% para series.

Así mismo podemos afirmar que para sucesiones, el 50% de los estudiantes de las 3 especialidades obtuvieron una nota mayor que 11, siendo 17 la nota máxima para la especialidad de FF y BB; para sumatorias y series el 50% de los estudiantes obtuvieron una nota mayor que 10, siendo para sumatorias 18 la nota máxima para la especialidad de FF y BB y 14 para la especialidad de Toxicología , siendo para series 17 la nota máxima para la especialidad de FF y BB y 15 para la especialidad de Toxicología, según se observa en las la tablas 7, 8 y 9.

Tabla No 07: Distribución de las medidas obtenidas en las pruebas según especialidad – Sucesiones -MED

Estadísticos descriptivos	**Prueba de Entrada**			**Prueba de Salida**		
	TOXICO	**CCAA**	**FFBB**	**TOXI**	**CCAA**	**FFBB**
Medi	9,65	9,07	9,11	11,70	12,32	12,03
Interv Intervalo confianza Lím Inf	8,69	8,07	8,64	10,80	11,33	11,65
confí para la media al 95% Lím supr	10,62	10,07	9,59	12,59	13,31	12,41
Medi Mediana	10,00	10,00	10,00	11,00	12,00	11,00
Varia Varianza	4,96	6,66	5,58	4,31	6,52	3,57
Desv. Desviación típica.	2,23	2,58	2,36	2,08	2,55	1,89
Coef. Coef. Variación Porcentual.	23,09	28,46	25,93	17,75	20,73	15,71
Míni Mínimo	5	5	5	8	8	8
Máxi Máximo	15	14	15	16	16	17

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Se observa que los estudiantes de las 3 especialidades que es casi homogéneo, en todos los casos el coeficiente de VP en Sucesiones.

EAP Toxicología de 23,00 al 17,75

EAP CCAA de 28,46 al 20,73

EAP FF y BB de 25,93 al 15,71

Tabla No 08: Distribución de las medidas obtenidas en las pruebas según especialidad - Sumatorias – MED

Estadísticos descriptivos		**Prueba de Entrada**			**Prueba de Salida**		
		TOXICO	**CCAA**	**FFBB**	**TOXI**	**CCAA**	**FFBB**
Medi		9,52	10,21	9,89	11,04	11,57	11,64
Interv Intervalo confianza	Límite inferior	8,40	9,03	9,32	10,29	10,80	11,17
para l para media al 95%	Límite superior	10,64	11,40	10,45	11,80	12,34	12,10
Medi Mediana		10,00	10,00	10,00	11,00	11,00	11,00
Varia Varianza		6,715	9,286	7,872	3,043	3,958	5,316
Desv. Desviación típica.		2,591	3,047	2,806	1,745	1,989	2,306
Coef. Coef. Variación Porcentual.		27,22	29,84	28,37	15,81	17,19	19,81
Míni Mínimo		5	5	5	8	8	8
Máxi Máximo		14	15	16	14	16	18

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Se observa que los estudiantes de las 3 especialidades que es casi homogéneo, en todos los casos el coeficiente de VP en Sumatorias.

EAP Toxicología de 27,22 al 17,75

EAP CCAA de 29,84 al 17,19

EAP FF y BB de 28,37 al 19,81

Tabla No 09: Distribución de las medidas obtenidas en las pruebas según especialidad - Series –MED

Estadísticos descriptivos			**Prueba de Entrada**			**Prueba de Salida**		
			TOXICO	**CCAA**	**FFBB**	**TOXICO**	**CCAA**	**FFBB**
Medi			8,83	9,82	9,05	9,61	10,54	10,27
	Intervalo confían	Límite inferior	7,85	8,93	8,56	8,61	9,74	9,77
para	para media al 95%	Límite superior	9,80	10,71	9,55	10,61	11,34	10,76
Me	Mediana		8,00	10,00	9,00	10,00	10,00	10,00
Vari	Varianza		5,06	5,26	6,01	5,34	4,26	6,05
Desv.	Desviación típica.		2,25	2,29	2,45	2,31	2,06	2,46
Coef.	Coef. Variación Porcentual.		25,47	23,36	27,08	24,05	19,57	23,95
Míni	Mínimo		5	6	5	5	8	1
Máxi	Máximo		13	15	16	15	16	17

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Se observa que los estudiantes de las tres especialidades que es casi homogéneo, en todos los casos el coeficiente de VP en el tema de Series.

EAP Toxicología de 25,47 al 24,05

EAP CCAA de 23,36 al 19,57

EAP FF y BB de 27,08 al 23,95

Al utilizar el MEP, se encuentra la misma característica, que el razonamiento inductivo de los estudiantes de las tres especialidades es homogéneo en los tres temas y en ambas pruebas, siendo significativo el incremento del nivel de homogeneidad en la prueba de salida, respecto a la prueba de entrada.

Refiriéndonos sólo a la prueba de salida, la homogeneidad del nivel de razonamiento inductivo oscilan entre:

16,74% y 19,14% en sucesiones.

14,62% y 16,78% en sumatorias y

19,14% y 20,47% en series.

En sucesiones, el 50% de los alumnos de dos especialidades obtuvieron una nota mayor que 12 y mayor que 11 los de la especialidad de CCAA siendo 18 la nota máxima para las especialidades de Toxicología y de FFF y BB y 16 para la especialidad de CCAA.

En sumatorias el 50% de los estudiantes de 2 especialidades obtuvieron nota mayor que 11 y mayor que 12 los estudiantes de la especialidad CCAA, siendo 18 la nota máxima para la especialidad de FF y BB y 16 para los estudiantes de las especialidades de Toxicología y CCAA.

En series el 50% de los estudiantes de 2 especialidades obtuvieron nota mayor que 11 y mayor que 10 la especialidad de Toxicología, siendo 18 la nota máxima para la especialidad de FF y BB, 16 para la especialidad de CCAA y 15 para los de la especialidad de Toxicología según las tablas 10,11 y 12.

Tabla No 10: Distribución de las medidas obtenidas en las pruebas según especialidad - Sucesiones – MEP

Estadísticos descriptivos			**Prueba de Entrada**			**Prueba de Salida**		
			TOXICO	**CCAA**	**FFBB**	**TOXICO**	**CCAA**	**FFBB**
Med			10,35	10,46	10,71	12,17	11,93	12,43
Int Int	Intervalo confianza	Límite inferior	9,66	9,83	10,32	11,17	11,10	12,01
para l	para media al 95%	Límite superior	11,03	11,10	11,10	13,18	12,76	12,85
Medi	Mediana		10,00	10,00	10,00	12,00	11,00	12,00
Varia	Varianza		2,51	2,70	3,79	5,42	4,59	4,33
Desv.	Desviación típica.		1,58	1,64	1,95	2,33	2,14	2,08
Coef.	Coef. Variación Porc.		15,30	15,72	18,18	19,14	17,60	16,74
Míni	Mínimo		8	5	6	10	8	8
Máxi	Máximo		14	13	16	18	16	18

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Se observa que los estudiantes de las 3 especialidades que es casi homogéneo, en todos los casos el coeficiente de VPI en Sucesiones.

EAP Toxicología de 15,30 al 19,14

EAP CCAA de 15,72 al 17,60

EAP FF y BB de 18,18 al 16,74

Tabla No 11: Distribución de las medidas obtenidas en las pruebas según especialidad - Sumatorias – MEP

Estadísticos descriptivos		**Prueba de Entrada**			**Prueba de Salida**		
		TOXICO	**CCAA**	**FFBB**	**TOXICO**	**CCAA**	**FFBB**
Medi		10,91	10,89	10,77	11,61	12,11	11,78
Interv Intervalo confianza	Límite inferior	9,99	10,32	10,48	10,77	11,42	11,41
para l para media al 95%	Límite superior	11,83	11,46	11,06	12,45	12,79	12,16
Medi Mediana		10,00	11,00	11,00	11,00	12,00	11,00
Varia Varianza		4,54	2,17	2,07	3,79	3,14	3,40
Desv. Desviación típica.		2,13	1,47	1,44	1,95	1,77	1,84
Coef. Coef. Variación Porcentual.		19,52	13,54	13,37	16,78	14,62	15,65
Míni Mínimo		8	8	8	10	10	8
Máxi Máximo		15	14	15	16	16	18

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Se observa que los estudiantes de las 3 especialidades que es casi homogéneo, en todos los casos el coeficiente de VP en Sumatorias.:

EAP Toxicología de 19,52 al 16,78

EAP CCAA de 13,54 al 14,62

EAP FF y BB de 13,37 al 15,65

Tabla No 12: Distribución de las medidas obtenidas en las pruebas según especialidad - Series – MEP

Estadísticos descriptivos			**Prueba de Entrada**			**Prueba de Salida**		
			TOXICO	**CCAA**	**FFBB**	**TOXICO**	**CCAA**	**FFBB**
Medi			9,83	10,36	9,76	10,13	11,18	10,45
	Intervalo confianza	Límite inferior	8,87	9,62	9,33	9,23	10,31	10,05
para l	para media al 95%	Límite superior	10,78	11,10	10,20	11,03	12,05	10,86
Med	Mediana		10,00	10,00	10,00	10,00	11,00	11,00
VariV	Varianza		4,88	3,65	4,68	4,30	5,04	4,00
Desv.	Desviación típica.		2,21	1,91	2,16	2,07	2,25	2,00
Coef.	Coef Variación Porcentual.		22,46	18,43	22,17	20,47	20,08	19,14
Míni	Mínimo		5	6	5	5	8	5
Máxi	Máxio		14	14	16	15	16	18

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Se observa que los estudiantes de las 3 especialidades que es casi homogéneo, en todos los casos el coeficiente de VP en Series.:

EAP Toxicología de 22,46 al 20,47

EAP CCAA de 18,43 al 20,08

EAP FF y BB de 22,17 al 19,14

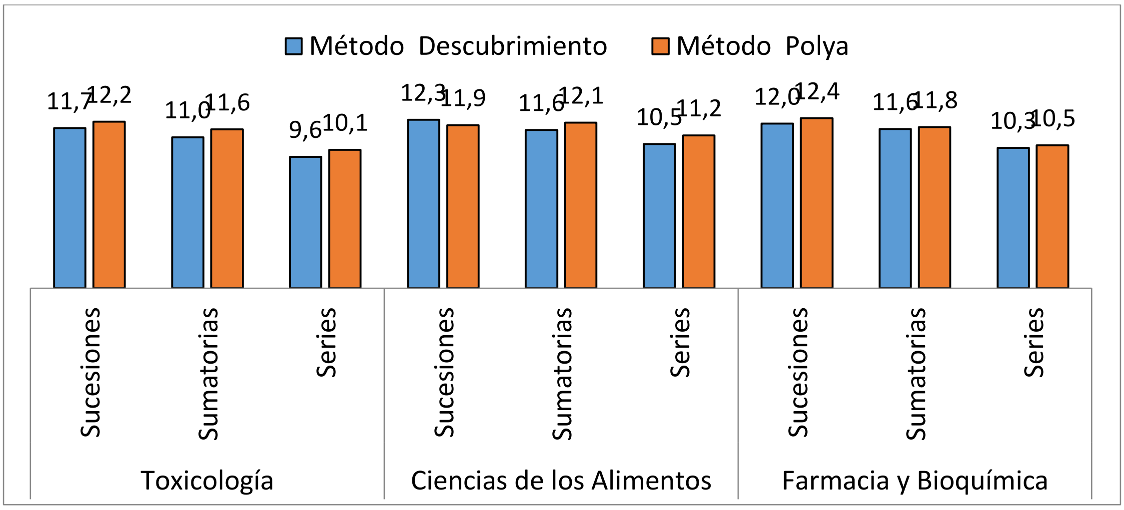
Tabla No 13: Promedios obtenidos en pruebas de salida especialidad según, temas y MED y MEP

Escuela Académico Profesional	Temas	Método Descubrimiento	Método Polya
Toxicología	Sucesiones	11,70	12,17
	Sumatorias	11,04	11,61
	Series	9,61	10,13
Ciencias de los Alimentos	Sucesiones	12,32	11,93
	Sumatorias	11,57	12,11
	Series	10,54	11,18
Farmacia y Bioquímica	Sucesiones	12,03	12,43
	Sumatorias	11,64	11,78
	Series	10,27	10,45

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Las notas obtenidas en las pruebas de salida para los métodos MED y MEP, en forma comparativa para los estudiantes de las EAP, se observa que el nivel de razonamiento es bajo, dado que los promedios oscila entre 9,61 y 12,32 para el MED y entre 10,13 y 12,43 para el MEP, los que referidos a los niveles fijados para la presente investigación los estudiantes se encuentran en el nivel de proceso de E/A, existiendo una ligera ventaja hacia el MEP, según la tabla No 13 y figura 5.

Figura 5 Promedios pruebas de salida temas especialidad y MED - MEP



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Las notas en pruebas de salida para MED y MEP, en forma comparativa en los alumnos de las 3 EAP, se observa que el nivel es bajo, se hallan en proceso de aprendizaje, hay una ligera ventaja hacia el MEP, tanto para el MED como el MEP, el nivel de aprendizaje de los estudiantes de las 3 especialidades es homogéneo en los 3 temas en estudio, en el 1er caso oscila entre 15,71% y 24,05%, y en el 2º caso oscila entre 14,62% y 20,47%. Así mismo se observa para ambos métodos, en promedio para todos los temas y las 3 EAP, que el 50% de los estudiantes obtuvieron una nota mayor que 11, siendo para el MED 18 la nota máxima en sumatorias y 01 la nota mínima en series, ambos para la especialidad de FF y BB. Mientras que para el MEP es 18 la nota máxima en sucesiones para Toxicología y los 3 temas en FF y BB; y la nota mínima 05 en series en Toxicología y FF y BB que se observan.

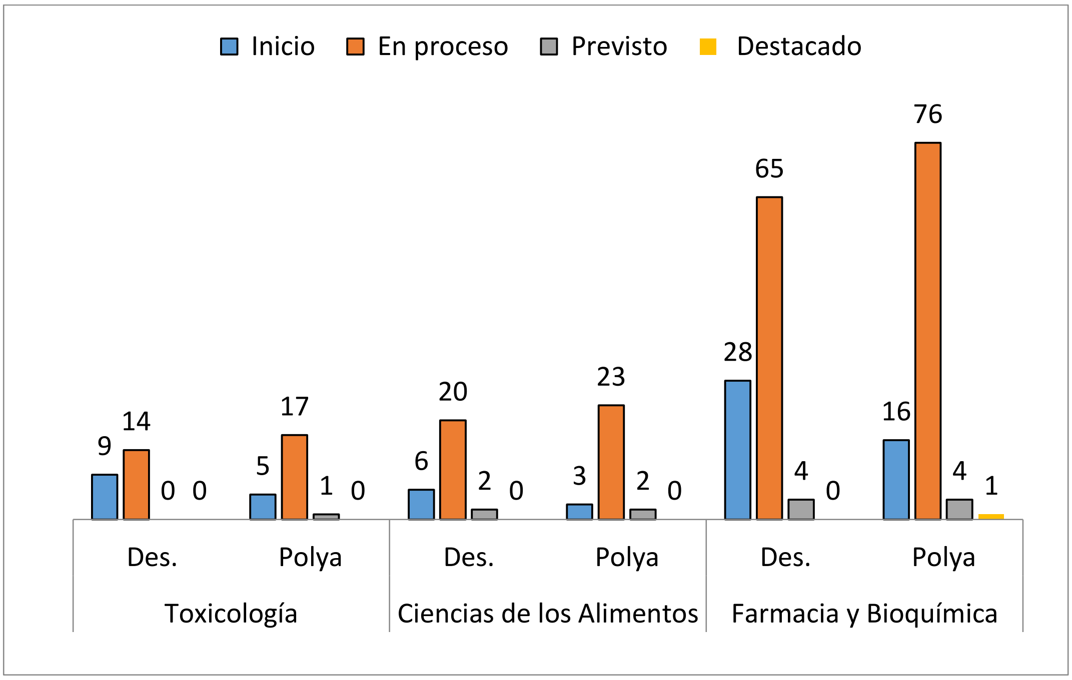
5.1.2. Niveles de logro de aprendizaje de series

Tabla No 14 : Niveles de logro de aprendizaje con MED y MEP

Escala		Escuelas Académico Profesionales							
Intervalo	**Nominal**	**Toxicología**		**Ciencias de los Alimentos**		**Farmacia y Bioquímica**		**TOTAL**	
		Des.	**Polya**	**Des.**	**Polya**	**Des.**	**Polya**	**Des.**	**Polya**
0 - 10	Inicio	9	5	6	3	28	16	43	24
11 - 13	En proceso	14	17	20	23	65	76	99	116
14 - 16	Previsto	0	1	2	2	4	4	6	7
17 - 20	Destacado	-	0	-	0	-	1	-	1
TOTAL		**23**		**28**		**97**		**148**	

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 6. Número de estudiantes por especialidad y Metodología



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

La mayoría de alumnos, se encuentran en proceso; además se observa que en las 3 especialidades es con el MEP que se obtienen mayores logros frente al MED.

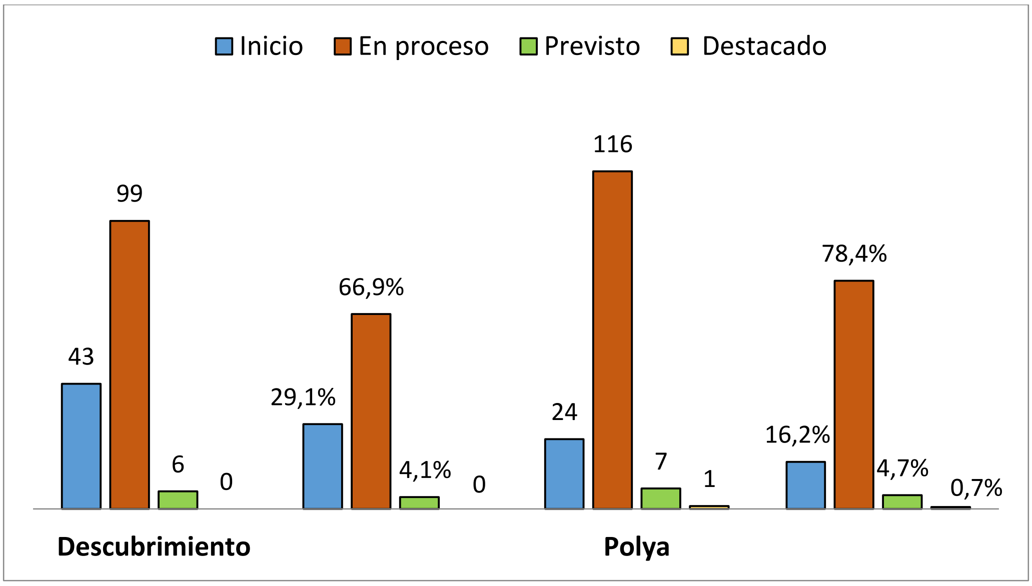
Tabla No 15: MED y MEP

Escala		Frecuencia		Porcentual	
Intervalo	**Nominal**	**Descubrimiento**	**Polya**	**Descubrimiento**	**Polya**
0 - 10	Inicio	43	24	29,1	16,2
11 - 13	En proceso	99	116	66,9	78,4
14 - 16	Previsto	6	7	4,1	4,7
17 - 20	Destacado	-	1	-	0,7
Total		**148**	**148**	**100,0**	**100,0**

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

La mayoría de estudiantes, 99 con el MED y 116 con el MEP, se encuentran en proceso; tienen una nota entre 11 y 13. En las 3 EAP y con el MEP que se obtienen mayores logros frente al MED.

Figura 7 . Resultados MED y MEP



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

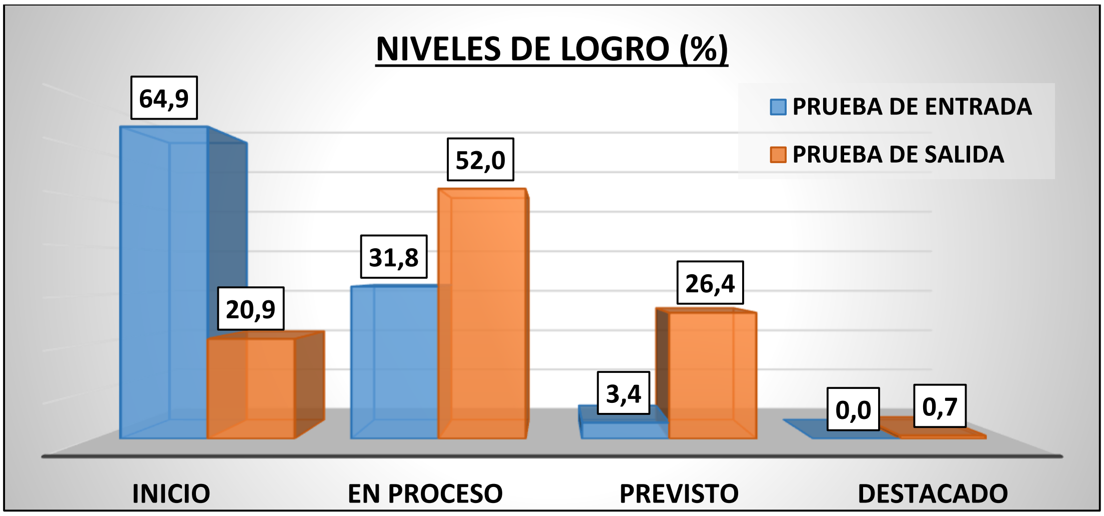
En las 3 EAP con el MEP se obtienen mayores logros de aprendizaje frente al MED, según las pruebas de E/S para el MED en forma comparativa, en sucesiones para 148 estudiantes, se observa que el 43,9% de los estudiantes que se encontraban en el nivel de inicio superan este nivel y los otros niveles se incrementan, esto por la migración de los estudiantes que superan el nivel próximo inferior.

Tabla No 17: Niveles de logro categorías y rango – Sucesiones –MED

	NIVELES DE LOGRO									
CATEGORÍA	**EN INICIO**		**EN PROCESO**		**PREVISTO**		**DESTACADO**		**TOTAL**	
RANGO	**(00-10)**		**(11-13)**		**(14-16)**		**(17-20)**			
	n	**%**	**n**	**%**	**N**	**%**	**n**	**%**	**n**	**%**
PRUEBA ENTRADA	96	64,9	47	31,8	5	3,4	0	0,0	148	100,0
PRUEBA SALIDA	31	20,9	77	52,0	39	26,4	1	0,7	148	100,0
VARIACIÓN (%)	- 43,9		20,3		23,0		0,7			
CONCLUSIÓN	**DISMINUYÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**			

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 8: Pruebas E/S – MED - Sucesiones (%)



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

MED P de E;96 (64.9 %) y P de S 31(20.9 %) Vp=-43.9%-**En Inicio** (Disminuyó)
P de E;47(31.8 %) y P de S 77 (52 %) Vp = 20.3 % - **En Proceso** (Aumentó)
P de E;5 (3.4 %) y P de S 39 (26.2 %) Vp = 23 % – **Previsto** (Aumentó)
P de E; 0 (0 %) y P de S 1 (0.7%) Vp = 0.7 % – **Destacado** (Aumentó)

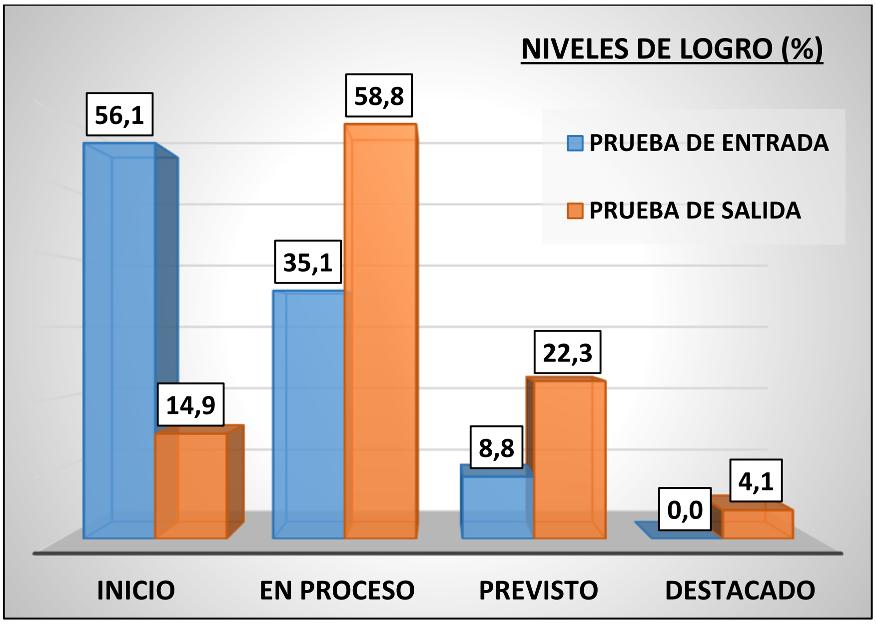
Para los niveles de logro según las pruebas de E/S por el MED en forma comparativa, en sucesiones para los alumnos de las 3 EAP, se observa que el 43,9% de los alumnos que se encontraban en el nivel de inicio superan este nivel y los otros niveles se incrementan, esto por la migración de los estudiantes que superan el nivel próximo inferior.

Tabla No 18 Niveles de logro categorías y rango – Sucesiones - MEP

CATEGORÍA	**EN INICIO**		**EN ROCESO**		**PREVISTO**		**DESTACADO**		**TOTAL**	
RANGO	**(00-10)**		**(11-13)**		**(14-16)**		**(17-20)**			
	n	**%**	**n**	**%**	**N**	**%**	**n**	**%**	**N**	**%**
PRUEBA ENTRADA	83	56,1	52	35,1	13	8,8	0	0,0	148	100,0
PRUEBA SALIDA	22	14,9	87	58,8	33	22,3	6	4,1	148	100,0
VARIACIÓN (%)	-41,2		23,6		13,5		4,1			
CONCLUSIÓN	**DISMINUYÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**			

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 9: pruebas de E/S – MEP – Sucesiones (%)



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

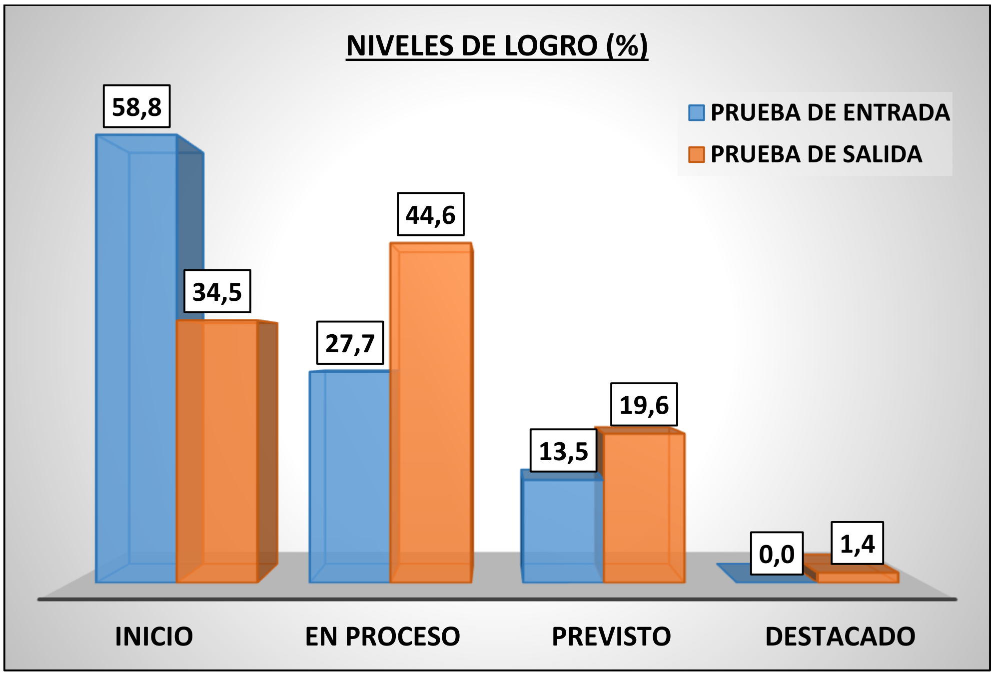
MEP P de E;83 (56.1%) y P de S 22 (14.9%) Vp=-41.2-**En Inicio** (Disminuyó)
P de E;52 (35.1%) y P de S 87 (58.8 %) Vp = 23.6 % - **En Proceso** (Aumentó)
P de E;13 (8.8 %) y P de S 33 (23.3 %) Vp = 13.5 % – **Previsto** (Aumentó)
P de E; 0 (0 %) y P de S 6 (4.1 %) Vp= 4.1 % – **Destacado** (Aumentó).

