INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

LA INFLUENCIA DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL LOGRO DEL APRENDIZAJE POR COMPETENCIAS DE MATEMÁTICA I EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL “SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO” - 2019

PRESENTADA POR

ELÍ MONZÓN BRICEÑO

ASESOR

ÁNGEL SALVATIERRA MELGAR

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

LIMA – PERÚ

2020

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSTGRADO

LA INFLUENCIA DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL LOGRO DEL APRENDIZAJE POR COMPETENCIAS DE MATEMÁTICA I EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL "SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO" - 2019

TESIS PARA OPTAR

EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN

EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

PRESENTADO POR:

ELÍ MONZÓN BRICEÑO

ASESOR:

DR. ÁNGEL SALVATIERRA MELGAR

LIMA, PERÚ

2020

LA INFLUENCIA DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL LOGRO DEL APRENDIZAJE POR COMPETENCIAS DE MATEMÁTICA I EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL “SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO” - 2019

ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO

ASESOR:

Dr. Ángel Salvatierra Melgar.

PRESIDENTE DEL JURADO:

Dr. Vicente Justo Pastor Santiváñez Limas

MIEMBROS DEL JURADO:

Dr. Oscar Rubén Silva Neyra

Dr. Carlos Augusto Echaiz Rodas

DEDICATORIA

A Dios, por darme la vida e incontables bendiciones y permitirme terminar mis estudios de maestría.

A la memoria de mis queridos padres: Santiago y Elena, quienes hicieron de mí una persona de bien, al servicio de Dios y al de la sociedad.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Ángel Salvatierra Melgar, por proporcionarme su eficaz orientación en la culminación de este trabajo de investigación; además, a todos mis profesores de la Universidad San Martín de Porres quienes aportaron valiosamente en mi formación académica.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

El presente estudio tuvo como finalidad mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.

La realización de esta investigación se basó en el método experimental, donde se aplicó los instrumentos de pretest y postest a una muestra de 30 estudiantes entre el grupo control y experimental, cuya selección se realizó bajo la técnica no probabilística intencional. El diseño de la investigación fue experimental, de tipo cuasi experimental, de enfoque cuantitativo.

Posteriormente al trabajo de campo, se arribó a la siguiente conclusión: El promedio del logro del aprendizaje por competencias de Matemática I del grupo control en el postest es de 3,53 ± 2,54; mientras que en grupo experimental, en el postest es de 6,80 ± 4,56. Como es de observar, el promedio del grupo experimental se ubica por encima de 3,27 en comparación del grupo control y la prueba U de Man-Whitney muestra diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I con el empleo del software Geogebra entre el postest de ambos; afirmándose que el uso del software Geogebra influye significativamente en el aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”, a un nivel de confianza del 95%.

Palabras claves. Software Geogebra, logro del aprendizaje por competencias.

ABSTRACT

The present study aimed to show the influence of the use of Geogebra software in the achievement of the learning by competences of Mathematics I in the students of the National University “Santiago Antúnez de Mayolo” -2019.

The conduct of this research was based on the experimental method, where the instruments of the pre-test and the post-test were applied to a sample of 30 students between the control and experimental groups, whose selection was made under the intentional non-probabilistic technique. The design of this research was experimental, of a quasi-experimental type, with a quantitative approach.

After the field work, the following conclusion was reached: The average achievement of learning by competences of Mathematics I of the control group in the posttest is 3.53 ± 2.54; while in the experimental group, in the posttest it is 6.80 ± 4.56. As it is to be appreciated, the average of the experimental group is above 3.27 compared to the control group and the Man-Whitney U test shows differences in the achievement of learning by Mathematics I competencies with the application of Geogebra between the posttest of both; stating that the use of the Geogebra software significantly influences the learning by competencies of

Mathematics I in the students of the National University "Santiago Antúnez de Mayolo", at a confidence level of 95%.

Keywords. Geogebra software, achievement of competency learning.

INTRODUCCIÓN

Los nuevos avances tecnológicos han afectado al individuo en todos los ámbitos de la sociedad y en especial en el ámbito educativo. Por ello es necesario efectuar cambios y ajustes a nuestra manera de aprender y enseñar.

La enseñanza y aprendizaje de la matemática se ha convertido, por consiguiente, en un gran desafío para docentes de todas las épocas.

Según el modelo tradicional, el profesor es el proveedor de los conocimientos. Pero en el modelo constructivista, el conocimiento es construido con la participación activa de los estudiantes; es decir, los estudiantes dejan de ser actores pasivos en el proceso de aprendizaje y se convierten en actores activos de su aprendizaje.

En el paradigma constructivista, la utilización de computadoras y softwares creados con una finalidad educativa, se convierten en herramientas para elevar el nivel educativo de los alumnos por intermedio de diversas actividades interactivas que favorecen su aprendizaje mediante procesos de construcción personal y colectiva de los nuevos conocimientos; donde el docente se convierte en un facilitador que orienta de forma progresiva el aprendizaje de sus alumnos.

La falta de uso de softwares matemáticos por parte de los profesores de Matemática en sus sesiones de aprendizaje, ha producido dificultades en el aprendizaje del curso de Matemática I; en particular, en las nociones de límites y continuidad de funciones reales en los estudiantes de los primeros ciclos de formación universitaria. Esto hace ver a la Matemática como un curso “muy difícil” y que no motiva a los estudiantes el interés por aprenderla.

También se presenta un alto porcentaje de desaprobados, retraso en el avance académico de los estudiantes y por esta razón poca motivación de seguir estudiando la carrera que eligieron, motivo por el cual no se alcanzan las competencias propuestas en la asignatura.

En consecuencia, lo que se busca en este trabajo es mostrar cómo el uso del software Geogebra influye en el aprendizaje de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”.

Formulación del problema

Por lo anteriormente expuesto, la pregunta principal que guía esta investigación es:

Problema General

¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019?

Problemas específicos

- ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019?

- ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019?
- ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la de la de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019?
- ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019?

Objetivo general

Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.

Objetivos específicos

- Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.

- Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.
- Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.
- Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.

Justificación de la investigación

La relevancia de la presente investigación se ve desde dos puntos de vista: Desde el punto de vista práctico, esta investigación se ejecuta porque existe la necesidad de hacer mejoras en el aprendizaje de los temas de límites y continuidad correspondiente a la asignatura de Matemática I mediante el uso del software Geogebra, ya que por falta del uso de esta herramienta tecnológica, los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de los temas de la asignatura de Matemática I.

Según el punto de vista social, esta investigación tiene relevancia para la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”, porque mediante este estudio, se busca optimizar el aprendizaje de los estudiantes de la asignatura de

Matemática I de la escuela profesional de Estadística e Informática para disminuir el alto porcentaje de desaprobados.

Por lo tanto, se espera que está investigación motive a que más docentes de la especialidad de matemática utilicen softwares matemáticos como recursos de enseñanza-aprendizaje en sus asignaturas para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”.

Viabilidad de la investigación

El proyecto es viable puesto que se tuvieron los siguientes recursos:

Recursos Humanos

La población considerada para el presente trabajo de investigación fueron los estudiantes del primer ciclo de Estadística e Informática de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”.

Recursos Tecnológicos

Solo se requirió el empleo de laptops, o tablets o Smartphones con software Geogebra instalado.

Recursos Éticos

Con la ejecución de esta investigación no se incurre en delito de utilizar software sin licencia, comúnmente llamado software pirata o "crackeados”, puesto que se utilizó software libre.

Recursos Teóricos

Para desarrollar esta investigación, existe suficiente información en internet, en libros y revistas. Para la presente investigación el argumento teórico de competencias se tomó de Córdova Rosas, N., & Oliveros Saúco, E. (2014)

quienes fundamentan 4 componentes: Conceptualización Semántica, Aplicación Práctica, Desarrollo Crítico y Desarrollo Resolutivo (pp. 58-61).

Recursos de infraestructura

Se contará con las aulas designadas por la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”.

Recursos Temporales

El presente trabajo se realizó en un corto plazo durante un semestre académico (4 meses) en el año 2019.

Recursos económicos

El proyecto fue financiado por recursos propios del investigador, de modo que no requiere financiamiento externo.

Limitaciones de la investigación

En cuanto a la infraestructura, no todas las aulas de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” están equipados con equipos multimedia.

Otra limitación que se encontró fue que algunos alumnos no tenían un medio electrónico para la aplicación del software.

El trabajo se encuentra dividido del siguiente modo:

La introducción, donde se detalla la realidad problemática en estudio, se formula el problema general, los problemas específicos, el objetivo general, objetivos específicos; así como la justificación y limitaciones de la investigación.

El primer capítulo, donde se expusieron los antecedentes nacionales e internacionales; asimismo las bases teóricas consultadas en diversas fuentes bibliográficas, hemerográficas, tesis y libros electrónicos. También se resumió varias definiciones conceptuales.

El segundo capítulo, trató sobre la formulación de la hipótesis principal y derivadas, así como la operacionalización de las variables.

El tercer capítulo, donde se presentó el diseño investigación, diseño muestral, población, muestra, técnica para recolección de datos, técnicas estadística para el procesamiento de la información; se declararon los aspectos éticos seguidos en la investigación y finalmente las técnicas estadísticas para el procesamiento de la información.

El cuarto capítulo, en el que se efectuó un análisis descriptivo de los resultados conseguidos en pretest y postest. Posteriormente, se realizó la prueba de hipótesis planteada, a través de las pruebas estadísticas no paramétricas de Wilcoxon y U Mann-Withney.

El quinto capítulo, donde se presentó la discusión de los resultados alcanzados, comparándolos con los antecedentes de la investigación, haciendo notar las diferencias y similitudes

Para finalizar, se realizaron las conclusiones de la investigación, se propusieron las recomendaciones más importantes y útiles a los estudiantes y docentes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”, se citaron fuentes de información y anexos.

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

1.1. Antecedentes de la investigación

Estudios previos, se han podido detectar, siguiendo la búsqueda de investigaciones referente al tema. Entre ellos tenemos investigaciones nacionales e internacionales:

1.1.1. Antecedentes nacionales

Bermeo (2016), en su tesis titulada *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería - 2016*, incluyó como objetivo determinar si la aplicación del software Geogebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales. Su estudio se llevó a cabo con 127 estudiantes del primer ciclo y utilizó el método hipotético deductivo. En la recolección de datos se empleó una encuesta y un cuestionario.

Para la ejecución de dicho estudio los estudiantes fueron sometidos a un pretest y un postest, cuya diferencia de los rangos del post test menos el pretest de estos resultados mostraron que después de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en 26 estudiantes no hubo diferencia con respecto a la puntuación de pre y post test, pero, surgió el efecto de la aplicación del software en 95 estudiantes y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contrastación de la hipótesis se aplicó el estadístico de Wilcoxon; además en las pruebas estadísticas halladas se obtuvo que Zc < Zt (-6.305 < -1,96) con tendencia de cola izquierda y con p=0,00<α=0,05, lo que significa rechazar la hipótesis nula, y admitir que la aplicación del software Geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima - 2016

Estacio (2018) en su investigación titulada *Uso de medios tecnológicos y logro de aprendizaje de matemática en la Institución Educativa "José María Arguedas" Carabayllo 2018*, buscaba establecer la relación entre el uso los medios tecnológicos con el logro de aprendizaje de matemática de los estudiantes del 5to año de educación secundaria de la Institución Educativa José María Arguedas - Carabayllo 2018. Su estudio se realizó con el enfoque cuantitativo, tipo de investigación básica de diseño no experimental transversal correlacional, con una muestra probabilística de estudiantes escogidos aleatoriamente, a quienes se les aplicó una encuesta sobre el uso de los medios tecnológicos. Obtuvo como resultado un coeficiente de correlación rho Spearman =0,501 y un valor p = 0,000 menor al nivel α = 0,05, con el cual concluyó que hay una relación significativa entre el uso del Geogebra del uso de los medios tecnológicos y el logro de aprendizaje de matemática de estudiantes del 5to año de secundaria de la IE José María Arguedas UGEL 04 2018 en el año 2017.

1.1.2. Antecedentes internacionales

Entre ellos se tiene el trabajo de López, Estrada, Enciso, & Arroyo (2018). Su estudio *Geogebra móvil recurso didáctico en el aula*, tuvo como objetivo analizar el efecto de la aplicación Geogebra para smartphone, en la enseñanza-aprendizaje del tema de límites y continuidad de funciones. Su estudio se aplicó en un grupo de primer semestre de Ciencias Básicas (CB) del Instituto Tecnológico de Tepic (ITT), integrado por 35 estudiantes de cuatro programas de ingenierías, los cuales son: 9 alumnos de Ingeniería Bioquímica (IB), 13 alumnos de Ingeniería Industrial (IE), 5 alumnos de Ingeniería en Gestión Empresarial (IGE), 8 alumnos de Ingeniería en Mecatrónica (IM). Utilizó el método investigación acción, con el recurso didáctico y con el uso del software Geogebra. Se aplicó encuestas escala de Rensis Likert, y estas fueron analizadas con el coeficiente de Cronbach, dando un valor de 0.8158 el cual es bueno.

La evaluación de los grupos fue por competencias profesionales, considerándose tres aspectos: El saber (examen escrito), El saber hacer (participación en equipos), y el saber ser y/o estar (desarrollo de habilidades). En la evaluación del tema límites y continuidad realizado al grupo de 35 estudiantes del CB del ITT, muestran que el 89% aprobaron y solo el 11% no acredita. El recurso didáctico nos muestra que el nivel de aceptación es muy alto.

La conclusión a la que arribó fue que el uso de una herramienta tecnológica se convierte en uno de los recursos alternativos, que pueden ayudar a un estudiante a entender óptimamente conceptos abstractos de matemática.

Barahona, Barrera, Vaca, & Hidalgo (2015), su trabajo titulado *Geogebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil*, tuvo como objeto estudiar la influencia del uso de la herramienta de software Geogebra en la enseñanza de la matemática en una asignatura específica de la carrera de Ingeniería en Industrias Pecuarias. La muestra fue establecida mediante una elección intencionada no aleatoria de 41 estudiantes matriculados en la asignatura de Matemáticas II. Se efectuó un estudio explicativo y de naturaleza cuantitativa para determinar relaciones causales que impliquen una descripción y explicación del hecho relacionado con el uso y no uso del software Geogebra en el rendimiento académico de los estudiantes.

La media del rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura fue de 56,9688%. Posterior al desenvolvimiento de la capacitación de 40 horas con Geogebra se obtuvo una media del rendimiento académico de 70,0976% por lo que se puede decir que el uso del Geogebra incrementó el rendimiento académico.

Para la prueba de la hipótesis se usó la prueba de “t-student”, donde se consideró tres escenarios de trabajo durante el semestre, como se detalla a continuación.

μ_A=Rendimiento método tradicional(Evaluaciones Acumulativas)

μ_B=Rendimiento Software Geogebra (Evaluación Principal)

μ_C=Rendimiento Software Geogebra (Evaluación Suspensión)

H0: $\mu A=\mu B$ (Hipótesis nula)

H1: $\mu A<\mu B$ (Hipótesis de Investigación).

Los resultados de la prueba arrojaron que el rendimiento académico entre la evaluación acumulativa (sin Geogebra) y el examen principal (Con Geogebra) fue $t_{0,05}$ =1,66 y el rendimiento académico entre la evaluación acumulativa (sin Geogebra) y el examen de suspensión (Con Geogebra) fue $t_{0,05}$.=1,68

Se advierte que a través de la aplicación de la prueba de “t-student” que en los dos casos los grupos que trabajaron con Geogebra aumentaron su rendimiento académico, pues $\mu_A<\mu_B$ *y* $\mu_A<\mu_C$, por lo que se concluyó que el uso de Geogebra incide positivamente en el aumento del rendimiento académico de los grupos de estudiantes observados.

Villalobos, Cornejo, Quintana, Torres & Ramos (2017), su artículo titulado *Impacto del uso de software Geogebra en la enseñanza del cálculo diferencial en dos institutos tecnológicos* buscó analizar el impacto del uso de software matemático en el proceso enseñanza aprendizaje de la asignatura de Cálculo Diferencial, en los Institutos

Tecnológicos de Celaya y de Roque. La muestra estuvo constituida por 8 grupos de estudiantes del IT Celaya y 3 del IT Roque como grupos experimentales y 3 grupos del IT Celaya y 1 del IT Roque como grupos de control. Los grupos experimentales usaron un manual de prácticas con el uso de Geogebra, en tanto que los grupos control no usaron el manual de prácticas propuestos.

Para evaluar las posibles diferencias entre los grupos experimentales y de control se calculó el Análisis de Varianza con el promedio de los puntajes de los cuatro instrumentos de evaluación y el aprovechamiento de los puntajes de la prueba diagnóstica como covariable.

Las hipótesis fueron:

Ho. No se tiene una mejora en el desempeño académico de los alumnos de la asignatura de Cálculo Diferencial cuando se utiliza el software Geogebra como una herramienta de apoyo.

H1. Se tiene una mejora en el desempeño académico de los alumnos de la asignatura de Cálculo Diferencial cuando se utiliza el software Geogebra como una herramienta de apoyo.

Después del análisis de la información, se hicieron algunas reflexiones respecto a las causas por las cuales se sospecha por qué no se probó la hipótesis alterna.

Se observó que el promedio de los instrumentos en los grupos experimentales es 8,7 puntos mayor que el promedio de los instrumentos de los grupos de control; el promedio del examen diagnóstico en los grupos experimentales es 4,8 puntos mayor que en los grupos de control; sin embargo, el porcentaje de alumnos acreditados en los grupos de control es 0,2 puntos porcentuales mayor que en los grupos experimentales. Esto puede deberse al modo en que se integró la calificación final del curso en los grupos experimentales y los de control. En ambos casos, el examen del profesor contó con el 50% y la contribución de la calificación de los instrumentos de evaluación fue de solo el 10%. En los grupos experimentales el 15% fue para las prácticas, quedando un 25% para otras actividades diseñadas por el profesor; mientras que, en los grupos de control, como no se hicieron prácticas, el 40% fue para el resto de actividades diseñadas por el profesor. Tal vez si la calificación final del curso hubiera tenido una ponderación más alta para el instrumento, se hubiera visto un comportamiento diferente; por lo que se concluye que las demás actividades que se tomaron en cuenta para integrar la calificación del curso incidieron de manera significativa en la calificación final del curso.

1.2. Bases teóricas

1.2.1. Las TIC

Según Cobo, J. C. (2009) las TIC son “Dispositivos tecnológicos (hardware y software) que permiten editar, producir, almacenar, intercambiar y transmitir datos entre diferentes sistemas de información que cuentan con protocolos comunes. Estas aplicaciones, que integran medios de informática, telecomunicaciones y redes, posibilitan tanto la comunicación y colaboración interpersonal" (persona a persona) como a múltiples direcciones (uno a muchos o muchos a muchos). Estas herramientas cumplen una labor fundamental en la creación, intercambio, difusión, gestión y acceso al conocimiento (como se cita en Fernández Rodríguez, Rainer Granados, & Miralles Muñoz, 2012, p. 22)

1.2.2. Las TIC en educación superior

El Artículo 12 de la Declaración Mundial Sobre la Educación Superior en el Siglo XXI de la UNESCO, expone el potencial y desafío que la tecnología representa para las instituciones de educación superior, afirmando que "las nuevas tecnologías brindan posibilidades de renovar el contenido de los cursos y los métodos pedagógicos, y de ampliar el acceso a la educación superior". (UNESCO, 1998, p.1)

1.2.3. El uso de las TIC en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática

Las computadoras son el eje central de todas las TIC aplicables en educación y en forma específica en Matemática. Ellas constituyen medios facilitadores para la enseñanza y aprendizaje de la matemática porque permite hacer simulaciones, visualizar gráficas en 2D y 3D, realizar cálculos con rapidez y exactitud. Como decía Santos (2001): "La tecnología aplicada como instrumento en la enseñanza y aprendizaje de la matemática puede ayudar a generar imágenes visuales, organizar datos y realizar cálculos. Cuando disponen de herramientas tecnológicas, los estudiantes pueden focalizar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas" (p. 247).