Tabla No 19 Niveles de logro categorías y rango – Sumatorias – MED

CATEGORÍA RANGO	INICIO (00-10)		PROCESO (11-13)		PREVISTO (14-16)		DESTACADO (17-20)		TOTAL	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
PRUEBA DE ENTRADA	87	58,8	41	27,7	20	13,5	0	0,0	148	100,0
PRUEBA DE SALIDA	51	34,5	66	44,6	29	19,6	2	1,4	148	100,0
VARIACIÓN (%)	-24,3		16,9		6,1		1,4			
CONCLUSIÓN	**DISMINUYÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**			

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

***Figura 10 : Pruebas de E/S MED - Sumatorias* (%)**



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

MED P de E;87 (58.8%) y P de S 51 (34.5 %) Vp=-24,3-**En Inicio** (Disminuyó)

P de E;41 (27.7 %) y P de S 66 (44.6 %) Vp = 16.9 % - **En Proceso** (Aumentó)

P de E;20 (13.5 %) y P de S 29 (19.6 %) Vp = 6.1 % – **Previsto** (Aumentó)

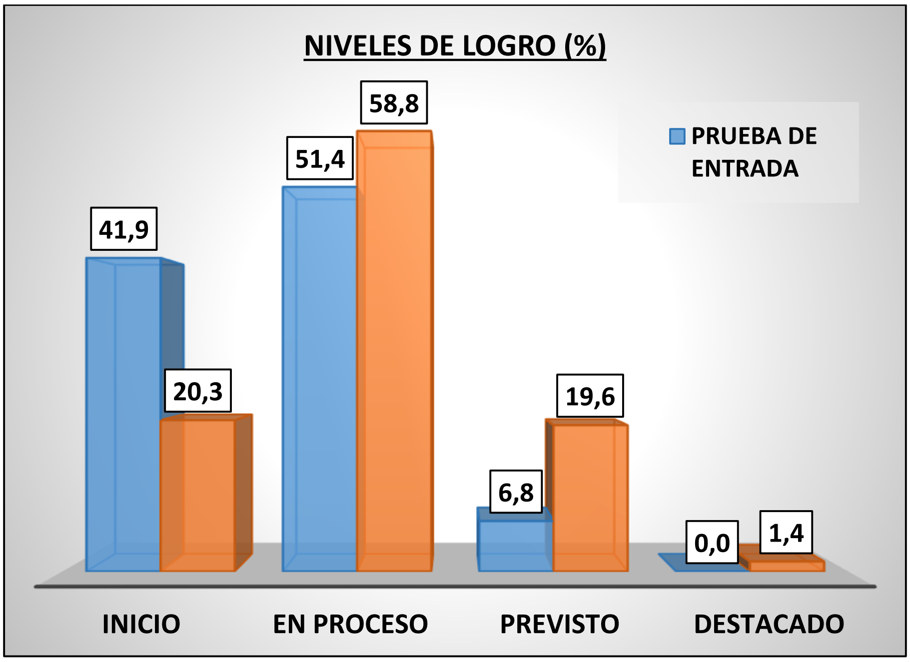
P de E; 0 (0 %) y P de S 2 (1.4 %) Vp = 1.4 % – **Destacado** (Aumentó)

Tabla No 20 Niveles de logro por categorías y rango–Sumatorias – MEP

	NIVELES DE LOGRO									
CATEGORÍA	**EN INICIO**		**EN PROCESO**		**PREVISTO**		**DESTACADO**		**TOTAL**	
RANGO	**(00-10)**		**(11-13)**		**(14-16)**		**(17-20)**			
	n	**%**	**n**	**%**	**N**	**%**	**n**	**%**	**n**	**%**
PRUEBA DE ENTRADA	62	41,9	76	51,4	10	6,8	0	0,0	148	100,0
PRUEBA DE SALIDA	30	20,3	87	58,8	29	19,6	2	1,4	148	100,0
VARIACIÓN (%)	-21,6		7,4		12,8		1,4			
CONCLUSIÓN	**DISMINUYÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**			

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

***Figura 11: pruebas de E/S – MEP - Sumatorias* (%)**



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

MEP P de E;62 (41.9 %) y P de S 30 (20.3 %) Vp=-21,6-**En Inicio** (Disminuyó)
P de E;76 (51.4 %) y P de S 87 (58.8 %) Vp = 7.4 % - **En Proceso** (Aumentó)
P de E;10 (6.8 %) y P de S 29 (19.6 %) Vp = 12.8 % – **Previsto** (Aumentó)
P de E; 0 (0 %) y P de S 2 (1.4 %) Vp = 1.4 % – **Destacado** (Aumentó)

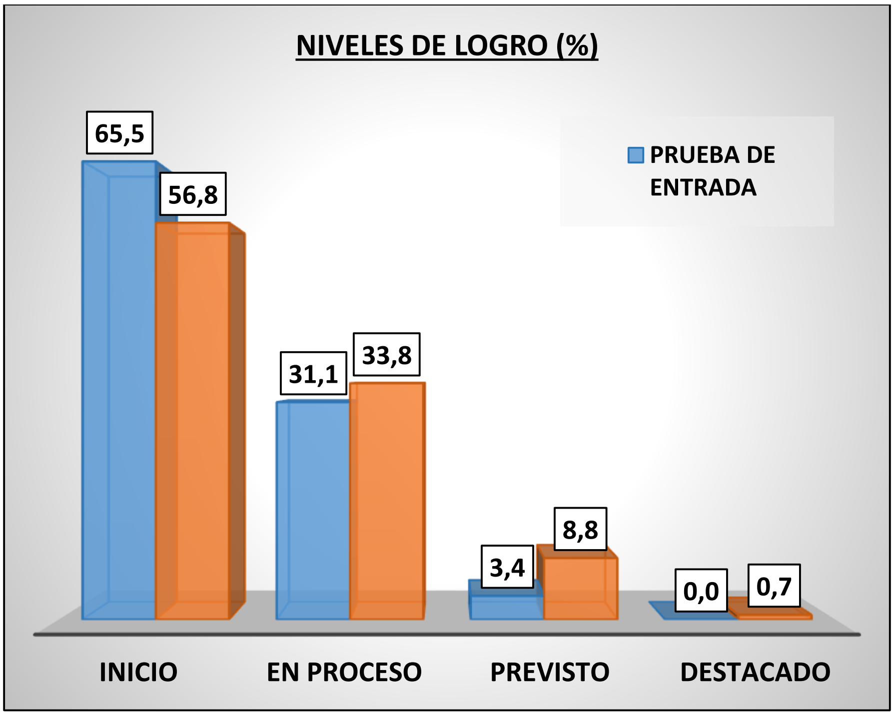
Tabla No 21 Niveles de logro por categorías y rango–Series–MED(%)

NIVELES DE LOGRO

CATEGORÍA	EN INICIO		EN PROCESO		PREVISTO		DESTACADO		TOTAL	
RANGO	(00-10)		(11-13)		(14-16)		(17-20)			
	N	%	N	%	N	%	n	%	n	%
PRUEBA DE ENTRADA	97	65,5	46	31,1	5	3,4	0	0,0	148	100,0
PRUEBA DE SALIDA	84	56,8	50	33,8	13	8,8	1	0,7	148	100,0
VARIACIÓN (%)	- 8,8		2,7		5,4		0,7			
CONCLUSIÓN	**DISMINUYÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**			

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 12: Pruebas de E/S-MED - Series (%)



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

MED P de E;97 (65.5 %) y P de S 84 (56.8 %) Vp=-8.8-**En Inicio** (Disminuyó)

P de E;46(31.1 %) y P de S 50 (33.8 %) Vp = 2.7 % - **En Proceso** (Aumentó)

P de E;5 (3.4 %) y P de S 13 (8.8 %) Vp = 5.4 % – **Previsto** (Aumentó)

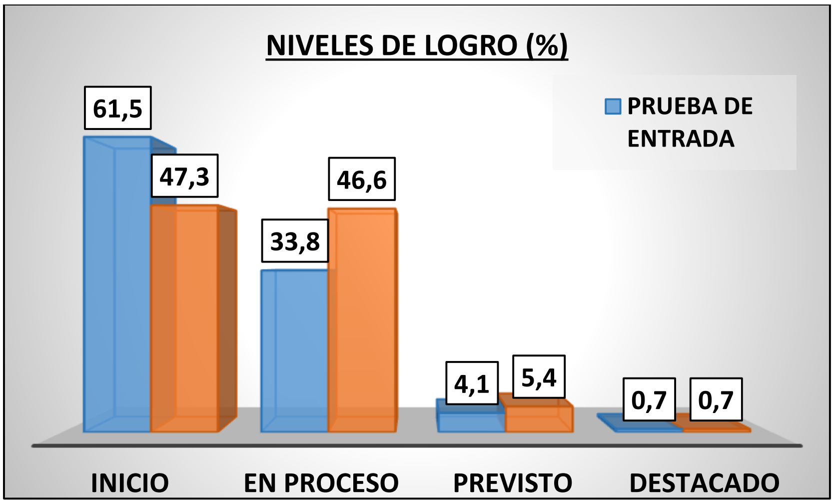
P de E; 0 (0 %) y P de S 1 (0.74 %) Vp = 0.7 % – **Destacado** (Aumentó)

Tabla 22 ***Niveles de logro por categorías y rango – Series – MEP (%)***

NIVELES DE LOGRO										
CATEGORÍA	**EN INICIO**		**EN PROCESO**		**PREVISTO**		**DESTACADO**		**TOTAL**	
RANGO	**(00-10)**		**(11-13)**		**(14-16)**		**(17-20)**			
	n	**%**	**n**	**%**	**N**	**%**	**n**	**%**	**n**	**%**
PRUEBA DE ENTRADA	91	61,5	50	33,8	6	4,1	1	0,7	148	100,0
PRUEBA DE SALIDA	70	47,3	69	46,6	8	5,4	1	0,7	148	100,0
VARIACIÓN (%)	-14,2		12,8		1,4		0,0			
CONCLUSIÓN	**DISMINUYÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**		**AUMENTÓ**			

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 13: Pruebas de E/S – MED – Series (%)



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

MED P de E;91 (61.5 %) y P de S 70 (47.3 %) Vp=-14.2-**En Inicio** (Disminuyó)
P de E;50(33.8 %) y P de S 69 (49.6 %) VP = 12.8 % - **En Proceso** (Aumentó)
P de E;6 (4.1 %) y P de S 8 (5.4 %) VP = 1.4 % – **Previsto** (Aumentó)
P de E; 1 (0.7 %) y P de S 1 (0.7 %) VP = 0.7 % – **Destacado** (Aumentó)

Los niveles de logro según las pruebas de E/S por el MEP, en series, los alumnos de las EAP de FF y BB, Toxicología y CCAA, muestra también que sólo el 14,2% de los que tienen nivel inicial lo superan y pasan al nivel de en Proceso.

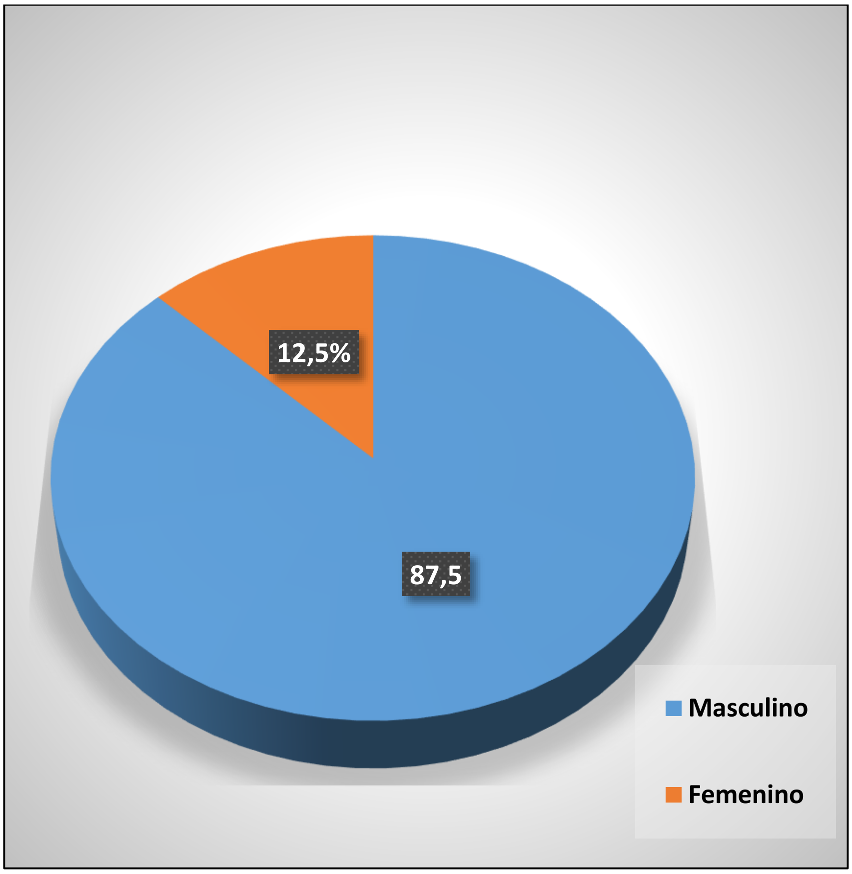
5.1.3 Resultados de la encuesta a Docentes que dictan el curso de Matemática I y II en las tres EAP de FFBB de la UNMSM sobre la percepción que tienen acerca del manejo de series

Tabla No 23 Docentes que dictan los cursos de Matemática I y II (%)

SEXO	n	%
Masculino	7	87.5
Femenino	1	12.5
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 14 : Docentes según sexo **(%)**



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

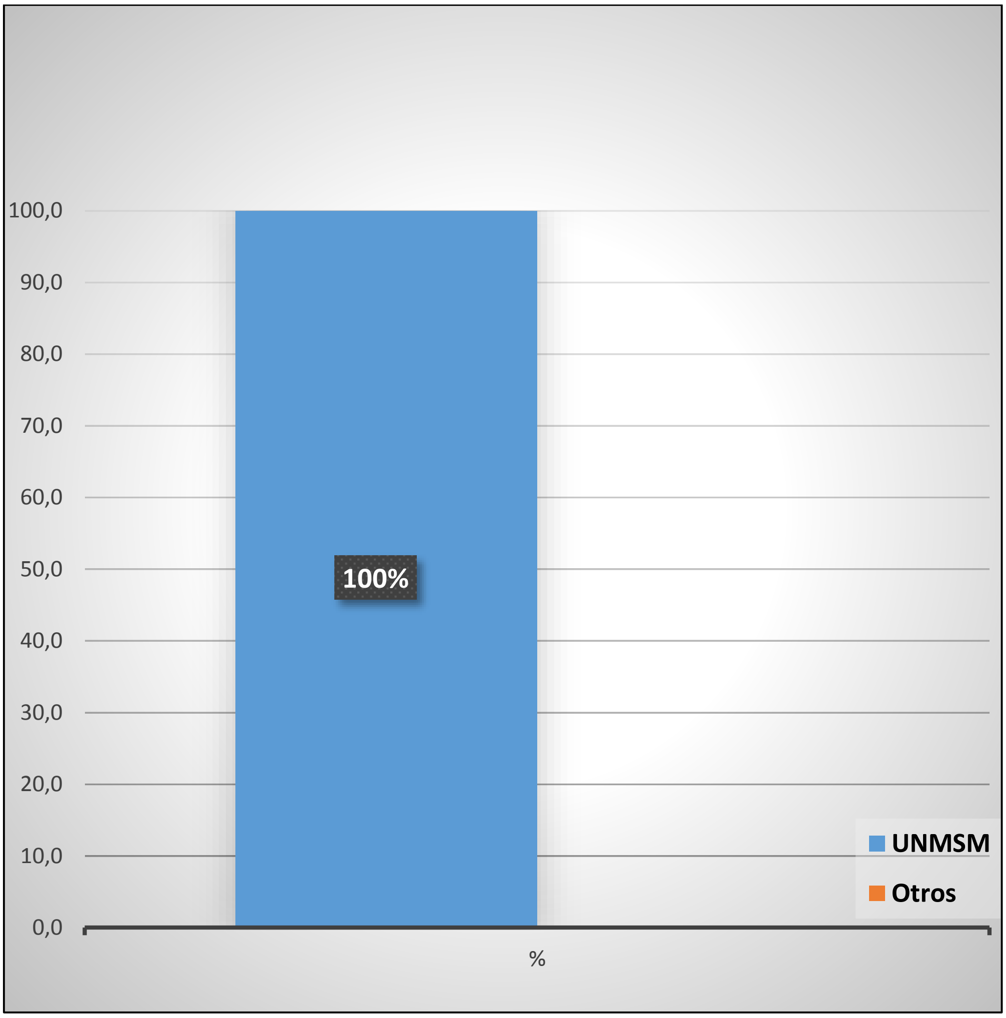
Siete profesores del sexo masculino representan el 87.5% y una profesora representa el 12,5%, dictan los cursos de Matemática I y II.

Tabla No 24 Estudios realizados por docentes (%)

ESTUDIOS	N	%
UNMSM	8	100.0
Otros	0	0.0
TOTAL	**8**	**100.0**

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

***Figura 15: Estudios realizados*.**



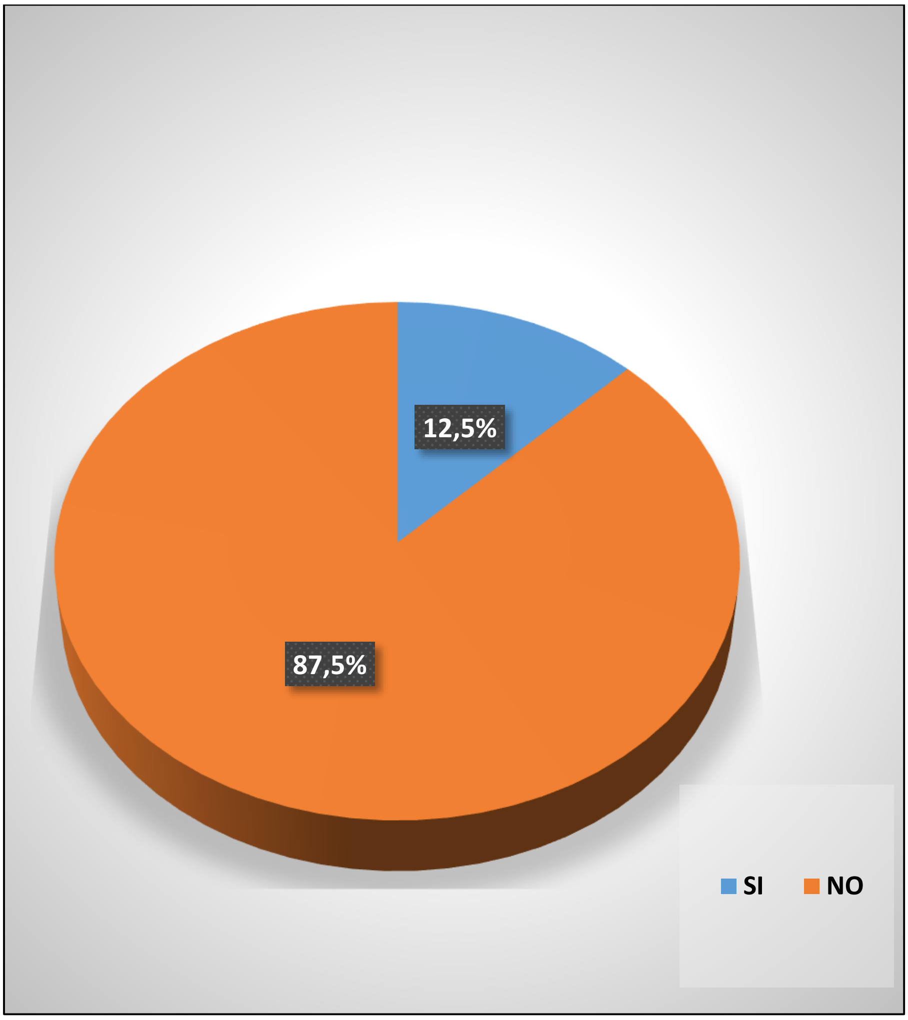
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 25 ¿A su criterio los estudiantes manejan el concepto de sucesión?

Pregunta 1	N	%
SI	1	12.5
NO	7	87.5
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

***Figura 16*. Percepción sobre manejo de series**



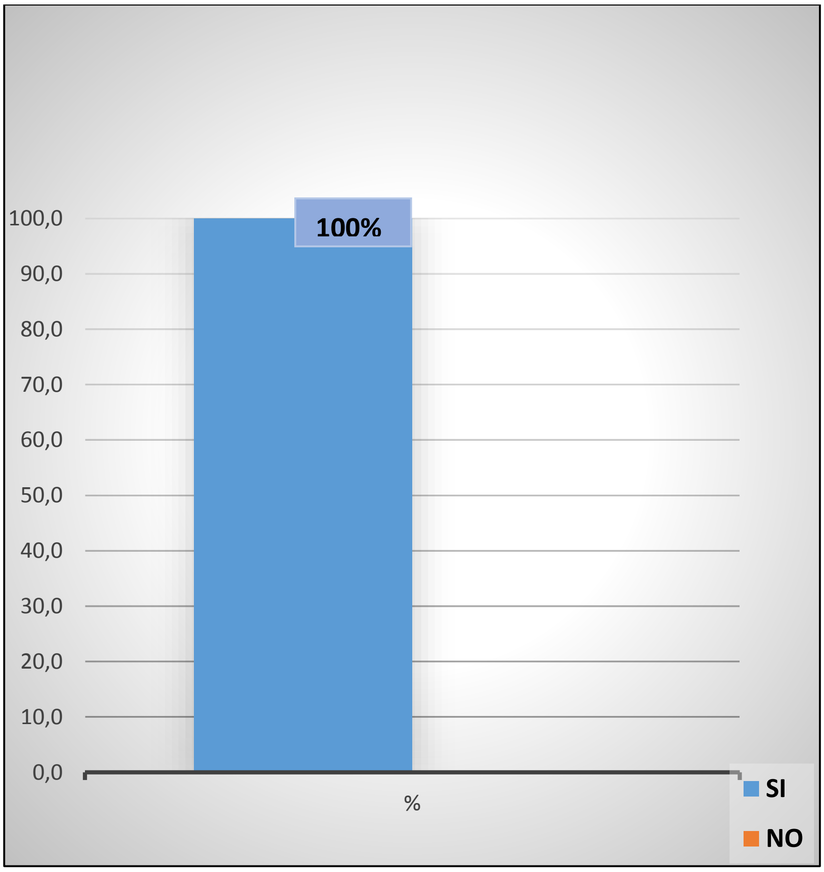
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 26 ¿Es importante el estudio de las sucesiones, sumatorias y series?

Pregunta 2	n	%
SI	8	100.0
NO	0	0.0
TOTAL	**8**	**100.0**

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 17 : Importancia del estudio de Sucesiones, sumatorias y series



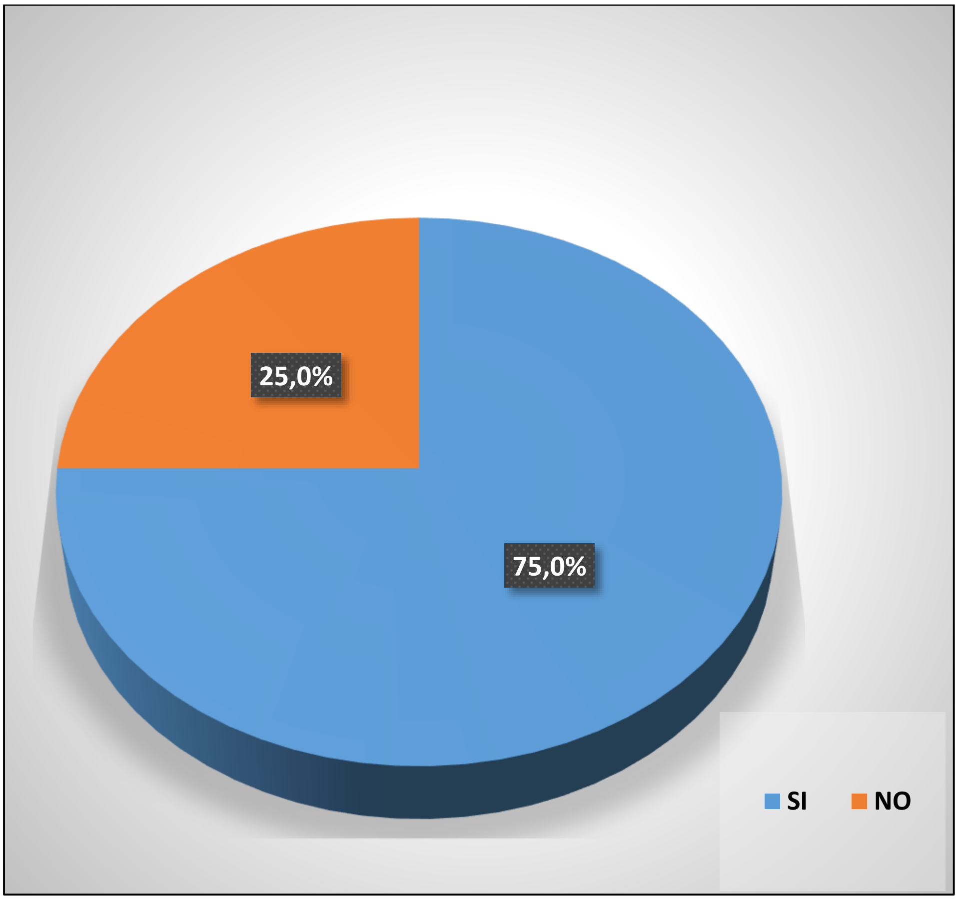
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 27 ¿Ha desarrollado el tema de series en los cursos de Matemática I y Matemática II?

Pregunta 3	n	%
SI	6	75,0
NO	2	25,0
TOTAL	8	100,0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 18 : Desarrollo del tema de series



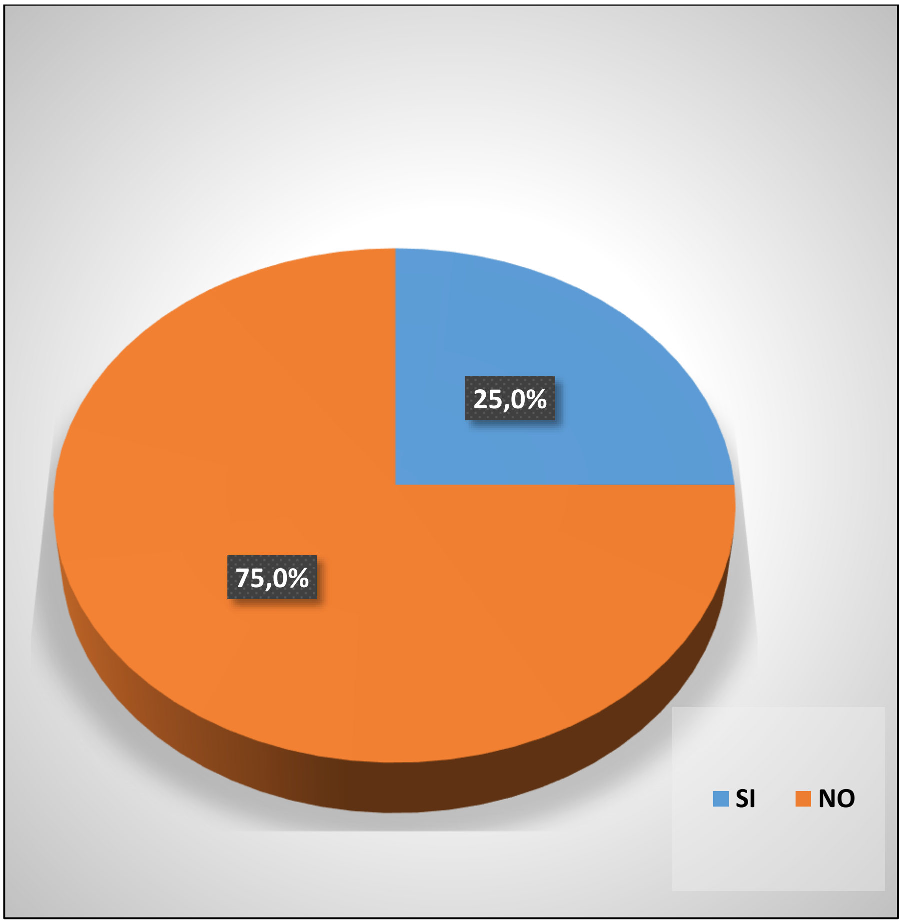
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 28 **¿En el proceso de enseñanza aprendizaje los alumnos saben que la sucesión es una función?**

Pregunta 4	n	%
SI	2	25.0
NO	6	75.0
TOTAL	**8**	**100.0**

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 19: Desarrollo del tema de Series



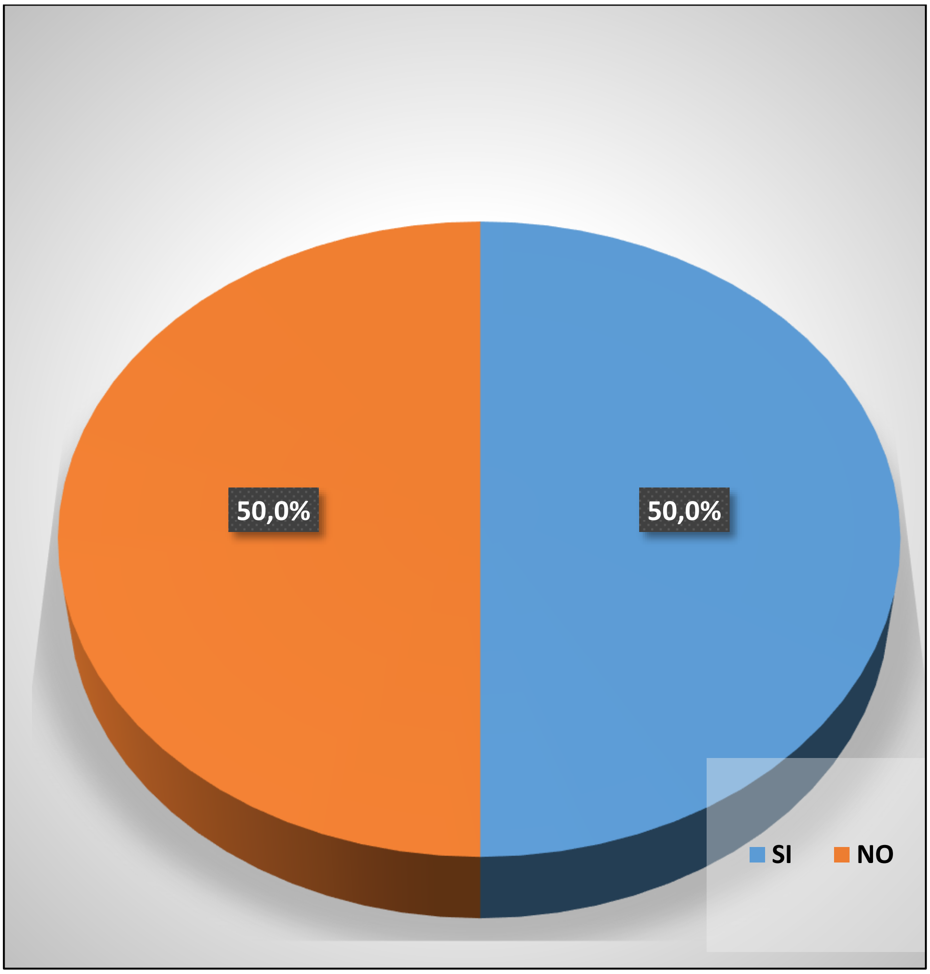
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 29 ¿Los alumnos que llevan los cursos de Matemática I y II. Consideran que la sumatoria es una serie?

Pregunta 6	n	%
SI	4	50.0
NO	4	50.0
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 20: Percepción sobre concepto de sucesión y serie



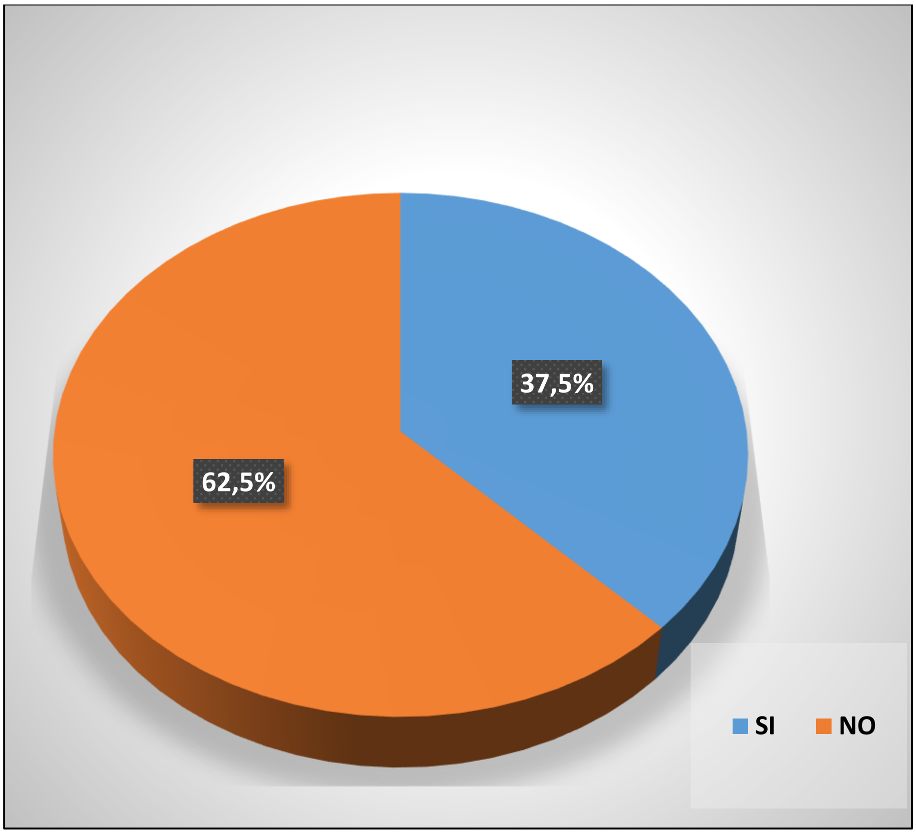
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 30 ¿Los alumnos encuentran una relación entre la sucesión, sumatoria y serie?

Pregunta 7	n	%
SI	3	37.5
NO	5	62.5
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 21. Relación entre sucesión sumatoria y serie



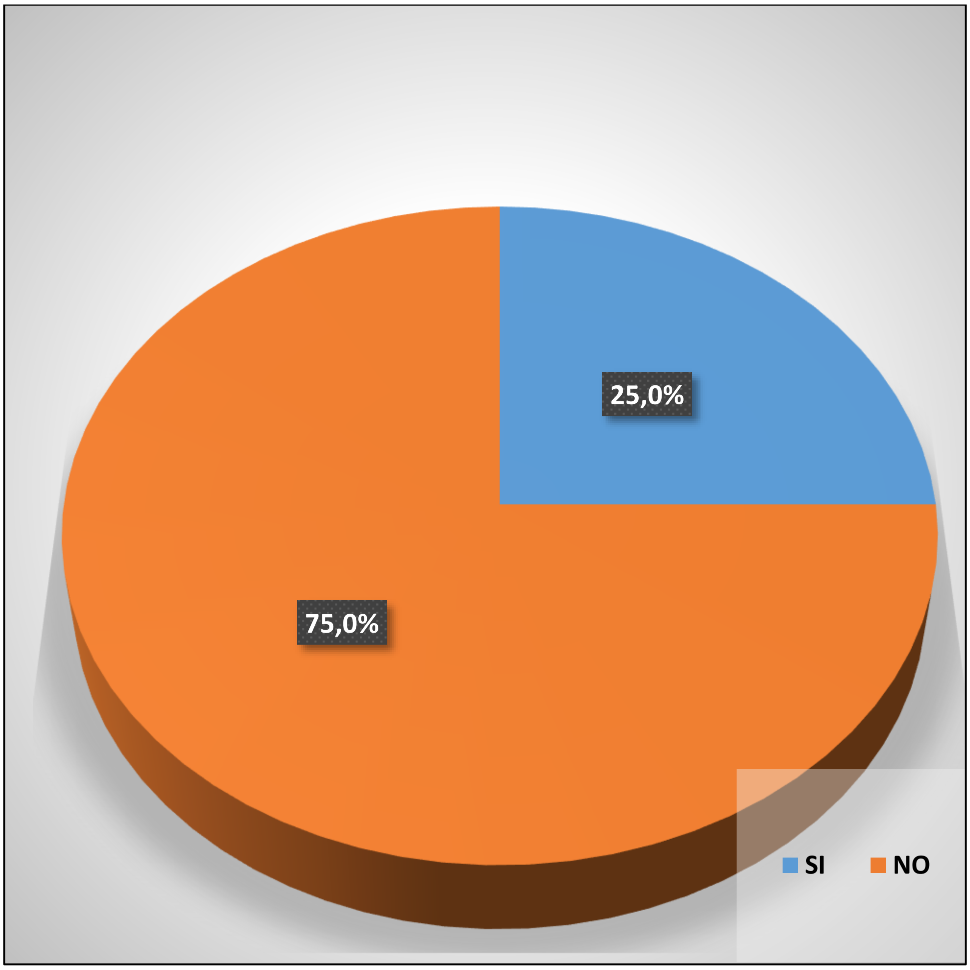
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 31 ¿Desarrollan los estudiantes ejercicios de límites y series de potencias?

Pregunta 8	N	%
SI	2	25.0
NO	6	75.0
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura No 22. Desarrollo de límites y serie de potencias por alumnos



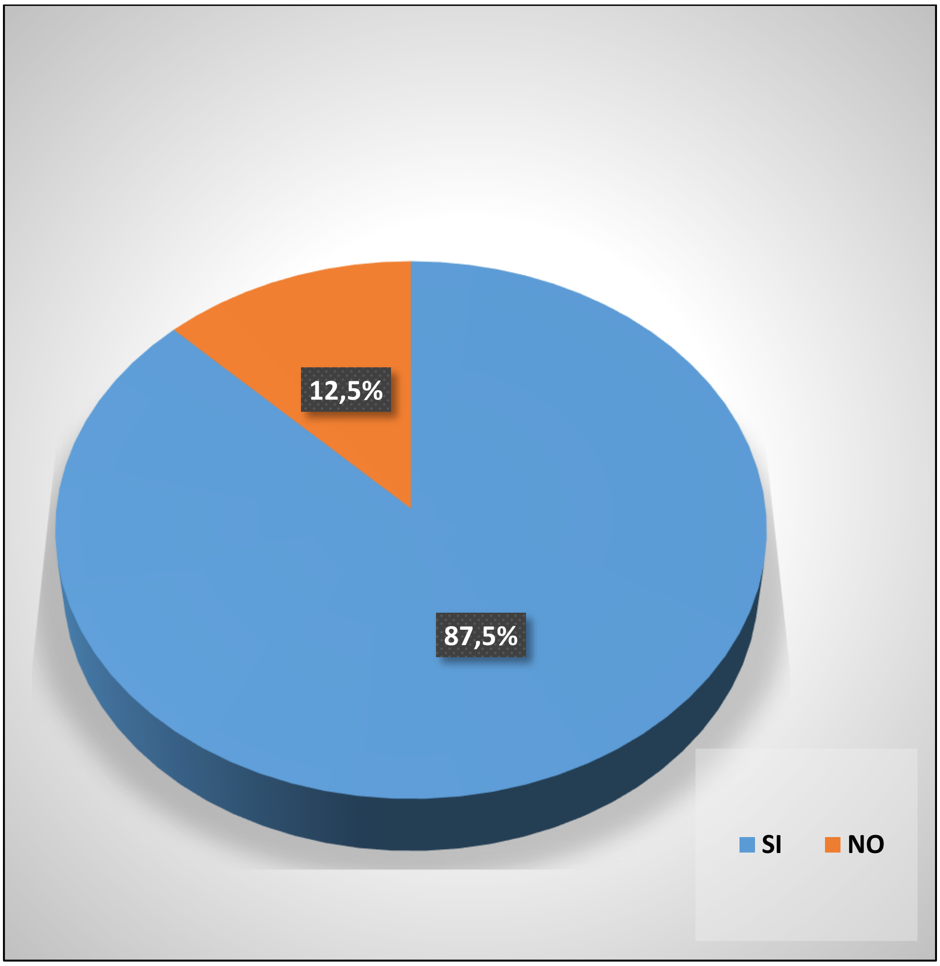
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 32 ¿Confunden los estudiantes la sumatoria con la sucesión?

Pregunta 9	n	%
SI	7	87.5
NO	1	12.5
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 23: Confusión de estudiantes cerca de sumatoria y sucesión



*

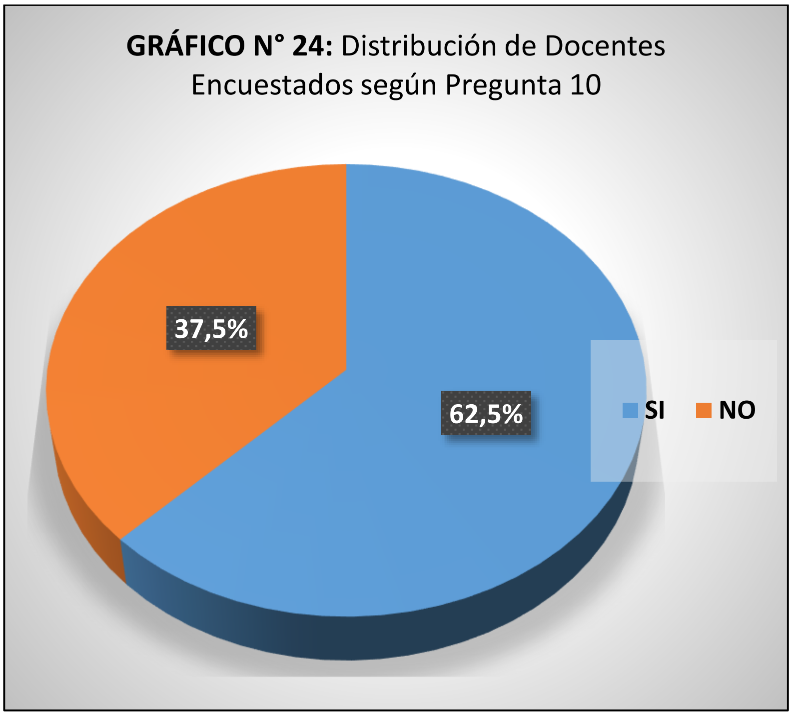
Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Tabla No 33 ¿Es importante el estudio de las sucesiones, sumatorias y series?

Pregunta 10	n	%
SI	5	62.5
NO	3	37.5
TOTAL	8	100.0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 24. Importancia del estudio de sucesiones, sumatorias y series



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

5.1.4. Análisis descriptivos de la variable medida, aprendizaje de series

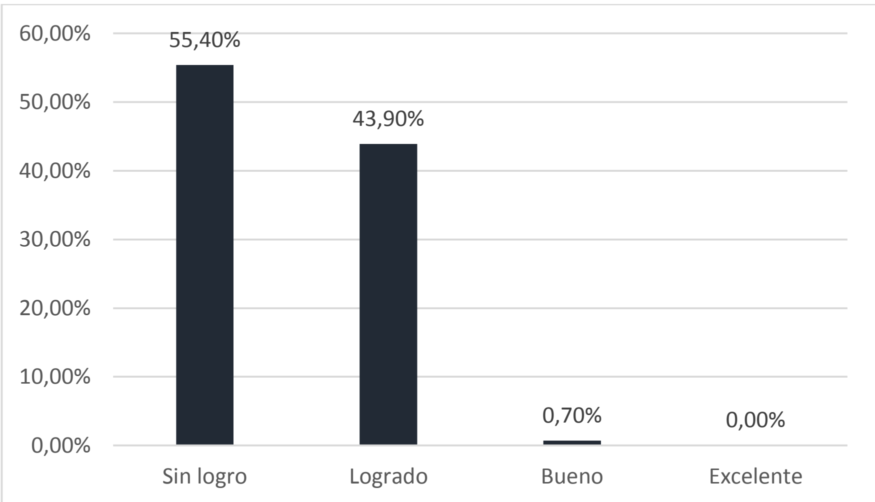
El aprendizaje de series de los estudiantes universitarios, antes del experimento, en el 55,4% se encuentra en inicio, el 43,9% se encuentra en proceso y sólo el 0,7% de ellos nuestra el nivel previsto. Resultados que se muestran en la siguiente tabla y figura.

Tabla No 34 Notas de alumnos pre experimento

		f_0	%
Aprendizaje de series	**Inicio**	82	55,4
	En proceso	65	43,9
	Logro previsto	1	,7
	Logro destacado	0	0,0
	Total	148	100,0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 25: Niveles de logro de aprendizaje se series pre Experimento



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

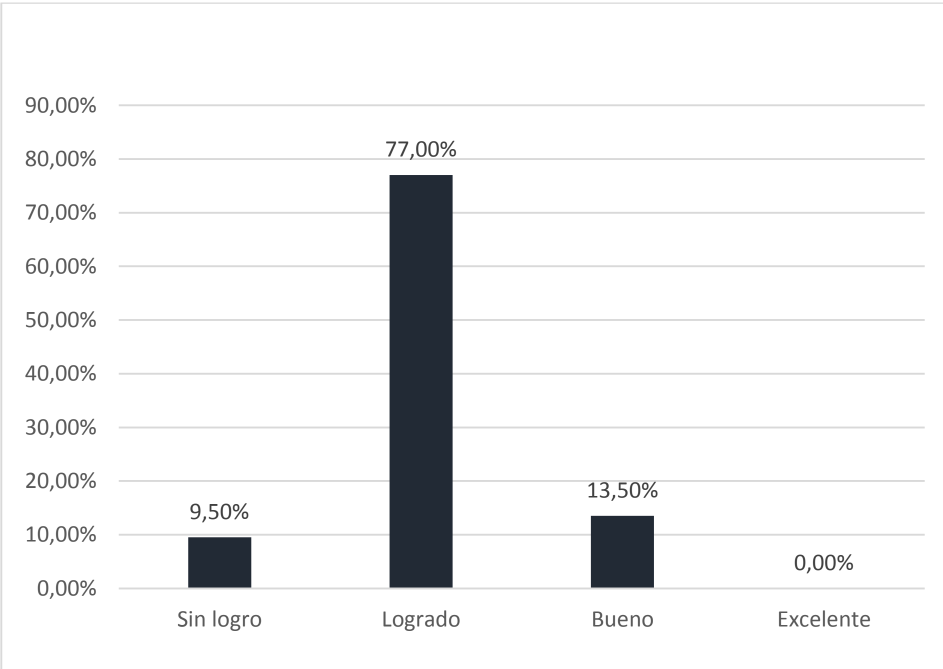
Se observa que el aprendizaje de series de los estudiantes universitarios, después del experimento, el 9,5% se encuentra en inicio, el 77,0% se encuentra en proceso y el 13,5% de ellos alcanzaron el nivel previsto. Esto indica que 12,8% de los estudiantes que se encontraban en el nivel en proceso pasaron al nivel de logro previsto. Resultados que se presentan en la tabla y figura siguientes.

Tabla No 35 Notas de alumnos post experimento

		f_0	%
Aprendizaje de series	**Inicio**	14	9,5
	En proceso	114	77,0
	Logro previsto	20	13,5
	Logro destacado	0	0,0
	Total	148	100,0

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

Figura 26: Niveles de logro de aprendizaje de series post experimento



Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

En la tabla N° 36, se presentan los principales estadísticos descriptivos en forma comparativa el aprendizaje de series antes y después del experimento de la aplicación de la integración de metodologías de razonamiento inductivo, los que nos indican que el aprendizaje de series es homogéneo antes del experimento (18,59%) haciéndose aún más homogéneo después del experimento (15,20%). Antes del experimento el 50% de los estudiantes obtuvieron una nota menor que 10, mientras que después del experimento el 50% de los estudiantes obtuvieron una nota menor que 12,17. Así mismo la nota máxima obtenida antes del experimento fue de 15,5 y después del experimento fue de 17, hecho del que se puede intuir que el grupo de estudiantes experimento una mejora en el aprendizaje de series.

Tabla No 36 Estadísticos descriptivos pre y post del experimento

			Estadístico	Error estándar
APRENDIZAJE DE SERIES ANTES DEL EXPERIMENTO	Media		9,8986	,15137
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	9,5995	
		Límite superior	10,1978	
	Media recortada al 5%		9,8926	
	Mediana		10,0000	
	Varianza		3,391	
	Desviación estándar		1,84147	
	Mínimo		5,00	
	Máximo		15,50	
	Rango		10,50	
	Rango intercuartil		2,00	
	Asimetría		,057	,199
	Curtosis		-,038	,396
APRENDIZAJE DE SERIES DESPUÉS DEL EXPERIMENTO	Media		12,1655	,15186
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	11,8654	
		Límite superior	12,4656	
	Media recortada al 5%		12,0983	
	Mediana		12,0000	
	Varianza		3,413	
	Desviación estándar		1,84740	
	Mínimo		8,50	
	Máximo		17,00	
	Rango		8,50	
	Rango intercuartil		2,00	
	Asimetría		,662	,199
	Curtosis		,314	,396

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

5.1.5. Validación de las hipótesis

Hipótesis general

H_0 La integración de metodologías de razonamiento inductivo NO mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

H_1. La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

Tabla No 37 Contrastación de la hipótesis general

	T	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	Superior
Aprendizaje de series con la integración de metodologías inductivas	80,113	147	0,000	12,16554	11,8654	12,4656

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

La evidencia estadística nos muestra en la Tabla 38 que la t de Student es de 80,113 con un Sig. bilateral de 0,00, que es menor a 0,05. Por esas razones rechazamos la hipótesis nula. Por lo tanto, La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

Hipótesis específicas:

Primera hipótesis específica: Método del Descubrimiento

$H_0 1$ El Método de Descubrimiento NO mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

$H_1 1$ El Método de Fescubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

Tabla No 38 Contrastación de hipótesis del MED

	T	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	Superior
Aprendizaje de series con el método de descubrimiento	71,352	147	0,000	12,03378	11,7005	12,3671

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

La prueba estadística nos muestra en la Tabla 39 que la t de Student es de 71,352 con un Sig. bilateral de 0,00, el que es menor a 0,05. Razones por las que rechazamos la hipótesis nula. Por lo tanto, se acepta que el método de descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

Segunda Hipótesis específica: Método de Polya.

$H_0 2$ El Método de Polya NO mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

$H_1 2$ El Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

Tabla No 39 Contrastación de hipótesis del MEP

	T	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	Superior
Aprendizaje de series con el método de Polya	70,342	147	0,000	12,29730	11,9518	12,6428

Fuente: Elaboración propia/fjvm/lmcc

La prueba estadística nos muestra en la Tabla 40 que la t de Student es de 70,342 con un Sig. bilateral de 0,00, el que es menor a 0,05. Razones por las que se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, se acepta que el MEP mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

CAPÍTULO VI: DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Discusión

Habiéndose dado nombre al trabajo de investigación “Integración de metodologías de razonamiento inductivo y los niveles de logro del aprendizaje de series en estudiantes universitarios”, para ello se determinó como lugar de laboratorio la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM, se trabajó con los estudiantes que ingresaron en el año 2015 en las EAP a quienes se le aplicó 12 pruebas, 6 pruebas de entrada y 6 pruebas de salida con el objetivo de contrastar los dos métodos de estudio referentes a los temas de sucesiones, sumatorias y series que en nuestro caso representa la variable independiente (V1), a fin de poder determinar sus niveles de logro: en Inicio, en proceso, previsto y destacado, que representa la variable dependiente (V2), y finalmente validar las hipótesis formuladas.

Mediante el uso de pruebas no paramétricas, por tratarse de variables nominales, se verificó para un nivel de confianza del 95% que la integración de metodologías de razonamiento inductivo se relaciona significativamente con logros de aprendizaje de series en estudiantes de FFBB de la UNMSM– 2015. Así como también se relacionan significativamente con los niveles de logro en previsto, en proceso y en inicio, más no se relaciona con el nivel de logro destacado.

6.2. Conclusiones

Para el caso de aprendizaje en series se tiene:

Antes del experimento según la tabla No 39

Nivel de logro: En Inicio 54,4% ,que representan 82 estudiantes

Nivel de logro: En Inicio 42,9% ,que representan 65 estudiantes

Nivel de logro: En Inicio 0,7% ,que representan 01 estudiantes

Nivel de logro: En Inicio 0 % ,que representan 00 estudiantes

Siendo su MA= 9,8 , Me = 10 y V(x) = 3,3

Después del experimento según la tabla No 40

Nivel de logro: En Inicio 9,5 % ,que representan 14 estudiantes

Nivel de logro: En Inicio 77 % ,que representan 114 estudiantes

Nivel de logro: En Inicio 13,5 % ,que representan 20 estudiantes

Nivel de logro: En Inicio 0 % ,que representan 00 estudiantes

Siendo su MA= 12 , Me = 12 y V(x) = 3,4

Contrastación de la hipótesis general:

a. En la investigación presentada se ha considerado variables categóricas o nominales, ludo el tipo de estadística que nos permite trabajar es la estadística no paramétrica ya que se parte de una hipótesis supuesta y aplicamos la t de student.

   En la hipótesis general se tiene que de acuerdo con la t de student es de 81,113, con una significación blateral de 0,00 que es menor que 0,05, por tanto rechazamos la hipótesis nula y afirmamos que:

La integración de metodologías de razonamiento inductivo se relaciona y mejora significativamente con logros de aprendizaje de series en los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Contrastación de la hipótesis específica:

Método de Descubrimiento

b. Mediante la prueba del t de student referente el Método de descubrimiento es de 71,352, con significación bilateral de 0,0 que es menor que 0,05 por tanto rechazamos la hipótesis nula entonces se acepta que el Método de Descubrimiento se relaciona y mejora significativamente con los logros de aprendizaje de series en los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Contrastación de la hipótesis específica:

Método de Polya.

c. Mediante la prueba del t de student referente el Método de Polya es de 70,342, con significación bilateral de 0,0 que es menor que 0,05 por tanto rechazamos la hipótesis nula entonces se acepta que el método de Polya se relaciona y mejora significativamente con los logros de aprendizaje de series en los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos

d. Afirmamos entonces que la integración de metodologías de razonamiento inductivo (MED y MEP), se relaciona y mejora significativamente con los logros de aprendizaje de series en los estudiantes de. las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

e. La integración de metodologías de razonamiento inductivo se relaciona significativamente con los niveles de logro En inicio, En Proceso y previsto, más no se relaciona con el nivel de logro Destacado en las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

6.3. Recomendaciones

a. Se deben de aplicar metodologías de razonamiento inductivo en el proceso de enseñanza aprendizaje en las asignaturas de Matemática I y Matemática con la finalidad de mejorar los niveles de logro en los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos

b. Los profesores de la especialidad de Matemática que enseñen en el nivel universitario deben de manejar diferentes metodologías de razonamiento inductivo como estrategias didácticas a fin de que los estudiantes alcancen los niveles de logro. Para alcanzar una verdadera calidad educativa.

c. Por la experiencia adquirida en el presente trabajo de investigación recomendaría la aplicabilidad de los Métodos de descubrimiento y de Polya en la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en los estudiantes de las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

d. Los docentes del nivel universitario que realizan la tarea educativa deben de estar capacitándose permanentemente en las nuevas tendencias metodológicas de razonamiento inductivo modernas acerca de la enseñanza de la matemática así como en la aplicabilidad de las tecnologías de información con la finalidad de lograr las capacidades de los niveles de logro en los estudiantes las tres Escuelas Académico Profesionales de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

FUENTES DE INFORMACIÓN

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. (2010). *La teoría del aprendizaje significativo. Psicología Educativa.* 3era Edición. Méjico: Editorial Prentice Hall Hispanoamericana.

- Barrientos, E. (2008). *Didáctica de la educación superior.* Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos. EAP de Educación de la UNMSM Compilación UPG. Editorial UNMSM.

- Bruner, G. (2013). *La educación puerta de la cultura.* España: Universidad de Harvard Editorial Antonio Machado.

- Cañadas, M. (2006). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de secundaria.* Departamento de Matemática Universidad de Granada. España: Editorial Universidad de Granada.

- Corujo, B. (1999). *La estrategia de la triangulación en la investigación científica metodología de la investigación.* México: Segunda Edición. Editorial McGraw-Hill.

- MINEDU, (2015). *Currículo Nacional de la Educación Básica Regular.* RM No 159. Materiales Educativos RM No 021-2015. Implementación del Currículo Nacional. Sistema Peruano de Investigación Jurídica. Perú: SPIJ.

- Di, L. (2007). *Educación universitaria: Acceso, elección de carrera y rendimiento.* Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP. Argentina: Editorial de la Universidad Nacional La Plata (EDULP).

- Echeverría, M. (2014). *Cultura migratoria y comunicación masiva e interpersonal en los imaginarios juveniles. Comunicación y sociedad.* Méjico: Universidad Autónoma de Puebla (BUAP).

- Galán, A. (2006). *Métodos de investigación y diagnostico en educación I.* Madrid: Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Educación a Distancia UNED.

- Gardner, H. (2011). *Inteligencias múltiples la teoría en la práctica.* Texto. Barcelona: Editorial Paidós.

- Gómez, E., Batanero C. y Contreras J. (2014). *Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España.* España: Universidad de Granada.

- Hernández, R. y Baptista M. (2011). *Metodología de la investigación*. 5ta. Edición. México: Editorial Mac Graw Hill.

- Jiménez, A. y M.Hidalgo J. (2012). *Piensa en Haskell. Ejercicios de programación funcional con Haskell.* Sevilla: Grupo de Lógica Computacional Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial Universidad de Sevilla.

- Lazo, J. (1997). *La enseñanza universitaria.* Lima: Impr. Talleres Gráficos Universidad Inca Garcilazo de la Vega.

- López, S. (2014). *Complejos Psicológicos.* Barcelona: Editorial Rey Ali.

- MINEDU. (2015). *El uso de los patrones numéricos y geométricos como introducción al lenguaje algebraico en alumnos del primer grado bajo el modelo renovado de telesecundaria*. Perú: Editorial Navarrete.

- MINEDU. (2016). *El uso de los patrones numéricos y geométricos como introducción al lenguaje algebraico en alumnos del primer grado bajo el modelo renovado de Telesecundaria*. Perú: MINEDU.

- Polya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. Decima quinta impresión. México: Editorial Trillas.

- Ramsden, P. (2003). *Learning to teach in higher education.* Routledge.

- Ray, J. (2013). *Derechos civiles y acción social universidad de Burgos.* Colombia: Edición Instituto peruano de Arbitraje Grupo Editorial Ibañez. Pontifica Universidad Javeriana Colombia.

- Rodríguez, W. (2007). *Dirección del aprendizaje.* Lima: Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. La Cantuta.

- Tourón, J. y Reyero, M. (2001). *Identificación y diagnóstico de alumnos de alta capacidad.* Bordón, 54.Universidad de Cantabria- España

TESIS

- Cañadas, M. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas son sucesiones lineales y cuadráticas.* (Tesis doctoral). Universidad de Granada. D.L.: Gr. 1562 - 2007. ISBN: 978-84-338-4406. Universidad de Granada. España.

- Domínguez, Z. (2010). *Las inteligencias múltiples y el rendimiento académico en los alumnos de la Institución Educativa José María Escriva Balaguer.* (Informe de investigación). Universitaria. Universidad de Piura.

- Martínez, M. (2015). *Una propuesta para articular área y medida usando la teoría de las situaciones didácticas en alumnos de nivel superior*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica. Lima - Perú.

- Reyes, Y. (2009). *La Relación entre el rendimiento académico, la ansiedad ante los exámenes y los rasgos de personalidad, el autoconcepto y la asertividad en estudiantes del primer año de psicología de la UNMSM.* (Tesis profesional). Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima- Perú

- Velásquez, F. (2012). *El estudio de las sucesiones y series desde la teoría del aprendizaje significativo.* (Tesis de maestría). Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Medellín. Colombia.

- Velásquez, L. (2012). *Enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria*. (Tesis de maestría). Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín.

- Yactayo, Y. (2010). *Motivación de logro académico y rendimiento académico en alumnos de secundaria.* (Tesis de maestría). Universidad San Ignacio de Loyola. Lima - Perú

Referencias hemerográficas

- Aliaga, F. y Suarez, M. (2009). *La relación entre variables psicológicas con el rendimiento académico general.* Artículo Universidad de Valencia Editorial Jornet. España.

- Bosch, M. y Gascón J. (1997). *La modelación matemática y el problema de articulación en los estudios universitarios.* En Revista iberoamericana de Educación Matemática España. Universidad Autónoma de Barcelona. España

- Carrasco, M. (2010). *Niveles de logro.* España: Centro de investigación y desarrollo de la Universidad de Granada. En Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio. España.

- Días, Á. (2013). *La didáctica universitaria: Referencia indispensable.* Formación Pedagógica de los Profesores Universitarios Centro de Didáctica de la Universidad Nacional Autónoma de Méjico. Editorial UNAM. En Revista de Docencia Universitaria Iberoamericana de Educación Superior. Méjico.

- Chadwick, B. (1979). *Estrategias cognitivas y afectivas del aprendizaje. Bases teóricas del conocimiento.* Colombia: En Revista Electrónica Latinoamericana de Psicología Fundación Universitaria Konrad Lorenz versión impresa 0120-0534 Colombia Volumen 20.

- García, J. (2013). *¿Cómo se relaciona la ansiedad escolar con el rendimiento académico?.* España: En Revista Oficial de la Sociedad Universitaria de Investigación en Psicología y Salud (www.usc.es/suips) Publicado por: SUIPS. Publicado en: A Coruña Vol. 4, No 1.ISSN: 2171-2069 D.L.C 13-2010 Revista Iberoamericana de Psicología y Salud, 2013, 4(1): 63-76 Universidad de la Coruña. - España

- García, M. (2003). *Autoconcepto del estudiante y rendimiento académico.* En Revista Psicotema. Vol 10, N° 01. España: Universidad de Oviedo y Universidad de Navarra.

- Giuseppe, P. (1985). *Arithmetices principia nova methodo expósita*. En Revista Matemáticas. Universidad de Turín Italia.

- Jiménez J. (2012). *Rendimiento académico y auto concepto en estudiantes de educación secundaria obligatoria según el género.* En Revista Iberoamericana de Psicología y Salud. España: Sociedad Universitaria de investigación en Psicología y Salud Revista Iberoamericana de Psicología y Salud. .

- Jiménez, J. (2012). *Lógica Matemática y fundamentos de la lógica computacional.* En Revista Grupo de Lógica Computacional de la Universidad de Sevilla. España.

- Garanto, J.; Mateo, A. y Rodríguez, S. (2003). *Relaciones existentes entre el auto concepto y el crecimiento académico de los alumnos.* En Revista de Educación No 277 publicado por la Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación de la Universidad de Barcelona. Gobierno de España Ministerio de Educación cultura y Deporte. España.

- García, J. (2012). *Teorías del aprendizaje documento en línea. En* Revista Estilos de Aprendizaje, No 9 y Nº 10, Vol. 5 y10 Review of Learning Colegio de Postgraduados, México, UNED, España Universidad Nacional de Educación a Distancia. México.

- Mac, F. (1994). *Un aproximación bibliográfica. Perú. En* Revista. ARETÉ de filosofía. Vol VI. No 1.

- Manterola, A. (1985). *Aprendizaje de la lecto-escritura Inicial como factor pronóstico del rendimiento escolar ulterior*. Universidad de Chile. En Revista Chilena de Pediatría. Chile.

- Muñoz, S. (2006). *El buen rendimiento es posible gracias a los profesores.* En Revista Educar Chile. Santiago de Chile.