1.2.4. Estrategias didácticas

Los nuevos avances tecnológicos han repercutido en todos los ámbitos de la sociedad y en especial en el sector educativo. Esto conlleva a que el docente debe conocer y aplicar diversas estrategias didácticas que conduzcan a los estudiantes hacia un aprendizaje significativo.

Para Campusano Cataldo & Díaz Olivos (2017), las estrategias didácticas "son procedimientos organizados que tienen una clara formalización/definición de sus etapas y se orientan al logro de los aprendizajes esperados. A partir de la estrategia didáctica, el docente orienta el recorrido pedagógico que deben seguir los estudiantes para construir su aprendizaje" (p.2)

Según Parra M & Paucar (2019), las estrategias didácticas "son actividades secuenciadas, ordenadas y planificadas, caminos que el docente elige para facilitar la comprensión de determinados temas, permitiendo que el aprendizaje sea más efectivo. Toda estrategia debe poseer un objetivo a alcanzar; por tanto, deben estar sujetas a contenidos por estudiar" (citado en Herrera, L. A., 2019, p. 39)

Alonso, T. (1997) establece que las estrategias didácticas son de dos tipos: las de aprendizaje y las de enseñanza.

También Alonso, T. (1997) señala que "las estrategias de enseñanza se conciben como procedimientos utilizados por el agente de enseñanza para promover y facilitar el aprendizaje significativo de los estudiantes". Por otra parte, las estrategias de aprendizaje constituyen actividades conscientes e intencionales "utilizadas por el estudiante para reconocer, aprender y aplicar la información y/o contenido” (citado en Flores, J. et al., 2017, p. 13)

Entre algunas estrategias didácticas se puede mencionar por ejemplo: el ensayo, método de proyectos, resúmenes, mapas mentales, mapas y redes conceptuales, panel, aprendizaje basado en problemas, seminarios, debates, juego de roles, uso de las TIC, etc.

1.2.5. El uso de software libre en la enseñanza de la Matemática

Software libre según Richard (2004) es “cualquier programa cuyos usuarios gocen de estas libertades. De modo que debería ser libre de redistribuir copias con o sin modificaciones, de manera gratuita o cobrando por su distribución, a cualquiera y en cualquier lugar. Disfrutar de esta libertad significa, entre otras cosas, no tener que pedir permiso ni pagar para ello” (como se cita en Aubia, 2014, p.91).

En la actualidad existe una variada gama de software libre diseñados para la enseñanza y aprendizaje de la matemática como por ejemplo: Geogebra, Derivator, Maxima, Euler Math, Winplot, Geometry Calculator, etc.

1.2.6. El software Geogebra

Morales, Moranchel, & Quiñónez, (2017), exponen que Geogebra “Es un software interactivo en el que se ‘asocian’, por partes iguales, la geometría y el álgebra. Fue diseñado, por Markus Hohenwarter de la Universidad de Salzburgo, como herramienta para la enseñanza y aprendizaje de matemáticas a nivel básico” (Hohenwarter y Lavicza, 2007). La concepción básica del software Geogebra es llevar a cabo la ejecución simultánea de librerías de geometría, álgebra y cálculo con librerías de cálculo simbólico en Java, como el *software* JSCL. Geogebra posibilita la creación de applets con contenidos interactivos, los que se pueden utilizar en páginas HTML dinámicas; además hace geometría dinámica para 2D y 3D. (p. 235)

1.2.7. El software Geogebra como recurso tecnológico

El valor del software Geogebra como recurso tecnológico, se destaca en el sentido que tanto docentes y estudiantes se pueden alejar del modo tradicional de enseñanza-aprendizaje, para poder realizar visualizaciones dinámicas de conceptos matemáticos que en otro tiempo no se podía realizar.

Como expone Villareal (2012): “Se abren así nuevas posibilidades en el escenario de la educación matemática, posibilidades que serán provechosas si los docentes aceptamos el reto de abandonar viejas prácticas y decidimos adentrarnos en la ‘zona de riesgo’ del terreno educativo hoy minado de tecnologías que para muchos resultan desconocidas y amenazadoras” (como se cita en Fioriti, G., 2017, p. 43)

1.2.8. El software Geogebra como recurso didáctico

En calidad de recurso didáctico, Geogebra permite manipular objetos matemáticos de manera libre y dinámica, estableciendo determinados parámetros a dichos objetos, lo que ayuda a la visualización gráfica del comportamiento de funciones y que el estudiante pueda sacar sus propias conclusiones.

Como expone Avalos, M., (2016), “Geogebra ofrece tres aspectos diferentes de cada objeto matemático: una Vista Gráfica, una vista Algebraica y además una Vista de Hoja de Cálculo. Esta variedad facilita observar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficas de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo” (p. 29).

De esta manera, el software Geogebra ayuda al aprendizaje de temas matemáticos porque los estudiantes pueden experimentar, crear, y comunicar sus ideas, logrando un aprendizaje significativo; es decir, un aprendizaje activo, constructivo y prolongado.

1.2.9. El constructivismo en la enseñanza-aprendizaje de la matemática

Como expone Flórez (1994): El principal postulado del constructivismo pedagógico fue el principio de la actividad; es decir, sostienen que el alumno aprende haciendo y experimentando y estas acciones forman parte de su proceso vital de desarrollo (citado en Heredia Escorza & Sánchez Aradillas, 2014, p.132).

También considera que el aprendizaje modifica la estructura mental del individuo, lo que le permite llegar a ideas más diversas, integradas y complejas. De esta metáfora de la construcción del conocimiento por parte del sujeto proviene el nombre de constructivismo. (Heredia Escorza & Sánchez Aradillas, 2014, p.132).

Desde el punto de vista de esta postura, es responsabilidad de la educación activar el desarrollo y la formación del individuo y dejar de lado la simple transmisión de información o la acumulación de datos de forma inconexa (Heredia Escorza & Sánchez Aradillas, 2014, p.132).

La aplicación de las teorías constructivistas mediante la utilización de las TIC facilita la concreción de ambientes de aprendizaje enriquecidos, donde los estudiantes pueden construir de manera eficaz y eficiente su propia estructura de conocimiento.

1.2.10. Aprendizaje por competencias

La definición de Competencias, que da Tuning Europa (2007**)**, es la siguiente:

"Las competencias representan una combinación dinámica, de conocimiento, comprensión, capacidades y habilidades. (…). Las competencias se forman en varias unidades del curso y son evaluados en diferentes etapas. Pueden estar divididas en competencias relacionadas con un área de conocimiento (específicas de un campo de estudio) y competencias genéricas (comunes para diferentes cursos)". (Citado en Ganga Contreras, González, & Smith Velásquez, s.f, p. 70)

1.2.11. Competencias matemáticas en Educación Superior

Las competencias matemáticas han sido definidas por diferentes autores. Niss (2002) declara que la competencia matemática es "la capacidad de comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de situaciones y contextos intra y extra matemáticos en las que éstas juegan o podrían desempeñar un papel" (p. 7). Así mismo Córdova, N. & Oliveros,

E. (2019) exponen que “La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar, relacionar, aplicar, analizar y modelar elementos matemáticos tales como: elementos geométricos, números, símbolos, funciones, expresiones algebraicas con sus operaciones básicas, formas de expresión y razonamiento matemático, en la misma medida para producir e interpretar distintos tipos de información”, tanto para extender teorías acerca de aspectos cuantitativos y espaciales del entorno y solucionar problemas vinculados con el diario vivir y con la vida profesional.

Ellos proponen 9 competencias organizadas en cuatro grupos con el objetivo de conseguir una mejor clasificación de las competencias matemáticas. Para el presente estudio se asumieron los argumentos teóricos desarrollados por dichos autores para determinar las dimensiones del aprendizaje de la matemática, puesto que se adapta a los contenidos matemáticos en educación superior. Frente a estos argumentos el estudio se emprendió a las siguientes competencias matemáticas.

A continuación se describen las competencias agrupadas en cuatro grupos:

1.2.11.1. Conceptualización Semántica

“La semántica en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática significa el estudio del significado de los signos lingüísticos matemáticos, esto es, la indagación del significado por parte de los implicados en el proceso formativo matemático que se expresa mediante palabras, expresiones, enunciados, teoremas, propiedades y axiomas" (Faustino, del Pozo, & Arrocha Rodríguez, s.f., p. 66).

Los elementos que componen la semántica matemática son:

- Conjunto de signos y símbolos.
- Variables y constantes.
- Conjunto de predicados sobre las variables.
- Conjunto de reglas a partir de expresiones sencillas. (Oliveros, 2003, citado en Córdova, N. & Oliveros, E. (2019), p. 60).

Las competencias de la conceptualización semántica son:

SE1: "Usar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas (comprender, decodificar, e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico)" (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p. 60).

SE2: "Representar y simbolizar (codificar, decodificar e interpretar representaciones, traducir entre diferentes representaciones)" (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p. 60).

SE3: "Comunicar (expresión matemática oral y escrita, entender expresiones, transmitir ideas matemáticas)" (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p. 60).

1.2.11.2. Aplicación práctica

En este grupo se desarrollan las competencias que ayudan a afianzar los conceptos matemáticos, resolviendo ejercicios que le muestren la utilidad de lo aprendido. Con tal motivo se deben planificar actividades que sean sumamente entretenidas pero alcanzables; que ayuden a la internalización de aplicación de conceptos.

Las competencias de la aplicación práctica (AP) son:

AP4: “Utilizar ayudas y herramientas (involucra conocer, y ser capaz de usar diversas ayudas y herramientas, incluyendo las Tecnologías de la Información y la Comunicaciones -TIC-, que facilitan la labor matemática, y entender las limitaciones de estas ayudas y herramientas)” (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p. 60).

AP5: “Cálculo operativo (cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales)” (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p. 60).

1.2.11.3. Desarrollo crítico

En esta etapa el estudiante tiene que haber logrado seguridad en el desarrollo y la aplicación de los contenidos, en el manejo de herramientas básicas que sirven de soporte para su trabajo; por ende, aquí se intenta desarrollar el pensamiento crítico, desarrollar habilidades del razonamiento: como el análisis, síntesis, evaluación, inferencias, deducciones, etc. que conlleven a la formación de un pensamiento superior, pero no como habilidades aisladas como las consideró Bloom en su momento sino como integradas y actuando en conjunto. En este nivel podemos desarrollar las siguientes competencias matemáticas:

CR6: “Pensar y razonar (tipos de proposiciones, temas propios de las matemáticas)” (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019 , p. 61).

CR7: “Argumentar (pruebas matemáticas, heurística, crear y demostrar argumentos matemáticos)” (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019 , p. 61).

CR8: “Modelar (organizar el campo, interpretar los modelos, trabajar con modelos)” (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p. 61).

1.2.11.4. Desarrollo resolutivo o resolución de problemas

Al respecto, Riverón Portela, Martín Alfonso, & González Companionis, (2004) afirman que la resolución de problemas ha sido reconocida como una parte esencial en el estudio de los conceptos matemáticos. Halmos (1980) además planteó que “resolver problemas es el corazón de las matemáticas”. Y Kleiner (1986) destacó que el desarrollo de conceptos y teorías matemáticas comienzan “a partir de un esfuerzo por resolver un determinado problema”. “En el análisis de la historia de las matemáticas se puede verificar que los avances matemáticos casi siempre se originan en un esfuerzo por resolver un problema específico. En la didáctica de la matemática, el uso de los diversos problemas se representa en las tareas, los ejemplos de clase y los exámenes” (p.1), concluye.

Las competencias a lograr en esta etapa son:

RE9: “Plantear y resolver problemas. Solucionar problemas diversos usando un modelo Heurístico; analizando el enunciado, eligiendo las estrategias adecuadas, realizando los cálculos pertinentes y comprobando la solución obtenida” (Córdova, N. & Oliveros, E., 2019, p.61).

1.2.12. Aprendizaje de Matemática I

Según la sumilla de la currícula de la escuela de Estadística e Informática de la UNASAM, la asignatura de Matemática I, corresponde al área de formación básica y es de naturaleza teórico-práctico, tiene por objetivo capacitar al estudiante en conocimientos, habilidades y destrezas durante el desarrollo del curso, y así obtener una formación sólida para los cursos de su especialidad. Comprende los siguientes temas: Sistema de números reales y complejos. Funciones. Límites y continuidad. Derivada y sus aplicaciones. La antiderivada.

Para el presente estudio, solo se limitó a tema de límites y continuidad. El concepto límite es la base fundamental para el Cálculo Diferencial y el Cálculo integral.

1.3. Definiciones conceptuales

Aprendizaje

El aprendizaje es un cambio permanente en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, debido a la exposición a situaciones estimulantes u otras formas de experiencia.

Asíntota

Recta hacia la cual se aproxima una curva indefinidamente. Existen tres tipos de asíntotas según la naturaleza de la recta: horizontales, verticales y oblicuas.

Competencia

“Una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizando recursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular” (OCDE, 2005, p.5).

Función

Una función es una relación entre los elementos de un conjunto (el dominio) y los de otro conjunto (la imagen), de tal modo que a todo elemento del dominio se le hace corresponder un único elemento de la imagen.

Función continua

Función que no experimenta variaciones bruscas de valor al aumentar o disminuir la variable en forma continua.

Geogebra

Software de matemáticas que se usa en cualquier nivel educativo. Agrupa de manera dinámica la geometría, el álgebra, la estadística y el cálculo, en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo.

Indicadores de logro

Son enunciados que describen conductas, señales, signos, indicios, evidencias, pistas observables del desempeño humano que expresa lo que está sucediendo internamente en el aprendiz.

Límite de una función

Valor al que se aproxima la función $f(x)$ cuando la variable x se aproxima al valor a. Se denota por $\lim_{x \to a} f(x)$ y se lee "límite de f de x cuando x tiende a a".

Logro de aprendizaje

Es un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y valores que debe obtener el aprendiz en correlación con los objetivos o resultados del aprendizaje previstos en el diseño curricular.

Matemáticas

Ciencia que se dedica al estudio de las propiedades de los números, así como los métodos y procedimientos para llevar a cabo los cálculos entre ellos.

Software

Expresión general que nombra las diversas clases de programas utilizados en computación.

Software libre

Software que está libre de restricciones y que puede ser gratuito. Las licencias de software libre otorgan a los usuarios la libertad de usarlo para cualquier propósito, estudiar y cambiar el código fuente y copiar y redistribuir el software con o sin modificaciones.

CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES

2.1 Formulación de hipótesis principales y derivadas

2.1.1. Hipótesis general

El uso del software Geogebra influye significativamente en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.

2.1.2. Hipótesis específicas

- El uso del software Geogebra influye significativamente en la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019
- El uso del software Geogebra influye significativamente en la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019
- El uso del software Geogebra influye significativamente en el Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019

- El uso del software Geogebra influye significativamente en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.

2.2. Operacionalización de variables

Variable independiente: Uso del software Geogebra

Es el adecuado manejo de software Geogebra para estudiar conceptos matemáticos en sus aspectos numéricos, geométricos y algebraicos.

Variable dependiente: Logro del aprendizaje por competencias de Matemática I.

Es el resultado cuantificable y medible de lo que se espera que el estudiante sea capaz de conocer sobre límites y continuidad de funciones en sus aspectos de conceptualización semántica, aplicación práctica, desarrollo crítico y desarrollo resolutivo.

Variable independiente: Uso del software Geogebra

Tabla 1
Operacionalización de la variable independiente en el grupo control

Variable independiente	Materiales y Metodología	Etapas	Procesos	Instrumento de control
Grupo Control Método expositivo tradicional	• Pizarra • Plumones • Lista de ejercicios	I. Prueba de entrada.	1. Se aplica un pretest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 1) 2. Revisión de pruebas escritas. 3. Tabulación de resultados y comparación con el grupo experimental.	Prueba escrita
	• Enfoque: Cuantitativo • Nivel: correlacional • Tipo: Aplicada • Diseño: Experimental de tipo Cuasiexperim ental • Unidad de análisis: Cada estudiante de la muestra	II. Sesiones de aprendizaje de manera tradicional	4. Inicio. 5. Desarrollo. 6. Cierre.	Rúbrica
		III. Prueba de salida	7. Se aplica un postest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 1) 8. Revisión de pruebas escritas. 9. Tabulación de resultados y comparación con el grupo experimental.	Prueba escrita

Fuente: Adaptado de Grimaldos Vega (2018, p. 40)

Tabla 2

Operacionalización de la variable independiente en el grupo experimental

Variable independiente	Materiales y Metodología	Etapas	Procesos	Instrumento de control
	• Laptop • Software Geogebra • Guías didácticas	I. Prueba de entrada.	1. Se aplica un pretest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 2) 2. Revisión de pruebas escritas. 3. Tabulación de resultados y comparación con el grupo control.	Prueba escrita
Grupo experimental Uso del software Geogebra	• Enfoque: Cuantitativo • Nivel: Correlacional • Tipo: Aplicada • Diseño: Experimental de tipo Cuasiexperi-mental • Unidad de análisis: Cada estudiante de la muestra	II. Sesiones de aprendizaje con guías didácticas	4. El estudiante lee reflexivamente la guía didáctica. 5. Practica los ejemplos desarrollados con apoyo de Geogebra. 6. Resuelve los ejercicios propuestos con apoyo de Geogebra y familiariza sus resultados.	Lista de cotejo
		III. Prueba de salida	7. Se aplica un postest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 2) 8. Revisión de pruebas escritas. 9. Tabulación de resultados y comparación con el grupo control.	Prueba escrita

Fuente: Adaptado de Grimaldos Vega (2018, p. 40)

Variable dependiente: Logro del aprendizaje por competencias

Tabla 3

Operacionalización de la variable dependiente

Variable dependiente	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumento
Logro de aprendizaje por competencias	Conceptualización Semántica.	- Interpreta el significado geométrico de límite de una función.	1-a	Prueba escrita
		- Aplica la definición de límite en demostraciones.	1-b	
	Aplicación práctica	- Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales.	2	
		- Calcula límites laterales.	4	
		- Calcula límites al infinito.	5	
		- Calcula límites infinitos.	6	
		- Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	7	
		- Calcula límites trigonométricos.	8	
		- Calcula límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$ según sea el caso.	9	
	Desarrollo crítico	- Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento. - Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente.	3-a, 3-b, 3-c, 3-d	
	Desarrollo Resolutivo	- Analiza la continuidad de una función. - Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.	10	

Nota. Dimensiones detalladas en las bases teóricas

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Diseño metodológico

La presente investigación se enmarca dentro del diseño experimental de tipo cuasi-experimental con dos grupos intactos: un grupo experimental y un grupo control, ambos grupos formados previamente por la Escuela Profesional de Estadística e Informática de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”. Esto se sustenta por Hernández, Fernández, & Baptista, (2014) en lo referido a investigación cuasiexperimental: “En los diseños cuasiexperimentales, los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están conformados antes del experimento: son grupos intactos” (p. 151).