- Pérez, N. y Castejón, J. (2004). *Contribución a la predicción del rendimiento académico de los diversos factores psicosociales según el status socio métrico de los alumnos universidad de Alicante.* En Revista Motivación y Emoción (REME) Editorial Universidad de Alicante. España.

- Pizarro, R. (2005). *Inteligencias múltiples, curriculum del hogar, intereses.* En Revista Psicología Vol. XIV, No 2. Chile.

- Rodríguez, D. (2012). *Una discreta manera de introducir las ecuaciones con diferencias en la educación secundaria obligatoria*. En Revista Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática GIDAM. España.

- Vega, C. (1991). *Hábitos de Estudio y Rendimiento en EGB y BUP Estudio comparativo.* En Revista Pontificia Universidad Católica de Chile. Complutense de Educación Vol. 2. Editorial Universidad Complutense. España

Referencia electrónicas

- Bosch, M. y Gascón, J. (2004). *Las Prácticas docentes del profesor de Matemáticas Francia España*. Recuperado de www.ugr.es/~jgodino/siidm/almeria/Practicas_docentes

- Bosch, M. y Gascón J. (2010). *El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. (Barcelona: ICEUB/Horsori) Número 22, página 7 ISSN:1815-0640. Recuperado de https://es.slideshare.net/.../el-eslabn-perdido-entre-enseanza-y-aprendizaje

- Boscan, M. (2012). *Metodología basada en el método heurístico de Polya.* Universidad Simón Bolívar Escenarios Vol 10 No 2 Págs. 7 - 19. Venezuela. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4496526.pdf

- Brainly, lat (2014). *Preguntas de secundaria matemáticas.* 29 may 2014 brainly.lat/asunto_url/matematicas/eso Secundaria Brainily lat. Recuperado de https://brainly.lat/tarea/505540
- Hernández, V., y Villalba, M. (1994). *El Método de los cuatro pasos de Polya.* España. Recuperado de www.glc.us.es/~jalonso/vestigium/el-metodo-de-polya-para-resolver-problemas/

- Hernández, V., y Villalba, M. (1994). *El Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas*. Recuperado de http://fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya

- Reboul, O. (1966). *Lenguaje e ideología Méjico Fondo de Cultura Económica.* Recuperado de https://books.google.com.pe/books?isbn=9702604826

- Ramsden P. (1992). *Aprender a Enseñar en la Educación Superior.* Londres y Nueva York, Routledge ISBN 0-415-06414-7 (hbk); 0-415-06415-5 (pbk), 290 pp. Np Donald Bligh Páginas 105-111. Recuperado de www.tandfonline.com/doi/abs/10.../03075079312331382498

- Universidad Autónoma de Madrid (2012). Descubrimiento del cálculo España. Recuperado de https://www.uam.es/personal_pdi/cienbarcel/histmate/calc/cal.html

- Universidad Salesiana (2014). Apuntes de matemática Discreta Inducción completa Bolivia. Universidad Salesiana. Recuperado de usalesiana.edu.bo/web/practica/archiv/matematica-discreta.doc.

- Willingham D. (1999). Intelligence reframed multiple intelligences. USA. Recuperado de
  http//Howard Gardner educationnext.org/reframing-the-mind
  http//www.definiciónabc.com/general/contextualization php
  http//www..definiciónabc.com/general/contextualizar.php
  perio.unlp.edu.ar/grafica1/htmls/apuntescatedra/contextualización,doc
  Matemática I. com / categoría / series – numéricas
  prezi.com /.../ criterios-de-convergencia-para-series-numéricas
  http://www.bdigital.unal.edu.co/9508/1/71229671.2013.pdf

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de consistencia

Anexo 2. Matriz de Formulación del Problema

Anexo 3. Constancia emitida por el Decano de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM donde se realizó el presente trabajo de investigación.

Anexo 4. Pruebas elaboradas con la aplicación de los Métodos de Polya y Descubrimiento referente a los temas de sucesiones, sumatorias y series

Anexo 5. Solucionario de las pruebas elaboradas referente a los temas de sucesiones, sumatorias y series

Anexo 6. Encuesta dirigida a los profesores que enseñan en las EAP de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM

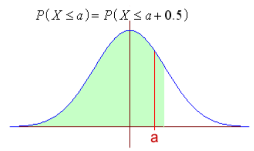
Anexo 7. Listas de cotejo (Registros de Acción Docente) que muestran el recojo de las notas correspondiente a las pruebas de entrada y salida, para los temas de sucesiones, sumatorias y series, de los Estudiantes de las EAP de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

Anexo 8. Tablas estadísticas que muestran los principales estadísticos Descriptivos de las variables, sobre las pruebas de entrada y salida. Así como, de los niveles de los aprendizaje de los temas de sucesiones, sumatorias y series, de los estudiantes de las tres EAP de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM.

ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

TEMA: INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES DE LOGRO DE APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS - 2015

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTOS	METODOLOGÍA
General ¿La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios? **Específicos** ¿El Método de Descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios? ¿El Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios?	**General** Determinar si la integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. **Específicos** Determinar si el Método de Descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. Determinar si el Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes	**General** H_1. La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. H_0. La integración de metodologías de razonamiento inductivo no mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. **Específicos** H_{11}.El Método de Descubrimiento mejor a el aprendizaje de	V1: Metodologías de razonamiento inductivo V2: Aprendizaje de series	Método de Polya **Destacado** **Previsto** **En proceso** **En Inicio** Método del Descubrimiento **Destacado** **Previsto** **En proceso** **En Inicio**	**I17 – I20** **I14 – I16** **I11 – I12** **I1 – I10** **I17 – I20** **I14 – I16** **I11 – I12** **I1 – I10**	**Lista de cotejo** **Prueba**	**POBLACIÓN Y MUESTRA Población: 148 estudiantes matriculados en los cursos de Matemática I y Matemática II de las Escuelas Académico Profesionales de Ciencia de los Alimentos, Toxicología y Farmacia y Bioquímica de la Facultad de farmacia y Bioquímica de la UNMSM** **Muestra: Censal: 148 estudiantes Diseño: Metodológico: Pre experimental Observacional , descriptivo analítico comparativo** **El diseño de la investigación es de la forma** **GE: Test – Experimento – Retest** **Test: Se toma antes del experimento** **Retest. El mismo test tomado al inicio se toma al final** **Experimento. Manipulación de la variable estudiada.** **Gráfica del diseño de la investigación :** *Test* experimento *Retest* GE R R_1 R_2 R_1: Resultado inicial R_2: Resultado final

	universitarios.	series en estudiantes universitarios. H_{10}. El Método de Descubrimiento no me jora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. H_{21}. El Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. H_{20}.El Método de Polya no mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. 1.					**GE: Grupo experimental(Aplicación de** **Metodologías inductivas** **TÉCNICAS A UTILIZAR** **1. Observación.** **2. Procesamiento de datos: Codificación y tabulación de datos** **3. Aspectos de la Estadística descriptiva e inferencial con el Math Type ,EXCELL y el SPSS en la Validación de hipótesis.** **4. Para acopio de datos: Observación y fichas 5. Instrumento de recolección de datos: Guías de observación de la administración de personal y desempeño docente. 6. Para el procesamiento de datos: Codificación y tabulación de datos** **7- Técnicas para el análisis e interpretación de datos: Estadística descriptiva e inferencial para cada variable .** **8. Para la presentación de datos: Cuadros, tablas estadísticas y gráficos.** **T Student** **Coeficiente de Pearson**  **8. Para el informe final:** **Esquema propuesto por la Escuela de Posgrado**

ANEXO 2: FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTÉSIS
PROBLEMA GENERAL	**OBJETIVO GENERAL**	**HIPOTESIS GENERAL**
¿La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios?	Determinar si la integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.	H_1. La integración de metodologías de razonamiento inductivo mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. H_0. La integración de metodologías de razonamiento inductivo no mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.
PROBLEMAS ESPECÍFICOS	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**	**HIPOTESIS ESPECÍFICAS**
¿El Método de Descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios? ¿El Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios?	Determinar si el Método de Descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. Determinar si el Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.	**Primera hipótesis específica** H_{11}.El Método de Descubrimiento mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. **Segunda hipótesis específica** H_{10}. El Método de Descubrimiento no mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

		Tercera hipótesis específica H_{21}. El Método de Polya mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios. **Cuarta hipótesis específica** H_{20}.El Método de Polya no mejora el aprendizaje de series en estudiantes universitarios.

ANEXO 3: Constancia de la UNMSM

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Farmacia y Bioquímica
Decanato

LA SEÑORA DECANA Y EL VICEDECANO ACADÉMICO DE LA FACULTAD DE FARMACIA Y BIOQUÍMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS*, quienes suscriben, dejan:*

CONSTANCIA

Que el Sr. ***LIC. FRANCISCO VIVAR MANRIQUE,*** *se encontraba realizando un trabajo de investigación en la Facultad de Farmacia y Bioquímica y se le expidió una constancia en el año 2015, para lo cual se hizo la modificación del título en los siguientes términos en el presente año:*

Dice: "Métodos de aprendizaje y rendimiento académico en los estudiantes de las Escuelas Académico Profesionales de Farmacia y Bioquímica, Toxicología y Ciencia de los Alimentos de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos".

Debe decir: "INTEGRACIÓN DE METODOLOGÍAS DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y LOS NIVELES DE LOGRO DEL APRENDIZAJE DE SERIES EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS"

Se expide la presente constancia a solicitud del interesado, para los fines que estime conveniente.

Lima, 05 de julio de 2017.

Mg. LUIS MIGUEL VISITACIÓN FÉLIX VELIZ
VICEDECANO ACADÉMICO

Dra. LUISA PACÍFICA NEGRÓN BALLARTE
DECANA

/ypc

"FARMACIA ES LA PROFESIÓN DEL MEDICAMENTO, DEL ALIMENTO Y DEL TÓXICO"

Jr. Puno N° 1002, Jardín Botánico – Lima 1 – Perú
Teléfonos: (511) 328-4737 / (511) 679-7000 anexo 4826 Ap. Postal 4559 – Lima 1
E-mail: decanofyb@unmsm.edu.pe http://farmacia.unmsm.edu.pe

ANEXO 4:

PRUEBA DE ENTRADA Y SALIDA SOBRE

EL TEMA DE SUCESIONES

INSTRUCCIONES: Desarrolle siguiendo los siguientes pasos según el

Método de Polya	y	Método de Descubrimiento.
1º Entender el problema.		1º Motivación y Exploración.
2º Configurar un plan.		2º Problematización
3º Ejecutar el plan.		3º Construcción del conocimiento.
4º mirar hacia atrás		4º Transferencia.

Usar Calculadoras – Tablet – Laptop – PC

DURACIÓN DE LA PRUEBA: 3 horas

APELLIDOS Y NOMBRES: …………………………………………………………

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE: ……………………………......

1. Halle el límite de la sucesión: $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$
2. Evaluar: $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}-\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)$
3. Halle el límite de $\lim_{x\to\infty}\sqrt[2]{16x^2+8x+6}-\sqrt[2]{16x^2-8x-6}$
4. Sean las sucesiones $b_n=3n^2-2n$ y $a_n=0,2,6,12,20,\ldots$ Si se define la sucesión $c_n=\frac{an}{bn}$, hallar: $\lim_{n\to\infty}C_n$
5. Estudiar la convergencia o divergencia de la sucesión $\{T_n\}n\geq 1$ donde
$$T_n=\frac{(3n+1)^{\frac{1}{2}}(n+7)^{n+\frac{1}{2}}}{(3n+(n^2+5)^{\frac{1}{2}})(n+3)^n}$$
6. Estudiar la convergencia o divergencia de la sucesión $\{S_n\}n\geq 1$, donde $S_n=2\left(\frac{1}{4}\right)+3(\frac{1}{4})^2+4(\frac{1}{4})^3+\cdots+(n+1)(\frac{1}{4})^n$
7. Calcular $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n^2}\right)^n+\frac{(n+1)^2}{n^3}+\cdots+\frac{(n+1)^n}{n^{n+1}})$
8. Si $b_1=1, b_n=\frac{1}{4}(2b_{n-1}+3)$ para n ≥ 2, demostrar que la sucesión $b_n\}n\geq 2$ converge
9. Probar la sucesión $\sqrt{2},\sqrt{2\sqrt{2}}\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ …., converge a 2.

10. En la sucesión: 6; 12; 18; 24; x; se multiplica por 1 al primer término, por dos al segundo, por três al tercero y así sucessivamente. Si se suman los produtos obtenidos y el resultado es 3900, halle el valor de x.

11. En La sucesión: 37 ; 44 ; 51 ; 58 ;...Halle la cantidad de términos de tres cifras que terminan en tres.

12. Halle el término que ocupa el onceavo en la siguiente sucesión:

–1 ; 5 ; 23 ; 59 ; 119 ;…

13. Los tres primeros términos de una sucesión son 1, 2 y 3. A partir del cuarto término, cada uno de los siguientes términos se calcula a partir de los tres precedentes, restando el tercero a la suma de los dos anteriores. Halle el término que ocupa el lugar 2014 en esta sucesión.

14. ¿Cuántas sucesiones crecientes de tres números impares consecutivos positivos y de tres cifras verifican que la suma de 16 términos consecutivos es un cubo perfecto?

15. La suma de los n primeros términos de una sucesión está dada por la expresión. Calcule la suma de las cifras del primer término de tres cifras de esta sucesión.

16. Tres amigos siguen la ley de formación de una sucesión que empieza con el número 13. El primero suma 1 y dice 14, el segundo suma 2 a este número y dice 16, el tercero suma a este número 3 y dice 19, como le toca el turno al primero este suma 1 y dice 20 y así sucesivamente siguen obteniendo los demás términos de la sucesión. Si a Elena se le escucha decir 61, a Julio 40 y a Paty 602. Halle el valor de verdad de las proposiciones:

i) Paty menciona el Nº 2006.

ii) Elena menciona el Nº 2014.

iii) Julio menciona el Nº 2015.

17. ¿Cuántos términos de la sucesión: 13; 16; 19;…; 613 Resultan tener raíz cuadrada exacta al sumarle 2 unidades?

18. En una dulcería P compra tres cajas con chocolates y el vendedor le regala un chocolate por su compra. En una segunda vez compra ocho cajas y le regalan dos chocolates, la tercera vez compra quince cajas y le

regalan cuatro chocolates, la cuarta vez compra 24 cajas y le regalan siete chocolates. Si la política de la tienda es la misma y cada caja contiene seis chocolates, ¿cuántos chocolates recibirá cuando compre en la tienda por duodécima vez?

19. Lidia y Javier van de compras a un kiosco, ella le dice yo avanzaré de modo constante 15 pasos/min.y tú avanzaras dos pasos el primer min, cuatro pasos el segundo, seis pasos el tercero y así sucesivamente y si llegamos juntos yo pagaré la cuenta pero sino sucede eso tú pagaras la cuenta. Él aceptó la propuesta y finalmente ella fue quien pagó la cuenta. ¿Cuánto fue la cantidad de pasos que dio c/u?

20. En la sucesión $24; 29; 36; 45; \overline{ab}; ...; \overline{b4a}$ determinar el número de términos

DESARROLLO

PRUEBA DE ENTRADA Y SALIDA SOBRE

EL TEMA DE SUMATORIAS

INSTRUCCIONES: Desarrolle siguiendo los siguientes pasos según el

Método de Polya y Método de Descubrimiento.

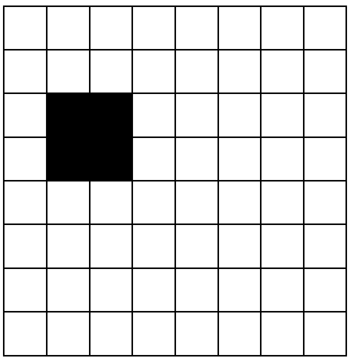
Método de Polya	Método de Descubrimiento
1º Entender el problema.	1º Motivación y Exploración
2º Configurar un plan.	2º Problematización
3º Ejecutar el plan.	3º Construcción del conocimiento.
4º Mirar hacia atrás	4º Transferencia

Usar Calculadoras – Tablet – Laptop – PC Duración de la Prueba: 3 horas

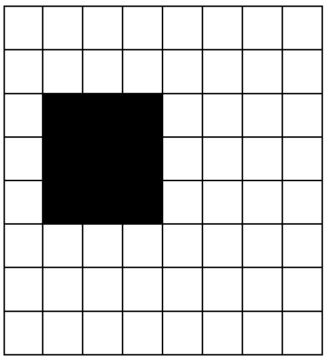
APELLIDOS Y NOMBRES: ………………………………………………………………

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE: ……………………………......

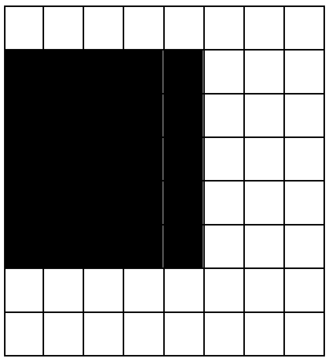
1. ¿Cuál es el número de diagonales de un polígono de 10 lados?
2. El tablero de ajedrez tiene 8 filas y 8 columnas, entonces se puede decir que el tablero tiene 8 x 8, es decir, 64 cuadrados. Pero, ¿y si añadimos el cuadrado grande, el del borde del tablero? Serían entonces 65 cuadrados. ¿Qué nos estarán preguntando en este problema? ¿Podemos ver otros cuadrados? ¿Cómo son los otros cuadrados que podemos contar? Hay muchos cuadrados como estos:



3x3



2x2



5x5

3. En el arreglo triangular, halle la suma de las primeras 20 filas.

F1 1
F2 2 3
F3 4 5 6
F4 7 8 9 10

F5
F6
Nos piden la suma de:
S= F1 + F2 + F3 + ………+F20

4. Por el método de trapecios de sumatorias halle el valor de la integral

$$\int_0^2 \sqrt{1+x^3}\ dx; Para\, n = 2$$

5. Hallar la medida del área de la región R limitada por la gráfica de la curva $y = x^3 + x + 3$, el eje X y las rectas verticales x = - 1, x = 2.

6. Hallar la fórmula para la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} Cos^{2i}\,(3x)$$

7. Resolver la siguiente sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{tgh(19ix)}{\operatorname{sech}(19ix)}$$

8. Desarrolle la siguiente sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^i - [3sen(a)\cos(a)]^i}{3^i}$$

9. Halle una fórmula para el desarrollo de la sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} cos^i(2x)$$

10. Aplicando la propiedad telescópica de sumatorias desarrollar:

$$\sum_{i=1}^{n} \cos(ix)$$

11. Desarrollar:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2^i + 3^i}{6^i}$$

12. Resolver:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(i+1)(i^2+5i+6)}$$

13. Halle una fórmula para el desarrollo de la siguiente sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{(i+x)(1+x+i)(i+x+2)}$$

14. Resolver la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2i+1}{i^2(i+1)^2}$$

15. Halle $S = \frac{1}{10}\ [1x3x4 + 2x4x5 + 3x5x6 + \cdots + 10x12x13]$

16. Hallar S $= 9 - 4 + 25 - 16 + 49 - 36 + \cdots + 6561 - 6400$

17. Calcular la suma: $2x3 + 3x8 + 4x15 + \cdots + 15x224$

18. Simplificar $E = \sqrt[42]{(1+3+5+\cdots+49)^{0,1+0,2+0,3+\cdots+2}}$

19. Aplicando sumatorias halle la medida del área de la función f (x) = x +5 Limitada por el eje de las abscisas la recta x = 6 en el primer Cuadrante

20. Hallar la región acotada por y=2x, los ejes x y las rectas x=1 y x=4

DESARROLLO

PRUEBA DE ENTRADA Y SALIDA SOBRE EL

TEMA DE SERIES

INSTRUCCIONES: Desarrolle siguiendo los siguientes pasos según el

Método de Polya	y	Método de Descubrimiento.
1º Entender el problema.		1º Motivación y Exploración
2º Configurar un plan.		2º Problematización
3º Ejecutar el plan.		3º Construcción del conocimiento.
4º Mirar hacia atrás		4º Transferencia

Usar Calculadoras – Tablet – Laptop – PC Duración de la Prueba: 3 horas

APELLIDOS Y NOMBRES: ……………………………………………………………

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE: ……………………………….....

1. Aproximar $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ mediante un polinomio de grado 3. Utiliza dicho polinomio para hallar $\frac{1}{\sqrt{1,2}}$. Dar una cota del error cometido.

2. La serie Maclaurin para la función seno está dada por:

   $sen(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$;halle el intervalo de convergencia.

3. Estime el error cometido al calcular $\left(\frac{\pi}{6}\right)$ con un polinomio de Taylor de quinto grado.

4. Halle el grado del polinomio para obtener una aproximación de $\frac{1}{\sqrt{e}}$ con un error menor a 10^{-4}.

5. Si $\sum$an es absolutamente convergente, entonces $\sum$ an es convergente

6. Hallar el radio y el intervalo de convergencia de:

   $$\sum_{n+1}^{\propto} \left(\frac{E1^{n+1}}{n+1}\right) (x-4)^{11}$$

7. Sea f (x) = $|$n (x+1), x > - 1 halle su serie de Taylor alrededor de x = 1

8. Hallar la serie de Mac Laurin de f (x) = aretg x

9. Halle $T(g(x), 0)\ con\ g(x) = e^{x} - e^{-x}$, y su intervalo de convergencia.

10. Demuestre que el límite hacia cero de la función seno cardinal es 1, usando series de Taylor.

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

11. Obténgase la serie para $\frac{1}{1-x}$

12. Mediante integración, obtenga la serie para *h*(x) = arctan(x)

13. Desarrolle $e^{-0,2}$, con 5 decimales

14. Encontrar el polinomio de Taylor de grado n para cada función f alrededor del valor dado de a para F(x) = cosx, a= 0

15. Determine la serie de Taylor-Maclaurin y su radio de convergencia para la función dada por la fórmula:

$$f(z) = \frac{1}{1+z}$$

16. Determine el radio de convergencia de la serie: aplicando serie de Taylor-Mac Laurin

17. Desarrollar por la serie de Maclaurin F(x) = $\sqrt[3]{x}$; a = 8

18. Sea la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{4^n} x^n.$$

Halle su radio de convergencia

19. Determinar si la serie es convergente o divergente

20. Estudiar la convergencia o divergencia en la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)(n+2)}}$$

DESARROLLO

Anexo 5: Solucionario de la prueba de sucesiones

1. Halle el límite de la sucesión: $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$

Solución

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)\left(\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-7x+3}\right)}{\left(\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-7x+3}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)\left(\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-7x+3}\right)}{\left(\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-7x+3}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2x+1-(x^2-7x+3)}{\left(\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-7x+3}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5\text{x}-4}{\left(\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-7x+3}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5\text{x}}{\left(\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5\text{x}}{(2x)}$$

$$=\frac{5}{2}$$

2. Evaluar: $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}-\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)$

Solución

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}-\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}-\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}+\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)}{\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}+\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}-\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}+\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)}{\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}+\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{2x}-x+\sqrt{2x}}{\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}+\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)} \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{2x}}{\left(\sqrt{x+\sqrt{2x}}+\sqrt{x-\sqrt{2x}}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{2x}}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x}\right)} \quad => \lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{2x}}{\left(2\sqrt{x}\right)}$$

$$= \sqrt{2}$$

3. Halle el límite de $\lim_{x\to\infty} \sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} - \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6}$

Solución

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} - \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} - \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6})(\sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} + \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6})}{\sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} + \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6})}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{16x^2 + 8x + 6 - 16x^2 - 8x - 6}{\sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} + \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6})}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{16x + 12}{\sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6} + \sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6})}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{16x}{x} + \frac{12}{x}}{\frac{\sqrt[2]{16x^2 + 8x + 6}}{\sqrt{x^2}} + \frac{\sqrt[2]{16x^2 - 8x - 6})}{\sqrt{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{16 + \frac{12}{x}}{\sqrt{\frac{16x^2}{x^2} + \frac{8x}{x^2} + \frac{6}{x^3}} + \sqrt{\frac{16x^2}{x^2} - \frac{8x}{x^2} - \frac{6}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{16 + \frac{12}{x}}{\sqrt{16 + \frac{8}{x} + \frac{6}{x^3}} + \sqrt{16 - \frac{8}{x} - \frac{6}{x^2}}} = 2$$

4. Sean las sucesiones $b_n = 3n^2 - 2n$ y $a_n = 0{,}2{,}6{,}12{,}20, \ldots$ Si se define la sucesión $c_n = \frac{an}{bn}$, hallar: $\lim_{n\to\infty} C_n$

Solución

Hallamos el término n-ésimo de a_n por el método de las diferencias sucesivas:

c ➔ 0 0 2 6 12 20

a + b ➔ 0 2 4 6 8

a = k / 2 2 2 2

Como la diferencia constante se obtuvo en el segundo intento, la ley de formación del término n-ésimo de a_n está dada por la ecuación

$y = an^2 + bn + c$

a =1, 1 + b = 0➔ b = - 1 c = 0 ➔ $a_n = n^2 - n$

Si $L = \lim_{n\to\infty} C_n \to L = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2-n}{3n^2-2n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n-1}{3n-2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-\frac{1}{n}}{3-\frac{2}{n}} = \frac{1}{3}$

Luego la sucesión es convergente

5. Estudiar la convergencia ó divergencia de la sucesión $\{T_n\}n \geq 1$

En donde $T_n = \frac{(3n+1)^{\frac{1}{2}}(n+7)^{n+\frac{1}{2}}}{(3n+(n^2+5)^{\frac{1}{2}})(n+3)^n}$

Solución

$$T_n = \frac{(3n+1)^{\frac{1}{2}}(n+7)^{n+\frac{1}{2}}}{(3n+(n^2+5)^{\frac{1}{2}})(n+3)^n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} T_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(3n+1)^{\frac{1}{2}}(n+7)^{n+\frac{1}{2}}}{(3n+(n^2+5)^{\frac{1}{2}})(n+3)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+7)^n\sqrt{3n+1}\,\sqrt{n+7}}{(n+3)^n(3n+\sqrt{n^2+5})}$$

$$= \lim_{n\to\infty} (\frac{n+7}{n+3})^n \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{3n+1}\,\sqrt{n+7}}{3n+\sqrt{n^2+5}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} ((1+\frac{4}{n+3})^{\frac{n+3}{4}})^{\frac{4n}{n+3}} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{3+\frac{1}{n}}\sqrt{1+\frac{7}{n}}}{3+\sqrt{1+\frac{5}{n^2}}}$$

$$= e^{\lim_{n\to\infty}\frac{4n}{n+3}} \frac{\sqrt{3+0}\sqrt{1+0}}{3+\sqrt{1+0}} = e^4\,\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Como $\lim_{n\to\infty} T_n = \frac{\sqrt{3}}{4}e^4$, por lo tanto la sucesión $\{T_n\}n \geq 1$, es convergente.

6. Estudiar la convergencia o divergencia de la sucesión $\{S_n\}n \geq 1$, donde $S_n = 2\left(\frac{1}{4}\right) + 3(\frac{1}{4})^2 + 4(\frac{1}{4})^3 + \cdots + (n+1)(\frac{1}{4})^n$

Solución

Sea $S_n = 2(\frac{1}{4}) + 3(\frac{1}{4})^2 + 4(\frac{1}{4})^3 + \cdots + (n+1)(\frac{1}{4})^n$ …. (1)

Multiplicado por $\frac{1}{4}$ a la expresión (1) se tiene:

$\frac{1}{4} S_n = 2(\frac{1}{4})^2 + 3(\frac{1}{4})^3 + 4(\frac{1}{4})^4 + \cdots + (n+1)(\frac{1}{4})^{n+1}$ …. (2)

restando la expresión (2) de la expresión (1) se tiene:

$$S_n - \frac{1}{4} S_n = \frac{1}{2} + (\frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{4})^3 + (\frac{1}{4})^4 + \cdots + (\frac{1}{4})^n - (n+1)(\frac{1}{4})^{n-1}$$

$$\frac{3}{4} S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} [\left(\frac{1}{4}\right) + (\frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{4})^3 + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}\Big] - (n+1)(\frac{1}{4})^{n+1}$$

$$\frac{3}{4} S_n = \frac{1}{2} + (\frac{1}{4})^2 [1 + \left(\frac{1}{4}\right) + (\frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{4})^3 + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2}\Big] - (n+1)(\frac{1}{4})^{n+1}$$

$$\frac{3}{4} S_n = \frac{1}{2} + (\frac{1}{4})^2 \left[\frac{1 - (\frac{1}{4})^{n-1}}{1 - \frac{1}{4}}\right] - (n+1)\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$S_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{12}\left[\frac{4}{3}(1 - (\frac{1}{4})^{n-1})\right] - \frac{4}{3}\,\frac{(n+1)}{4^{n+1}}$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{12}\left[\frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}\right)\right] - \frac{4}{3}\,\frac{(n+1)}{4^{n+1}}\right)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{12}\left[\frac{4}{3}(1-0)\right] - \frac{4}{3}(0) = \frac{2}{3} + \frac{1}{9} - 0 = \frac{7}{9}$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{7}{9}$$

7. Calcular $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n^2}\right)^n + \frac{(n+1)^2}{n^3} + \cdots + \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}})$

Solución

$$\lim_{n\to\infty} \left(\left[\frac{n+1}{n^2} + \frac{(n+1)^2}{n^3} + \cdots + \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}} + \frac{1}{n}\right] - \frac{1}{n}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(\left[1 + \frac{n+1}{n} + (1+\frac{1}{n})^2 + \cdots + \left(1+\frac{1}{n})^n\right)\frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left[(1+\frac{1}{n}) + (1 + \frac{1}{}\frac{1}{n^3} + \cdots + \frac{(n+1)^n}{n^n}\right] - \frac{1}{n} - \frac{1}{n})$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\left(1+\frac{1}{n}\right) - 1\right)\left(1 + \left(1+\frac{1}{n}\right) + (1+\frac{1}{n})^2 + \cdots + \left(1+\frac{1}{n})^n\right) - \frac{1}{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - 1\right] - \frac{1}{n} = e - l - 0 = e - 1$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n^2} + \frac{(n+1)^2}{n^3} + \cdots + \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}\right) = e - 1$$

8. Si $b_1 = 1, b_n = \frac{1}{4}(2b_{n-1} + 3)$ para n ≥ 2, demostrar que la sucesión $\{b_n\}n \geq 2$ converge

Solución

Probaremos que la sucesión es creciente y acotada superiormente:

a) Demostraremos por inducción que $b_n < b_{n-1,}\ \forall\ n$.

i) Para $n = 2 \rightarrow b_2 = \frac{1}{4}(2b_1 + 3) = \frac{1}{4}(2 + 3) = \frac{5}{4} \rightarrow b_1 < b_2$

ii) Supongamos que se cumple n= $h\ (HI) b_h < b_{h+1}$

iii) Demostraremos que se cumple para $n = h + 1$, es decir, que se cumple $b_{h+1 < b_{n+2}}$ entonces:

Como $b_{h+1} < b_{h+2} \rightarrow \frac{1}{2}b_h < \frac{1}{2}b_{h+1}$

$\rightarrow \frac{1}{2}b_h + \frac{3}{4} < \frac{1}{2}b_{h+1} + \frac{3}{4}$

$\rightarrow \frac{1}{2}(2b_h + 3) < \frac{1}{4}(2b_{h+1} + 3)$

b) Entonces $\mathrm{b_{h+1}} < \mathrm{b_{h+2}}$, cumple➔ $\{\mathrm{b_n}\}$n ≥ 1 es acotada Superiormente o sea $b_n \leq 2$

Si $n = 2 \rightarrow b_2 = \frac{1}{4}(2 + 3) = \frac{5}{4} < 2$, cumple.

i) Supongamos que se cumpla $b_h < 2$ (hipótesis inductiva)

Demostraremos que: $b_h < 2$ es decir:

$b_h < 2 \rightarrow 2b_h < 4 \rightarrow 2b_h + 3 < 7$

$\rightarrow \frac{1}{4}(2b_h + 3) < \frac{7}{4} < 2 \rightarrow b_{h+1} < 2$

$\{b_n\}\ n < 1$ es acotada.

c) Calculando el límite se tiene:

Sea $b = \lim_{n\to\infty} b_n \to \lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{4}(2b_{n-1}+3)$

$b = \frac{1}{4}\left(2\lim_{n\to\infty} b_{n-1}+3\right) \to b = \frac{1}{4}(2b+3), de\ donde: b = \frac{3}{2}$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} b_n = \frac{3}{2}$$

9. Probar la sucesión $\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}\ \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ …., converge a 2.

Solución

A la sucesión dada expresaremos así:

$$a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt{2a_1}, a_3 = \sqrt{a2_2}, \ldots, a_n = \sqrt{2a_{n-1}}, n > 1.$$

Ahora demostraremos que la sucesión $\{a_n\}n \geq 1$ es decreciente y acotada superiormente por 2.

La demostración lo haremos por inducción matemática.

i) Para $n = 1, a_1 = \sqrt{2} < 2\ y\ a_1 = \sqrt{2} < \sqrt{2\sqrt{2}} = a_2$

ii) Suponiendo que para $n = h, a_n < 2\ y\ a_h < a_{h-1}$

iii) Probaremos para $n = h + 1$

$a_{h+} = \sqrt{2a_h} \leq \sqrt{4} = 2, pues\ 2a_h \leq 4$ (HI)

$\to a_{h+1} \leq 2\ y\ a_{h+1} = \sqrt{2a_h} \leq \sqrt{2a_{h+1}} = a_{h+2}\ pues\ 2a_h \leq 2a_{h+1}$

(hipótesis inductiva)➔ $a_{h+1} \leq a_{h+2}$,. ➔ $\{a_n\}n \geq 1$

converge a 2.

10. En la sucesión: 6 ; 12 ; 18 ; 24 ;... ; x;..., se multiplica por 1 al 1er término, por 2 al 2º, por 3 al 3º y así sucesivamente. Si se suman los productos obtenidos y el resultado es 3900, halle el valor de x.

Solución

6.1 ; 6.2 ; 6.3 ; 6.4 ;... ; x = 6n ;... 6.1^2 ; 6.2^2 ; 6.3^2 ; 6.4^2 ;.. ; x= $6n^2$;

➔ 6 (1^2 + 2^2 + 3^2 +... + n^2) = 3900→n = 12→x = 6(12) = 72

11. En la sucesión: 37; 44 ; 51 ; 58 ;...Halle la cantidad de términos de tres cifras que terminan en tres.

Solución

t_n = 37 + 7(n – 1) = 30 + 7n = $\overline{ab3}$→n = {19,29,39,...,129}

➔hay 12 términos

12. Halle el término que ocupa el onceavo en la siguiente sucesión:

–1 ; 5 ; 23 ; 59 ; 119 ;…

Solución

–1 ; 5 ; 23 ; 59 ; 119 ;…

6 18 36 60

12 18 24

6 6

$\rightarrow t_n = -1 + 6(n-1) + 6(n-1)(n-2) + (n-1)(n-2)(n-3)$

➔$t_{11} = 1319$

13. Los tres primeros términos de una sucesión son 1, 2 y 3. A partir del cuarto término, c/u de los siguientes términos se calcula a partir de los tres precedentes, restando el tercero a la suma de los dos anteriores. Halle el término que ocupa el lugar 2014 en esta sucesión.

Solución

1; 2; 3; 0; 5; –2; 7; –4; 9; –6;...

A partir del 5 hacia adelante el lugar del término coincide con su opuesto Aditivo, y como al início hay 4 términos debemos contar 2010 términos hacia adelante➔ el término pedido será –2010.

14. ¿Cuántas sucesiones crecientes de tres números impares consecutivos positivos y de tres cifras verifican que la suma de 16 términos consecutivos es un cubo perfecto?

Solución

(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) +... +(2n + 31) = k^3

32(n + 8) = k^3 = {16^3 ; 20^3 ; 24^3}

➔habrán 3 sucesiones que verifican está condición.

15. La suma de los n primeros términos de una sucesión está dada por la Expresión $S_n = n(2n+9)\ ;\ n \geq 1$. Calcule la suma de las cifras del primer término de tres cifras de esta sucesión.

Solución

$S_n = n(2n+9)\ ;\ n \geq 1 \rightarrow S_1 = a_1 = 1$; $S_2 = a_1 + a_2 = 26 \rightarrow a_2 = 15$

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 45 \rightarrow a_3 = 19$

➔ $a_n = 11 + 4(n - 1)$ ➔ el 1º de 3 cifras es 103

16. Tres amigos siguen la ley de formación de una sucesión que empieza con el número 13. El 1º suma uno y dice 14, el segundo suma dos a este número y dice 16, el tercero suma a este tres y dice 19, como le toca el turno al primero este suma uno y dice 20 y así sucesivamente siguen obteniendo los demás términos de la sucesión. Si a Elena se le escucha decir 61, a Julio 40 y a Paty 602. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

i) Paty menciona el número # 2006.

ii) Elena menciona el número # 2014.

iii) Julio menciona el número # 2015.

Solución

EL: 16 + 6(m – 1) = 6m + 10 = 6(334) + 10 = 2014 (V)

PA:19+6(n – 1) = 6n + 13, no hay entero ”n” que verifique para 2006 (F)

JU:14+6(k – 1) = 6k + 8, no hay entero ”k” que verifique para 2015 (F)

17. ¿Cuántos términos de la sucesión: 13; 16; 19;… ;613 Resultan tener raíz cuadrada exacta al sumarle 2 unidades?

Solución

n: n-ésimo término es: tn = 3n + 10

$$\sqrt{tn+2} = k \quad entonces\ .,\ tn = 3n+10 : cuadrado\ perfectos$$

$$3n+10+2 = k^2$$

$$3(n+4) = k^2 \quad entonces\ n+4 = 3p^2$$

$$9p^2 = k^2$$

$$1s \leq k^2 \leq 615$$

$$1s \leq k^2 \leq 615 \quad luego \quad 1,\ldots \leq p^2 \leq 68,\ldots$$

$$1,\ldots \leq p \leq 6,\ldots$$

$$p \in \{2,3,4,\ldots,8\} \qquad \therefore 7\,valores$$

18. En una dulcería Iván compra tres cajas con chocolates y el vendedor le regala un chocolate por su compra. En una segunda vez compra ocho cajas y le regalan dos chocolates, la tercera vez compra quince cajas y le regalan cuatro chocolates, la cuarta vez compra 24 cajas y le regalan siete chocolates. Si la política de la tienda es la misma y cada caja contiene seis chocolates, ¿cuántos chocolates recibirá cuando compre en la tienda por duodécima vez?

Solución

Día: 1 2 3 4.. n 12

Cajas: $2^2-1\ 3^2-1\ 4^2-1\ 5^2-1 ...\ (n+1)^2-1\ 13^2-1=168$

Chocolates: 1 2 4 7... $\frac{n(n-1)}{2}+1\ \frac{12(12-1)}{2}+1=67$

➔ La décima vez:

$168(6)+67=1075$

19. Lidia y Javier van de compras a un kiosco, ella le dice yo avanzaré de modo constante 15 pasos por minuto.y tú avanzaras dos pasos el primer minuto cuatro pasos el segundo, seis pasos el tercero y así sucesivamente y si llegamos juntos yo pagaré la cuenta pero sino sucede eso tú pagaras la cuenta. él aceptó la propuesta y finalmente ella fue quien pagó la cuenta. ¿Cuánto fue la cantidad de pasos que dio cada uno?

Solución

Sea " n " los minutos que pasaron desde que partieron hasta que ambos llegan al kiosco. Como llegaron juntos ➔ $15n = 2+4+6+8+...+2n$

De aquí: $15n = n(n+1) \Rightarrow n = 14$ ➔ número de pasos que dieron ambos fue de: (14)(15) = 210

20. En la sucesión $24; 29; 36; 45; \overline{ab}; ...; \overline{b4a}$ determinar el número de términos

Solución

24 ; 29 ; 36 ; 45 ; 56 ; ….. ; 645

5 7 9 11

2 2 2

$$a_n = n^2 + 2n + 21$$

$$645 = (n+1)^2 + 20$$

$$25^2 + 20 = (n+1)^2 + 20$$

$$n = 24$$

SOLUCIONARIO DE LA PRUEBA DE SUMATORIAS

1. ¿Cuál es el número de diagonales de un polígono de 10 lados?

   Solución

   Paso 1. Comprender el problema.

   El problema pide que se determine el número de diagonales que tiene un polígono de 10 lados.

   Paso 2. Elaborar un plan.

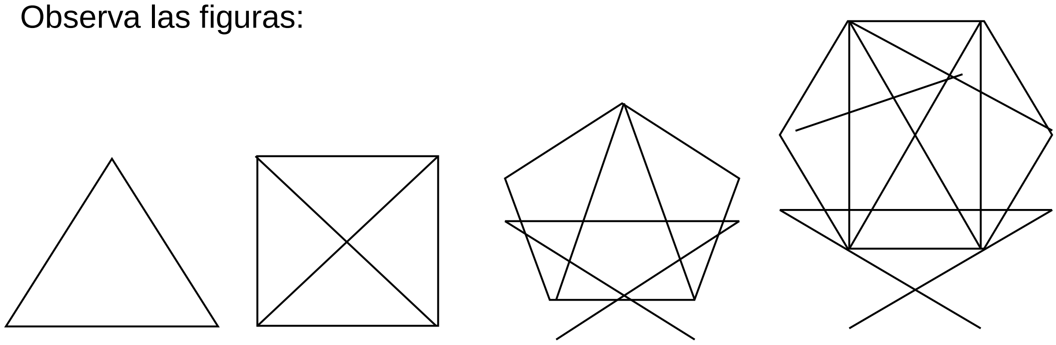
   Podríamos dibujar este polígono de 10 lados y contar sus diagonales, pero dibujar un polígono de 10 lados con sus diagonales es bien difícil.

   Estrategia:

   Un modo de resolver este problema es utilizando la estrategia resolver un problema más sencillo antes; es decir, estudiar el número de diagonales de polígonos con menor número de lados.

   Paso 3. Ejecutar el plan.

   Observa las figuras:



Colocamos en una tabla los valores que observamos en las figuras anteriores y analizamos la tabla para buscar algún patrón que nos ayude a completarla:

N° lados	3	4	5	6	7	8	9	10
N° diagonales	0	2	5	9	¿	¿	¿	¿

Vemos que las diagonales van aumentando a razón de +2; +3; +4 a partir del triángulo.

Usemos el patrón para completar la tabla:

N° lados	3	4	5	6	7	8	9	10
N° diagonales	0	2	5	9	14	20	27	35

Un polígono de 10 lados debe tener 35 diagonales.

Paso 4. Volver hacia atrás.

Algunas veces un patrón nos puede llevar a encontrar una regla general que puede ser escrita como una expresión algebraica. Este es un ejemplo de razonamiento inductivo.

El polígono de 3 lados tiene 0 diagonales.

El polígono de 4 lados tiene 2 diagonales.

El polígono de 10 lados tiene 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35 diagonales.

Extendiendo este patrón:

Para el polígono de 11 lados: 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 44

Para el polígono de *n* lados: 2 + 3 + 4 + 5 + … + n (n – 3)/2 diagonales.

La expresión algebraica 2 + 3 + 4 + 5 + … + n (n – 3)/ 2 representa el número de diagonales de un polígono de *n* lados.

Piensa en un polígono de *n* lados. Ese polígono tendrá *n* vértices.

Como de cada vértice salen (*n* - 3) diagonales porque de él mismo y los 2 lados contiguos no salen diagonales, para calcular el número de diagonales que salen de cada vértice tenemos que hacer el producto: n vértices (n - 3)

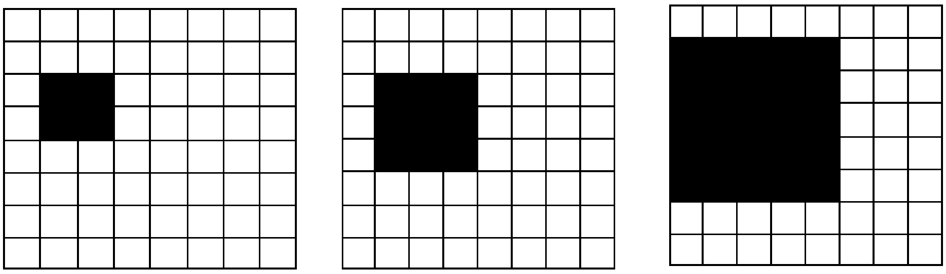
Tenemos que dividir entre 2 ese resultado porque al hacer el producto estamos contando 2 veces cada diagonal, pues la diagonal que va de un vértice al otro y la que viene de ese vértice a sí mismo es la misma y se está contando 2 veces.

Por tanto la expresión algebraica n (n – 3) / 2 representa el número de diagonales que tiene un polígono de *n* lados.

Si *d* representa el número de diagonales de un polígono podemos escribir: $d = n (n - 3) / 2$

Esta última igualdad es la fórmula que permite calcular el número de diagonales que debe tener un polígono conociendo el número de lados que tiene.

1. El tablero de ajedrez tiene 8 filas y 8 columnas, entonces se puede decir que el tablero tiene 8 x 8, es decir, 64 cuadrados. Pero, ¿y si añadimos el cuadrado grande, el del borde del tablero? Serían entonces 65 cuadrados. ¿Qué nos estarán preguntando en este problema? ¿Podemos ver otros cuadrados? ¿Cómo son los otros cuadrados que podemos contar? Hay muchos cuadrados como estos:



2x2 3x3 5x5

Solución

Comprendamos el problema.

Este parece ser un problema muy sencillo.

El tablero de ajedrez tiene 8 filas y 8 columnas, entonces se puede decir que el tablero tiene 8 x 8, es decir, 64 cuadrados.

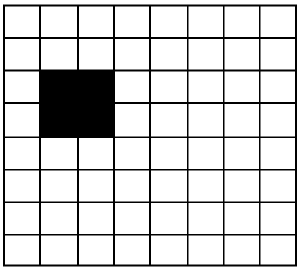
Pero, ¿y si añadimos el cuadrado grande, el del borde del tablero? Serían entonces 65 cuadrados.

¿Qué nos estarán preguntando en este problema?

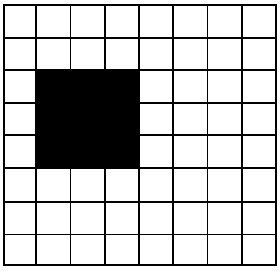
¿Podemos ver otros cuadrados?

¿Cómo son los otros cuadrados que podemos contar?

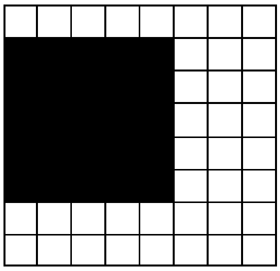
Hay muchos cuadrados como estos:



2x2



3x3



5x5

Elaboramos un plan.

Si interpretamos de este modo el problema, necesitamos contar:

el número de cuadrado de 1 x 1 $\longrightarrow$ que son 64

el número de cuadrado de cuadrados de 2 x 2

el número de cuadrado de cuadrados de 3 x 3

……………………………………………………………………………………

el cuadrado de 8 x 8 $\longrightarrow$ que es 1

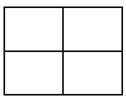
Vemos, entonces, que este es un problema de conteo. Por lo tanto, tenemos que encontrar una forma sistemática para poder contar todos esos cuadrados.

¿La situación parece muy complicada?

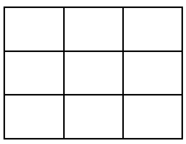
Una estrategia que puede ser conveniente para resolver este problema es "resolver 1º un problema más simple"; esto es, empecemos trabajando con tableros más pequeños.

Ejecutemos el plan.

Tenemos 1 cuadrado 2 x 2 y 4 cuadrados 1 x 1



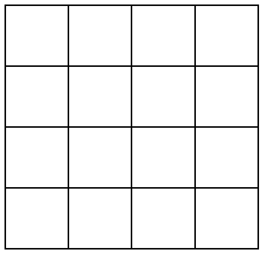
Nº total de cuadrados: 1 + 4 = 5 u $1^2 + 2^2 = 5$



Consideremos ahora otro tablero:

Tenemos 1 cuadrado 3 x 3, 4 cuadrados 2 x 2 y 9 cuadrados 1 x 1

Nº total de cuadrados: $1 + 4 + 9 = 14$ u $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$



Observemos este otro:

Hay 1 cuadrado de 4 x 4, 9 de 3 x 3, de 2 x 2 y 16 de 1 x 1

Nº total de cuadrados: $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ u $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$
Volver hacia atrás.
Ahora resolvamos el problema original utilizando el razonamiento inductivo.

Para ello sería interesante utilizar una tabla:

Tamaño del tablero	**Numero de Cuadrados**
1x1	$1=1$ $1^2 =1^2$
2x2	$1 + 4 = 5$ $1^2 + 2^2 = 5$
3x3	$1 + 4 + 9 = 14$ $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$
4x4	$1 + 4 + 9 + 16 = 30$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$
5x5	$1 + 4 + 9 + 16 +25= 55$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2+5^2= 30$
……………………….	……………………………………………
8x8	$1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64= 204$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 204$

En un tablero de ajedrez podemos contar 204 cuadrados.

3. En el arreglo triangular, halle la suma de las primeras 20 filas.

F1 1

F2 2 3

F3 4 5 6

F4 7 8 9 10

F5

F6

Nos piden la suma de: S= F1 + F2 + F3 + ………+F20

Solución

Veamos: Como F1 tiene 1 sumando, F2 tiene 2 sumandos, F3 tiene 3 sumandos, entonces F20 tiene 20 sumandos ➔ el número total de sumandos

Será: 1 + 2 + 3 +… ..+20 = (20*21)/2 = 210 sumandos

➔ S = (210 x 211) / 2 = 22155

Como podemos ver de aquí sale la formula general de los ”n” primeros números naturales.

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{i} = \mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{3} + \mathbf{4} + \dots\dots\dots + \boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})}{\mathbf{2}}$$

4. Por el método de trapecios de sumatorias halle el valor de la integral

$\int_0^2 \sqrt{1+x^3}\ dx; Para\ n = 2$

Solución

$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2-0}{2} = 1 \rightarrow \frac{1}{2n} = \frac{1}{2}$ Por el método de trapecios:

A = $\frac{1}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + f(x_2)]$ x_i = a + iΔx $x_0 = 0 + 0\Delta x$

$x_1 = 0 + 1.1$, $x_2 = 0 + 2.1$ ➔ A = = $\frac{1}{2}[f(0) + 2f(1) + f(2)]$

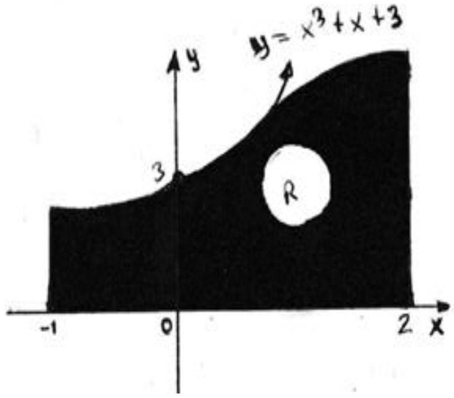
A = $\frac{1}{2}[1 + 2{,}828427 + 3] = 3{,}41421$

$A = \frac{\Delta x}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 1f(x_2)] = \frac{1}{3}[f(0) + 4f(1) + f(2)]$

A = $\frac{1}{3}[1 + 5{,}656854 + 3] = 3{,}218951$

5. Hallar la medida del área de la región R limitada por la gráfica de la curva $y = x^3 + x + 3$, el eje X y las rectas verticales x = - 1, x = 2.

Solución



$y = f(x) = x^3 + x + 3$, x $\in [-1,2]$

$$\Delta x = \frac{2-(-1)}{n} = \frac{3}{n} \to \Delta x = \frac{3}{n} \; c_1 = a + i\Delta x = -1 + \frac{3i}{n}$$

Como $f(x) = x^3 + x + 3$, entonces $f(c_i) = (-1 + \frac{3i}{n})^3 + \left(-1 + \frac{3i}{n}\right) + 3$

$$f(c_i) = \frac{27}{n^2}\, i^3 - \frac{27}{n^2}\, i^2 + \frac{12}{n} i + 1$$

$$A(R) = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\,\Delta x = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{27}{n^3} i^3 - \frac{27}{n^2} i^2 + \frac{12}{n} i + 1\right] \frac{3}{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3}{n} \left[\frac{27}{n^3} . \frac{n^2(n+1)^2}{4} - \frac{27}{n^2} . \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{12}{n} . \frac{n(n+1)}{2} + n\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3}{n} \left[\frac{27}{n} . \frac{(n+1)^2}{4} - \frac{9}{2} . \frac{(n+1)(2n+1)}{n} + 6(n+1) + n\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} 3 \left[\frac{27}{4} (1 + \frac{1}{n})^2 - \frac{9}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(2 + \frac{1}{n}\right) + 6\left(1 + \frac{1}{n}\right) + 1\right]$$

$$= 3 \left[\frac{27}{4}(1+0)^2 - \frac{9}{2}(1+0)(2+0) + 6(1+0) + 1\right]$$

$$= 3 \left[\frac{27}{4} - 9 + 6 + 1\right] = \frac{3(19)}{4} = \frac{57}{4} u^2$$

$$\therefore A(R) = \frac{57}{4} u^2$$

6. Hallar la fórmula para la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} Cos^{2i}\,(3x)$$

Solución

$f(i) = \ Cos^{2i}\,(3x)\ y, f(i-1) = Cos^{2i-2}(3x), f(n) = Cos^{2n}(3x), f(0)\ = 1$

Sabemos que: $\sum_{i=1}^{n}[f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0)$

$$\sum_{i=1}^{n} Cos^{2i}\,(3x)\left[\frac{Cos^{2i}\,(3x) - 1}{Cos^{2}(3x)}\right] = \ Cos^{2n}(3x) - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} Cos^{2i}(3x) = \left[\frac{Cos^{2}(3x)}{1 - Cos^{2}(3x)}\right][1 - Cos^{2n}(3x)]$$

$$= \frac{Cos^{2}(3x)}{Sen^{2}(3x)}[1 - Cos^{2n}(3x)]$$

$$\sum_{i=1}^{n} Cos^{2i}(3x) = Ctg^{2n}(3x)[1 - Cos^{2x}(3x)]$$

7. Resolver la siguiente sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{tgh(19ix)}{\mathrm{sech}(19ix)}$$

Solución

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{sh(19ix)/ch(19ix)}{1/\mathrm{Ch(19ix)}}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Sh(19ix)$$

Por la propiedad telescópica

$$\sum_{i=1}^{n}[f(i+1) - f(i-1)] = f(n+1) + f(n) - f(1) - f(0)$$

Se tiene

$f(i) = Ch(19ix)\ f(i+1) = Ch\ (19ix + 19x)\ f(i-1) = Ch(19ix - 19x)$

mediante identidades*:*

$$Ch(A+B) = Cha(A)Ch(B) + Sh(B)Sh(A)$$

$$Ch(A-b) = Ch(A)Ch(B) - Sh(B)Sh(A)$$

$$Ch(A+B) - Ch(A-B) = 2Sh(B)Sh(A)$$

$$\begin{cases} A + B = 19ix + 19x \\ \ 2A = 2(19ix) \rightarrow \end{cases} \begin{cases} A - B = 19ix - 19x \\ A = 19ix \rightarrow B = 19x \end{cases}$$

$$Ch(19ix - 19x) - Ch(19ix - 19x) = 2Sh(19ix)Sh(19x)$$

$$Sh(19ix) = \frac{Ch(19ix + 19x) - Ch(19ix - 19x)}{2Sh(19x)}$$

Remplazando en la sumatoria:

$$S = \sum_{i=1}^{n} Sh(19ix) = \sum_{i=1}^{n} \frac{Ch(19ix + 19x) - Ch(19ix - 19)}{2Sh(19x)}$$

8. Desarrolle la siguiente sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^i - [3sen(a)\cos(a)]^i}{3^i}$$

Solución

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^i - [3sen(a)\cos(a)]^i}{3^i}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^i - [3sen(a)\cos(a)]^i}{3^i} = \sum_{i=1}^{n} (\frac{e}{3})^i - \sum_{i=1}^{n} [sen(a)\cos(a)^i] \ldots\ldots (1)$$

En el primer término, aplicamos la propiedad telescópica, para ello

vamos a definir: $A = (\frac{e}{3})$

$$f(i) = A^i \,; f(i-1) = A^{i-1} = \frac{A^i}{A} ; f(n) = A^n ; f(0) = A^0 = 1$$

En la fórmula:

$$\sum_{i=1}^{n} [f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0) \rightarrow \sum_{i=1}^{n} \left[A^1 - \frac{A^i}{A}\right] = A^n - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} A^i \left[\frac{A-1}{A}\right] = A^n - 1 \rightarrow \sum_{i=1}^{n} A^i = [\frac{A(A^n-1)}{A-1}]$$

Debido a que: $A = \left(\frac{e}{3}\right)$;

$$\sum_{i=1}^{n} (\frac{e^i}{3}) = \frac{\left(\frac{e}{3}\right)[\left(\frac{e^n}{3}\right) - 1]}{\frac{e}{3} - 1} = \frac{e[\left(\frac{e}{3}\right)^n - 1]}{e/3}$$

9. Halle una fórmula para el desarrollo de la sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} cos^i(2x)$$

Solución

Haremos:

$$A = \cos(2x) \;\; S = \sum_{i=1}^{n} A^i$$

Se aplica la propiedad telescópica, por ello definiremos:

$$f(i) = A^i f(i-1) = A^{i-1} = \frac{A^i}{A};\; f(n) = A^n\,;\; f(0) = A^n - 1$$

En la fórmula:

$$\sum_{i=1}^{n}[f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0) \rightarrow \sum_{i=1}^{n}\left[A^i - \frac{A^i}{A}\right] = A^n - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} A^i \left[\frac{A-1}{A}\right] = A^n - 1 \rightarrow \sum_{i=1}^{n} A^i = \frac{A(A^n - 1)}{A - 1}$$

Debido que A = cos(2x)

$$\sum_{i=1}^{n} cos^i(2x) = \frac{\cos(2x)\,[cos^n(2x) - 1]}{\cos(2x) - 1} = \frac{\cos(2x)\,[1 - cos^n(2x)]}{1 - [cos^2(x) - sen^2(x)]}$$

$$\sum_{i=1}^{n} cos^i(2x) = \frac{\cos(2x)\,[1 - cos^n(2x)]}{2sen^2 x}$$

10. Aplicando la propiedad telescópica de sumatorias desarrollar:

$$\sum_{i=1}^{n} \cos(ix)$$

Solución

Usamos la propiedad telescópica especial:

$$\sum_{i=1}^{n}[f(i) - f(i-1)] = f(n+1) + f(n) - f(1) - f(0)$$

Para ello se define:

$$f(i) = sen(ix);\; f(i+1) = sen(ix + x);\; f(i-1) = sen(ix - x)$$

Mediante las identidades:

$$\begin{array}{r} sen(A+B) = sen(A)\cos(B) + sen(B)\cos(A) \\ sem(A-B) = sen(A)\cos(B) - sen(B)\cos(A) \\ \hline sen(A+B) - sen(A-B) = 2sen(B)\cos(A) \end{array}$$

Hacemos: $A + B = ix + x$ $A - B = ix - x$

Sumamos término a término ambas expresiones:

$$2A = 6ix \rightarrow A = ix\ ;\ B = x$$

Aplicamos la propiedad telescópica:

$$f(n+1) = sen(nx+3x);\ f(n) = sen(nx);\ f(1) = sen(x);\ f(0) = sen(0) = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n}[sen(ix+x) - sen(ix-x)] = sen(nx+x) + sen(nx) - sen(x)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\cos(ix) = \frac{sen[x(n+1)] + sen(nx) - sen(x)}{2sen(x)}$$

11. Desarrollar:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{2^i + 3^i}{6^i}$$

Solución

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{2^i + 3^i}{6^i}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{2^i}{6^i} + \sum_{i=1}^{n}\frac{3^i}{6^i} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1^i}{3^i} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1^i}{2^i} \ldots\ldots (1)$$

Aplicando la propiedad telescópica, para ello definiremos:

$$f(i) = \frac{1}{3^i}\ ;\ f(i-1) = \frac{1}{3^{i-1}} = \frac{3}{3^i}\ ;\ f(n) = \frac{1}{3^n}\ ;\ f(0) = \frac{1}{3^0} = 1$$

En la fórmula:

$$\sum_{i=1}^{n}[f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0) \rightarrow \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{3^i} - \frac{3}{3^i}\right] = \frac{1}{3^n} - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{-2}{3^i}\right) = \frac{1}{3^n} - 1 \rightarrow \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{3^i} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right) \ldots\ldots (2)$$

Ahora determinaremos:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^i}$$

$$f(i) = \frac{1}{2^i} \; ; \; f(i-1) = \frac{1}{2^{i-1}} = \frac{1}{2^n} \; ; \; f(0) = \frac{1}{2^0} = 1$$

Aplicando la propiedad telescópica:

$$\sum_{i=1}^{n} [f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0) \to \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2^i} - \frac{2}{2^i}\right) = \frac{1}{2^n} - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{-1}{2^i}\right) = \frac{1}{2^n} - 1 \; \to \; \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2^i}\right) = 1 - \frac{1}{2^n} \; \ldots \ldots (3)$$

Remplazando se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2^i + 3^i}{6^i} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right) + 1 - \frac{1}{2^n} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2(3^n)} . \frac{1}{2^n}$$

12. Resolver:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(i+1)(i^2+5i+6)}$$

Solución

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(i+1)(i^2+5i+6)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(i+1)(i+3)(i+2)}$$