Dentro de este marco, se programaron ocho (8) sesiones experimentales aplicadas durante tres semanas con los grupos experimental y control, referente al tema de límites y continuidad de funciones reales de variable real. Con ayuda del software Geogebra para el grupo experimental, a fin de ver su impacto en el logro de aprendizaje. Y por otra parte, en el grupo control, las sesiones de aprendizaje se realizaron de forma tradicional.

Enfoque

El enfoque de la investigación es cuantitativo, porque “es seria y elegante; los datos cuantitativos permiten hacer tablas y gráficas que ilustran adecuadamente un fenómeno” (Del Cid, Méndez, & Sandoval, 2011, p.23); de acuerdo al desarrollo metodológico al rol del investigador corresponde la obtención de datos empíricos a partir de un instrumento.

Método

En el presente trabajo se utilizó el método científico, pues según Tamayo (2003), el método científico “es un procedimiento para descubrir las condiciones en que se presentan sucesos específicos, caracterizado generalmente por ser tentativo, verificable, de razonamiento riguroso y observación empírica.” (p. 28).

Y como segundo método se usó el método hipotético deductivo, que “consiste en un procedimiento que parte de unas aseveraciones en calidad de hipótesis y busca refutar o falsear tales hipótesis, deduciendo de ellas conclusiones que deben confrontarse con los hechos” (Bernal, 2010, p. 60).

Tipo de estudio

La presente investigación es de tipo aplicada, porque se buscó solucionar determinados problemas relacionados con el aprendizaje de límites y continuidad de funciones reales de variable real y disminuir el alto porcentaje de desaprobados. Al respecto expone Sánchez Fuentes (2014): “La investigación aplicada (…) se centra en los requerimientos de la sociedad y se aboca a la solución de problemas y a la propuesta de alternativas concretas y viables con base en el conocimiento efectivo de la situación y condición de los individuos o grupos particulares" (p. 161).

Nivel

El nivel es correlacional, porque mediante una prueba de pretest y otra de postest, se buscó hallar si existe una correlación entre el uso del software Geogebra y el aprendizaje por competencias de Matemática I.

Tal como lo afirma Hernández, Fernández, & Baptista, (2014): este tipo de estudios tiene como finalidad conocer la relación o grado de asociación que exista entre dos o más conceptos, categorías o variables en una muestra o contexto en particular. (p. 93)

3.2. Diseño muestral

En la presente investigación, la población que se consideró fueron los estudiantes de Matemática I de la Escuela Profesional de Estadística e Informática de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" durante el semestre 2019 - I, distribuidos de la siguiente manera:

3.3 Población

Según Jany (1994), (como se cita en Bernal (2010)), población es "la totalidad de elementos o individuos que tienen ciertas características similares y sobre las cuales se desea hacer inferencia" (p. 48).

La población considerada para la investigación fueron 55 estudiantes de la escuela profesional de Estadística e Informática, de la asignatura de Matemática I, cuyas edades oscila entre los 18 a 20 años. El grupo control estuvo conformado 26 estudiantes y el grupo experimental por 29 estudiantes.

Tabla 4
Distribución de la población de estudiantes de Matemática I

Grupo	Número
Grupo control	26
Grupo experimental	29
Total	55

Fuente: Elaboración propia

3.4 Muestra

Bernal (2010), expone que la muestra “es la parte de la población que se selecciona, de la cual realmente se obtiene la información para el desarrollo del estudio y sobre la cual se efectuarán la medición y la observación de las variables objeto de estudio.” (p. 161).

La obtención de la muestra se hizo por medio de un muestreo no probabilístico intencional. Según Vara (2012) este tipo de muestreo “se realiza sobre la base del conocimiento y criterios del investigador. Se basa, primordialmente, en la experiencia con la población. En algunas oportunidades, se usan como guía o muestra tentativa para decidir cómo tomar una muestra aleatoria más adelante. El muestreo intencional es el mejor y el más frecuente en las investigaciones científicas. Pero exige mucha claridad y detalle en las razones y procedimientos para elegir la muestra” (p. 226).

Después de aplicar un criterio de exclusión, debido a que ciertos estudiantes no tuvieron una asistencia regular, se decidió excluir a 14 estudiantes del grupo experimental y 11 estudiantes del grupo control.

De este modo, la muestra elegida quedó con 30 estudiantes distribuidos de acuerdo a la tabla 5.

Tabla 5
Muestra de los estudiantes de Matemática I

Grupo	Número
Grupo control	15
Grupo experimental	15
Total	30

Fuente: Elaboración propia

3.5 Técnicas para la recolección de datos

Para la primera variable la técnica de recolección de datos fue la observación; y su instrumento, fue lista de cotejo. La técnica de recolección de datos para la segunda variable fue la prueba escrita; y los instrumentos, el pretest y el postest.

3.5.1 Descripción de los instrumentos de recolección de datos

Para la variable independiente se utilizó un ckecklist durante las sesiones de aprendizaje, para identificar los progresos de los estudiantes.

El instrumento para la segunda variable, pretest y el postest, estuvo compuesta por pruebas de desarrollo y la distribución de preguntas fue: Dimensión 1, dos preguntas; Dimensión 2, siete preguntas; Dimensión 3, cuatro preguntas; y Dimensión 4, una pregunta. Se evaluó a 30 estudiantes de la asignatura de Matemática I.

La puesta en marcha de este instrumento arrojó datos que corresponde a la realidad donde se está abordando el problema. Los grupos elegidos fueron homogéneos con similares características a los que se les tomó un pretest y postest. Este instrumento fue elaborado siguiendo unas variables plenamente identificadas y definidas, para nuestro caso el uso del software Geogebra como variable independiente y logro del aprendizaje de límites y continuidad de funciones reales como variable dependiente.

3.5.2. Validez y confiabilidad de los instrumentos

Validez

Los instrumentos fueron validados con la técnica de validez de contenido, que consiste en la emisión de la percepción del instrumento por los expertos al tema de estudio. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014, p. 298)

Tabla 6
Participantes en la evaluación del instrumento por especialidad

Experto	Especialidad	Decisión
Dr. Johnson Diomedes Valderrama Arteaga	Matemática	Válido
Dr. Rudecindo Albino Penadillo	Ingeniero Industrial	Válido
Dr. Simeón Moisés Huerta Rosales	Educación-Matemática	Válido

Fuente: Elaboración propia

Confiabilidad

Por tratarse de un instrumento dicotómico, se procedió bajo la técnica de prueba estadística de Kuder-Richardson. Se tomó una prueba en un grupo piloto a 20 alumnos del curso de Matemática I, considerando para la confiabilidad un nivel mínimo del 0,70 como lo sugiere Lauriola (como se citó en Hernández, Fernández, & Baptista, 2014, p.295). Los resultados obtenidos muestran un coeficiente mayor a 0,70 identificando que el instrumento tiene confiabilidad.

Tabla 7
Resultados de la prueba de Kuder Richardson

Variable/Dimensiones Logro de aprendizaje	Número de items	KR20
D1: Conceptualización semántica	2	0,73
D2: Aplicación práctica	7	
D3: Desarrollo crítico	4	
D4: Desarrollo resolutivo	1	

Fuente: Elaboración propia

3.6. Aspectos éticos

Se da fe que se cumple con la veracidad del caso, para ello se acompañará documentos que se ejecutarán en la investigación.

Los resultados son consecuencia del experimento, porque se tomó un pretest y un postest a la muestra, cuyos datos se recolectaron y procesaron sin adulteración. La investigación, respetó toda propiedad intelectual, pues se citaron a los autores a los que se recurrió para la realización del presente trabajo. También se preservó la confidencialidad de los estudiantes al mantener su identidad en anonimato, según el consentimiento informado que firmaron.

3.7. Técnicas estadísticas para el procesamiento de la información

Una vez terminado la recolección de datos, se organizó y resumió para obtener información significativa; es decir, analizar los datos, usándose para esto, la estadística descriptiva.

Para el procesamiento de los datos se utilizó el software SPSS24 y el software Excel, para hacer los gráficos de barras y la prueba Kuder Richardson para la confiabilidad del instrumento de recolección de datos. Se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk para identificar la distribución normal de los datos porque la muestra es de 30 estudiantes. Como no se presentó normalidad, se utilizó el modelo estadístico no paramétrico de U de Mann-Whitney.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

4.1 Análisis descriptivos

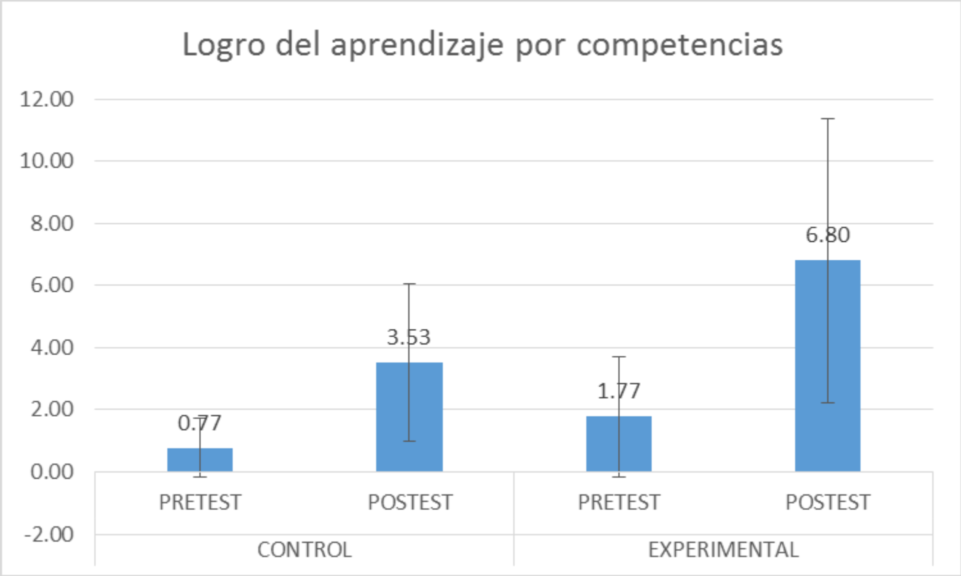
A continuación se dan a conocer los estadísticos obtenidos en el análisis de la base de datos que contiene la información recogida durante la investigación.

Tabla 8

Descriptivos del Logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en el grupo control y grupo experimental pretest y postest

Dimensión	Grupos		Pretest	Postest
Aprendizaje por competencias	Control	Media	0.77	3.53
		Mediana	0.00	2.00
		Desv. Desviación	0.94	2.54
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	2.50	9.00
	Experimental	Media	1.77	6.80
		Mediana	1.50	6.00
		Desv. Desviación	1.92	4.56
		Mínimo	0.00	1.00
		Máximo	5.00	16.00

Figura 1. Comparación de los resultados en el Logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones



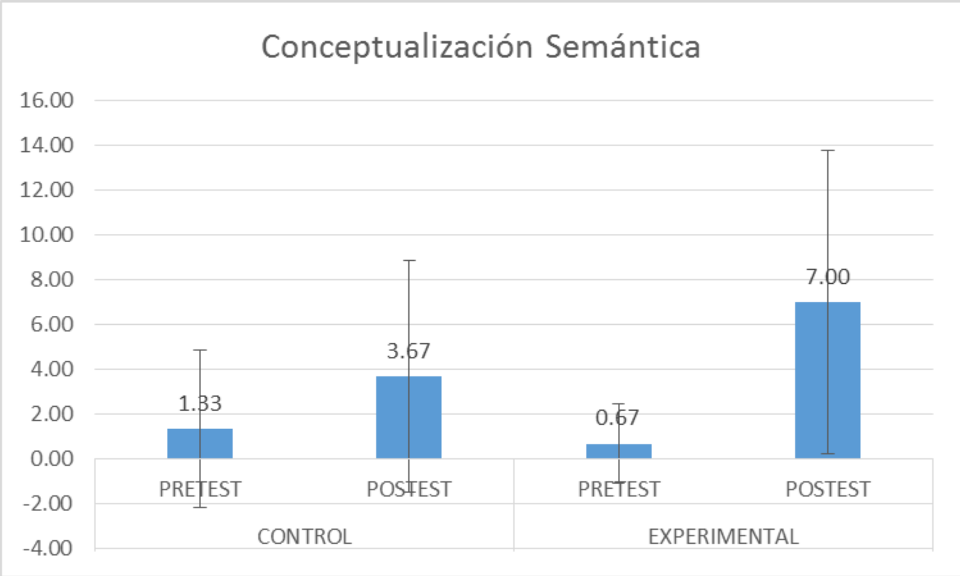
En la tabla 8 de logro del aprendizaje por competencias, se aprecia que en el grupo control, en el pretest, se encontró una media de 0,77±0,94 y en el postest, una media de 3,53±2,54; en el grupo experimental, en el pretest, se encontró una media de 1,77±1,92 y en el postest, una media de 6,80±4,56.

Tabla 9

Descriptivos de Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental pretest y postest

Dimensión	Grupos		Pretest	Postest
Conceptualización semántica	Control	Media	1.33	3.67
		Mediana	0.00	0.00
		Desv. Desviación	3.52	5.16
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	10.00	15.00
	Experimental	Media	0.67	7.00
		Mediana	0.00	5.00
		Desv. Desviación	1.76	6.76
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	5.00	20.00

Figura 2. Comparación de los resultados en la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones



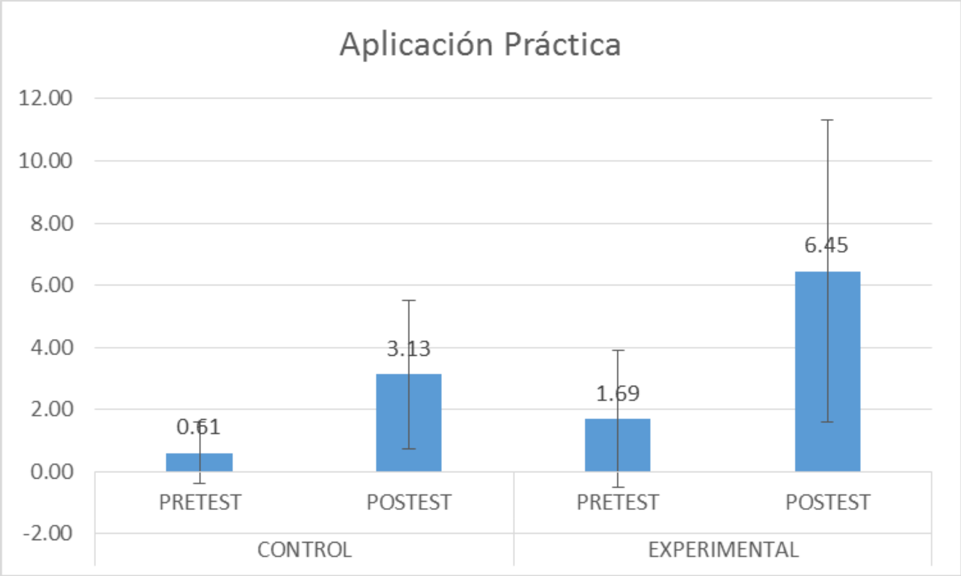
En la tabla 9 de conceptualización semántica, se ve que en el grupo control en el pretest se encontró una media de 1,33±3,52 y en el postest, una media de 3,67±5,16. En el grupo experimental, en el pretest se halló una media de 0,67±1,76 y en el postest una media de 7,0±6,76.

Tabla 10

Descriptivos de Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental pretest y postest

Dimensión	Grupos		Pretest	Postest
	Control	Media	0.61	3.13
		Mediana	0.00	3.10
		Desv. Desviación	0.97	2.40
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	3.10	9.20
Aplicación práctica	Experimental	Media	1.69	6.45
		Mediana	0.80	6.90
		Desv. Desviación	2.20	4.86
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	7.70	14.60

Figura 3. Comparación de los resultados en la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones

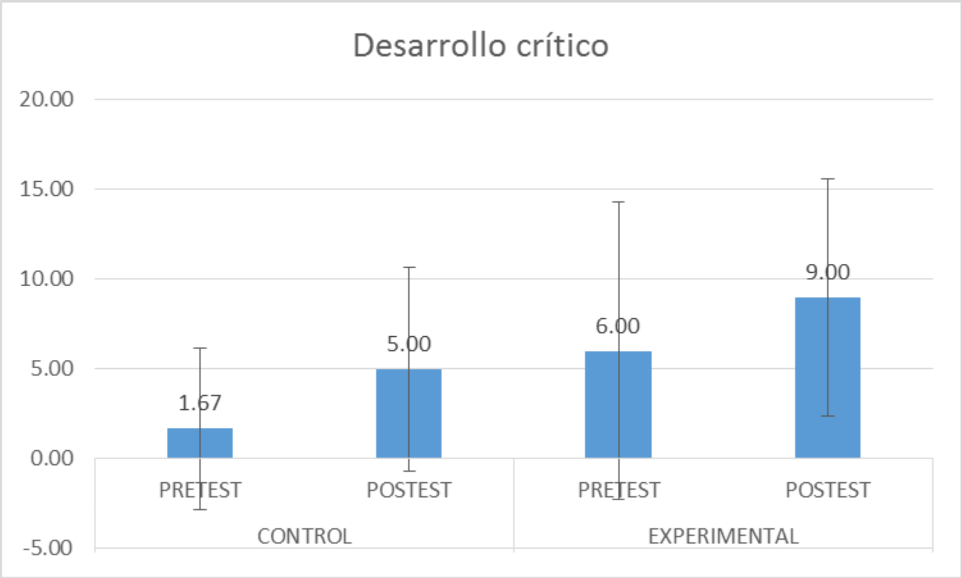


En la tabla 10 de aplicación práctica, se aprecia que en el grupo control en el pretest se encontró una media de 0,61±0,97 y en el postest una media de 3,13±2,40. En el grupo experimental, en el pretest se encontró una media de 1,69±2,20 y en el postest una media de 6,45±4,86.

Tabla 11
Descriptivos del Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental pretest y postest

Dimensión	Grupos		Pretest	Postest
	Control	Media	1.67	5.00
		Mediana	0.00	5.00
		Desv. Desviación	4.50	5.67
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	15.00	15.00
Desarrollo critico	Experimental	Media	6.00	9.00
		Mediana	0.00	10.00
		Desv. Desviación	8.28	6.60
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	20.00	20.00

Figura 4. Comparación de los resultados en Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones



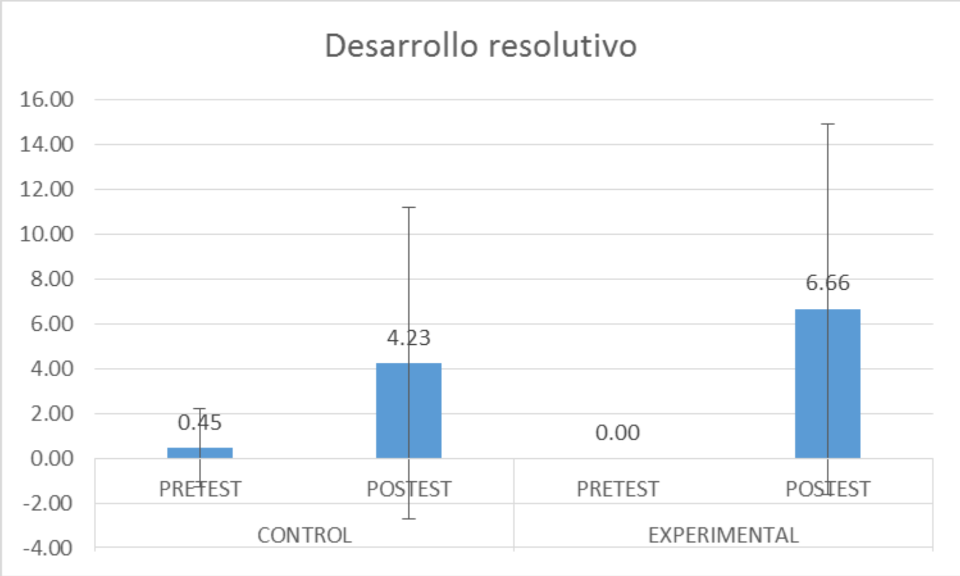
En la tabla 11 de Desarrollo crítico se observa que en el grupo control, en el pretest se encontró una media de 1,67±4,50 y en el postest, una media de 5,0±5,67. En el grupo experimental, en el pretest se encontró una media de 6,0±8,28 y en el postest, una media de 9,0±6,60.

Tabla 12

Descriptivos del Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental pretest y postest

Dimensión	Grupos		Pretest	Postest
Desarrollo resolutivo	Control	Media	0.45	4.23
		Mediana	0.00	0.00
		Desv. Desviación	1.73	6.96
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	6.70	20.00
	Experimental	Media	0.00	6.66
		Mediana	0.00	0.00
		Desv. Desviación	0.00	8.26
		Mínimo	0.00	0.00
		Máximo	0.00	20.00

Figura 5. Comparación de los resultados en Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones



En la tabla 12 de Desarrollo resolutivo se aprecia que en el grupo control, en el pretest se encontró una media de 0,45±1,73 y en el postest, una media de 4,23±6,96- En el grupo experimental, en el pretest se encontró una media de 0,0±0,0 y en el postest una media de 6,66±8,26.

4.2 Pruebas de hipótesis

Se realiza la prueba de Shapiro-Wilk para comprobar la distribución normal de los datos, obteniéndose los siguientes resultados

Tabla 13

Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk

Dimensiones	Grupos	Estadístico	gl	Sig.
Pretest conceptualización semántica	Control	0.413	15	0.000
	Experimental	0.413	15	0.000
Pretest aplicación práctica	Control	0.665	15	0.000
	Experimental	0.790	15	0.003
Pretest desarrollo crítico	Control	0.430	15	0.000
	Experimental	0.705	15	0.000
Pretest desarrollo resolutivo	Control	0.284	15	0.000
	Experimental		15	0.000
Pretest logro del aprendizaje	Control	0.768	15	0.001
	Experimental	0.821	15	0.007
Postest conceptualización semántica	Control	0.731	15	0.001
	Experimental	0.848	15	0.016
Postest aplicación práctica	Control	0.923	15	0.213
	Experimental	0.932	15	0.294
Postest desarrollo crítico	Control	0.808	15	0.005
	Experimental	0.892	15	0.073
Postest desarrollo resolutivo	Control	0.654	15	0.000
	Experimental	0.746	15	0.001
Postest logro del aprendizaje	Control	0.895	15	0.080
	Experimental	0.926	15	0.238

Hipótesis estadísticas:

HO= Los datos tienen una distribución normal

HA= Los datos no tienen una distribución normal

En la tabla 13, la prueba de Shapiro-Wilk, dio como resultado que los p-valores en casi todas las dimensiones son menores que 0,05, excepto en el postest de la dimensión aplicación práctica cuyos p-valores fueron 0,213 y 0,294 en el grupo control y grupo experimental respectivamente. En el postest de desarrollo crítico el p-valor del grupo experimental fue 0,073 y en el postest de logro del aprendizaje el p-valor fue 0,238 en el grupo experimental.

No se asume normalidad en los datos, se decide usar pruebas no paramétricas.

Se procedió a hacer la prueba de U de Mann Whitney, debido a que se cumple con los siguientes supuestos: variable a contrastar es cuantitativa sin distribución normal, comparando 2 muestras independientes (grupo control n=15 y grupo experimental n=15).

Tabla 14

Prueba de U de Mann-Whitney del Logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en el grupo control y grupo experimental

Estadísticos de prueba[a]

	Pretest Logro del aprendizaje	Postest Logro del aprendizaje
U de Mann-Whitney	83.500	62.000
W de Wilcoxon	203.500	182.000
Z	-1.272	-2.110
Sig. asintótica(bilateral)	0.203	0.035
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,233[b]	,037[b]

a. Variable de agrupación: GRUPOS

b. No corregido para empates.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO= No existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental

HA= Existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Se observa que en el pretest p=0,203, se concluye que no existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental, Y en el postest, se observa p=0,035; concluyéndose que existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Tabla 15

Prueba de U de Mann-Whitney de la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental

Estadísticos de prueba[a]

	Pretest Conceptualización semántica	Postest Conceptualización semántica
U de Mann-Whitney	110.500	80.000
W de Wilcoxon	230.500	200.000
Z	-0.140	-1.441
Sig. asintótica(bilateral)	0.888	0.150
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,935[b]	,187[b]

a. Variable de agrupación: GRUPOS

b. No corregido para empates.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO= No existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental

HA= Existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Se observa en el pretest p=0,888 y postest p=0,150. Se concluye que no existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental en ambos momentos de evaluación (pretest y postest)

Tabla 16

Prueba de U de Mann-Whitney de la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental

Estadísticos de prueba[a]

	Pretest Aplicación práctica	Postest Aplicación práctica
U de Mann-Whitney	78.000	67.000
W de Wilcoxon	198.000	187.000
Z	-1.562	-1.897
Sig. asintótica(bilateral)	0.118	0.048
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,161[b]	,061[b]

a. Variable de agrupación: GRUPOS

b. No corregido para empates.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO= No existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental

HA= Existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Se observa que en el pretest p = 0,118, se concluye que no existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental. Y en el postest, se observa p = 0,048. Se concluye que existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Tabla 17

Prueba de U de Mann-Whitney del Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental

Estadísticos de prueba[a]

	Pretest Desarrollo critico	Postest Desarrollo critico
U de Mann-Whitney	81.000	72.500
W de Wilcoxon	201.000	192.500
Z	-1.683	-1.717
Sig. asintótica(bilateral)	0.092	0.086
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,202[b]	,098[b]

a. Variable de agrupación: GRUPOS

b. No corregido para empates.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO= No existen diferencias en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental

HA= Existen diferencias en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Se observa en el pretest p=0,092 y postest p=0,086. Se concluye que no existen diferencias en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental en ambos momentos de evaluación (pretest y postest).

Tabla 18

Prueba de U de Mann-Whitney del Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones en el grupo control y grupo experimental

Estadísticos de prueba[a]

	Pretest Desarrollo resolutivo	Postest Desarrollo resolutivo
U de Mann-Whitney	105.000	99.500
W de Wilcoxon	225.000	219.500
Z	-1.000	-0.598
Sig. asintótica(bilateral)	0.317	0.550
Significación exacta [2*(sig. unilateral)]	,775[b]	,595[b]

a. Variable de agrupación: GRUPOS

b. No corregido para empates.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO= No existen diferencias en el desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental

HA= Existen diferencias en el desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

Se observa en el pretest p=0,317 y en el postest p=0,550. Se concluye que no existen diferencias en el desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental en ambos momentos de evaluación (pretest y postest).

La otra prueba que se usó fue la prueba de Wilcoxon, la cual tiene los siguientes supuestos: la variable a contrastar es cuantitativa sin distribución normal y el otro supuesto es que se está haciendo la comparación de 2 muestras que se consideran relacionadas.

Tabla 19

Prueba de Wilcoxon del logro del aprendizaje por competencias de Matemática I entre el pretest y el postest

Estadísticos de prueba[a]

Grupos		Logro del aprendizaje pre-post
Control	Z	-3,081[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.002
Experimental	Z	-3,410[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.001

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO: No existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

HA: Existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Se observa que en el grupo control p=0,002, por esta razón se concluye que existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

En el grupo experimental, se observa p=0,001, por lo tanto se concluye que existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Tabla 20

Prueba de Wilcoxon de la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest

Estadísticos de prueba[a]

Grupos		Conceptualización semántica pre-post
Control	Z	-1,380[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.168
Experimental	Z	-2,840[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.005

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO: No existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

HA: Existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Se observa que en el grupo control p=0,168, por ello se concluye que no existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest. En el grupo experimental, se observa p=0,005, por eso se concluye que existen diferencias en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Tabla 21

Prueba de Wilcoxon de la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest

Estadísticos de prueba[a]

Grupos		Aplicación práctica pre-post
Control	Z	-2,638[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.008
Experimental	Z	-3,205[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.001

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO: No existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

HA: Existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Se observa que en el grupo control p=0,008, por lo cual se concluye que existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

En el grupo experimental, se observa p=0,001, por lo que se concluye que existen diferencias en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Tabla 22

Prueba de Wilcoxon del Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest

Estadísticos de prueba[a]

Grupos		Desarrollo critico pre-post
Control	Z	-1,681[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.093
Experimental	Z	-1,812[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.070

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO: No existen diferencias en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

HA: Existen diferencias en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Se observa que en el grupo control p=0,093, por lo tanto se concluye que no existen diferencias en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

En el grupo experimental, se observa p=0,070, por eso se concluye que no existen diferencias en el Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Tabla 23

Prueba de Wilcoxon del Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest

Estadísticos de prueba[a]

Grupos		Desarrollo resolutivo pre-post
Control	Z	-1,811[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.070
Experimental	Z	-2,388[b]
	Sig. asintótica(bilateral)	0.017

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Planteamos las siguientes hipótesis estadísticas

HO: No existen diferencias en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

HA: Existen diferencias en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

Se observa que en el grupo control p=0,070, por lo tanto se concluye que no existen diferencias en el desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

En el grupo experimental, se observa p=0,017, por lo tanto se concluye que existen diferencias en el desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones entre el pretest y el postest.

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN

En cuanto a los resultados hallados en nuestro estudio, después de aplicar la prueba de Wilcoxon, se observó que en el grupo control p=0,002, por lo que se concluye que existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias entre el pretest y el postest. En el grupo experimental se obtuvo p=0,001, por lo tanto se concluye que existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias entre el pretest y el postest. Estos resultados coinciden con los obtenidos por Bermeo (2016), quién aplicó el estadístico de Wilcoxon; además en la pruebas estadísticas halladas se obtuvo que Zc < Zt (-6,305<-1,96) con tendencia de cola izquierda y con $p=0,00<\alpha=0,05$, por lo que se rechazó la hipótesis nula, y aceptó que la aplicación del software Geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016.

Nuestro estudio muestra mayor significatividad por lo que se mejoró las competencias en cuanto al tema de límites y continuidad de funciones, puesto que el antecedente solo se limitó al aprendizaje previo de gráficas de funciones.

Bajo esta misma secuencia, se tiene al estudio de Barahona, Barrera, Vaca, & Hidalgo (2015), quienes después de aplicar la prueba t-student obtuvieron como resultados que el rendimiento académico entre la evaluación acumulativa (sin Geogebra) y el examen principal (Con Geogebra) fue $t_{0,05}=1,66$ y el rendimiento académico entre la evaluación acumulativa (sin Geogebra) y el examen de suspensión (Con Geogebra) fue $t_{0,05}$.=1,68, pues $\mu_A<\mu_B$ *y* $\mu_A<\mu_C$, donde:

μ_A=*Rendimiento método tradicional(Evaluaciones Acumulativas);*

μ_B=*Rendimiento Software Geogebra (Evaluación Principal)*

μ_C=*Rendimiento Software Geogebra (Evaluación Suspensión)*.

Por lo que se concluye que el uso de Geogebra incide positivamente en el aumento del rendimiento académico de los grupos de estudiantes observados.

Estos resultados son semejantes con nuestro estudio, pues en la prueba de hipótesis para evaluar la variable Logro de aprendizaje se utilizó la prueba de U de Mann-Whitney, donde se obtuvo en el pretest p=0,203, con lo cual se concluye que no existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental. Y en el postest, se obtuvo p=0,035, donde se concluye que existen diferencias en el logro del aprendizaje por competencias de límites y continuidad de funciones entre el grupo control y experimental.

También se encontró que el uso del software Geogebra mejora la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones reales de variable real; pues después de aplicar la prueba de U de Mann-Whitney se halló que en el postest p = 0,048 en el grupo control y grupo experimental.

En esta dirección López, Estrada, Enciso, & Arroyo (2018) en su trabajo *Geogebra móvil recurso didáctico en el aula*, analizó el impacto de la aplicación Geogebra con smartphone, en la enseñanza-aprendizaje del tema de límites y continuidad de funciones. La evaluación por competencias de los grupos mostró la aprobación del 89% y solo el 11% no acreditaba.

Por su parte Villalobos, Cornejo, Gómez, Palma, & Arellano (2017), no probó la hipótesis alterna, a saber: “H1: Se tiene una mejora en el desempeño académico de los alumnos de la asignatura de Cálculo Diferencial cuando se utiliza el software Geogebra como una herramienta de apoyo”, esto porque el porcentaje de alumnos acreditados en los grupos de control fue 0,2 puntos porcentuales mayor que en los grupos experimentales. Ellos dan como explicación que esto puede deberse a la forma en que se integró la calificación final del curso en los grupos experimentales y los de control. En ambos casos el examen del profesor contó el 50% y la contribución de la calificación de los instrumentos de evaluación fue de solo el 10%. En los grupos experimentales el 15% fue para las prácticas, quedando un 25% para otras actividades diseñadas por el profesor, mientras que, en los grupos de control, como no se hicieron prácticas, el 40% fue para el resto de actividades diseñadas por el profesor.

En nuestro estudio también se encontró que algunos objetivos específicos no se alcanzaron, como por ejemplo, el uso software Geogebra no influye significativamente en la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones pues la prueba de U Man-Whitney muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística del p=0,150 (mayor a 0,05). También se halló que el uso del software Geogebra no influye significativamente en el Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones reales: la prueba de U Man-Whitney muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística del p=0,086 (mayor a 0,05). Y finalmente se halló que el uso del software Geogebra no influye significativamente en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones reales, pues la prueba de U Man-Whitney muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística de p=0,550 (mayor a 0,05).

Esto merece una reflexión sobre las causas por la cuales no se halló diferencia significativa entre el grupo control y el grupo experimental en el postest y que afectaron por ejemplo a las dimensiones conceptualización semántica, desarrollo crítico y desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones reales.

Lo que nos lleva a inferir que no es suficiente el uso del software para favorecer el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas, y que existen otros factores que deben ser tenidos en cuenta como: las actividades diseñadas por el profesor, las estrategias de enseñanza aprendizaje, la procedencia de los estudiantes de colegios rurales o urbanos.

Bermeo (2016) también encontró en su investigación que la "aplicación del software Geogebra no influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial y Sistemas, (…), antes y después del experimento" (p. 87).

CONCLUSIONES

Primera conclusión

Como se observa en la tabla 8, el promedio del logro del aprendizaje por competencias de Matemática I del grupo control en el pretest, fue de 0,77±0,94 y en el postest de 3,53±2,54; mientras que en grupo experimental en el pretest es de 1,77±1,92 y en el postest 6,80±4,56. Como es de observar, el promedio del grupo experimental está por encima de 3,27 en comparación del grupo control. La prueba de hipótesis determinada por la U de Man-Whitney (Tabla 14) muestra diferencias entre el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I con la aplicación del Geogebra en el postest de ambos grupos a un nivel de significación estadística de $p=0,035$ (menor a 0,05) confirmando de este modo la hipótesis general que el uso del software Geogebra influye significativamente en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - 2019.

Segunda conclusión

Como se aprecia en la tabla 9, el promedio en la conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones del grupo control en el pretest fue de 1,33±3,52; y en el postest de 3,67±5,16. Mientras que en grupo experimental, en el pretest es de 0,67±1,76; y en el postest de7,00±6,76. Como es de observar, el promedio del grupo experimental está por encima de 3,33 en comparación con el grupo control. La prueba de hipótesis determinada por la U de Man-Whitney (Tabla 15) muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística del p=0,150 (mayor a 0,05), lo que muestra que el uso del software Geogebra no influye significativamente en la Conceptualización semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - 2019

Tercera conclusión

Como se aprecia en la tabla 10, el promedio en la aplicación práctica de límites y continuidad de funciones del grupo control en el pretest fue de 0,61±0,97; y en el postest, de 3,13±2,40. Mientras que en el grupo experimental, en el pretest es de 1,69±2,20; y en el postest, de 6,45±4,86. Como es de observar, el promedio del grupo experimental se encuentra por encima de 3,32 en comparación con ell grupo control. La prueba de hipótesis determinada por la U de Man-Whitney (Tabla 16) muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística de p=0,048 (menor a 0,05), lo que muestra que el uso del software Geogebra influye significativamente la Aplicación práctica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - 2019

Cuarta conclusión

Como se aprecia en la tabla 11, el promedio en el desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones del grupo control en el pretest fue de 1,67±4,50; y en el postest, de 5,0±5,67. Mientras que en grupo experimental, en el pretest es de 6,00±8,28, y en el postest, de 9,00±6,60. Como es de observar, el promedio del grupo experimental está por encima de 4,00 en comparación del grupo control. La prueba de hipótesis determinada por la U de Man-Whitney (Tabla 17) muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística de p=0,086 (mayor a 0,05) lo que muestra que el uso del software Geogebra no influye significativamente en el Desarrollo crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - 2019

Quinta conclusión

Como se aprecia en la tabla 12, el promedio en el desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones del grupo control en el pretest fue de 0,45±1,73; y en el postest, de 4,23±6,96. Mientras que en grupo experimental, en el pretest es de 0,00±0,00 y en el postest, de 6,66±8,26. Como es de observar, el promedio del grupo experimental está por encima de 2,43 en comparación del grupo control. La prueba de hipótesis determinada por la U de Man-Whitney (Tabla 18) muestra que el postest de ambos grupos tiene un nivel de significación estadística de p=0,550 (mayor a 0,05) lo que muestra que el uso del software Geogebra no influye significativamente en el Desarrollo resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - 2019.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda la aplicación del uso del software Geogebra en la asignatura de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”, puesto que con el uso de dicho software se favorece de manera significativa su aprendizaje.
- Se recomienda la aplicación del uso del software Geogebra en todas las asignaturas de Matemática en los estudiantes de la Universidad “Santiago Antúnez de Mayolo”, puesto que ayuda en la mejora significativa su aprendizaje.
- Se recomienda desarrollar cursos de capacitación a los docentes de matemática en el manejo del software Geogebra a fin de que puedan implementarlo en sus asignaturas.