Fracciones parciales:

$$\frac{1}{(i+1)(i+3)(i+2)} = \frac{A}{i+1} + \frac{B}{i+3} + \frac{C}{i+2}$$

$$1 = \frac{A}{i} + 3)(i+2) + B(i+1)(i+2) + C(i+1)(i+3)$$

Se aplica puntos críticos a la ecuación anterior:

$$i = 1 \to \; -1 = A(2)(1) + B(0) + C(0) \to A = \; -\frac{1}{2}$$

$$i = 2 \to \; -2 = A(0) + B(0) + C(-1) \to C = 2$$

$$i = -3 = A(0) + B(2) + C(0) \to B = -\frac{3}{2}$$

De la cual:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(i+1)(i+3)(i+2)}=\sum_{i=1}^{n}[\frac{-1}{2(i+1)}-\frac{3}{2(i+3)}+\frac{2}{i+2}]$$

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{1}{2(i+2)}-\frac{1}{2(i+1)}+\frac{3}{2(i+3)}+\frac{3}{2(i+2)}]\ldots\ldots(1)$$

Se aplicara la propiedad telescópica a:

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{1}{2(i+2)}-\frac{1}{2(i+1)}]$$

$$f(i)=\frac{1}{i+2}\ ;f(i-1)=\frac{1}{i+1}\ ;f(n)=\frac{1}{n+2}\ ;\ f(0)=\frac{1}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n}[f(i)-f(i-1)=f(n)-f(0)\rightarrow\ \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{i+2}-\frac{1}{i+1}\right]=\frac{1}{n+2}-\frac{1}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{1}{2(i+2)}-\frac{1}{2(i+1)}]=\frac{1}{2(n+3)}-\frac{1}{4}$$

En:

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{3}{2(i+3)}-\frac{3}{2(i+2)}]$$

$$f(i)=\frac{1}{i+3}\ ;f(i-1)=\frac{1}{i+2};\ f(n)=\frac{1}{n+3}\ ;f(0)=\frac{1}{3}$$

En la formula:

$$\sum_{i=1}^{n}[f(i)-f(i-1)=f(n)-f(0)\rightarrow\ \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{i+3}-\frac{1}{i+2}\right]=\frac{1}{n+3}-\frac{1}{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{1}{2(i+2)}-\frac{1}{2(i+1)}]=\frac{1}{2(n+3)}-\frac{1}{4}$$

Luego a:

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{3}{2(i+3)}-\frac{3}{2(i+2)}]=\frac{3}{2(n+3)}-\frac{1}{2}$$

Remplazando se tendrá::

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{1}{2(i+2)}-\frac{1}{2(i+1)}-\frac{3}{2(i+3)}+\frac{3}{2(i+2)}]=\frac{1}{2(n+2)}-\frac{1}{4}-\frac{3}{2(n+3)}+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{n^2+n}{4(n+2)(n+3)}$$

13. Halle una fórmula para el desarrollo de la siguiente sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(i+x)(1+x+i)(i+x+2)}$$

Solución

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(i+x)(1+x+i)(i+x+2)}$$

Por fracciones parciales:

$$\frac{A}{i+x}+\frac{B}{i+x+1}+\frac{C}{i+x+2}$$

$$i=A(i+x+1)(i+x+2)+B(i+x)(i+x+2)+C(i+x)(i+x+1)$$

$$i=-x\rightarrow\ -1=A(-x+x+1)(-x+x+2)+B(0)+C(0)\rightarrow A=-\frac{1}{2}$$

$$i=-1-x\rightarrow\ -1=A(0)+B(-1-x+x)(-1-x+x+2)+C(0)\rightarrow B=1$$

$$i=-2-x\rightarrow\ -1=A(0)+B(0)+C(-2-x-x)(-2-x+x)\rightarrow C=-\frac{1}{2}$$

Luego:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(i+x)(1+x+i)(i+x+2)}=\sum_{i=1}^{n}(\frac{-1}{2(i+x)}+\frac{1}{i+x+1}-\frac{1}{2(i+x+2)})$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{i+x+1}-\frac{1}{i+x})-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i+x+2}-\frac{1}{i+x+1}\right)\ldots\ldots(1)$$

Aplicamos la propiedad telescópica simple a la expresión anterior:

$$f(i)=\frac{1}{i+x+2}\ ;f(i-1)=\frac{1}{i+x+1}\ ;f(n)=\frac{1}{n+x+2}\ ;f(0)=\frac{1}{x+2}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{i+x+2}-\frac{1}{i+x+1})=\frac{1}{n+x+2}-\frac{1}{x+2}\ldots..(2)$$

En (1):

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{(i+x)(1+x+i)(i+x+2)}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+x+2} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{n+x+1} + \frac{1}{x+1}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{(i+x)(1+x+i)(i+x+2)} =$$

$$\frac{n(2x+n+3)}{2(n+x+1)(n+2+x)(x+1)(x+1)}$$

14. Resolver la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2i+1}{i^2(i+1)^2}$$

Solución

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2i+1}{i^2(i+1)^2}$$

$$\frac{2i+1}{i^2(i+1)^2} = \frac{A}{i} + \frac{B}{i^2} + \frac{C}{i+1} + \frac{D}{(i+1)^2} \Rightarrow 2i+1$$

$$= Ai(i+1)^2 + B(i+1)^2 + Ci^2(i+1) + Di^2$$

Valores críticos:

$i = 0 \Rightarrow 1 = A(0) + B(1) + C(0) + D(0) \ \Rightarrow \ B =$

$$i = -1 \Rightarrow -1 = A(0) + B(0) + C(0) + D(1) \ \Rightarrow \ D = 1$$

Por Identidades algebraicas:

$$2i+1 = A(i^3 + 2i^2 + i) + B(i^2 + 2i + 1) + C(i^3 + i^2) + Di^2$$

$$i^3: A + C = 0 \Rightarrow A = -C \ i^2: 2A + B + C + D = 0$$

$-2C + 1 + C - 1 = 0 \Rightarrow C = 0 \ A = 0$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2i+1}{i^2(i+1)^2} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{(i+1)^2}\right)$$

Aplicando la propiedad telescópica:

$$f(i) = \frac{1}{(i+1)^2} f(i-1) = \frac{1}{(i)^2} f(n) = \frac{1}{(n+1)^2} f(0) = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} [f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{(i+1)^2} - \frac{1}{(i)^2} \right) = \frac{1}{(n+1)^2} - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{(i)^2} - \frac{1}{(i+1)^2} \right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n^2 + 2n + 1 - 1}{(n+1)^2} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$$

15. Halle $S = \frac{1}{10}\ [1x3x4 + 2x4x5 + 3x5x6 + \cdots + 10x12x13]$

Solución

A la suma dada podemos escribir en la forma:

$$S = \frac{1}{10} [1x3x4 + 2x4x5 + 3x5x6 + \cdots + 10x12x13] = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} ¡\,(¡+2)(¡+3)$$

S $= \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10}\ ¡\,(¡^2 + 5¡+6) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10}\ (¡^3 + 5¡^2 + 6¡\,)$

Por lo tanto $S = \frac{1}{10}\ (\sum_{i=1}^{10}\ ¡^3 + 5 \sum_{i=1}^{10}\ ¡^2 + 6 \sum_{i=1}^{10}\ ¡\,)$

Aplicando la fórmula de la sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} ¡ = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{i=1}^{n} ¡^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \sum_{i=1}^{n} ¡^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$= \frac{1}{10} ((25)(121) + (5)(5)(11)(7) + (3)(10)(11)) = \frac{1}{10} (3025 + 1925 - 330$$

$$= \frac{5280}{10} = 528$$

Por lo tanto la respuesta es 528

16. Hallar S $= 9 - 4 + 25 - 16 + 49 - 36 + \cdots + 6561 - 6400$

Solución

Agrupando los números adecuadamente

$$S = (9 + 25 + 49 + \cdots + 6561) - (4 + 16 + 36 + \cdots + 6400)$$

$$= (3^2 + 5^2 + 7^2 + \cdots + 81^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + 80^2$$

$$= \sum_{i=1}^{40} (2¡+1)^2 - \sum_{i=1}^{40} (2¡)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{40} [(2¡+1)^2 - (2¡)^2] = \sum_{i=1}^{40} [(2¡)^2 + 4¡+1 - (2¡)^2]$$

$$= \sum_{i=1}^{40} (4¡+1) = \frac{4(40)(41)}{2} + 40 = 2(40)(41) + 40 = 3280 + 40 = 3320$$

Por lo tanto la respuesta es 3320

17. Calcular la suma: $2x3 + 3x8 + 4x15 + \cdots + 15x224$

Solución

Si observamos los términos de la suma se deduce la regla:

$¡(¡^2 - 1)$ $para$ $¡ = 2,3,\ldots.15$ por lo tanto a la suma dada se puede escribir

$$2x3 \; + \; 3x8 + 45 + \cdots + 15x224 \; = \textstyle\sum_{i=2}^{15} ¡\,(¡^2 - 1) =$$

$$\textstyle\sum_{i=2}^{15} ¡^3 - \sum_{i=2}^{15} ¡ = (\sum_{i=1}^{15} ¡^3 - 1) - (\sum_{i=1}^{15} ¡ - 1)$$

$$= \frac{15^2+(16)^2}{4} - \frac{15(16)}{2} = 14400 - 120 = 14280$$

Por lo tanto la respuesta es 14280.

18. Simplificar $E = \sqrt[42]{(1+3+5+\cdots+49)^{0,1+0,2+0,3+\cdots+2}}$

Solución

$$\textstyle\sum_{¡=2}^{n} \frac{1}{¡(\frac{¡}{2}+\frac{1}{2})} = \sum_{¡=2}^{n} \frac{2}{¡(¡+1)}$$

$\frac{1}{¡(¡+1)} = \frac{1}{¡} - \frac{1}{¡+1}$, reemplazando en la sumatoria

$\sum_{¡=2}^{1} \frac{1}{¡(\frac{¡}{2}+\frac{1}{2})} = 2\sum_{¡=2}^{n}(\frac{1}{¡}-\frac{1}{¡+1}) = 2\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\right.$

$\left.\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\ \ldots\ +\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right] = 2\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}\right] = 2\left[\frac{n-1}{2(n+1)}\right] = \frac{n-1}{n+1}$

$= \sum_{¡=2}^{n} \frac{1}{¡\left(\frac{¡}{2}+\frac{1}{2}\right)} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{94}{98}$ ➔ 98 (n – 1) = 94 (n +1)

4n = 94 + 98 entonces 4n = 192 ➔ $n = \frac{192}{4} = 48$ ➔ n = 48

19. Aplicando sumatorias halle la medida del área de la función f (x) = x +5

Limitada por el eje de las abscisas la recta x = 6 en el primer

Cuadrante

Solución

Calculando la suma: $1+3+5+\cdots+49$

Observamos que los números son impares

$$1+3+5+\cdots+49 = \sum_{¡=1}^{25}(2¡-1) = 2\sum_{¡=1}^{25}¡-\sum_{¡=1}^{25}1$$

$$= \frac{2(25)(26)}{2} - 25 = (25)(26) - 25 = 25(26-1) = (25)(25) = 25^2$$

También tenemos que:

$$0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 + \cdots + 2 = \frac{1}{10}(1+2+3+\cdots+20) = \frac{1}{10}\left(\frac{(20)(21)}{2}\right) = 21$$

Ahora reemplazamos en la expresión dada:

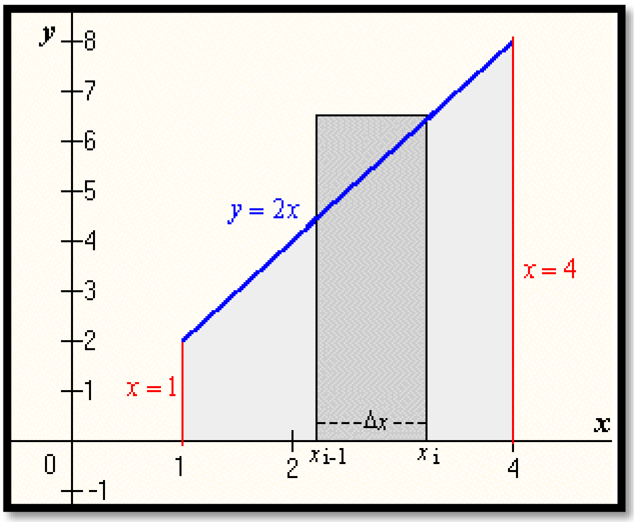
$E = \sqrt[42]{1+3+5+\cdots+49)^{0,1+0,2+0,3+\cdots+2}} = \sqrt[42]{(25^2)^{21}}$

$= \sqrt[42]{25^{42}} = 25^{\frac{42}{42}}$ = 25

20. Hallar la región acotada por y=2x, los ejes x y las rectas x=1 y x=4

Solución:

Hacemos la gráfica



Δx = (4 - 1) / n = 3 / n F(x) = 2x

$$A = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(Xi)\,\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(1 + i\Delta x)\,\Delta x$$

$$A = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2(1 + i\Delta x)\,\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2\left(1+\frac{i3}{\mathrm{n}}\right)\frac{3}{n}$$

$$A = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2(1 + i\Delta x)\,\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2\left(1+\frac{i3}{\mathrm{n}}\right)\frac{3}{n}$$

$$A = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2(1 + i\Delta x)\,\Delta x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2\left(1+\frac{i3}{\mathrm{n}}\right)\frac{3}{n}$$

$$A = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{6}{n^2}\left(n^2 + \frac{3n(n+1)}{2}\right)\right] = \lim_{n\to\infty} 3(5+\frac{3}{n})$$

$$A = 3\lim_{n\to\infty}\left(5+\frac{3}{n}\right) = 3(5+0)$$

$$A = 15\,u^2$$

Por lo tanto la respuesta es 15 u^2

SOLUCIONARIO DE LA PRUEBA DE SERIES

1. Aproximar $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ mediante un polinomio de grado 3. Utiliza dicho polinomio para hallar $\frac{1}{\sqrt{1,2}}$. Dar una cota del error cometido.

Solución

Basta calcular las derivadas hasta el orden 4. Tomaremos como punto de cálculo el valor $a = 0$.

$$f(x) = (1+x)^{-1/2} \qquad \Rightarrow f(0) = 1$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}(1+x)^{-3/2} \qquad \Rightarrow f'(0) = -\frac{1}{2}$$

$$f''(x) = \frac{3}{4}(1+x)^{-5/2} \qquad \Rightarrow f''(0) = \frac{3}{4}$$

$$f'''(x) = -\frac{15}{8}(1+x)^{-7/2} \qquad \Rightarrow f'''(0) = -\frac{15}{8}$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{105}{16}(1+x)^{-9/2} \qquad \Rightarrow f^{(4)}(\varepsilon) = \frac{105}{16} = (1+\varepsilon)^{-9/2}$$

Finalmente,

$$f(x) \approx T_3(x) = f(0) + f'(0)_x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

Por lo que,

$$f(x) \approx 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{15x^3}{48}$$

a) Como $\frac{1}{\sqrt{1,2}} = f(0,2)$ basta tomar $x = 0,2$ en el polinomio anterior.

Por tanto,

$$\frac{1}{\sqrt{1,2}} \approx 1 - \frac{0,2}{2} + \frac{3(0,2)^2}{8} - \frac{15(0,2)^3}{48} \approx 0,9125$$

b) El error viene dado por el término

$$|\epsilon| = \left|\frac{f^4(\varepsilon)}{4!}x^4\right|$$

Siendo $x = 0{,}2$ y $0 < \varepsilon < 0{,}2$. Podemos escribir, pues,

$$|\epsilon| = \left|\frac{105}{4!.\,16(1+\varepsilon)^{9/2}}(0{,}2)^4\right| = \frac{105(0{,}2)^4}{384(1+\varepsilon)^{9/2}}$$

Ahora hay que eliminar ε de la fórmula anterior acotando la función por su valor máximo (en este caso, se trata de escribir el denominador más pequeño posible, teniendo en cuenta que 0 < ε < 0,2):

$$|\epsilon| = \frac{105(0{,}2)^4}{384(1+\varepsilon)^{9/2}} < \frac{105(0{,}2)^4}{384} \approx 0{,}0004375$$

La aproximación es regular (2 o 3 cifras exactas).

2. La serie Maclaurin para la función seno está dada por:

$sen(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$;halle el intervalo de convergencia.

Solución

Usando la prueba de la razón:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}x - a^{n+1}|}{|u_n(x-a)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(-1)^{n+1}(x)^{2n+3}}{(2n+3!)}\right|}{\left|\frac{(-1)^n(x)^{2n+1}}{(2n+1)!}\right|}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(-1)^{n+1}(x)^{2n+3}(2n+1)!}{(-1)^n(x)^{2n+1}(2n+3!)}\right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(-1)^1(x)^2}{(2n+2)(2n+3)}\right| = |x^2| \lim_{n\to\infty} \left|\frac{-1}{(2n+2)(2n+3)}\right| < 1$$

Calculando el límite:

$$|x^2|(0) < 1 = 0 < 1$$

Lo que indica que la serie converge para todo x.

3. Estime el error cometido al calcular $\left(\frac{\pi}{6}\right)$ con un polinomio de Taylor de quinto grado.

Solución

sabemos:

$$T^5\left(sin\left(\frac{\pi}{6}\right),0\right)=\frac{\pi}{6}-\frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^3}{3!}+\frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^5}{5!}=0.500002$$

El resto de Lagrange:

$$R_5\leq\left|\frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^7}{(7)!}\right|=\frac{\pi^7}{6^7 7!}=2.14^*10^{-6}\rightarrow|\varepsilon|\leq 2.14^*10^{-6}$$

$$T^5\left(sin\left(\frac{\pi}{6}\right),0\right)=0.500002\pm 2.14^*10^{-6}$$

4. Halle el grado del polinomio para obtener una aproximación de $\frac{1}{\sqrt{e}}$ con un error menor a 10^{-4}.

Solución

Sabemos:

$$\frac{1}{\sqrt{e}}=e^{-0.5}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-0.5)^n}{n!}\ con\ \varepsilon<10^{-4}$$

Usando el Teorema Lagrange:

$$|R_n|\leq 10^{-4}=\left|\frac{e^{\theta}(-0.5)^{n+1}}{(n+1)!}\right|\leq 10^4$$

Tomando un θ que haga máximo el resto entre <-0.5;0>

$$\left|\frac{e^{\theta}(-0.5)^{n+1}}{(n+1)!}\right|=\left|\frac{(-0.5)^{n+1}}{(n+1)!}\right|\leq 10^4$$

Entonces el menor número”n”que cumple la desigualdad:

$$\left|\frac{(-0.5)^{5+1}}{(5+1)!}\right|=\frac{1}{46080}\leq 10^{-4}$$

Podemos comprobarlo:

$$e^{-0.5} \approx \frac{(-0.5)^0}{0!} + \frac{(-0.5)}{1!} + \frac{(-0.5)^2}{2!} + \frac{(-0.5)^3}{3!} + \frac{(-0.5)^4}{4!} + \frac{(-0.5)^5}{5!}$$

$$= 0.606510 \ldots$$

El resultado exacto: 0.606530… (se comprueba que el error aparece en la cuarta cifra decimal, como se quería).

5. Si $\sum$an es absolutamente convergente, entonces $\sum$ an es convergente

Solución

Como $\sum$ |an| es convergente por el criterio de Cauchy: se tiene

Dado e > o ∃N/ n > N y p> c

$$\left| |a_n| + |a_n| + \cdots + |a_{n+p}| \right| < E$$

$$\left| |a_n| + |a_n| + \cdots + |a_{n+p}| \right|$$

⇒ por el criterio d Cauchy:

$\sum$an es convergente

6. Hallar el radio y el intervalo de convergencia de:

$$\sum_{n+1}^{\propto} \left(\frac{E1^{n+1}}{n+1} \right) (x-4)^{11}$$

Solución

$$L = \lim_{n \to \propto} \left| \frac{\partial n+1}{\partial n} \right| = \lim \left| \frac{\frac{(-1)^{n+2}}{n+z}}{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}} \right|$$

$$= \lim_{a \to \alpha} \frac{n+1}{n+2} = 1$$

Límite de convergencia

|x-4| < 1 ➔ -1 < x – 4 < 1 ➔ 3 < x < 5

Si x = 5, $\sum \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right) \frac{1}{n+1} \rightarrow o$

$\frac{1}{n} > \frac{1}{n+c1}$ $decreciente$

⇒ la serie converge en el intervalo 3 < X ≤ 5

Lim $\left|\frac{an+1}{an}\right| = 1\ |x-4|$

Si x = 3

$$\sum_{n+1}^{\propto}\left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right)(-1)^{n}$$

$$\sum_{n+1}^{\propto}\frac{-1}{n+1}\sum_{n+1}^{\propto}\frac{1}{n+1}$$

Hacemos k = n + 1 ≥ 2

$\sum_{k}^{\propto}$ ≥,2 $\frac{1}{k}$ diverge

Respuesta: el intervalo de convergencia es 3, 5.

7. Sea f (x) = ⎸n (x+1), x > - 1 halle su serie de Taylor alrededor de x = 1

Solución

f (x) = $\frac{1}{x+1} \rightarrow f$ (x) = $\frac{1}{2}$

f (x) = $\frac{-1}{x+1x} \rightarrow f$ (x) = $\frac{-1}{2^2}$

f (x) = $\frac{-1}{(x+1)^3} \rightarrow f$ (1) = $\frac{-1}{2^3}$

f (x) = $\frac{-3}{(x+1)^4} \rightarrow f$ (1) = $\frac{3!}{2^{\Delta}}$

f (x) = $(-1)^{m+1}$ $\frac{(k-1)!}{2^k}$

Ln (x+1) = $\sum_{n+1}^{\propto}(-1)\ \left(\frac{n+n}{2\,n}\right)^{n}$ (x-1)

8. Hallar la serie de Maclaurin de f (x) = arctg x

Solución

f (x) = $\frac{-1}{(x+1)^2}$ = 1 ➔ f (x) = 1 + (-x^2) + (-x^2) + (-x^3)^3 + …. │–x2 │<1

f (x) = 1- x^2 + x^4 –x^6 +x^2

f (c) = 1

f^3 (x) =-2x + 4x^3 -6x^5 +8x^7 + ….

f^3 (x) = -2 + 12x^2 -30x^4 +56x^6……

f^3 (x) = -2

f^4 (x) = 24x -12cx^3 +56.6 x^5….

f^4 (c) = 0

f^5 (0) = 24

9. Calcule $T(g(x), 0)\ con\ g(x) = e^x\ - e^{-x}$, y su intervalo de convergencia.

Solución

Queremos expandir alrededor de 0, la función que resulta de restar otras funciones; partiendo de:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

Haciendo: $x = -x$ Obtenemos:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$$

Restando ambas series:

$$g(x) = e^x\ - e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} = \frac{2x}{1!} + \frac{2x^3}{3!} + \frac{2x^5}{5!} + \frac{2x^7}{7!} + \cdots$$

$$g(x) = e^x\ - e^{-x} = 2\left(\frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots\right) = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n2n+1}}{(2n+1)!}$$

Se puede demostrar que converge para todo x.

10. Demuestre que el límite hacia cero de la función seno cardinal es 1, usando series de Taylor $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$

Solución

Sabemos que la serie para la función seno:

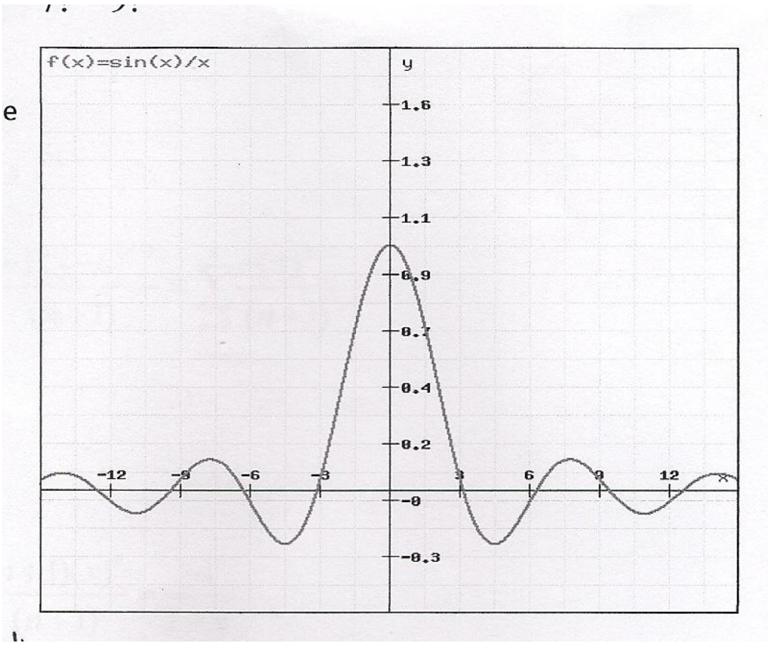
$$sen(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x)^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} \ldots$$

Luego para un mismo valor de x; distinto de 0:

$$\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} \ldots \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x)^{2n}}{(2n+1)!}$$

Donde resulta evidente: $\lim_{x\to 0} sinc(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Graficando se tiene



11. Obténgase la serie para $\frac{1}{1-x}$

Solución

Conocemos que

$$\ln(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^{n+1}}{(n+1)}$$

Sustituyendo $x \to 1 - x$, en la serie.

$\ln(1-x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(1-x-1)^{n+1}}{(n+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(-x)^{n+1}}{(n+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)}$

Luego, como: $\frac{d(\ln(1-x))}{dx} = \frac{1}{1-x}$

$$\frac{d(\ln(1-x))}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(x)^n}{(n+1)} = \frac{1}{1-x}$$

$$= \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 \ldots.. \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

12. Mediante integración, obtenga la serie para *h*(x) = arctan(x)

Solución

Por el ejemplo anterior, sabemos:

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

Si sustituimos $x \rightarrow -x^2$

Conseguimos:

$$\frac{1}{1-(-x^2)} = \frac{1}{1-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n$$

$$\frac{1}{1-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \, x^{2n}$$

Como:

$$\int_0^x \frac{1}{1-x^2}\, dx = \arctan(x)$$

La función es equivalente a:

$$h(x) = \int_0^x \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \, x^{2n}\right] dx = \int_0^x (1 - x^2 + x^4 - x^6 \ldots) dx$$

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} \ldots$$

Por lo que:

$$h(x) = \arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} - 1 < x < 1$$

13. Desarrolle $e^{-0,2}, con\ 5\ decimales$

Solución

$$Como\ e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \cdots + + \frac{x^n}{n!}$$

$$Sustituyendo\ x\ por - x, tenemos: e^x$$

$$= 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \cdots + +(-1)^n \frac{x^n}{n!}$$

Como x=0,2, tenemos

$$e^{0,2} = 1 - 0{,}2 + \frac{0{,}2^2}{2} - \frac{0{,}2^3}{6} + \frac{0{,}2^4}{24} + \cdots + +(-1)^n \frac{0{,}2^n}{n!}\ para\ 5\ decimales\ es:$$

$$e^{0,2} = 1 - 0{,}2 + \frac{0{,}2^2}{2} - \frac{0{,}2^3}{6}\ con\ error\ 0 \leq R_3(0{,}2) \leq \frac{|0{,}2|^4}{4!}$$

$$entonces\ e^{0,2} \cong 0{,}81867\ con\ error\ 0 \leq R_3(0{,}2) \leq \frac{|0{,}2|^4}{4!}$$

14. Encontrar el polinomio de Taylor de grado n para cada función f alrededor del valor dado de a para F(x) = cosx, a= 0

Solución

F(x)= cosx = sen $(x + \frac{\pi}{2})$	f(0)= 1
F'(x) = -senx= sen (x+π)	f'(0) =0
F''(x) = -cosx = sen $(x + 3\frac{\pi}{2})$	f''(0) =1
F'''(x) = senx = senx (x + 2π)	f'''(0) =0
fn(x) = sen$(x + n\frac{\pi}{2})$	f^n(0)= $\frac{(-1)^n}{2}$ + 1

P(x) = Tn (cosx,o) = $\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{n}(0)}{k!}\ (x-0)^{n}$

P(x) = 1 +f’ (0)x + $\frac{f''(0)}{2!}\ x^{2+}$…………..+$\frac{f^{n(0)}}{n!}\ x^{n}$

P(x)= 1 + 0(x-0) + 1 $\frac{(x+0)^2}{2!}$ + 0 $\frac{(x+0)^3}{3!}$ + …….

15. Determine la serie de Taylor – Maclaurin y su radio de convergencia para la función dada por la fórmula:

$$f(z) = \frac{1}{1+z}$$

Solución

$$f(z\ldots) = \frac{1}{1+z}$$

Obtengamos la serie por el método que da la definición, para ello calculemos la fórmula de las derivadas:

f´(z) = $\frac{d}{dz}(1 + z)^{-1} = (-1)^1\ 1!\ (1 + z)^{-2}$

f´´(z) = $\frac{d}{dz}\ (-1)^1\ 1!\ (1 + z)^{-2} = (-1)^2\ 2!\ (1 + z)^{-3}$

f´´´(z) = $\frac{d}{dz}\ (-1)^2\ 2!\ (1 + z)^{-3} = (-1)^3\ 3!\ (1 + z)^{-4}$

en general,

$f^{(k)}(z) = (-1)^k\ k!\ (1 + z)^{-(k+1)}$

$f^{(k)}(0) = (-1)^k\ k! \rightarrow a_k = \frac{f(k)(0)}{k!} = \frac{(-1)^k k!}{k!} = (-1)^k$

Por tanto,

$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k\, z^k = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k z^k = 1 - z + z^2 - z^3 + z^4 + \cdots$

y su radio de convergencia se obtiene de:

$\frac{1}{R} = \lim_{k\to\infty} \sqrt[K]{|a_k|} = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{|(-1)^k|} = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{1} = 1$ ➔ R=1.

16. Determine el radio de convergencia de la función F(x) = $\frac{1}{(x+3)(x+1)}$ Aplicando serie de Taylor- Maclaurin

Solución

F(x) = $\frac{1}{(x+3)(x+1)} = \frac{1/2}{x+1} - \frac{1/2}{x+3}$

F´(x) = $\frac{-1/2}{(x+1)^2} + \frac{1/2}{x+3}$

F´´(x) = $\frac{1}{(x+1)^3} + \frac{-1}{(x+3)^3}$

F´´´(x) = $\frac{-3}{(x+1)^4} + \frac{3}{(x+3)^4}$

F´´´´(x) = $\frac{3\times 4}{(x+1)^5} - \frac{3\times 4}{(x+3)^5}$

F´´´´´(x) = $\frac{-3\times 4\times 5}{(x+1)^6} + \frac{3\times 4\times 5}{(x+3)^6}$

F$^{(n)}$(x) = $\frac{(-1)^n n!}{2}\left[\frac{1}{(x+1)^{n+1}} - \frac{1}{(x+3)^{n+1}}\right]$

F$^{(n)}$(0) = $\frac{(-1)^n n!}{2}\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3^{n+1}}\right]$

Serie de Taylor- Maclaurin

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right) x^n$$

$$L = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{c_{n+1}x^{n+1}}{c_n x^n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{(-1)^{n+1}}{2}\times\left[1-\frac{1}{3^{n+2}}\right]\times x^{n+1}}{\frac{(-1)^n}{2}\times\left[1-\frac{1}{3^{n+1}}\right]x^n}\right|$$

$$L = \lim_{n\to\infty}\left|(-1)\times\frac{3^{n+2}-1}{3^{n+2}}\times\frac{3^{n+1}}{3^{n+1}-1}\times x\right|$$

L = $\lim\limits_{n\to\infty}\left|\frac{3^{n+2}-1}{3(3^{n+1}-1)}x\right|$

L = $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{3}\times\frac{3^{n+2}-1}{3^{n+1}-1}|x|$

L = $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{3}\times\frac{3^{n+2}\times Ln(3)}{3^{n+1}\times\times Ln(3)}|x|$

L = $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{3}\times 3|x|$

L = $\lim_{n\to\infty} |x|$

L = $|x|$

La serie de potencias converge si L< 1

$|x| < 1 = R \;\; -1 < x < 1$ ➔ el radio de convergencia es: $R = 1$

17. Desarrollar por la serie de Maclaurin F(x) = $\sqrt[3]{x}$; a = 8

Solución

f(x) = $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$,

f´(x) = $\frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}}$,

f´´(x) = - $\frac{2}{3^2} x^{-\frac{5}{3}}$,

f´´´(x) = $\frac{5 \cdot 2}{3^3} x^{-\frac{8}{3}}$,

$f^{(4)}(x)$ = - $\frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3^4} x^{-\frac{11}{3}}$,

$f^{(5)}(x)$ = $\frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{3^5} x^{-\frac{14}{3}}$,

$f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \ldots (3n-4)}{3^n} x^{\frac{(1-9n)}{3}}$, para a = 8. Se tiene:

f(8) = $8^{1/3}$ = 2,

f´(8) = $\frac{1}{3} 8^{-2/3} = \frac{1}{3 \cdot 2^2} = \frac{2}{24}$,

f´´(8) = - $\frac{2}{3^2} 8^{-5/3}$ = - $\frac{2}{3^2 \cdot 2^5} =$ - $\frac{4}{24^2}$,

f´´´(x) = $\frac{2 \cdot 5}{3^3} 8^{-8/3} = \frac{2 \cdot 5}{3^4 \cdot 2^8} =$ - $\frac{4 \cdot 5}{24^3}$,

$f^{(4)}(x)$ = - $\frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3^4} 8^{-11/3} = - \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3^4 \cdot 2^{11}} =$ - $\frac{4 \cdot 5 \cdot 8}{24^4}$,

$f^{(5)}(x)$ = $\frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{3^5} 8^{-14/3} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{3^5 \cdot 2^{14}} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{24^5}$,

$f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \frac{4 \cdot 5 \cdot 8 \ldots (3n-4)}{24^n}$

+De tal manera que la serie de Taylor para $\sqrt[3]{x}$ en 8 es:

$$\sqrt[3]{x} = 2 + \frac{2(x-8)}{24} - \frac{4(x-8)^2}{2!\,(24^2)} + \frac{4\cdot 5(x-8)^3}{3!\,(24^3)} - \frac{4\cdot 5\cdot 8(x-8)^4}{4!\,(24^4)} + \cdots$$
$$+ \ (-1)^{n-1}\frac{4\cdot 5\cdot 8\ldots(3\mathrm{n}-4)(x-8)^n}{n!\,(24^n)}$$

El radio de convergencia R, se calcula mediante.

$$\mathrm{R} = \lim_{n\to+\infty}\left|\frac{c_n}{c_{n+1}}\right| = \lim_{n\to+\infty}\frac{\frac{4\cdot 5\cdot 8\ldots(3\mathrm{n}-4)}{n!(24^n)}}{\frac{4\cdot 5\cdot 8\ldots(3\mathrm{n}-4)(3\mathrm{n}-1)}{(n+1)!(24^{n+1})}} = \lim_{n\to+\infty}\frac{\frac{1}{1}}{\frac{3n-1}{(n+1)(24)}} = \lim_{n\to+\infty}\frac{24(n+1)}{(3n-1)}$$

$$\rightarrow\ R = 24\lim_{n\to+\infty}\frac{1+{}^{1}\!/_{n}}{3-{}^{1}\!/_{n}} = 24\left(\frac{1}{3}\right) \leftrightarrow R = 8$$

18. Sea la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^3}{4^n}x^n.$$

Halle su radio de convergencia

Solución

Sea $a_n = \frac{n^3}{4^n}$ y obtenemos

$$\mathrm{A} = \lim_{n}\sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n}\sqrt[3]{\frac{n^3}{4^n}} = \lim_{n}\frac{\left(\sqrt[n]{n}\right)^3}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow \mathrm{R} = 4$$

Así pues, la serie es convergente si $|x|$ <4 y divergente si $|x| > 4$. Para averiguar la convergencia en los extremos del intervalo será necesario hacer el estudio particular.

$$x = 4 \rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^3}{4^n}4^n = \sum_{n=1}^{+\infty}n^3\ \ (divergente)$$
$$x = -4 \rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^3}{4^n}(-4)^n = \sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n n^3\ \ (divergente)$$

Concluimos, que el intervalo de convergencia es $I =]-4{,}4[$.

19. Determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}}$$

es convergente o divergente

Solución

Sea $a_n = \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}} \Longrightarrow \quad a_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{\,(n+1)(n+2)}}$

$$k = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{\,(n+1)(n+2)}}}{\frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n\,(n+1)}}{\sqrt{\,(n+1)(n+2)}} = 1.$$

Luego por el criterio de la razón no se concluye nada.

Aplicando el criterio de comparación por límites tenemos:

Sean: $a_n = \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}}$, y tomando un $b_n = \frac{1}{n}$, es decir:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

es una serie divergente, entonces tomando límite al cociente de a_n y b_n tenemos:

Sea $k = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\propto} \frac{n}{\sqrt{n\,(n+1)}} = 1 > 0$

Entonces por nuevamente el criterio de comparación por límite concluimos que:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1 > 0 \;\to\; \sum_{n=1}^{\infty} a_n \;\; y \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

convergen o divergen. Entonces la serie

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}}$$

es divergente.

20 Estudiar la convergencia o divergencia en la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)(n+2)}}$$

Solución

Sea:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)(n+2)}} \implies a_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{\,(n+1)(n+2)(n+3)}}$$

$$k = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{1}{\sqrt{\,(n+1)(n+2)(n+3)}}}{\dfrac{1}{\sqrt{n\,(n+1)(n+2)}}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}{\sqrt{(n+1)(n+2)(n+3)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+3}} = 1.$$

Luego por el criterio de la razón no se concluye nada.

Aplicando el criterio de comparación por límites tenemos:

Sean: $a_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$, y tomando un $b_n = \frac{1}{\sqrt{n^3}}$, es decir:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$$

es una serie que converge (por ser una serie-p ; $p = \frac{3}{2} = 1{,}5 > 1$),

entonces tomando límite al cociente de a_n y b_n tenemos:

Sea:

$$k = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{1}{\sqrt{n\,(n+1)(n+2)}}}{\dfrac{1}{\sqrt{n^3}}}$$

$$= \lim_{n\to\propto} \frac{\sqrt{n^3}}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}} = \sqrt{\lim_{n\to\infty} \frac{n^3}{n\,(n+1)(n+2)}} = 1 > 0$$

Entonces por nuevamente el criterio de comparación por límite

Se concluye que:

Si: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1 > 0 \; \to \; \sum_{n=1}^{\infty} a_n \;\; y \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

convergen o divergen ➔la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\,(n+1)}}$ es convergente.

ANEXO 6: ENCUESTA

Encuesta a Docentes que dictan los cursos de Matemática I y II en la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UNMSM sobre percepción que tienen acerca de los estudiantes sobre el manejo de series numéricas.

INSTRUCCIONES: Lea con detenimiento las siguientes interrogantes y marque con una aspa ”X” la casilla que corresponda a la pregunta formulada, agradeciéndole por el tiempo empleado	
A.	**DATOS GENERALES**
	1. Sexo M 1 I__I F 2 I__I 2. Estudios Universidad Nacional 1 I__I Otro 2 I__I
B.	**CAPACIDADES COGNITIVAS**
1.	¿A su criterio los estudiantes manejan el concepto de sucesión? Si 1 I__I No 2 I__I
2.	¿Es importante el estudio de las sucesiones, sumatorias y series? Si 1 I__I No 2 I__I
3.	¿Ha desarrollado el tema de series en los cursos de Matemática I y Matemática II? Si 1 I__I No 2 I__I
4.	¿En el proceso de enseñanza aprendizaje los alumnos saben que la sucesión es una función? Si 1 I__I No 2 I__I
5.	¿Es Frecuente que los estudiantes confunden los conceptos de sucesión y serie? Si 1 I__I No 2 I__I
6.	¿Los alumnos que llevan los cursos de Matemática I y Matemática II, consideran que la sumatoria es una serie? Si 1 I__I No 2 I__I
7.	¿Los alumnos encuentran una relación entre la sucesión, sumatoria y la serie? Si 1 I__I No 2 I__I
8.	¿Desarrollan los estudiantes ejercicios de Límite y series de potencias? Si 1 I__I No 2 I__I
9.	¿Confunden los estudiantes la sumatoria con la sucesión? Si 1 I__I No 2 I__I
10.	¿Es importante el estudio de las sucesiones, sumatoria y las series? Si 1 I__I No 2 I__I

RESULTADOS DE LA ENCUESTA

A.	**DATOS GENERALES**
	1. Sexo M 1 I07I F 2 I01I 2. Estudios Universidad Nacional 1 I8I Otro 2 I__I
B.	**CAPACIDADES COGNITIVAS**
1.	¿A su criterio los estudiantes manejan el concepto de sucesión? Si 1 (01) No 2 (07)
2.	Es importante el estudio de las sucesiones, sumatorias y series? Si 1 (08) No 2 (00)
3.	Ha desarrollado el tema de series en los cursos de Matemática I y Matemática II? Si 1 (06) No 2 (02)
4.	¿En el proceso de enseñanza aprendizaje los alumnos saben que la sucesión es una función? Si 1 (02) No 2 (06)
5.	¿Es Frecuente que los estudiantes confunden los conceptos de sucesión y serie? Si 1 (06) No 2 (02)
6.	¿Los alumnos que llevan los cursos de Matemática I y Matemática II, consideran que la sumatoria es una serie? Si 1 (04) No 2 (04)
7.	¿los alumnos encuentran una relación entre la sucesión, sumatoria y la serie? Si 1 (03) No 2 (05)
8.	¿Desarrollan los estudiantes ejercicios de Límite y series de potencias? Si 1 (02) No 2 (06)
9.	¿Confunden los estudiantes la sumatoria con la sucesión? Si 1 (07) No 2 (01)
10.	¿Es importante el estudio de las sucesiones, sumatoria y las series? Si 1 (05) No 2 (03)

Anexo 07: Registros de Acción Docente

FACULTAD DE FARMACIA Y BIOQUÍMICA

FARMACIA Y BIOQUÌMICA -CIENCIA DE LOS ALIMENTOS -TOXICOLOGÌA

TEMA SUCESIONES

			PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA			
#	CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	MED	MEP	MED	MEP	EAP	SEXO
1	15040081	ABANTO BELLO, ANGELA REBECA	12	10	15	16	FFyBB	F
2	15040095	ABREGÚ LAURA, STHEFANY RUTH	11	12	14	15	FFyBB	F
3	15040049	ACEVEDO PADILLA, GABRIELA	11	14	15	18	FFyBB	F
4	14040082	ACOSTA ROMERO, SOLANGE DIANA	8	11	12	15	FFyBB	F
5	15040001	ACUÑA LEIVA, RODRIGO	8	14	14	15	FFyBB	M
6	14040029	AGUILAR SILVA, KARINA JANET	11	14	16	17	TOXI.	F
7	14040071	ALARCON TITO, YELSIN EDWIN	5	8	11	14	FFyBB	M
8	14040102	ALAYO GIRÓN, JORGE CARMELO	7	10	12	15	CC.AA	M
9	14040072	ALBITES CONDORI, RHENSO VICTOR	6	11	14	15	FFyBB	M
10	15040096	ALIAGA HOYOS, MARÍA DEL CARMEN	11	11	15	16	FFyBB	F
11	15040083	ALVARADO BARZOLA, FERNANDA DIUVINA	8	10	11	14	FFyBB	F
12	15040051	APAZA CHAMPI, LUIS ARTURO	9	10	14	14	FFyBB	M
13	15040002	ARANDA CASTILLO, DANIELA FRESIA	5	10	12	15	FFyBB	F
14	15040024	ARENAS BARRIENTOS, GREIDY	11	14	16	18	FFyBB	F
15	15040129	ARÓSTEGUI GARCÍA, JACKELINE STEYSI	10	10	12	15	TOXI.	F
16	15040104	ATARAMA DEL POZO, JOSELYN GERALDINE	11	13	16	16	CC.AA	F
17	15040003	AYALA ROMERO, NIKI EDINSON	10	11	14	12	FFyBB	M
18	14040038	BARRETO RAMIREZ, RAMIRO MIGUEL	10	10	12	14	FFyBB	M
19	15040004	BAZAN MELENDEZ, MIA DANNA	8	11	12	14	FFyBB	F
20	14040004	BRAVO ORTIZ, CRISTINA DEL PILAR	9	10	11	14	FFyBB	F
21	15040130	BRAVO ZEVALLOS, WALTER ANGELO	11	14	15	16	TOXI.	M
22	15040105	CADILLO RAMOS, RENZO PIER	9	10	11	15	CC.AA	M
23	15040033	CALDERÓN ACUÑA, DIEGO ANGEL	5	10	13	12	CC.AA	M
24	15040053	CALDERÓN HIDALGO, JESSICA NIBANET	6	10	11	14	FFyBB	F
25	15040054	CAMPOS ARRIETA, ESTEFANY VICTORIA	11	15	11	16	FFyBB	F
26	15040055	CAMPOS CALERO, ANABELL	6	10	13	12	FFyBB	F
27	15040040	CAPA VILLAR, JEANNETTE ESTÉFANI	8	10	11	14	TOXI.	F
28	15040025	CARLOS BUSTILLOS, KATHERINE VERENA	10	13	14	12	FFyBB	F
29	15040120	CARRERA SANTOS, DIEGO EDUARDO	11	10	15	13	TOXI.	M
30	15040039	CASTILLO GARCÍA, MAROLY ALEJANDRA	11	10	14	11	CC.AA	F
31	15040006	CASTILLO YACHAPA, DENNIS PAUL	8	11	13	11	FFyBB	M
32	15040106	CASTRO CARHUANCHO, RUFINO MOISES	9	11	14	12	CC.AA	M
33	15040057	CHÁVEZ DE LA CRUZ, LEYDY VANESSA	8	10	11	12	FFyBB	F
34	14040042	CHÁVEZ SÁNCHEZ, MAYTÉ DANIELA	11	15	13	14	FFyBB	F
35	15040058	CLARES YAURI, ESTELA	11	13	14	12	FFyBB	F
36	15040059	CONDOR AMBULAY, PABLO CÉSAR	9	11	15	12	FFyBB	M
37	15040007	CONDOR PARIONA, MARCO ANTONIO	15	16	16	18	FFyBB	M
38	15040008	CONDORI CAIRA, ESMERALDA SANDRA	11	13	12	11	FFyBB	F
39	15040041	CÓRDOVA CAMPOS, KARINA LIZBETH	10	10	8	11	TOXI.	F
40	15040042	CUBA EUSEBIO, KATHERINE LUCERO	11	9	12	11	TOXI.	F
41	15040060	CUYA LÓPEZ, KARINA LUCERO	8	11	15	12	FFyBB	F
42	15040122	DÍAZ LLONTOP, DIANA	5	8	10	12	TOXI.	F
43	14040105	FUENTES MONTALDO, OSCAR EDUARDO	5	11	14	11	CC.AA	M
44	15040010	GABRIEL MARCELO, JOSHEP ARTURO	11	10	13	11	FFyBB	M
45	15040011	GAONA LÓPEZ, MICHAEL RODOLFO	13	10	15	11	FFyBB	M
46	13040065	GARCIA EVARISTO, MARIA CLAUDIA	10	8	11	11	FFyBB	F
47	15040012	GONZÁLES AMAYA, ANIBAL RAFAEL	11	14	12	12	FFyBB	F
48	15040062	GRANADOS CONDE, LINSAY THABYTA	5	8	10	11	FFyBB	F
49	15040085	GUERRA URIBE, MISAEL STEVEN	11	10	9	8	FFyBB	M
50	15040043	GUERRERO MEDINA, CRISTINA MARLOT	10	11	12	10	TOXI.	F
51	15040063	GUIBERT CHIPOCO, FERNANDO ENRIQUE	8	11	13	10	FFyBB	M
52	15040086	HANAMPA MAQUERA, MAYLIN	11	10	13	10	FFyBB	F
53	14040106	HARO NAVARRO, ALEJANDRA ISABEL	11	13	15	11	CC.AA	F
54	15040026	HERNÁNDEZ TORRES, CRISTIAN ANTHONY	8	8	10	12	FFyBB	M
55	15040027	HERRERA YURIVILCA, ULISES URIEL	5	9	11	13	FFyBB	M
56	15040064	HUAMAN HUAMACTO, MARICRUZ LUCIA	8	10	11	14	FFyBB	F
57	14040124	HUARANGA CANAZA, SALLY ROSARIO	8	11	9	10	TOXI.	F
58	15040107	HUAROC CANCHARI, YESICA YENI	5	10	8	10	CC.AA	F
59	14040112	HUATARONGO HUAMÁN, HANS RUSMEL	8	10	11	11	CC.AA	M
60	15040013	HUILLCAHUAMAN DELGADO, GLORIA STEPHANY	11	13	14	12	FFyBB	F
61	15040087	HURTADO VELIZ, ANGIE ISABEL	10	8	11	13	FFyBB	F
62	15040131	JAVIER HUAMÁN, DANIA CATHERINE	8	10	12	10	TOXI.	F
63	15040034	LAVADO CHIPANA, JOSEPH MOISES	10	10	11	11	CC.AA	M
64	15040044	LEÓN SORIANO, JULIO CÉSAR JULINHO	11	10	12	10	TOXI.	M
65	15040035	LERMA PEREZ, LISS MILAGROS	8	8	8	10	CC.AA	F
66	15040028	LOAYZA ÑAHUERO, FRANKLIN	5	8	10	11	FFyBB	M
67	14040108	LÓPEZ OBREGÓN, STEFANY YOLANDA	6	10	9	8	CC.AA	F
68	15040124	LORZA HUAMÁN, SHEYLLA DALLY	8	10	11	10	TOXI.	F
69	15040088	LUIS VELASQUEZ, PAOLA DEL PILAR	11	10	10	11	FFyBB	F
70	15040065	MACHACA ANTONIO, LESLYE GIANELLY	10	12	10	11	FFyBB	F

71	15040014	MACHAHUA GONZÁLEZ, ELIZABETH	11	10	14	11	FFyBB	F
72	14040083	MALPARTIDA CHAPOÑAN, EDUARDO JOEL	8	11	11	11	FFyBB	M
73	15040066	MANGO TREJOS, ALEXANDER JAIR	5	8	11	10	FFyBB	M
74	14040010	MARQUEZ PACHAS, CARLOS ALEXANDER	6	8	11	10	FFyBB	M
75	15040015	MARTINEZ SALAZAR, ANGELA MARITZA	11	10	13	11	FFyBB	F
76	14040113	MATTA BLAS, KATTERIN JOSSELIN	5	8	10	10	CC.AA	F
77	14040011	MAUCAILLE ROJAS, MABEL EDITH LAURA	8	8	10	11	FFyBB	F
78	15040097	MENDIZABAL ROJAS, EDDISON JAMES EDWAR	10	8	10	12	FFyBB	M
79	15040109	MENDOZA GUTIERREZ, KARLA ISABEL	10	11	12	13	CC.AA	F
80	15040016	MENDOZA VALDERRAMA, JHON RICHARD	8	11	9	11	FFyBB	M
81	14040100	MERCADO QUISPE, ANTONIA	5	10	12	11	FFyBB	F
82	15040067	MONTOYA OBREGÓN, DIEGO ALONSO	6	10	12	11	FFyBB	M
83	15040110	MORUQUILCA CARRION, LISETH MIRIAN	10	12	16	15	CC.AA	F
84	15040068	MOSTACERO ARANGO, LUCERO BELEN	11	12	11	13	FFyBB	F
85	15040103	OBLITAS MATOS, FRANK ANTHONY	12	14	15	11	FFyBB	M
86	15040036	OCHOA ARONI, EUNICE BELEN	14	11	16	11	CC.AA	F
87	15040132	OLIVAS VILLENA, GUADALUPE	11	11	12	12	TOXI.	F
88	15040029	OLLERO CAMARENA, MICHAEL TONY	10	10	11	12	FFyBB	M
89	15040119	ORLANDINI MENDOZA, CLAUDIA MELISSA	10	11	14	11	CC.AA	F
90	14040126	ORTIZ ORTIZ, ANTONIETA	8	10	11	13	FFyBB	F
91	15040069	OSORIO AYALA, MARIA ELENA	8	8	10	11	FFyBB	F
92	15040125	PALACIOS BELTRAN, KRISS JENNIFER	8	10	11	11	TOXI.	F
93	15040045	PALACIOS CHUICA, FRANCISCO VICENTE WILMER	11	10	11	12	TOXI.	M
94	14040015	PALOMINO SUÁREZ, EDDY	10	10	11	13	FFyBB	M
95	15040070	PASACA MAMANI, STEFANY PAOLA	12	11	13	11	FFyBB	F
96	14040094	PEREZ HUILLCA, YENY LIZBETH	8	10	12	11	FFyBB	F
97	13040135	PIEDRA VILCA, JENNY ANGÉLICA	5	11	15	13	FFyBB	F
98	13040116	PILLCO HERRERA, LEONARDO	5	8	11	11	FFyBB	M
99	15040017	POLO RODRIGUEZ, MARTÍN PAOLO	8	10	10	10	FFyBB	M
100	15040089	POMAHUALÍ TOVAR, KAREN MARITZA	10	6	11	12	FFyBB	F
101	15040098	PONTE CASTRO ALEJANDRA NOEMI	8	10	10	10	FFyBB	F
102	15040090	PUENTE JACINTO, FRANCHESKA ISABEL	11	11	11	11	FFyBB	F
103	13040066	PUMA LLAYQUI, JERRY ELIAS	10	13	11	12	FFyBB	M
104	15040071	QUISPE DE LA CRUZ, JHANA	8	10	8	11	FFyBB	F
105	13040082	QUISPE ROJAS, MICHELLE DANICA	11	13	15	16	CC.AA	F
106	15040018	RAMIREZ DE LA CRUZ, CHRISTIAN ENRIQUE	13	14	16	18	FFyBB	M
107	15040072	RAMIREZ DEZA, LUCIA PATRICIA	11	15	17	14	FFBB	F
108	15040112	RAYMUNDO QUINTANA, FLOR ELVIRA	14	12	15	16	CC.AA	F
109	15040019	REGALADO ESCOBEDO, JEAN PIERRE	13	12	14	15	FFyBB	M
110	15040073	REYES LEON, RONALD ALBERTO	11	14	13	14	FFyBB	M
111	15040046	RIOS ROQUE, JOSE ANTONIO	15	13	16	18	TOXI.	M
112	15040030	RIVERA HUANAQUIRY, JOE MAX	14	13	12	11	FFyBB	M
113	15040031	ROJAS CANDIA, JUSSEF JAIR GIORDANO	8	10	11	12	FFyBB	M
114	15040094	ROJAS PAREDES, EDUARDO LUIS	5	11	13	15	FFyBB	M
115	15040101	SAAVEDRA MENDOZA, JEAN CARLOS	10	10	10	11	FFyBB	M
116	14040018	SALAS MENDOZA, GIAN CARLO	10	11	13	16	FFyBB	M
117	15040037	SALAZAR RIOS, KAREN BRIGUITTE	11	10	12	13	CC.AA	F
118	15040113	SALAZAR SAUÑE, DEYVI OSCAR	5	5	8	10	CC.AA	M
119	15040074	SALINAS QUINTANILLA, DINO MUISES	6	8	11	12	FFyBB	M
120	15040038	SANCHEZ CASO, CRISTHIAN ANYELO	9	11	10	11	CC.AA	M
121	15040021	SÁNCHEZ DE LA CRUZ, BRYAN GUILMAR	8	10	11	12	FFyBB	M
122	15040075	SANCHEZ ICHPAS, ROXANA	11	11	12	11	FFyBB	F
123	15040076	SANTANDER SALAS, JOMYRA	11	12	14	16	FFyBB	F
124	15040114	SANTIAGO BRAVO, YERA JULIA	10	12	15	11	CC.AA	F
125	15040102	SEGOVIA HUARCAYA, JUAN JHAROL	13	11	12	14	FFyBB	M
126	15040020	SIMÓN RÍOS, JOAQUÍN	8	10	11	12	FFyBB	M
127	15040115	SOTO JAUREGUI, YEMINA LESLY	10	11	10	11	CC.AA	F
128	15040091	SURITA CUBA, KATHERIN	10	11	11	11	FFyBB	F
129	15040047	TARAZONA MORALES, ANGIE FAVIOLA	8	10	11	12	TOXI.	F
130	14040133	TARAZONA SALAZAR, JHONATHAN FELIX	5	8	10	11	TOXI.	M
131	14040091	TECSI ALANOCA, CARLOS RENEE	11	10	8	9	FFyBB	M
132	15040126	TELLO PALOMINO, THALIA MILAGROS	12	10	10	12	TOXI.	F
133	15040116	TINOCO ACEVEDO, ALEXANDRA	11	10	11	12	CC.AA	F
134	15040077	TITO PILLACA, NANCY JENNY	8	10	12	11	FFyBB	F
135	15040078	TORRES TALAVERANO, JOSÉ MIGUEL	5	12	10	11	FFyBB	M
136	15040092	TORRES TOMAYLLA, CHRISTIAN ANDRÉS	10	12	14	12	FFyBB	M
137	15040127	UGARTE CHINCHERO, JHOJAN JESÚS	9	11	12	10	TOXI.	M
138	15040117	VALDIVIA JUSTO, ROBERTO	8	10	11	10	CC.AA	M
139	15040118	VALDIVIEZO GUERRERO, CAMILA ALESSANDRA	10	11	11	14	CC.AA	F
140	15040020	VALENTIN SOTO, LILIAN SILVANA	8	8	9	11	FFyBB	F
141	15040080	VARGAS LARICO, IBETH WENDY	10	10	11	12	FFyBB	F
142	15040079	VARGAS MALUQUÍS, ELIEZER HUGO	5	9	11	10	FFyBB	M
143	15040093	VÁSQUEZ CUADROS, GIANCARLO MAX	8	10	11	10	FFyBB	M
144	15040032	VILCA SIMPE, OMAR FELIPE	10	11	14	11	FFyBB	M
145	15040022	VILCHEZ CHÁVEZ, MANUEL GONZALO	11	13	11	11	FFyBB	M
146	15040128	YANAC COTRINA, ROLANDO MAKIR	10	8	11	12	TOXI.	M
147	15040023	YUCRA QUISPE, JESUS ORLANDO	11	8	11	11	FFyBB	M
148	15040132	ZAVALETA COLLANTES, LAURA ADRIANA	11	10	10	11	TOXI.	M

ESCUELAS ACADÉMICO PROFESIONALES
CC AA : CIENCIA DE LOS ALIMENTOS
FFBB : FARMACIA Y BIOQUÍMICA
TOXI : TOXICOLOGÍA
METODO DEL DESCUBRIMIENTO
MÉTODO DE POLYA