FUENTES DE INFORMACIÓN

Aubia, I. J. (2014). *Evaluación del prototipo, control de calidad y documentación del producto audiovisual multimedia interactivo (MF0946_3).* Málaga: Nuevos Negocios en la Red. Obtenido de https://bit.ly/2oVurhe

Avalos, M. (2016). *TIC: Como disenar un ambiente educativo y tecnologico.* Argentina: SB EDITORIAL. Recuperado el 22 de Junio de 2019, de https://es.scribd.com/document/370620747/TIC-Como-Disenar-Un-Ambiente-Educativo-y-Tecnologico

Barahona Avecilla, F., Barrera Cárdenas, O., Vaca Barahona, B., & Hidalgo Ponce, B. (Diciembre de 2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL, 28*(5), 121-132. Recuperado el 29 de mayo de 2019, de http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429

Bermeo Carrasco, O. A. (2016). *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funcicones reales esn estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería - 2016.* Lima. Obtenido de http://repositorio.ucv.edu.pe/handle/UCV/5190

Bernal Torres, C. A. (2010). *Metodología de la investigación* (Tercera edición ed.). Colombia: Pearson Educación. Recuperado el 12 de Julio de 2019

Campusano Cataldo, K., & Díaz Olivos, C. (2017). *Manual de estrategias didácticas: orientaciones para su selección.* Santiago, Chile: Ediciones INACAP. Obtenido de http://www.inacap.cl/web/2018/documentos/Manual-de-Estrategias.pdf

Córdova Rosas, N., & Oliveros Saúco, E. (2014). La matemática Superior y las Competencias. "Estrategias de Implementación de Competencias Matemáticas". *Gaceta Sansana, 1*(4). Obtenido de http://publicaciones.usm.edu.ec/index.php/GS/issue/view/6

Del Cid, A., Méndez, R., & Sandoval, F. (2011). *Investigaciión. Fundamentos y Metodología* (Segunda edición ed.). México: Pearson Educación, S.A. de C.V.

Del Río, L. S., González, A. H., & Búcari, N. (2014). *Repositorio Institucional de la Universidad de la Plata.* Obtenido de http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/45261

Estacio Delgadillo, W. F. (2018). *Uso de medios tecnológicos y logro de aprendizaje de matemática en la Institución Educativa "José María Arguedas"- Carabayllo 2018.* Lima.

Recuperado el 02 de junio de 2019, de http://repositorio.ucv.edu.pe/handle/UCV/17840

Faustino, A., del Pozo Gutiérrez, E., & Arrocha Ridríguez, O. (s.f.). *eumed.net Enciclopedia virtual.* Recuperado el 5 de agosto de 2019, de http://www.eumed.net/libros-gratis/2013/1279/index.htm

Fernández Rodríguez, J. C., Rainer Granados, J. J., & Miralles Muñoz, F. (2012). *Aportaciones al diseño pedagógico de entornos tecnológicos eLearning.* Madrid. Obtenido de https://books.google.com.pe/books?id=pU0DBAAAQBAJ&pg=PA22&lpg=PA22&dq=%22Dispositivos+tecnol%C3%B3gicos+(hardware+y+software)+que+permiten+editar,+producir,+almacenar,+intercambiar+y+transmitir+datos+entre+diferentes+sistemas+de+informaci%C3%B3n+que+cuent

Fioriti, G. (2017). *Recursos tecnológicos en la enseñanza de matemática.* Buenos Aires, Argentina. Recuperado el 22 de Junio de 2019

Flores Flores, J., Ávila Ávila, J., Rojas Jara, C., Sáez González, F., Acosta Trujillo, R., & Díaz Larenas, C. (2017). *Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo en contextos universitarios.* Concepción, Chile: Universidad de Concepción. Obtenido de http://docencia.udec.cl/unidd/images/stories/contenido/material_apoyo/ESTRATEGIAS%20DIDACTICAS.pdf

Ganga Contreras, F., González, A., & Smith Velásquez, C. ((s.f)). La formación por competencias en educación superior. En O. Leyva Cordero, F. Ganga Contreras, J. Tejada Fernández, & A. A. Hernández Paz. Obtenido de http://eprints.uanl.mx/9784/1/Libro%20Formaci%C3%B3n%20por%20Competencias.pdf

Gravini-Donado, M. (2015). Apropiación de las TIC para el fomento de la permanencia estudiantil. *ResearchGate*. Recuperado el 14 de Junio de 2019, de https://www.researchgate.net/publication/309397254_Apropiacion_de_las_TIC_para_el_fomento_de_la_permanencia_estudiantil

Grimaldos Vega, V. (2018). *Aplicación de Software Educativo Interactivo y el Desarrollo de las Competencias de Compresión y Producción de Textos del Idioma Inglés en la Educación Secundaria.* Lima: Repositorio Académico de la Universidad San Martín de Porres. Recuperado el 05 de Agosto de 2019, de http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/handle/usmp/4523

Heredia Escorza, Y., & Sánchez Aradillas, A. L. (2013). *Teorías del aprendizaje en el contexto educativo.* México. Obtenido de https://www.amazon.com/s?i=digital-text&rh=p_27%3AYolanda+Heredia+Escorza&s=relevancerank&text=Yolanda+Heredia+Escorza&ref=dp_byline_sr_ebooks_1

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. d. (2014). *Metodología de la investigación.* México.

Herrera Tandazo, L. A. (2019). *Estrategias y Técnicas didácticas para la enseñanza de la Física para la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales, Matemática y Física, de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, de la Universidad Central del*

Ecuador, perio. Quito, Ecuador. Obtenido de http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/19990/1/T-UCE-0010-FIL-621.pdf

López Santana, M. Á., Estrada Esquivel, A. L., Enciso Arámbula, R., & Arroyo Avena, M. H. (2018). Geogebra móvil recurso didáctico en el aula. *EDUCATECONCIENCIA, 17*(18), 109 - 121. Recuperado el 29 de mayo de 2019, de http://tecnocientifica.com.mx/educateconciencia/index.php/revistaeducate/article/view/443/489

Maz Machado, A. (2012). TIC y matemáticas: una integración en continuo progreso. *Revista Edmetic, 1*(2). doi:https://doi.org/10.21071/edmetic.v1i2.2848

Morales, E., Moranchel, M., & Quiñónez, A. (2017). Integración de las TIC en la Educación Superior. *Diálogos. La formación Universitaria en la era digital*. México. Recuperado el 5 de Agosto de 2019, de Academia.edu: https://www.academia.edu/36225198/Integraci%C3%B3n_de_las_TIC_en_la_Educaci%C3%B3n_Superior?auto=download

Nakamo, T., Garret, P., Vásquez, A., & Mija, Á. (2013). La integración de las TIC en la educación superior: reflexiones y aprendizajes a partir de la experiencia PUCP. *En Blanco & Negro, 4*(2). Recuperado el 14 de Julio de 2019, de http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/enblancoynegro/article/view/8936

Niss, M. (2 de Agosto de 2002). *Mathematical Sciences.* Obtenido de http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf

OCDE. (2005). *Definition and Selection of Competencies. Executy Summary.* Obtenido de https://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf

Parra Rozo, O., & Díaz Pérez, V. (2014). Didáctica de las matemáticas y tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Educación y Desarrollo Social, 8*(2). doi: https://doi.org/10.18359/reds.295

Riverón Portela, O., Martín Alfonso, J., & González Companionis, I. (22 de marzo de 2004). *Quaderns digitals.net.* Recuperado el 05 de Agosto de 2019, de http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo_id=7356

Sánchez Fuentes, R. (2014). *Enseñar a investigar. Una didáctica nueva de la investigación en ciencias sociales y humanas.* (Cuarta edición ed.). México: Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 12 de Julio de 2019

Santos Trigo, L. M. (Julio-Agosto de 2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. (I. P. Nacional, Ed.) *Avance y Perspectiva, 20*, 247-258. Recuperado el 04 de Julio de 2019, de https://biblat.unam.mx/es/revista/avance-y-perspectiva/articulo/potencial-didactico-del-software-dinamico-en-el-aprendizaje-de-las-matematicas

Tamayo y Tamayo, M. (2003). *El proceso de la investigación científica* (Tercera reimpresión de la Cuarta edición ed.). México: Editorial Limusa, S.A. de C.V. Recuperado el 12 de Julio de 2019

UNESCO. (9 de Octubre de 1998). *Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el siglo XXI: Visión y Acción*. Recuperado el 17 de Junio de 2019, de http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm

Vara Horna, A. A. (2012). *7 pasos para una tesis exitosa.* Lima: Instituto de Investigación de la Facultad de Ciencias Administrativas y Recursos Humanos. Universidad de San Martín de Porres. . Recuperado el 12 de Julio de 2019, de https://es.calameo.com/read/003540948f9a11e55eef4

Villalobos Oliver, E. B., Cornejo Serrano, M. D., Quintana Hernández, P. A., Torres Guerrero, C. A., & Ramos Ojeda, E. (Julio-Diciembre de 2017). Impacto del uso de Software Geogebra en la enseñanza del Cálculo Diferencial en dos Institutos Tecnológicos. *Pistas Educativas, 39*(126), 352-368. Recuperado el 19 de mayo de 2019, de http://itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/1045

ANEXOS

ANEXO 1: Matriz de consistencia

TÍTULO DE LA TESIS:	**La influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019**
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN	**Informática y Tecnología educativa**
AUTOR(ES):	**Elí Monzón Briceño**

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	METODOLOGÍA
Problema general	**Objetivo general**	**Hipótesis general**			
¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019?	Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019.	El uso del software Geogebra influye significativamente en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” - 2019	**Variable independiente** **- Grupo experimental:** Uso del software Geogebra. - **Grupo control:** Método expositivo tradicional.	**Etapas** I. Prueba de entrada. II. Sesiones de aprendizaje con guías didácticas III. Prueba de salida **Etapas** I. Prueba de entrada. II. Sesiones de aprendizaje de manera tradicional III. Prueba de salida	• Enfoque: Cuantitativo • Nivel: Correlacional • Tipo: Aplicada • Diseño: Experimental de tipo Cuasiexperimental • Unidad de análisis: Cada estudiante de la muestra
			Variable dependiente Logro del aprendizaje por competencias	• Conceptualización Semántica • Aplicación Práctica • Desarrollo Crítico • Desarrollo Resolutivo	
Problemas específicos	**Objetivos específicos**	**Hipótesis específicos**		**Indicadores**	**Medios de Certificación (Fuente / Técnica)**
• ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en la Conceptualización Semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM” - 2019?	• Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en la Conceptualización Semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM” - 2019.	• El uso del software Geogebra influye significativamente en la Conceptualización Semántica de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM” - 2019		- Interpreta el significado geométrico de límite de una función. - Aplica la definición de límite al hacer demostraciones.	Fichas de validación de expertos. Constancia de certificación de la aplicación del trabajo de investigación. Ficha de consentimiento informado. Acta de acuerdos con el docente del colaborador.
• ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en la Aplicación Práctica de límites y continuidad de funciones reales	• Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en la Aplicación Práctica de	• El uso del software Geogebra influye significativamente la Aplicación Práctica de límites y continuidad de funciones reales		- Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales. - Calcula límites laterales.	

de variable real en los estudiantes de la UNASAM" - 2019?	límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM" - 2019	de variable real en los estudiantes de la UNASAM" - 2019		- Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente. - Calcula límites al infinito. - Calcula límites infinitos. - Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función. - Calcula límites trigonométricos. - Calcula límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$ según sea el caso.	
• ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo Crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM" - 2019?	• Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo Crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM" - 2019	• El uso del software Geogebra influye significativamente en el Desarrollo Crítico de límites y continuidad de funciones reales de variable real en los estudiantes de la UNASAM" - 2019		- Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento.	
• ¿Cuál es la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo Resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable en los estudiantes de la UNASAM" - 2019?	• Mostrar la influencia del uso del software Geogebra en el Desarrollo Resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable en los estudiantes de la UNASAM" - 2019	• El uso del software Geogebra influye significativamente en el Desarrollo Resolutivo de límites y continuidad de funciones reales de variable en los estudiantes de la UNASAM" - 2019		- Demuestra la continuidad de una función por su definición. - Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.	

ANEXO 2: MATRIZ DE OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Operacionalización de la variable 1

Variable independiente: Uso del software Geogebra

Operacionalización de la variable independiente en el grupo control

Variable independiente	Materiales y Metodología	Etapas	Procesos	Instrumento de control
Grupo Control Método expositivo tradicional	• Pizarra • Plumones • Lista de ejercicios	I. Prueba de entrada.	1. Se aplica un pretest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 1) 2. Revisión de pruebas escritas. 3. Tabulación de resultados y comparación con el grupo experimental.	Prueba escrita
	• Enfoque: Cuantitativo • Nivel: correlacional • Tipo: Aplicada • Diseño: Experimental de tipo Cuasiexperimental • Unidad de análisis: Cada estudiante de la muestra	II. Sesiones de aprendizaje de manera tradicional	4. Inicio. 5. Desarrollo. 6. Cierre.	Rúbrica
		III. Prueba de salida	7. Se aplica un postest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 1) 8. Revisión de pruebas escritas. 9. Tabulación de resultados y comparación con el grupo experimental.	Prueba escrita

Operacionalización de la variable 1

Variable independiente: Uso del software Geogebra

Operacionalización de la variable independiente en el grupo experimental

Variable independiente	Materiales y Metodología	Etapas	Procesos	Instrumento de control
Grupo experimental Uso del software Geogebra	• Laptop • Software Geogebra • Guías didácticas	I. Prueba de entrada.	1. Se aplica un pretest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 2) 2. Revisión de pruebas escritas. 3. Tabulación de resultados y comparación con el grupo control.	Prueba escrita
	• Enfoque: Cuantitativo • Nivel: correlacional • Tipo: Aplicada • Diseño: Experimental de tipo Cuasiexperim ental • Unidad de análisis: Cada estudiante de la muestra	II. Sesiones de aprendizaje con guías didácticas	4. El estudiante lee reflexivamente la guía didáctica. 5. Practica los ejemplos desarrollados con apoyo de Geogebra. 6. Resuelve los ejercicios propuestos con apoyo de Geogebra y familiariza sus resultados.	Lista de cotejo
		III. Prueba de salida	7. Se aplica un postest a los estudiantes de la asignatura de Matemática I (sección 2) 8. Revisión de pruebas escritas. 9. Tabulación de resultados y comparación con el grupo control.	Prueba escrita

Variable dependiente: Logros del aprendizaje por competencias

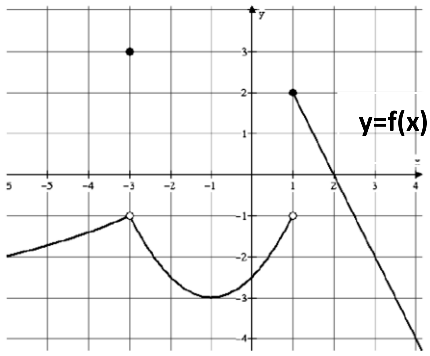
Operacionalización de la variable dependiente

Variable dependiente	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Instrumento
Logro de aprendizaje por competencias	Conceptualización Semántica.	- Interpreta el significado geométrico de límite de una función.	1-a	Prueba escrita
		- Aplica la definición de límite en demostraciones.	1-b	
	Aplicación práctica	- Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales.	2	
		- Calcula límites laterales.	4	
		- Calcula límites al infinito.	5	
		- Calcula límites infinitos.	6	
		- Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	7	
		- Calcula límites trigonométricos.	8	
		- Calcula límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$ según sea el caso.	9	
	Desarrollo crítico	- Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento. - Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente.	3-a, 3-b, 3-c, 3-d	
	Desarrollo Resolutivo	- Analiza la continuidad de una función. - Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.	10	

ANEXO 3: PRUEBA ESCRITA (PRETEST)

Nombre del Instrumento:	Prueba escrita (Pretest)
Autor del Instrumento:	Elí Monzón Briceño
Definición Conceptual:	Límites y continuidad de funciones, es una parte del cálculo diferencial e integral que sirve de base entender conceptos como la derivada y la integral de una función.
Población:	Estudiantes de la Escuela Profesional de Estadística e Informática

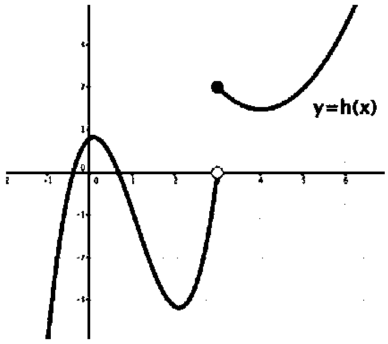
Variable	Dimensión		Preguntas	Escalas					
				1	2	3	4	5	6
	D1	I1 Interpreta el significado geométrico de límite de una función.	1a) Enuncie la definición de límite de una función en un punto dado e interprete.	x					
		I2 Aplica la definición de límite al hacer demostraciones.	1b) Usando la definición anterior, demuestre que $\lim_{x\to 2} 2x+1=5.$	x					
	D2	I1 Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales.	2. Calcular $\lim_{x\to 7}\frac{3-\sqrt{x+2}}{x-7}$	x					
		I2 Calcula límites laterales.	4. Sea $f(x)=\frac{\|x\|}{x}$. ¿Existe $\lim_{x\to 0}\frac{\|x\|}{x}$?- Trazar la gráfica de f(x).		x				
		I3 Calcula límites al infinito.	5. Calcular $\lim_{x\to -\infty}\frac{-x}{\sqrt{x^2-4}}$		x				
		I4 Calcula límites límites infinitos.	6. Calcular $\lim_{x\to 1^+}\frac{x\ \ -1}{x-1}$	x					
		I5 Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	7. Hallar las asíntotas de la función $f(x)=\frac{2x^3}{x^2-9}$				x		
		I6 Calcula límites trigonométricos.	8. Calcular $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{x^2+x}$	x					
		I7 Calcula límites de la forma $\lim_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{g(x)}$ según sea el caso.	9. Calcular $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x+2}\right)^x$		x				

	D3	I1 Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento. I2 Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente.	3. Observa la siguiente gráfica y responde (2.0 ptos)  a. ¿ $\lim_{x\to -3^-} f(x)$? b. ¿ $\lim_{x\to -3^+} f(x)$? c. ¿Existe $\lim_{x\to -3} f(x)$? ¿En qué intervalos es creciente o decreciente la función f?		x				
	D4	I1 Aplica la definición para demostrar la continuidad de una función. I2 Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.	10. Estudie la continuidad de la siguiente función $f(x)=\begin{cases} -x^2-2, & si\ x<0 \\ x, & si\ x=0 \\ x^2+2, & si\ x>0 \end{cases}$ En caso que sea discontinua, indique de qué tipo es.			x			

ANEXO 4: PRUEBA ESCRITA (POSTEST)

Nombre del Instrumento:	Prueba escrita (Postest)
Autor del Instrumento:	Elí Monzón Briceño
Definición Conceptual:	Límites y continuidad de funciones, es una parte del cálculo diferencial e integral que sirve de base entender conceptos como la derivada y la integral de una función.
Población:	Estudiantes de la Escuela Profesional de Estadística e Informática

Variable	Dimensión		Preguntas	Escalas					
				1	2	3	4	5	6
	D1	I1 Interpreta el significado geométrico de límite de una función.	1a. ¿Cuál es el papel de δ y ε en la definición límite?	x					
		I2 Aplica la definición de límite al hacer demostraciones.	1b. Demostrar que $\lim\limits_{x\to 0} x^2 = 0$ usando la definición de límite.	x					
	D2	I1 Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales.	2. Calcular $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$	x					
		I2 Calcula límites laterales.	4. Sea $f(x)=\frac{\|x-2\|}{x-2}$. ¿Existe $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$? Trazar la gráfica de f(x).		x				
		I3 Calcula límites al infinito.	5. Calcular $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}+x\right)$		x				
		I4 Calcula límites infinitos.	6. Calcular $\lim\limits_{x\to 3^-} \frac{x \;\; -3}{x-3}$	x					
		I5 Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	7. Hallar las asíntotas de la función $f(x)=\frac{x^3-4x}{x^2-1}$				x		
		I6 Calcula límites trigonométricos.	8. Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\cos x-1}{x^2}\right)$	x					
		I7 Calcula límites de la forma $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{g(x)}$ según sea el caso.	9. Calcular $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x+3}$		x				

	D3	I1 Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento. I2 Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente.	3. Observa la siguiente gráfica y responde:  a) ¿ $\lim\limits_{x\to 3^-} h(x)$? b) ¿ $\lim\limits_{x\to 3^+} h(x)$? c) ¿Existe $\lim\limits_{x\to 3} h(x)$? d) ¿En qué intervalos es creciente o decreciente la función h?		x				
	D4	I1 Aplica la definición para demostrar la continuidad de una función. I2 Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.	10. Estudiar la continuidad de la función $f(x)=\begin{cases} x^2-6x+3; & -1<x\le 2 \\ 2x-5; & 2<x<3 \\ x^2-8; & 3\le x<4 \end{cases}$. En caso que exista alguna discontinuidad, indicar de qué tipo es.			x			

ANEXO 5: FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS
JUICIO DE EXPERTO

Estimado Especialista:

Siendo conocedores de su trayectoria académica y profesional, me he tomado la libertad de nombrarlo como JUEZ EXPERTO para revisar a detalle el contenido del instrumento de recolección de datos:

1. Cuestionario ( ) 2. Guía de entrevista ( ) 3. Guía de focus group ( )
4. Guía de observación ( ) 5. Otro ___________________ (x)

Presento la matriz de consistencia y el instrumento, la cual solicito revisar cuidadosamente, además le informo que mi proyecto de tesis tiene un enfoque:

1. Cualitativo ( ) 2. Cuantitativo (x) 3. Mixto ( )

Los resultados de esta evaluación servirán para determinar la validez de contenido del instrumento para mi proyecto de tesis de pregrado.