FACULTAD DE FARMACIA Y BIOQUÍMICA

EAP:FARMACIA Y BIOQUÍMICA-CIENCIA DE LOS ALIMENTOS-TOXICOLOGÍA

TEMA: SUMATORIAS

			PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA			
#	CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	MED	MEP	MED	MEP	EAP	SEXO
1	15040081	ABANTO BELLO, ANGELA REBECA	12	13	14	16	FFyBB	F
2	15040095	ABREGÚ LAURA, STHEFANY RUTH	11	13	15	15	FFyBB	F
3	15040049	ACEVEDO PADILLA, GABRIELA	14	11	13	15	FFyBB	F
4	14040082	ACOSTA ROMERO, SOLANGE DIANA	15	11	14	14	FFyBB	F
5	15040001	ACUÑA LEIVA, RODRIGO	10	12	15	13	FFyBB	M
6	14040029	AGUILAR SILVA, KARINA JANET	8	11	12	11	TOXI.	F
7	14040071	ALARCON TITO, YELSIN EDWIN	5	11	10	11	FFyBB	M
8	14040102	ALAYO GIRÓN, JORGE CARMELO	8	10	11	11	CC.AA	M
9	14040072	ALBITES CONDORI, RHENSO VICTOR	8	11	10	11	FFyBB	M
10	15040096	ALIAGA HOYOS, MARÍA DEL CARMEN	10	11	11	10	FFyBB	F
11	15040083	ALVARADO BARZOLA, FERNANDA DIUVINA	10	11	11	10	FFyBB	F
12	15040051	APAZA CHAMPI, LUIS ARTURO	8	10	11	12	FFyBB	M
13	15040002	ARANDA CASTILLO, DANIELA FRESIA	10	11	11	10	FFyBB	F
14	15040024	ARENAS BARRIENTOS, GREIDY	11	12	14	11	FFyBB	F
15	15040129	ARÓSTEGUI GARCÍA, JACKELINE STEYSI	12	11	11	11	TOXI.	F
16	15040104	ATARAMA DEL POZO, JOSELYN GERALDINE	10	11	10	13	CC.AA	F
17	15040003	AYALA ROMERO, NIKI EDINSON	8	10	11	10	FFyBB	M
18	14040038	BARRETO RAMIREZ, RAMIRO MIGUEL	10	11	8	11	FFyBB	M
19	15040004	BAZAN MELENDEZ, MIA DANNA	11	13	10	11	FFyBB	F
20	14040004	BRAVO ORTIZ, CRISTINA DEL PILAR	8	10	9	11	FFyBB	F
21	15040130	BRAVO ZEVALLOS, WALTER ANGELO	10	11	11	10	TOXI.	M
22	15040105	CADILLO RAMOS, RENZO PIER	9	11	10	11	CC.AA	M
23	15040033	CALDERÓN ACUÑA, DIEGO ANGEL	6	10	11	14	CC.AA	M
24	15040053	CALDERÓN HIDALGO, JESSICA NIBANET	11	10	11	12	FFyBB	F
25	15040054	CAMPOS ARRIETA, ESTEFANY VICTORIA	12	14	15	12	FFyBB	F
26	15040055	CAMPOS CALERO, ANABELL	13	11	18	16	FFyBB	F
27	15040040	CAPA VILLAR, JEANNETTE ESTÉFANI	11	14	12	16	TOXI.	F
28	15040025	CARLOS BUSTILLOS, KATHERINE VERENA	10	10	10	11	FFyBB	F
29	15040120	CARRERA SANTOS, DIEGO EDUARDO	11	10	12	11	TOXI.	M
30	15040039	CASTILLO GARCÍA, MAROLY ALEJANDRA	10	11	13	14	CC.AA	F
31	15040006	CASTILLO YACHAPA, DENNIS PAUL	8	10	11	13	FFyBB	M
32	15040106	CASTRO CARHUANCHO, RUFINO MOISES	5	10	8	10	CC.AA	M
33	15040057	CHÁVEZ DE LA CRUZ, LEYDY VANESSA	5	8	10	11	FFyBB	F
34	14040042	CHÁVEZ SÁNCHEZ, MAYTÉ DANIELA	8	10	11	10	FFyBB	F
35	15040058	CLARES YAURI, ESTELA	8	10	9	10	FFyBB	F
36	15040059	CONDOR AMBULAY, PABLO CÉSAR	10	10	8	11	FFyBB	M
37	15040007	CONDOR PARIONA, MARCO ANTONIO	15	15	16	18	FFyBB	M
38	15040008	CONDORI CAIRA, ESMERALDA SANDRA	6	8	10	11	FFyBB	F
39	15040041	CÓRDOVA CAMPOS, KARINA LIZBETH	5	8	10	11	TOXI.	F
40	15040042	CUBA EUSEBIO, KATHERINE LUCERO	8	10	8	10	TOXI.	F
41	15040060	CUYA LÓPEZ, KARINA LUCERO	11	10	12	13	FFyBB	F
42	15040122	DÍAZ LLONTOP, DIANA	11	14	10	12	TOXI.	F
43	14040105	FUENTES MONTALDO, OSCAR EDUARDO	12	14	12	15	CC.AA	M
44	15040010	GABRIEL MARCELO, JOSHEP ARTURO	14	11	13	10	FFyBB	M
45	15040011	GAONA LÓPEZ, MICHAEL RODOLFO	14	11	15	12	FFyBB	M
46	13040065	GARCIA EVARISTO, MARIA CLAUDIA	8	10	11	11	FFyBB	F
47	15040012	GONZÁLES AMAYA, ANIBAL RAFAEL	5	8	10	11	FFyBB	F
48	15040062	GRANADOS CONDE, LINSAY THABYTA	10	11	11	11	FFyBB	F
49	15040085	GUERRA URIBE, MISAEL STEVEN	10	10	11	13	FFyBB	M
50	15040043	GUERRERO MEDINA, CRISTINA MARLOT	8	10	8	11	TOXI.	F
51	15040063	GUIBERT CHIPOCO, FERNANDO ENRIQUE	5	10	12	11	FFyBB	M
52	15040086	HANAMPA MAQUERA, MAYLIN	8	10	11	12	FFyBB	F
53	14040106	HARO NAVARRO, ALEJANDRA ISABEL	9	11	10	12	CC.AA	F
54	15040026	HERNÁNDEZ TORRES, CRISTIAN ANTHONY	6	11	12	13	FFyBB	M
55	15040027	HERRERA YURIVILCA, ULISES URIEL	6	12	13	10	FFyBB	M
56	15040064	HUAMAN HUAMACTO, MARICRUZ LUCIA	11	11	12	13	FFyBB	F
57	14040124	HUARANGA CANAZA, SALLY ROSARIO	14	15	12	16	TOXI.	F
58	15040107	HUAROC CANCHARI, YESICA YENI	15	14	16	15	CC.AA	F
59	14040112	HUATARONGO HUAMÁN, HANS RUSMEL	15	12	14	13	CC.AA	M
60	15040013	HUILLCAHUAMAN DELGADO, GLORIA STEPHANY	11	10	14	11	FFyBB	F
61	15040087	HURTADO VELIZ, ANGIE ISABEL	11	13	11	14	FFyBB	F
62	15040131	JAVIER HUAMÁN, DANIA CATHERINE	8	10	10	10	TOXI.	F
63	15040034	LAVADO CHIPANA, JOSEPH MOISES	11	10	12	11	CC.AA	M
64	15040044	LEÓN SORIANO, JULIO CÉSAR JULINHO	10	11	14	11	TOXI.	M
65	15040035	LERMA PEREZ, LISS MILAGROS	14	12	15	12	CC.AA	F
66	15040028	LOAYZA ÑAHUERO, FRANKLIN	12	14	11	13	FFyBB	M
67	14040108	LÓPEZ OBREGÓN, STEFANY YOLANDA	15	12	13	11	CC.AA	F
68	15040124	LORZA HUAMÁN, SHEYLLA DALLY	11	10	14	11	TOXI.	F
69	15040088	LUIS VELASQUEZ, PAOLA DEL PILAR	16	12	16	11	FFyBB	F
70	15040065	MACHACA ANTONIO, LESLYE GIANELLY	8	11	12	12	FFyBB	F

71	15040014	MACHAHUA GONZÁLEZ, ELIZABETH	5	8	10	12	FFyBB	F
72	14040083	MALPARTIDA CHAPOÑAN, EDUARDO JOEL	8	10	11	14	FFyBB	M
73	15040066	MANGO TREJOS, ALEXANDER JAIR	11	10	12	14	FFyBB	M
74	14040010	MARQUEZ PACHAS, CARLOS ALEXANDER	11	13	12	15	FFyBB	M
75	15040015	MARTINEZ SALAZAR, ANGELA MARITZA	15	11	15	12	FFyBB	F
76	14040113	MATTA BLAS, KATTERIN JOSSELIN	8	10	9	11	CC.AA	F
77	14040011	MAUCAILLE ROJAS, MABEL EDITH LAURA	5	10	11	12	FFyBB	F
78	15040097	MENDIZABAL ROJAS, EDDISON JAMES EDWAR	8	10	11	10	FFyBB	M
79	15040109	MENDOZA GUTIERREZ, KARLA ISABEL	5	8	10	11	CC.AA	F
80	15040016	MENDOZA VALDERRAMA, JHON RICHARD	8	8	10	11	FFyBB	M
81	14040100	MERCADO QUISPE, ANTONIA	7	11	18	10	FFyBB	F
82	15040067	MONTOYA OBREGÓN, DIEGO ALONSO	11	12	13	18	FFyBB	M
83	15040110	MORUQUILCA CARRION, LISETH MIRIAN	12	11	14	11	CC.AA	F
84	15040068	MOSTACERO ARANGO, LUCERO BELEN	15	12	15	11	FFyBB	F
85	15040103	OBLITAS MATOS, FRANK ANTHONY	8	10	8	11	FFyBB	M
86	15040036	OCHOA ARONI, EUNICE BELEN	11	11	11	12	CC.AA	F
87	15040132	OLIVAS VILLENA, GUADALUPE	13	12	14	11	TOXI.	F
88	15040029	OLLERO CAMARENA, MICHAEL TONY	12	14	11	11	FFyBB	M
89	15040119	ORLANDINI MENDOZA, CLAUDIA MELISSA	14	11	15	16	CC.AA	F
90	14040126	ORTIZ ORTIZ, ANTONIETA	8	10	12	11	FFyBB	F
91	15040069	OSORIO AYALA, MARIA ELENA	5	10	11	11	FFyBB	F
92	15040125	PALACIOS BELTRAN, KRISS JENNIFER	10	12	12	12	TOXI.	F
93	15040045	PALACIOS CHUICA, FRANCISCO VICENTE WILMER	8	10	8	11	TOXI.	M
94	14040015	PALOMINO SUÁREZ, EDDY	5	11	8	11	FFyBB	M
95	15040070	PASACA MAMANI, STEFANY PAOLA	6	10	8	10	FFyBB	F
96	14040094	PEREZ HUILLCA, YENY LIZBETH	6	8	10	11	FFYBB	F
97	13040135	PIEDRA VILCA, JENNY ANGÉLICA	8	11	12	10	FFyBB	F
98	13040116	PILLCO HERRERA, LEONARDO	9	11	11	11	FFyBB	M
99	15040017	POLO RODRIGUEZ, MARTÍN PAOLO	11	12	13	15	FFyBB	M
100	15040089	POMAHUALÍ TOVAR, KAREN MARITZA	10	11	10	12	FFyBB	F
101	15040098	PONTE CASTRO ALEJANDRA NOEMI	8	10	8	11	FFyBB	F
102	15040090	PUENTE JACINTO, FRANCHESKA ISABEL	8	11	10	12	FFyBB	F
103	13040066	PUMA LLAYQUI, JERRY ELIAS	13	11	15	14	FFyBB	M
104	15040071	QUISPE DE LA CRUZ, JHANA	15	11	12	15	FFyBB	F
105	13040082	QUISPE ROJAS, MICHELLE DANICA	12	13	14	11	CC.AA	F
106	15040018	RAMIREZ DE LA CRUZ, CHRISTIAN ENRIQUE	10	11	10	12	FFyBB	M
107	15040072	RAMIREZ DEZA, LUCIA PATRICIA	11	11	12	10	FFyBB	F
108	15040112	RAYMUNDO QUINTANA, FLOR ELVIRA	8	10	11	10	CC.AA	F
109	15040019	REGALADO ESCOBEDO, JEAN PIERRE	10	8	11	12	FFyBB	M
110	15040073	REYES LEON, RONALD ALBERTO	11	12	10	11	FFyBB	M
111	15040046	RIOS ROQUE, JOSE ANTONIO	10	10	11	10	TOXI.	M
112	15040030	RIVERA HUANAQUIRY, JOE MAX	10	13	11	12	FFyBB	M
113	15040031	ROJAS CANDIA, JUSSEF JAIR GIORDANO	8	11	8	10	FFyBB	M
114	15040094	ROJAS PAREDES, EDUARDO LUIS	12	11	13	14	FFyBB	M
115	15040101	SAAVEDRA MENDOZA, JEAN CARLOS	8	10	8	11	FFyBB	M
116	14040018	SALAS MENDOZA, GIAN CARLO	8	8	10	10	FFyBB	M
117	15040037	SALAZAR RIOS, KAREN BRIGUITTE	10	10	10	10	CC.AA	F
118	15040113	SALAZAR SAUÑE, DEYVI OSCAR	11	12	10	11	CC.AA	M
119	15040074	SALINAS QUINTANILLA, DINO MUISES	13	11	10	11	FFyBB	M
120	15040038	SANCHEZ CASO, CRISTHIAN ANYELO	11	10	11	12	CC.AA	M
121	15040021	SÁNCHEZ DE LA CRUZ, BRYAN GUILMAR	8	11	10	11	FFyBB	M
122	15040075	SANCHEZ ICHPAS, ROXANA	11	10	11	12	FFyBB	F
123	15040076	SANTANDER SALAS, JOMYRA	8	11	8	10	FFyBB	F
124	15040114	SANTIAGO BRAVO, YERA JULIA	8	10	11	10	CC.AA	F
125	15040102	SEGOVIA HUARCAYA, JUAN JHAROL	10	8	10	11	FFyBB	M
126	15040020	SIMÓN RÍOS, JOAQUÍN	8	11	8	8	FFyBB	M
127	15040115	SOTO JAUREGUI, YEMINA LESLY	10	10	10	12	CC.AA	F
128	15040091	SURITA CUBA, KATHERIN	10	8	10	8	FFyBB	F
129	15040047	TARAZONA MORALES, ANGIE FAVIOLA	5	8	11	10	TOXI.	F
130	14040133	TARAZONA SALAZAR, JHONATHAN FELIX	5	8	10	11	TOXI.	M
131	14040091	TECSI ALANOCA, CARLOS RENEE	5	8	10	11	FFyBB	M
132	15040126	TELLO PALOMINO, THALIA MILAGROS	8	8	10	11	TOXI.	F
133	15040116	TINOCO ACEVEDO, ALEXANDRA	8	10	11	12	CC.AA	F
134	15040077	TITO PILLACA, NANCY JENNY	10	11	13	11	FFyBB	F
135	15040078	TORRES TALAVERANO, JOSÉ MIGUEL	13	11	14	11	FFyBB	M
136	15040092	TORRES TOMAYLLA, CHRISTIAN ANDRÉS	12	11	13	1|1	FFyBB	M
137	15040127	UGARTE CHINCHERO, JHOJAN JESÚS	14	15	12	16	TOXI.	M
138	15040117	VALDIVIA JUSTO, ROBERTO	14	13	12	16	CC.AA	M
139	15040118	VALDIVIEZO GUERRERO, CAMILA ALESSANDRA	15	11	15	12	CC.AA	F
140	15040020	VALENTIN SOTO, LILIAN SILVANA	16	11	16	11	FFyBB	F
141	15040080	VARGAS LARICO, IBETH WENDY	10	8	15	13	FFyBB	F
142	15040079	VARGAS MALUQUÍS, ELIEZER HUGO	10	12	14	13	FFyBB	M
143	15040093	VÁSQUEZ CUADROS, GIANCARLO MAX	11	12	14	10	FFYBB	M
144	15040032	VILCA SIMPE, OMAR FELIPE	14	12	14	15	FFyBB	M
145	15040022	VILCHEZ CHÁVEZ, MANUEL GONZALO	13	12	11	10	FFyBB	M
146	15040128	YANAC COTRINA, ROLANDO MAKIR	11	13	12	14	TOXI.	M
147	15040023	YUCRA QUISPE, JESUS ORLANDO	10	11	10	12	FFyBB	M
148	15040132	ZAVALETA COLLANTES, LAURA ADRIANA	8	10	10	10	TOXI.	M

EAP: ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL
FFBB : FARMACIA Y BIOQUÍMICA
CCAA:CIENCIA DE LOS ALIMENTOS
TOXI: TOXICOLOGIA
MED: MÉTODO DEL DESCUBRIMIENTO
MEP: MÉTODO DE POLYA

FACULTAD DE FARMACIA Y BIOQUÍMICA

EAP: FARMACIA Y BIOQUÍMICA-CIENCIA DE LOS ALIMENTOS -TOXICOLOGÍA

TEMA SERIES

			PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA			
#	CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	MED	MEP	MED	MEP	EAP	SEXO
1	15040081	ABANTO BELLO, ANGELA REBECA	5	5	11	10	FFyBB	F
2	15040095	ABREGÚ LAURA, STHEFANY RUTH	8	8	11	10	FFyBB	F
3	15040049	ACEVEDO PADILLA, GABRIELA	5	10	11	11	FFyBB	F
4	14040082	ACOSTA ROMERO, SOLANGE DIANA	8	10	10	8	FFYBB	F
5	15040001	ACUÑA LEIVA, RODRIGO	8	10	5	11	FFyBB	M
6	14040029	AGUILAR SILVA, KARINA JANET	10	11	10	12	TOXI.	F
7	14040071	ALARCON TITO, YELSIN EDWIN	10	11	10	11	FFyBB	M
8	14040102	ALAYO GIRÓN, JORGE CARMELO	8	10	11	12	CC.AA	M
9	14040072	ALBITES CONDORI, RHENSO VICTOR	11	13	12	11	FFyBB	M
10	15040096	ALIAGA HOYOS, MARÍA DEL CARMEN	12	13	11	11	FFyBB	F
11	15040083	ALVARADO BARZOLA, FERNANDA DIUVINA	10	12	11	11	FFyBB	F
12	15040051	APAZA CHAMPI, LUIS ARTURO	8	8	10	8	FFyBB	M
13	15040002	ARANDA CASTILLO, DANIELA FRESIA	8	10	8	8	FFyBB	F
14	15040024	ARENAS BARRIENTOS, GREIDY	8	8	8	8	FFyBB	F
15	15040129	ARÓSTEGUI GARCÍA, JACKELINE STEYSI	10	11	10	10	TOXI.	F
16	15040104	ATARAMA DEL POZO, JOSELYN GERALDINE	11	10	11	12	CC.AA	F
17	15040003	AYALA ROMERO, NIKI EDINSON	12	11	10	11	FFyBB	M
18	14040038	BARRETO RAMIREZ, RAMIRO MIGUEL	11	10	11	10	FFyBB	M
19	15040004	BAZAN MELENDEZ, MIA DANNA	8	8	10	9	FFyBB	F
20	14040004	BRAVO ORTIZ, CRISTINA DEL PILAR	6	8	10	9	FFyBB	F
21	15040130	BRAVO ZEVALLOS, WALTER ANGELO	7	10	7	10	TOXI.	M
22	15040105	CADILLO RAMOS, RENZO PIER	8	10	8	8	CC.AA	M
23	15040033	CALDERÓN ACUÑA, DIEGO ANGEL	8	10	8	8	CC.AA	M
24	15040053	CALDERÓN HIDALGO, JESSICA NIBANET	10	11	10	11	FFyBB	F
25	15040054	CAMPOS ARRIETA, ESTEFANY VICTORIA	11	10	12	12	FFyBB	F
26	15040055	CAMPOS CALERO, ANABELL	11	13	14	12	FFyBB	F
27	15040040	CAPA VILLAR, JEANNETTE ESTÉFANI	12	13	15	10	TOXI.	F
28	15040025	CARLOS BUSTILLOS, KATHERINE VERENA	13	11	10	12	FFyBB	F
29	15040120	CARRERA SANTOS, DIEGO EDUARDO	11	11	11	12	TOXI.	M
30	15040039	CASTILLO GARCÍA, MAROLY ALEJANDRA	10	11	10	12	CC.AA	F
31	15040006	CASTILLO YACHAPA, DENNIS PAUL	11	12	15	14	FFyBB	M
32	15040106	CASTRO CARHUANCHO, RUFINO MOISES	14	13	16	14	CC.AA	M
33	15040057	CHÁVEZ DE LA CRUZ, LEYDY VANESSA	11	12	15	12	FFyBB	F
34	14040042	CHÁVEZ SÁNCHEZ, MAYTÉ DANIELA	8	10	6	10	FFyBB	F
35	15040058	CLARES YAURI, ESTELA	5	5	8	8	FFyBB	F
36	15040059	CONDOR AMBULAY, PABLO CÉSAR	12	12	14	12	FFyBB	M
37	15040007	CONDOR PARIONA, MARCO ANTONIO	16	16	17	18	FFyBB	M
38	15040008	CONDORI CAIRA, ESMERALDA SANDRA	11	12	13	12	FFyBB	F
39	15040041	CÓRDOVA CAMPOS, KARINA LIZBETH	8	8	8	10	TOXI.	F
40	15040042	CUBA EUSEBIO, KATHERINE LUCERO	5	8	10	8	TOXI.	F
41	15040060	CUYA LÓPEZ, KARINA LUCERO	5	5	8	8	FFyBB	F
42	15040122	DÍAZ LLONTOP, DIANA	8	8	10	8	TOXI.	F
43	14040105	FUENTES MONTALDO, OSCAR EDUARDO	8	10	11	11	CC.AA	M
44	15040010	GABRIEL MARCELO, JOSHEP ARTURO	11	11	12	13	FFyBB	M
45	15040011	GAONA LÓPEZ, MICHAEL RODOLFO	10	11	10	13	FFyBB	M
46	13040065	GARCIA EVARISTO, MARIA CLAUDIA	11	11	12	10	FFyBB	F
47	15040012	GONZÁLES AMAYA, ANIBAL RAFAEL	14	12	10	11	FFyBB	F
48	15040062	GRANADOS CONDE, LINSAY THABYTA	8	8	8	10	FFyBB	F
49	15040085	GUERRA URIBE, MISAEL STEVEN	5	8	10	8	FFyBB	M
50	15040043	GUERRERO MEDINA, CRISTINA MARLOT	8	5	5	8	TOXI.	F
51	15040063	GUIBERT CHIPOCO, FERNANDO ENRIQUE	8	10	8	5	FFyBB	M
52	15040086	HANAMPA MAQUERA, MAYLIN	5	5	8	8	FFyBB	F
53	14040106	HARO NAVARRO, ALEJANDRA ISABEL	8	8	8	8	CC.AA	F
54	15040026	HERNÁNDEZ TORRES, CRISTIAN ANTHONY	5	8	8	11	FFyBB	M
55	15040027	HERRERA YURIVILCA, ULISES URIEL	8	10	11	10	FFyBB	M
56	15040064	HUAMAN HUAMACTO, MARICRUZ LUCIA	11	10	12	11	FFyBB	F
57	14040124	HUARANGA CANAZA, SALLY ROSARIO	8	10	8	10	TOXI.	F
58	15040107	HUAROC CANCHARI, YESICA YENI	11	10	10	10	CC.AA	F
59	14040112	HUATARONGO HUAMÁN, HANS RUSMEL	10	10	8	8	CC.AA	M
60	15040013	HUILLCAHUAMAN DELGADO, GLORIA STEPHANY	8	8	10	10	FFyBB	F
61	15040087	HURTADO VELIZ, ANGIE ISABEL	10	8	8	11	FFyBB	F
62	15040131	JAVIER HUAMÁN, DANIA CATHERINE	10	11	10	8	TOXI.	F
63	15040034	LAVADO CHIPANA, JOSEPH MOISES	8	8	10	13	CC.AA	M
64	15040044	LEÓN SORIANO, JULIO CÉSAR JULINHO	8	10	8	11	TOXI.	M
65	15040035	LERMA PEREZ, LISS MILAGROS	12	11	10	11	CC.AA	F
66	15040028	LOAYZA ÑAHUERO, FRANKLIN	11	10	11	13	FFyBB	M
67	14040108	LÓPEZ OBREGÓN, STEFANY YOLANDA	8	10	8	10	CC.AA	F
68	15040124	LORZA HUAMÁN, SHEYLLA DALLY	5	8	8	8	TOXI.	F
69	15040088	LUIS VELASQUEZ, PAOLA DEL PILAR	8	8	10	11	FFyBB	F
70	15040065	MACHACA ANTONIO, LESLYE GIANELLY	8	10	10	10	FFyBB	F

71	15040014	MACHAHUA GONZÁLEZ, ELIZABETH	8	10	11	11	FFyBB	F
72	14040083	MALPARTIDA CHAPOÑAN, EDUARDO JOEL	12	12	11	13	FFyBB	M
73	15040066	MANGO TREJOS, ALEXANDER JAIR	8	10	8	8	FFyBB	M
74	14040010	MARQUEZ PACHAS, CARLOS ALEXANDER	5	8	5	5	FFyBB	M
75	15040015	MARTINEZ SALAZAR, ANGELA MARITZA	6	8	10	8	FFyBB	F
76	14040113	MATTA BLAS, KATTERIN JOSSELIN	8	8	10	10	CC.AA	F
77	14040011	MAUCAILLE ROJAS, MABEL EDITH LAURA	8	8	11	11	FFyBB	F
78	15040097	MENDIZABAL ROJAS, EDDISON JAMES EDWAR	11	12	14	13	FFyBB	M
79	15040109	MENDOZA GUTIERREZ, KARLA ISABEL	14	11	15	13	CC.AA	F
80	15040016	MENDOZA VALDERRAMA, JHON RICHARD	8	8	8	8	FFyBB	M
81	14040100	MERCADO QUISPE, ANTONIA	10	10	11	10	FFyBB	F
82	15040067	MONTOYA OBREGÓN, DIEGO ALONSO	9	8	10	12	FFyBB	M
83	15040110	MORUQUILCA CARRION, LISETH MIRIAN	7	9	11	13	CC.AA	F
84	15040068	MOSTACERO ARANGO, LUCERO BELEN	6	8	10	11	FFyBB	F
85	15040103	OBLITAS MATOS, FRANK ANTHONY	8	8	10	11	FFyBB	M
86	15040036	OCHOA ARONI, EUNICE BELEN	6	6	8	10	CC.AA	F
87	15040132	OLIVAS VILLENA, GUADALUPE	8	8	10	10	TOXI.	F
88	15040029	OLLERO CAMARENA, MICHAEL TONY	12	11	11	10	FFyBB	M
89	15040119	ORLANDINI MENDOZA, CLAUDIA MELISSA	12	14	12	13	CC.AA	F
90	14040126	ORTIZ ORTIZ, ANTONIETA	11	11	11	11	FFyBB	F
91	15040069	OSORIO AYALA, MARIA ELENA	12	14	12	12	FFyBB	F
92	15040125	PALACIOS BELTRAN, KRISS JENNIFER	11	14	12	15	TOXI.	F
93	15040045	PALACIOS CHUICA, FRANCISCO VICENTE WILMER	8	10	8	11	FFYBB	M
94	14040015	PALOMINO SUÁREZ, EDDY	5	8	10	10	FFyBB	M
95	15040070	PASACA MAMANI, STEFANY PAOLA	8	5	8	10	FFyBB	F
96	14040094	PEREZ HUILLCA, YENY LIZBETH	5	8	11	10	FFyBB	F
97	13040135	PIEDRA VILCA, JENNY ANGÉLICA	12	11	12	14	FFyBB	F
98	13040116	PILLCO HERRERA, LEONARDO	11	12	14	12	FFyBB	M
99	15040017	POLO RODRIGUEZ, MARTÍN PAOLO	10	11	12	11	FFyBB	M
100	15040089	POMAHUALÍ TOVAR, KAREN MARITZA	11	10	10	10	FFyBB	F
101	15040098	PONTE CASTRO ALEJANDRA NOEMI	10	8	8	8	FFyBB	F
102	15040090	PUENTE JACINTO, FRANCHESKA ISABEL	5	8	8	10	FFyBB	F
103	13040066	PUMA LLAYQUI, JERRY ELIAS	8	8	8	10	FFyBB	M
104	15040071	QUISPE DE LA CRUZ, JHANA	11	10	12	12	FFyBB	F
105	13040082	QUISPE ROJAS, MICHELLE DANICA	11	12	10	15	CC.AA	F
106	15040018	RAMIREZ DE LA CRUZ, CHRISTIAN ENRIQUE	10	8	11	12	FFyBB	M
107	15040072	RAMIREZ DEZA, LUCIA PATRICIA	10	11	10	10	FFyBB	F
108	15040112	RAYMUNDO QUINTANA, FLOR ELVIRA	8	8	10	10	CC.AA	F
109	15040019	REGALADO ESCOBEDO, JEAN PIERRE	10	10	12	11	FFyBB	M
110	15040073	REYES LEON, RONALD ALBERTO	8	9	11	12	FFyBB	M
111	15040046	RIOS ROQUE, JOSE ANTONIO	7	10	11	13	TOXI.	M
112	15040030	RIVERA HUANAQUIRY, JOE MAX	8	10	8	11	FFyBB	M
113	15040031	ROJAS CANDIA, JUSSEF JAIR GIORDANO	8	11	10	11	FFyBB	M
114	15040094	ROJAS PAREDES, EDUARDO LUIS	8	8	10	11	FFyBB	M
115	15040101	SAAVEDRA MENDOZA, JEAN CARLOS	8	10	11	11	FFyBB	M
116	14040018	SALAS MENDOZA, GIAN CARLO	10	11	12	14	FFyBB	M
117	15040037	SALAZAR RIOS, KAREN BRIGUITTE	11	14	12	16	CC.AA	F
118	15040113	SALAZAR SAUÑE, DEYVI OSCAR	11	12	10	15	CC.AA	M
119	15040074	SALINAS QUINTANILLA, DINO MUISES	8	10	8	10	FFyBB	M
120	15040038	SANCHEZ CASO, CRISTHIAN ANYELO	10	10	10	10	CC.AA	M
121	15040021	SÁNCHEZ DE LA CRUZ, BRYAN GUILMAR	11	12	14	11	FFyBB	M
122	15040075	SANCHEZ ICHPAS, ROXANA	11	12	11	12	FFyBB	F
123	15040076	SANTANDER SALAS, JOMYRA	13	13	13	12	FFyBB	F
124	15040114	SANTIAGO BRAVO, YERA JULIA	15	14	14	11	CC.AA	F
125	15040102	SEGOVIA HUARCAYA, JUAN JHAROL	11	12	14	12	FFyBB	M
126	15040020	SIMÓN RÍOS, JOAQUÍN	11	8	10	11	FFyBB	M
127	15040115	SOTO JAUREGUI, YEMINA LESLY	12	11	10	10	CC.AA	F
128	15040091	SURITA CUBA, KATHERIN	10	10	10	10	FFyBB	F
129	15040047	TARAZONA MORALES, ANGIE FAVIOLA	11	12	13	12	TOXI.	F
130	14040133	TARAZONA SALAZAR, JHONATHAN FELIX	8	10	10	10	TOXI.	M
131	14040091	TECSI ALANOCA, CARLOS RENEE	5	8	8	5	FFyBB	M
132	15040126	TELLO PALOMINO, THALIA MILAGROS	5	5	5	5	TOXI.	F
133	15040116	TINOCO ACEVEDO, ALEXANDRA	8	10	10	8	CC.AA	F
134	15040077	TITO PILLACA, NANCY JENNY	6	11	12	10	FFyBB	F
135	15040078	TORRES TALAVERANO, JOSÉ MIGUEL	11	12	11	11	FFyBB	M
136	15040092	TORRES TOMAYLLA, CHRISTIAN ANDRÉS	13	12	11	11	FFyBB	M
137	15040127	UGARTE CHINCHERO, JHOJAN JESÚS	11	11	11	11	TOXI.	M
138	15040117	VALDIVIA JUSTO, ROBERTO	10	10	13	11	CC.AA	M
139	15040118	VALDIVIEZO GUERRERO, CAMILA ALESSANDRA	10	12	15	11	CC.AA	F
140	15040020	VALENTIN SOTO, LILIAN SILVANA	8	8	5	10	FFyBB	F
141	15040080	VARGAS LARICO, IBETH WENDY	5	5	8	8	FFyBB	F
142	15040079	VARGAS MALUQUÍS, ELIEZER HUGO	8	10	8	8	FFyBB	M
143	15040093	VÁSQUEZ CUADROS, GIANCARLO MAX	5	5	5	5	FFyBB	M
144	15040032	VILCA SIMPE, OMAR FELIPE	8	10	1	10	FFYBB	M
145	15040022	VILCHEZ CHÁVEZ, MANUEL GONZALO	8	10	11	10	FFyBB	M
146	15040128	YANAC COTRINA, ROLANDO MAKIR	11	10	11	10	TOXI.	M
147	15040023	YUCRA QUISPE, JESUS ORLANDO	11	12	12	11	FFyBB	M
148	15040132	ZAVALETA COLLANTES, LAURA ADRIANA	13	12	10	11	TOXI.	M
		EAP: ESCUELA ACADEMICO PROFESIONALES						
		FFBB: FARMACIA Y BIOQUÍMICA						
		CCAA: CIENCIA DE LOS ALIMENTOS						
		TOXI: TOXICOLOGÍA						
		MED: MÉTODO DEL DESCUBRIMIENTO						
		MEP : MÉTODO DE POLYA						