Título del proyecto de tesis:	La influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje por competencias de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - 2019
Línea de investigación:	Informática y Tecnología educativa

De antemano le agradezco sus aportes.

Estudiantes autores del proyecto:

Apellidos y Nombres	Firma
Monzón Briceño Elí	

Asesor(a) del proyecto de tesis:

Apellidos y Nombres	Firma
Salvatierra Melgar Angel	

Santa Anita, 16 de Julio del 2019

ANEXO 6: RÚBRICA PARA LA VALIDACIÓN DE EXPERTOS

Criterios	Escala de valoración			
	1	2	3	4
1. **SUFICIENCIA:** Los ítems que pertenecen a una misma dimensión o indicador son suficientes para obtener la medición de ésta.	Los ítems no son suficientes para medir la dimensión o indicador.	Los ítems miden algún aspecto de la dimensión o indicador pero no corresponden a la dimensión total.	Se deben incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión o indicador completamente.	Los ítems son suficientes.
2. **CLARIDAD:** El ítem se comprende fácilmente, es decir su sintáctica y semántica son adecuadas.	El ítem no es claro.	El ítem requiere varias modificaciones o una modificación muy grande en el uso de las palabras de acuerdo con su significado o por la ordenación de las mismas.	Se requiere una modificación muy específica de algunos de los términos del ítem.	El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.
3. **COHERENCIA:** El ítem tiene relación lógica con la dimensión o indicador que está midiendo.	El ítem no tiene relación lógica con la dimensión o indicador.	El ítem tiene una relación tangencial con la dimensión o indicador.	El ítem tiene una relación regular con la dimensión o indicador que está midiendo	El ítem se encuentra completamente relacionado con la dimensión o indicador que está midiendo.
4. **RELEVANCIA:** El ítem es esencial o importante, es decir debe ser incluido.	El ítem puede ser eliminado sin que se vea afectada la medición de la dimensión o indicador.	El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que este mide.	El ítem es esencial o importante, es decir debe ser incluido.	El ítem es muy relevante y debe ser incluido.

Fuente: Adaptado de: www.humana.unal.co/psicometria/files/7113/8574/5708/artículo3_juicio_de_experto_27-36.pdf

ANEXO 7: FORMATOS DE VALIDACIÓN

Para validar el Instrumento debe colocar en el casillero de los criterios: suficiencia, claridad, coherencia y relevancia, el número que según su evaluación corresponda de acuerdo a la rúbrica.

VARIABLE 1: Uso del Geogebra

Nombre del Instrumento motivo de evaluación:	Lista de cotejo
Autor del Instrumento	Elí Monzón Briceño
Variable 1: (Especificar si es variable dependiente o independiente)	Variable independiente
Definición Conceptual:	Software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo.
Población:	Estudiantes de la carrera profesional de Estadística e Informática

Dimensión / Indicador	**Ítems**	**Suficiencia**	**Claridad**	**Coherencia**	**Relevancia**	**Observaciones y/o recomendaciones**
D1: Conocimiento del software Geogebra						
I1: Reconoce la barra de herramientas y comandos para realizar cálculos.	1					
D2: Uso del software Geogebra						
I1: Practica con el software Geogebra los ejemplos desarrollados.	2					
I2: Resuelve los ejercicios propuestos con apoyo del software Geogebra.	3					
I3: Utiliza el software Geogebra para contrastar sus resultados de modo algebraico, gráfico y numérico, según sea el caso.	4					
D3: Manejo del software Geogebra						
I1: Ejecuta el software Geogebra con facilidad.	5					

VARIABLE 2: Logro del aprendizaje por competencias

Nombre del Instrumento motivo de evaluación:	Prueba de entrada (Pre-Test)					
Autor del Instrumento	Elí Monzón Briceño					
Variable 2: (Especificar si es variable dependiente o independiente)	Variable dependiente					
Definición Conceptual:	Son las evidencias proporcionada por las acciones de los estudiantes mediantes la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes en el proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática I.					
Población:	Estudiantes de la carrera profesional de Estadística e Informática de la UNASAM					
Dimensión / Indicador	**Ítems**	**Suficiencia**	**Claridad**	**Coherencia**	**Relevancia**	**Observaciones y/o recomendaciones**
D1: **Conceptualización Semántica.**						
I1: Interpreta el significado geométrico de límite de una función.	1-a					
I2: Aplica la definición de límite en demostraciones.	1-b					
D2: Aplicación práctica						
I1: Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales..	2					
I2: Calcula límites laterales.	4					
I3: Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente.						
I4: Calcula límites al infinito.	5					
I5: Calcula límites infinitos.	6					
I6: Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	7					
I7: Calcula límites trigonométricos.	8					
I8: Calcula límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$ según sea el caso.	9					
D3: Desarrollo crítico						
I1: Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento.	3-a					
	3-b					
	3- d					
	3-c					
D4: Desarrollo Resolutivo						
I1: Analiza la continuidad de una función.	10					

I2: Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.						

Nombre del Instrumento motivo de evaluación:	Prueba de salida (Post-Test)
Autor del Instrumento	Elí Monzón Briceño
Variable 2: (Especificar si es variable dependiente o independiente)	Variable dependiente
Definición Conceptual:	Son las evidencias proporcionada por las acciones de los estudiantes mediantes la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes en el proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática I.
Población:	Estudiantes de la carrera profesional de Estadística e Informática de la UNASAM

Dimensión / Indicador	**Ítems**	**Suficiencia**	**Claridad**	**Coherencia**	**Relevancia**	**Observaciones y/o recomendaciones**
D1: **Conceptualización Semántica.**						
I1: Interpreta el significado geométrico de límite de una función.	1-a					
I2: Aplica la definición de límite en demostraciones.	1-b					
D2: Aplicación práctica						
I1: Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales..	2					
I2: Calcula límites laterales. I3: Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales, algebraicamente y gráficamente.	4					
I4: Calcula límites al infinito.	5					
I5: Calcula límites infinitos.	6					
I6: Calcula las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	7					
I7: Calcula límites trigonométricos.	8					
I8: Calcula límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$ según sea el caso.	9					
D3: Desarrollo crítico						
I1: Determina el límite de una función a partir de su gráfica e intervalos de crecimiento.	3-a					
	3-b					
	3- d					
	3-c					
D4: Desarrollo Resolutivo						
I1: Analiza la continuidad de una función.	10					

I2: Reconoce la clase de discontinuidad según su definición.						

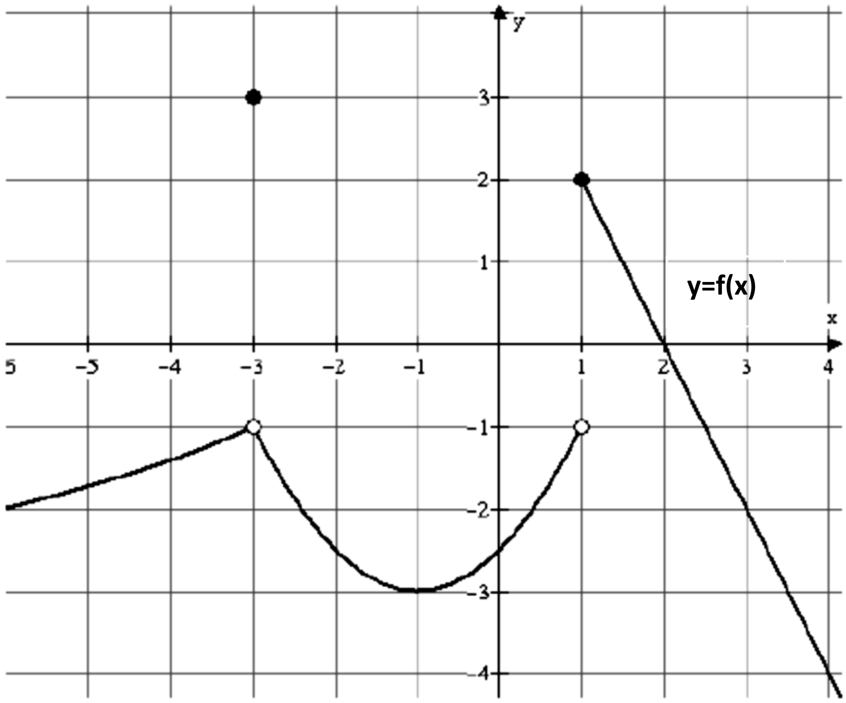
ANEXO 8: PRUEBA DE ENTRADA (PRETEST)

1. a) Enuncie la definición de límite de una función en un punto dado e interprete. (1.0 pto)

   b) Usando la definición anterior, demuestre que $\lim_{x\to 2} 2x+1=5$. (1.0 pto)

2. Calcular $\lim_{x\to 7}\dfrac{3-\sqrt{x+2}}{x-7}$ (1.0 pto)

3. Observa la siguiente gráfica y responde (2.0 ptos)



   a. ¿ $\lim_{x\to -3^-} f(x)$?

   b. ¿ $\lim_{x\to -3^+} f(x)$?

   c. ¿Existe $\lim_{x\to -3} f(x)$?

   d. ¿En qué intervalos es creciente y decreciente la función f?

4. Sea $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$. ¿Existe $\lim_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}$?- Trazar la gráfica de f(x). (2.0 ptos)

5. Calcular $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{-x}{\sqrt{x^2-4}}$ (2.0 pto)

6. Calcular $\lim_{x\to 1^+}\dfrac{x\ \ -1}{x-1}$ (1.0 pto)

7. Hallar las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^2-9}$ (4.0 ptos)

8. Calcular $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{x^2+x}$ (1.0 pto)

9. Calcular $\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x+2}\right)^x$ (2.0 pto)

10. Estudie la continuidad de la siguiente función

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-2, & si\ x<0 \\ x, & si\ x=0 \\ x^2+2, & si\ x>0 \end{cases}$$

En caso que sea discontinua, indique de qué tipo es. (3.0 ptos)

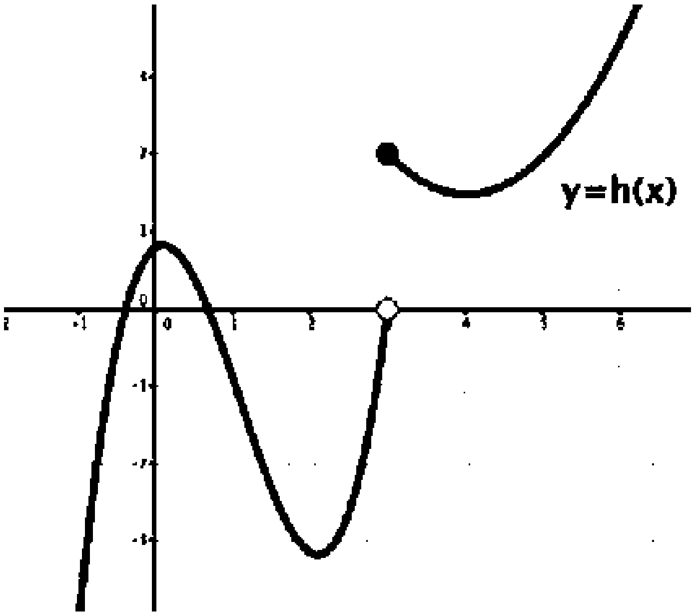
ANEXO 9: PRUEBA DE SALIDA (POSTEST)

1. a) ¿Cuál es el papel de δ y ε en la definición límite? (1.0 pto)

   b) Demostrar que $\lim_{x\to 0} x^2 = 0$ usando la definición de límite. (1.0 pto)

2. Calcular $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$ (1.0 pto)

3. Observa la siguiente gráfica y responde: (2.0 ptos)



a) ¿ $\lim_{x\to 3^-} h(x)$?

b) ¿ $\lim_{x\to 3^+} h(x)$?

c) ¿Existe $\lim_{x\to 3} h(x)$?

d) ¿En qué intervalos es creciente y decreciente la función h?

4. Sea $f(x) = \dfrac{|x-2|}{x-2}$. ¿Existe $\lim_{x\to 2} f(x)$?. Trazar la gráfica de f(x). (2.0 ptos)

5. Calcular $\lim_{x\to -\infty} \left(\sqrt{x^2+2x}+x\right)$ (2.0 ptos)

6. Calcular $\lim_{x\to 3^-} \dfrac{x\ \ -3}{x-3}$ (1.0 pto)

7. Hallar las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{x^3-4x}{x^2-1}$ (4.0 ptos)

8. Calcular $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x-1}{x^2}\right)$ (1.0 pto)

9. Calcular $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x+3}$ (2.0 ptos)

10. Estudiar la continuidad de la función $f(x)=\begin{cases} x^2-6x+3; & -1<x\leq 2 \\ 2x-5; & 2<x<3 \\ x^2-8; & 3\leq x<4 \end{cases}$. En caso que exista alguna discontinuidad, indicar de qué tipo es. (3.0 ptos)

ANEXO 10: FOTOS DEL GRUPO CONTROL

ANEXO 11: FOTOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL

ANEXO 12: CONSENTIMIENTO INFORMADO

Formulario de Consentimiento Informado para la firma

Acepto participar voluntariamente en esta investigación, conducida por el docente Elí Manzón Briceño. He sido informado(a) sobre el objetivo de la investigación titulada "Influencia del uso del software Geogebra en el logro del aprendizaje de Matemática I en los estudiantes de la Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" año 2019"

Me han indicado también que las sesiones de clases serán desarrolladas por guías didácticas, y que las actividades desarrolladas serán evaluadas por rúbricas. Que debo traer Laptop, o Tablet o Smartphone, con el software Geogebra instalado. Asistir a todas las sesiones de aprendizaje programadas, es decir 08 sesiones, que corresponde a la Tercera Unidad de la asignatura de Matemática I.

También estoy informado que se aplicará una prueba entrada al inicio de la Tercera Unidad y una prueba de salida al final de la unidad. Que tendré que responder las preguntas de encuestas de manera anónima y se me hará seguimiento de las actividades desarrolladas mediante guías de observación.

Tengo entendido que algunas sesiones serán grabadas o se tomará fotografías, para tener de ese modo un registro audio visual de las actividades desarrolladas y que toda información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación.

También estoy informado que de presentarse alguna duda sobre este proyecto, puedo hacer preguntas en cualquier momento durante mi participación en él.

También estoy informado que el costo de impresión de las guías didácticas será asumido por cada participante.

Finalmente, estoy informado que el beneficio que obtengo al participar de este estudio es alcanzar un nivel de logro de aprendizaje de límites y continuidad de funciones, superior al método tradicional de enseñanza y que mi participación en este proyecto no implica riesgo en mi integridad física ni moral.

Entiendo que una copia de esta ficha de consentimiento me será entregada, y que puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido.

Milla Macedo Anabela Fiorela		
Nombre del Participante (en letras de imprenta)	Firma del Participante	Huella digital

DNI: 76852264

Fecha: 04 - 06 - 2019

ANEXO 13: CONSTANCIA EMITIDA POR LA INSTITUCIÓN DONDE SE REALIZÓ LA INVESTIGACIÓN

REPÚBLICA DEL PERÚ

UNIVERSIDAD NACIONAL
SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO

"Una Nueva Universidad para el Desarrollo"

ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMATICA
AV. CENTENARIO N° 200 – TELÉFONO (043) 640020 ANEXO 1913
HUARAZ – ANCASH – PERÚ

"Año de la lucha contra la corrupción y la impunidad"

CONSTANCIA N°OOI-2019-UNASAM-EPEI/D.

EL QUE SUSCRIBE, DIRECTOR (E) DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADISTICA E INFORMATICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL . "SANTIAGO ANTÚNEZ DE MA YOLO".

HACE CONSTAR:

Que, el Lic. **ELI MONZÓN BRICEÑO** docente nombrado en la Categoría de Auxiliar a Tiempo Completo. Adscrito al Departamento Académico de Matemática de la Facultad de Ciencias, ha realizado la aplicación con consentimiento informado a los estudiantes en el proyecto de investigación intitulado

"LA INFLUENCIA DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL LOGRO DEL APRENDIZAJE POR COMPETENCIAS DE MATEMÁTICA I EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL SANTIAGO ANTUNEZ DE MA YOLO – 2019", PRE - TEST, POST - TEST Y SESIONES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICA I (SECCIONES 1 Y 2), en la Escuela Profesional de Estadística e Informática.

Se expide la presente constancia a solicitud del interesado, para los fines que crea conveniente.

Huaraz, "Capital de la Amistad Internacional", 17 de julio de 2019.

UNASAM FACULTAD DE CIENCIAS – DIRECTOR DE LA ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

DR. ROGER PEDRO NORABUENA FIGUEROA
DIRECTOR (e) ESCUELA PROFESIONAL ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
FACULTAD DE CIENCIAS – UNASAM

E-mail: info@unasam.edu.pe

UNASAM LICENCIADA ¡La primera en la región Áncash!

ANEXO 14: INFORMACIÓN DE EXPERTOS

INFORMACIÓN DEL ESPECIALISTA:

Nombres y Apellidos:	Jonhson Diomedes Valderrama Arteaga
Sexo:	Hombre (X) Mujer ( ) Edad 54 (años)
Profesión:	Licenciado en Matemática
Especialidad:	Matemática
Años de experiencia:	19 años
Cargo que desempeña actualmente:	Docente
Institución donde labora:	UNASAM
Firma:	

INFORMACIÓN DEL ESPECIALISTA:

Nombres y Apellidos:	Simeón Moisés Huerta Rosales
Sexo:	Hombre (X) Mujer ( ) Edad 60 (años)
Profesión:	Licenciado en Educación
Especialidad:	Matemática
Años de experiencia:	30
Cargo que desempeña actualmente:	Docente
Institución donde labora:	UNASAM
Firma:	

INFORMACIÓN DEL ESPECIALISTA:

Nombres y Apellidos:	RUDECINDO ALBINO PENADILLO LIRIO
Sexo:	Hombre (X) Mujer ( ) Edad ________ (años)
Profesión:	INGENIERO INDUSTRIAL, LICENCIADO EN EDUCACIÓN
Especialidad:	MATEMÁTICA E INFORMÁTICA
Años de experiencia:	20 AÑOS
Cargo que desempeña actualmente:	DOCENTE
Institución donde labora:	UNASAM - HUARAZ
Firma:	

ANEXO 15: ACTA DE ACUERDOS

ACTA DE ACUERDOS

Los docentes Lic. Jaime Cahuana Flores y Lic. Elí Monzón Briceño del curso de Matemática I en la Escuela profesional de Estadística e Informática, en las secciones 1 y 2 respectivamente, llegan a los siguientes acuerdos:

1. El grupo de control será la sección 1 a cargo del docente Lic. Jaime Cahuana Flores.
2. El grupo experimental será la sección 2 a cargo del docente Lic. Elí Monzón Briceño.
3. Las sesiones de aprendizaje del grupo de control serán desarrolladas por el método tradicional de enseñanza.
4. Las sesiones de aprendizaje del grupo experimental serán desarrolladas con apoyo del software Geogebra.
5. Se tomará en ambos grupos una prueba de entrada para verificar con que conocimientos previos ingresan los estudiantes a la Unidad 3.
6. Se tomará una prueba de salida para comprobar el logro de aprendizaje de los estudiantes al finalizar la Unidad 3.
7. La Unidad 3 denominada "Límites y continuidad de una función" estará programada de la siguiente manera:

Semana 1:

Sesiones	Fecha	Tema	Tiempo
1	24- 06-2019	Límite de una función. Interpretación geométrica. Demostración de límites.	2 horas
2	25 -06 - 2019	Teoremas sobre límites. Cálculo de límites algebraicos y con radicales.	2 horas
3	26 -06 - 2019	Límites laterales.	2 horas

Semana 2:

Sesiones	Fecha	Tema	Tiempo
4	01- 07-2019	Límites al infinito. Límites infinitos.	2 horas
5	02 -07 - 2019	Asíntotas de una función.	2 horas
6	03-06 - 2019	Límites trigonométricos.	2 horas

Semana 3:

Sesiones	Fecha	Tema	Tiempo
7	08- 07-2019	Límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x)\right)^{g(x)}$	2 horas
8	09 -07 - 2019	Continuidad de una función en un punto. Tipos de discontinuidad.	2 horas
9	10 -07 - 2019	Prueba de salida.	2 horas

No habiendo más acuerdos, siendo las 2:30 p.m. del día 24 de junio del 2019 en la ciudad de Huaraz, firmamos los docentes del curso de Matemática I.

Lic. Jaime Cahuana Flores

Lic. Elí Monzón Briceño

ANEXO 16: GUIAS DIDÁCTICAS

UNIVERSIDAD NACIONAL "SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Estadística e informática

GUÍA DIDÁCTICA N° 1

1. DATOS INFORMATIVOS

Fecha: 24/06/2019	
Sección: 2	
Unidad 3: Límites y continuidad de una función	Tema: Límite de una función. Interpretación geométrica. Demostración de límites.
Código del curso: CM-A02	
Tutor: Elí Monzón Briceño	
Apellidos y Nombres:	Código:

2. INTRODUCCIÓN

Estimados estudiantes, hoy comenzaremos a estudiar un concepto que es la base fundamental para el Cálculo Diferencial y el Cálculo integral, a saber, el concepto de límite de una función en un punto dado.

En la vida real el conocimiento de los límites tiene una gran relevancia, ya que nos ayuda a definir conceptos fundamentales como la continuidad, la velocidad instantánea, las tasas de cambio, así como el comportamiento exacto o muy aproximado de una función bajo condiciones determinadas.
La notación moderna del límite de una función se remonta a **Bolzano** quien, en 1817, introdujo las bases de la técnica épsilon-delta. Sin embargo, su trabajo no fue conocido mientras él estuvo vivo. **Cauchy** expuso límites en su Cours d'analyse (1821) y parece haber expresado la esencia de la idea, pero no de una manera sistemática.3 La primera presentación rigurosa de la técnica hecha pública fue dada por **Weierstrass** en los 1850 y 18604 y desde entonces se ha convertido en el método estándar para trabajar con límites.

La notación de escritura usando la abreviatura lim con la flecha debajo es debida a **Hardy** en su libro A Course of Pure Mathematics en 1908. (Wikipedia, s.f.)

3. CAPACIDADES

- Comprende el concepto de límite de una función y aplicarlo para demostrar el límite de una función en un punto.
- Demostra gráficamente y numéricamente el límite de una función mediante el uso del software Geogebra.

4. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Para esta sesión se requiere que el estudiante tenga en claro los concepto de dominio, y gráfica de funciones. También es necesario que conozca y domine conceptos básicos de álgebra, como factorización de polinomios y racionalización de radicales para que se le facilite el desarrollo de las actividades propuestas en esta guía.

5. ESTRATEGIA

Para la presente sesión, el estudiante deberá leer cuidadosamente la definición de límite y ensayar la demostración de un límite siguiendo los pasos sugeridos en los ejemplos. También usará el software Geogebra para visualizar la interpretación geométrica del límite de una función. Luego deberá desarrollar las actividades propuestas en la guía con ayuda de Geogebra.

6. PRESENTACIÓN DE CONTENIDOS.

Antes de dar una definición formal del límite de una función, propongo el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1. Sea la función $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}$.

Podemos observar inmediatamente que la función *f* carece de sentido si lo evaluamos en *x=1*, porque obtenemos $f(1)=\dfrac{0}{0}$, lo cual es una forma indeterminada.

Sin embargo podemos ir investigando hacia qué valor se "acerca" *f(x)* cuando la variable *x* está muy cercano a 1.

Podemos ver en la siguiente tabla esos valores calculados:

x	0.75	0.9	0.99	0.999	1	1.001	1.01	1.1	1.25
$f(x)$	2.3125	2.7100	2.9701	2.9970	?	3.0030	3.0301	3.3100	3.8125

Podemos observar que la función *f* se acerca al valor 3 cuando *x* se acerca a 1 tanto como se quiera.

Note bien que hemos estado interesados en saber hacia qué valor se acerca *f(x)* cuando *x* se acerca a 1 y no *f(1)*.

Ejemplo 2 Dadas las funciones f y g definidas por

$$f(x)=x+3, x\neq 2 \text{ y } g(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\neq 2 \\ 7, & x=2 \end{cases}$$

Las gráficas de estas funciones se muestran en las figuras 1 y 2 .

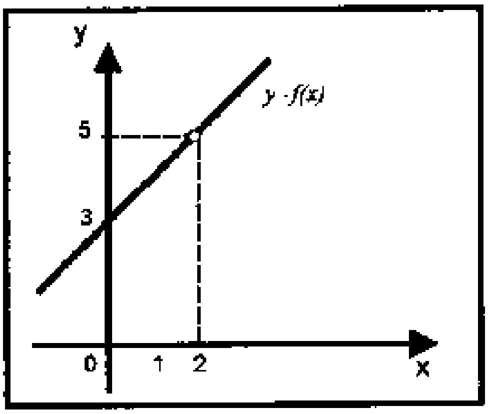


Fig. 1

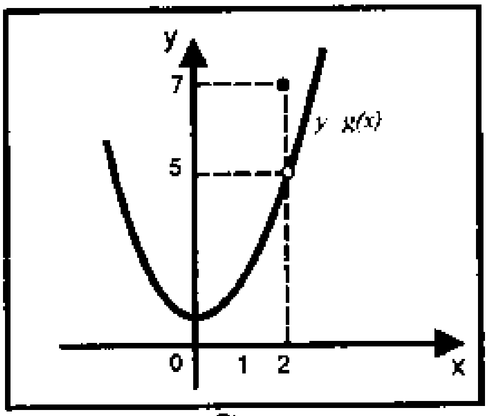


Fig. 2

Se observa que f(2) no existe, mientras que g(2)=7 . Sin embargo, el comportamiento de estas funciones en una vecindad de 2, excluyendo el punto 2, es exactamente el mismo y puede ser descrito del siguiente modo:

Para valores de x próximos a 2, $x \neq 2$ los valores de f(x) y g(x) se aproximan al número L=5 . En el caso de la función f. se dice que 5 es el límite de f(x) cuando x tiende (o se aproxima) a 2 y se denota por $\lim_{x\to 2} f(x) = 5$.
Análogamente, para la función g se dice que 5 es el límite de g(x) cuando x tiende a 2, y se representa por $\lim_{x\to 2} g(x) = 5$

Se observa que el límite de f cuando x tiende a 2 no depende de f(2) (en este caso no existe), sino de los valores que f toma cuando x es próximo a 2

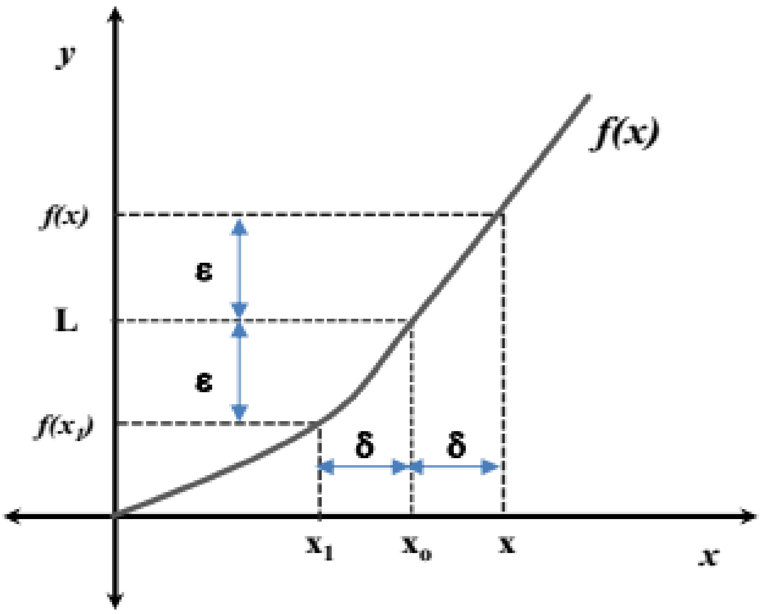
Definición 1. Sea $a \in \mathbb{R}$, se llama vecindad abierta o bola abierta de centro *a* y radio $\delta > 0$, y se denota por $B(a;\delta)$, al intervalo $\langle a-\delta; a+\delta\rangle$; es decir, $B(a;\delta) = \langle a-\delta; a+\delta\rangle$

Definición 2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función y x_0 un punto que no necesariamente

pertenece a $Domf$, pero que toda vecindad de x_0 contiene punto de $Domf$.
Se dice que el límite de $f(x)$ es L, cuando x tiende a x_0, y se escribe $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$, cuando

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L \Longleftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \;/\; \underbrace{0 < |x - x_0| < \delta}_{\text{CONDICIÓN 1}} \Longrightarrow \underbrace{|f(x) - L| < \varepsilon}_{\text{CONDICIÓN 2}}$$

<u>LÍMITES POR DEFINICIÓN (Interpretación Geométrica):</u>



El concepto de límite plantea la siguiente cuestión: ¿Qué tan cerca de x_0 se debe tomar el valor de x para que f(x) diste del valor de L en un número muy pequeño prefijado?

Ejemplo 2 Utilizando la definición, demuestre el siguiente límite $\lim_{x \to 2} (5x - 7) = 3$
Condición 1: $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces
$0 < |x - 2| < \delta \Longrightarrow |x - 2| < \delta$
Condición 2: $|f(x) - L| < \varepsilon$, debe cumplirse
$|(5x - 7) - 3| < \varepsilon \Longrightarrow |5x - 10| < \varepsilon$.
Sacando factor común 5
$5|x - 2| < \varepsilon \Longrightarrow |x - 2| < \dfrac{\varepsilon}{5} \ldots\ldots (*)$
Comparando $(*)$ con la Condición 1, se tiene
$\delta = \dfrac{\varepsilon}{5}$.
Por lo tanto, tomando $\delta = \dfrac{\varepsilon}{5}$, se cumple el límite.

Ejemplo 3 Utilizando la definición, demuestre el siguiente límite $\lim_{x \to -1} (2 - 4x) = 6$
Condición 1: $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces
$0 < |x - (-1)| < \delta \Longrightarrow 0 < |x + 1)| < \delta \Longrightarrow |x + 1)| < \delta$
Condición 2: $|f(x) - L| < \varepsilon$, debe cumplirse
$|(2 - 4x) - 6| < \varepsilon \Longrightarrow |-4x - 4| < \varepsilon \Longrightarrow |4x + 4| < \varepsilon$
Sacando factor común 4
$4|x + 1| < \varepsilon \Longrightarrow |x + 1| < \dfrac{\varepsilon}{4} \ldots\ldots (*)$
Comparando $(*)$ con la Condición 1, se tiene
$\delta = \dfrac{\varepsilon}{4}$.

Por lo tanto, tomando $\delta = \dfrac{\varepsilon}{4}$, se cumple el límite.

Ejemplo 4 Utilizando la definición, demuestre el siguiente límite $\lim_{x \longrightarrow 3} (x^2 - 2) = 7$
Condición 1: $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces
$0 < |x - 3| < \delta \Longrightarrow |x - 3| < \delta$
Condición 2: $|f(x) - L| < \varepsilon$, debe cumplirse
$|(x^2 - 2) - 7| < \varepsilon \Longrightarrow |x^2 - 9| < \varepsilon \Longrightarrow |(x + 3)(x - 3)| < \varepsilon$
$\Longrightarrow |x + 3||x - 3| < \varepsilon \ldots\ldots (i)$
Por la Condición 1, el factor $|x - 3|$ ya está acotador. Falta acotar $|x + 3|$
Para ello tomo un δ inicial, por ejemplo $\delta_1 = 1$.
Luego en la condición 1 se tiene
$|x - 3| < 1 \Longleftrightarrow -1 < x - 3 < 1$
sumamos 3: $2 < x < 4$
sumamos 3 nuevamente: $5 < x + 3 < 7$
Entonces $|x + 3| < 7$. (Para llegar a esta desigualdad se toma $\max\{|5|, |7|\}$)
Mutilplicar:$|x - 3| < \delta \wedge |x + 3| < 7 \Longrightarrow |x - 3||x + 3| < 7\delta$............$(ii)$
Comparando (i) y (ii) se tiene
$7\delta = \varepsilon \Longrightarrow \delta = \dfrac{\varepsilon}{7}$
Por lo tanto, tomando $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\} = \min\left\{1, \dfrac{\varepsilon}{7}\right\}$ se cumple el límite.

Ejemplo 5 Utilizando la definición, demuestre el siguiente límite: $\lim_{x \to 3} \left(\frac{5}{2x-1} \right) = 1$

Condición 1: $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces

$0 < |x-3| < \delta \Longrightarrow |x-3| < \delta$

Condición 2: $|f(x) - L| < \varepsilon$, debe cumplirse

$$\left| \left(\frac{5}{2x-1} \right) - 1 \right| < \varepsilon \Longrightarrow \left| \frac{5-(2x-1)}{2x-1} \right| < \varepsilon \Longrightarrow \left| \frac{6-2x}{2x-1} \right| < \varepsilon$$

$$\Longrightarrow \left| \frac{-2(x-3)}{2x-1} \right| < \varepsilon \Longrightarrow 2 \left| \frac{x-3}{2x-1} \right| < \varepsilon \ldots\ldots (i)$$

$$\Longrightarrow \frac{2}{|2x-1|} |x-3| < \varepsilon$$

Por la Condición 1, el factor $|x-3|$ ya está acotado. Falta acotar $\frac{2}{|2x-1|}$

Para ello tomo un δ inicial, por ejemplo $\delta_1 = 1$.

Luego en la condición 1 se tiene

$|x-3| < 1 \Longleftrightarrow -1 < x-3 < 1$

sumamos 3: $2 < x < 4$

multiplicamos por 2 : $4 < 2x < 8$

resto 1: $3 < 2x - 1 < 7$

invirtiendo $\frac{1}{3} > \frac{1}{2x-1} > \frac{1}{7} \Longleftrightarrow \frac{1}{7} < \frac{1}{2x-1} < \frac{1}{3}$

$\Longrightarrow \left| \frac{1}{2x-1} \right| < \frac{1}{3} \Longleftrightarrow \frac{1}{|2x-1|} < \frac{1}{3}$. (Para llegar a esta desigualdad se toma $\max\{|\frac{1}{7}|, |\frac{1}{3}|\}$)

multiplicamos por 2 : $\frac{2}{|2x-1|} < \frac{2}{3}$

Mutilplicar: $|x-3| < \delta \wedge \frac{2}{|2x-1|} < \frac{2}{3} \Longrightarrow 2 \left| \frac{x-3}{2x-1} \right| < \frac{2}{3}\delta \ldots\ldots\ldots (ii)$

Comparando (i) y (ii) se tiene

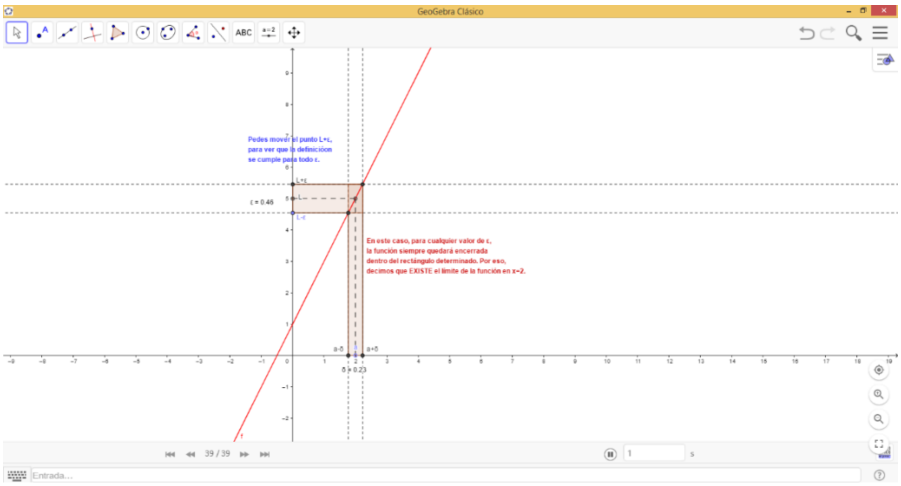
$\frac{2}{3}\delta = \varepsilon \Longrightarrow \delta = \frac{3}{2}\varepsilon$

Por lo tanto, tomando $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\} = \min\left\{1, \frac{3}{2}\varepsilon\right\}$ se cumple el límite.

7. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

ACTIVIDAD N° 1

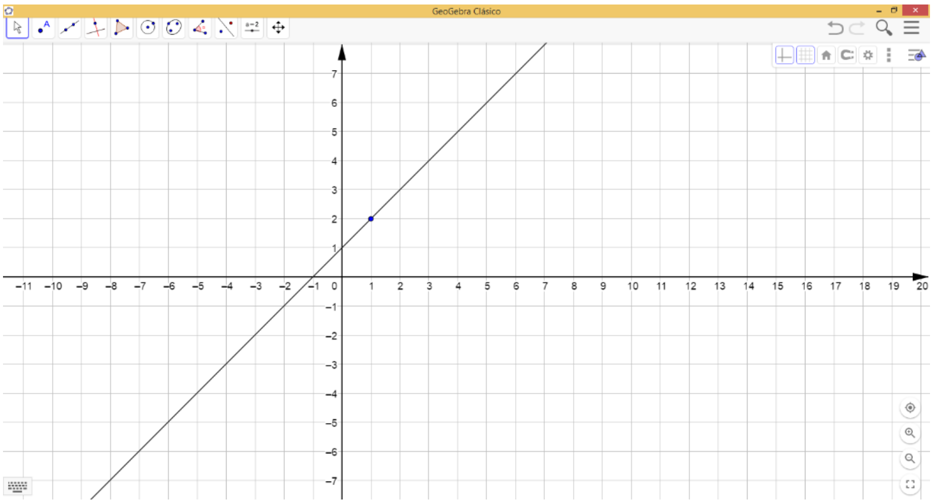
Abra el archivo **Interpretación_límite.ggb** y empieza a desplazar el botón sobre el eje Y. Observe que para cada valor que toma ε, el δ toma su valor correspondiente.



Hallar el correspondiente valor de δ si $\varepsilon = 0.5$, $\varepsilon = 0.3$, $\varepsilon = 0.2$ y $\varepsilon = 0.1$.

ACTIVIDAD 2

Abre el archivo **Explorando_límite.ggb.**

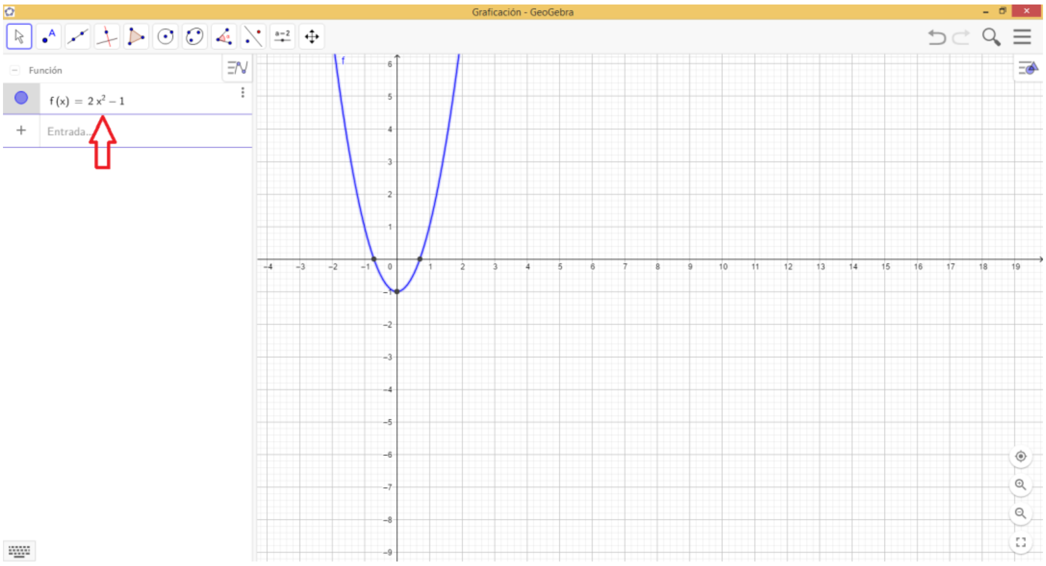


Haz un acercamiento al punto (1,2) en el archivo todo lo que puedas y verás una sorpresa. Dibuja lo que ves.

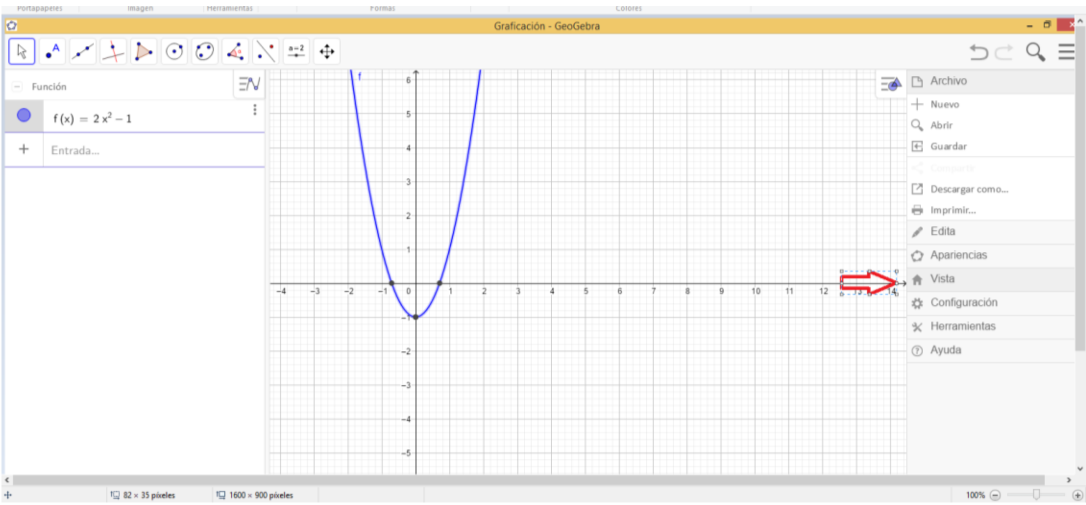
ACTIVIDAD 3

Mediante programa Geogebra, hacer una tabla de tabulación para estimar el límite de la función $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. Para ello sigue los siguientes pasos:

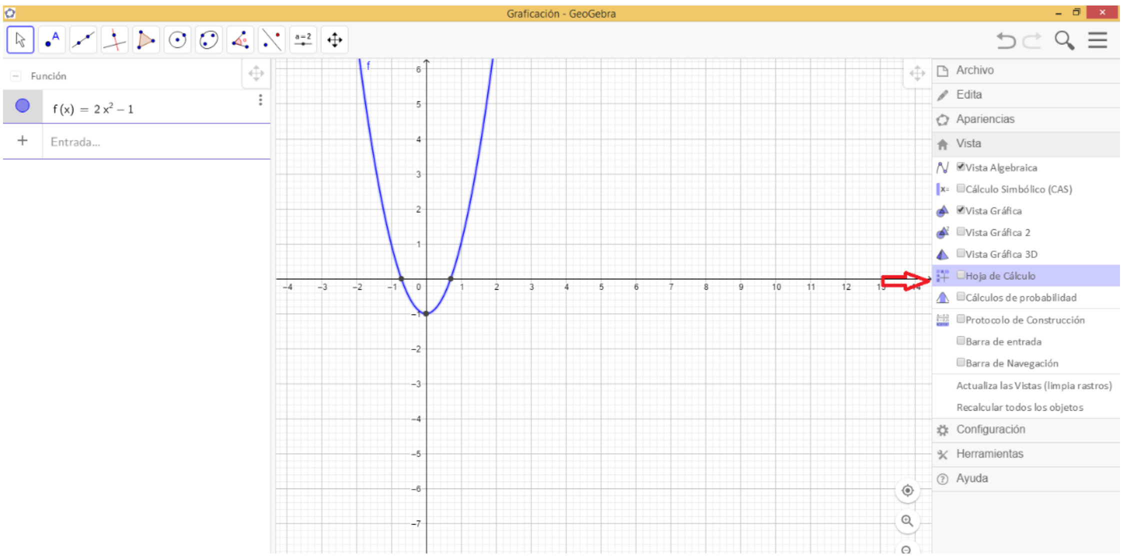
1° Abre el software Geogebra e ingresa la función en Entrada



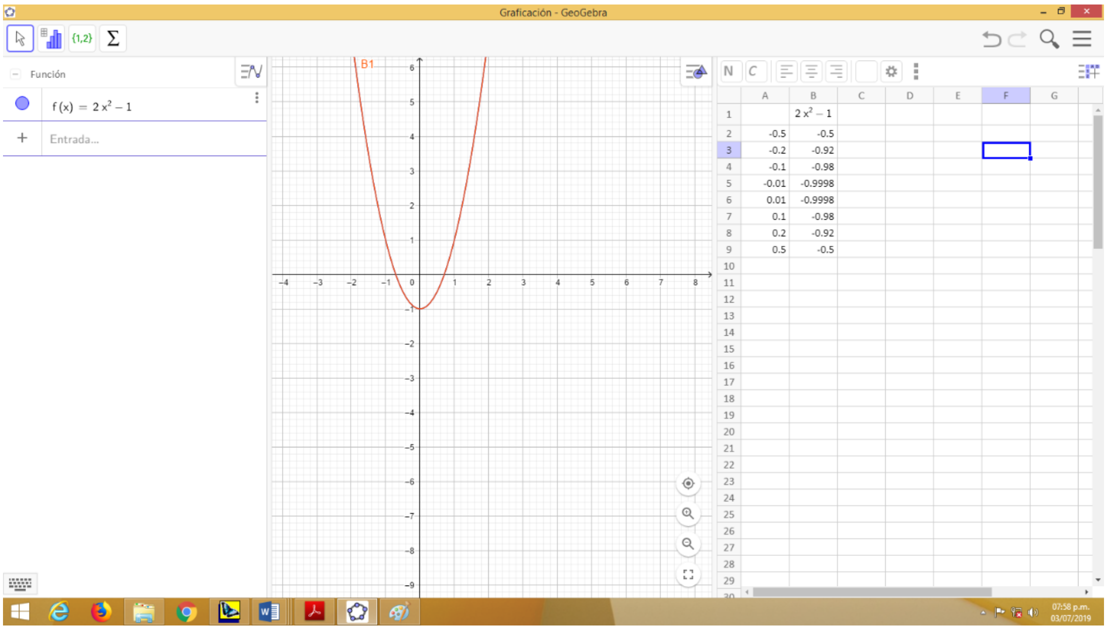
2° Luego hacer clic en las tres rayitas ubicado en la parte superior derecha y seleccionar Vista



3° En la ventana que se despliega seleccionar Hoja de cálculo



4° En la celda B1 digita f(x) y después Enter. Geogebra reconocerá automáticamente la función ingresada en Entrada. Luego a partir de la celda A2 ingresa los valores que serán evaluados. En este ejemplo se está tabulando para valores cercanos a 0.



ACTIVIDAD 4

Demostrar usando la definición de límite

a) $\lim_{x \to 4}(2x-6)=2$

b) $\lim_{x \to 3}\left(x^2+x\right)=12$

8. EVALUACIÓN

Las actividades desarrolladas serán evaluadas por medio de una rúbrica.

9. AUTOEVALUACIÓN

Instrucciones

Las siguientes preguntas son para conocer su grado de conocimiento alcanzado al desarrollar las actividades. Se le pide que responda con honestidad cada una de las preguntas.

	Siempre 4	Casi siempre 3	Algunas veces 2	Pocas veces 1	Nunca 0	Puntaje
1. Leo reflexivamente las definiciones, propiedades y ejemplos presentados en la guía didáctica.						
2. Uso el programa Geogebra según las indicaciones expresadas en la guía didáctica.						
3. Veo los videos colgados en el aula virtual como un complemento a las sesiones presenciales						
4. Utilizo diversas estrategias para resolver problemas matemáticos						
5. Soy consciente del valor del uso de las TIC (Tecnologías de la información y comunicación) como apoyo en el aprendizaje de la matemática.						
Total						

10. BIBLIOGRAFÍA

1. Espinoza, E : *Análisis matemático I* 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica* 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A : *Análisis matemático I* 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable* 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable* 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. "Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones", 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*, 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

UNIVERSIDAD NACIONAL "SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Estadística e informática

GUÍA DIDACTICA N° 8

1. DATOS INFORMATIVOS

Fecha: 09/07/2019	
Sección: 2	
Unidad 3: Límites y continuidad de una función	Continuidad de una función en un punto. Tipos de discontinuidad.
Código del curso: CM-A02	
Tutor: Elí Monzón Briceño	
Apellidos y Nombres:	Código:

2. INTRODUCCIÓN

Bienvenido estimado estudiante, ésta es la última sesión y trataremos el concepto de la continuidad de una función. Te vas a dar cuenta que dicho concepto está muy relacionado al de límites. Intuitivamente, se puede entender que una función es continua cuando no sufre cambios "bruscos" o "saltos" en el trazado de su gráfica.
Te animo a estudiar con ganas y entusiasmo.

3. CAPACIDADES

- Demuestra la continuidad de una función usando propiedades de límites.
- Verifica sus resultados de manera algebraica y gráfica usando el software Geogebra.
- Reconoce y clasifica el tipo de discontinuidad de una función en un punto.

4. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Para esta sesión se requiere que el estudiante tenga en claro los concepto de dominio, y gráfica de funciones. También es necesario que conozca y domine conceptos básicos de álgebra, como factorización de polinomios, racionalización de radicales y cálculo de límites, para que se le facilite el desarrollo de las actividades propuestas en esta guía.

5. ESTRATEGIA

Para abordar los temas de la presente sesión de aprendizaje, el estudiante deberá leer cuidadosamente la definición de función continua y tipos de discontinuidad.

Después siguiendo como modelo los ejemplos desarrollados y abrir los archivos de Geogebra proporcionados por el docente, deberá desarrollar las actividades propuestas en la guía.

6. PRESENTACIÓN DE CONTENIDOS.

Antes de presentar la definición formal de función continua en un punto, veamos los siguientes casos.

1. En esta gráfica se tiene que:

- $\lim_{x\to c} f(x)$ sí existe
- $f(c)$ no existe

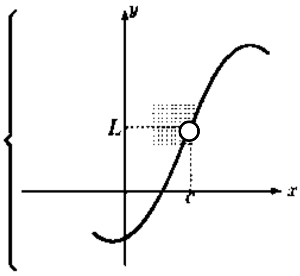


Figura 3.6.

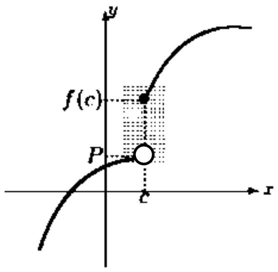


Figura 3.7.

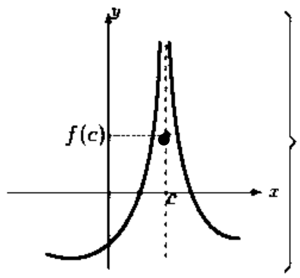


Figura 3.8.

2. En estas gráficas se tiene que:

- $\lim_{x\to c} f(x)$ no existe
- $f(c)$ sí existe

3. En esta gráfica se tiene que:

- $\lim_{x\to c} f(x)$ sí existe
- $f(c)$ sí existe, pero
- $\lim_{x\to c} f(x) \neq f(c)$

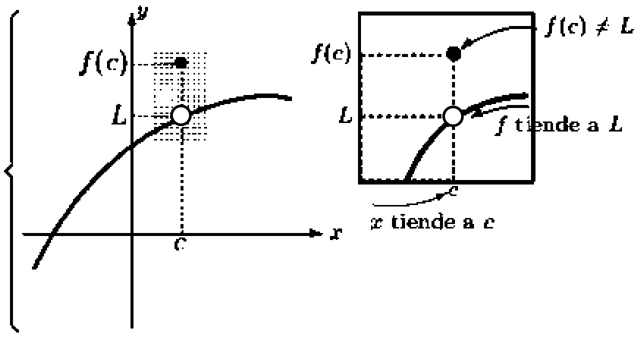
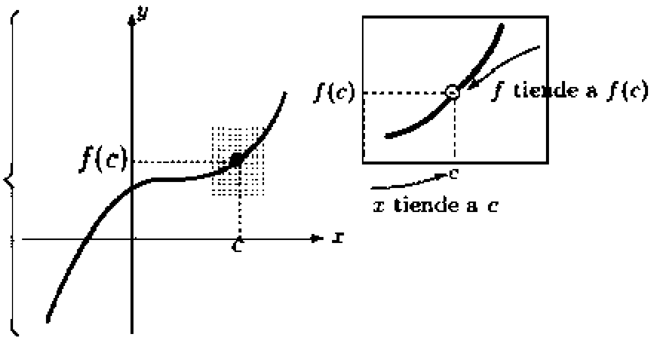


Figura 3.9.

4. En esta gráfica se tiene que:

- $\lim_{x\to c} f(x)$ sí existe
- $f(c)$ sí existe y además
- $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$



Observamos en la gráficas anteriores, salvo en la última, en todas las demás la gráfica de la función presenta algún tipo de ruptura de la curva en x=c. En otras palabras, solamente la gráfica del último caso puede ser dibujada “sin levantar el lápiz del papel”. Esta última es la que representa la idea intuitiva de función continua.

Función continua

Definición 1 . Se dice que f es continua en x=*a* si satisface las tres condiciones siguientes:

i) f(a) está definido $\forall a \in D_f$

ii) $\lim_{x\to a} f(x)$ existe

iii) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

Si por lo menos una de las tres condiciones no se cumple para x=*a*, se dice que f es discontinua en *a.*

Tipos de discontinuidad

a) DISCONTINUIDAD EVTTABLE O REMOVIBLE.-

Diremos que la función real de variable real $f: R \to R$ tiene una discontinuidad evitable o removible en un punto $x = x_0$ si:

i) Existe el número $\lim_{x\to x_0} f(x)$

ii) $x_0 \notin D_f$ o bien $x_0 \in D_f$ se tiene que: $\lim_{x\to x_0} f(x) \neq f\left(x_0\right)$, en este caso definimos la función

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & \text{si } x \neq x_0 \\ \lim_{x\to x_0} f(x), & \text{si } x = x_0 \end{cases}$$

b) DISCONTINUMAD NO EVTTABLE O IRREMOVIBLE.-

1ro. Discontinuidad de primera especie.- Diremos que la función f(x) tiene una discontinuidad de primera especie si existe los límites

laterales $\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ y $\lim_{x\to x_0^+} f(x)$, finitos y diferentes.

2do. Discontinuidad de Segunda Especie.- - Diremos que la función f(x) tiene una discontinuidad de segunda especie en el punto x_0, si no existe $\lim_{x\to x_0} f(x)$ o si uno de los límites

laterales es $\pm\infty$.

Ejemplo 1. Estudiar la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{[\![2x]\!] - 2[\![x]\!]}{x-1}; & x \neq 1 \\ 2; & x = 1 \end{cases}$

en $x_0 = 1$. En caso de ser discontinua indicar el tipo.

Solución

i) f(1)=2 (existe)
ii) Existencia del límite

- $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{[\![2x]\!]-2[\![x]\!]}{x-1}$

Como $x \to 1^- \Rightarrow x<1 \Leftrightarrow x-1<0 \Leftrightarrow x-1 \to 0^-$

$x<1 \ \Rightarrow 2x<2 \Rightarrow 1<2x<2 \Rightarrow [\![2x]\!]=1$

$x<1 \Rightarrow 0<x<1 \Rightarrow [\![x]\!]=0$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{[\![2x]\!]-2[\![x]\!]}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{1-2(0)}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

- $\lim\limits_{x\to 1+} \dfrac{[\![2x]\!]-2[\![x]\!]}{x-1}$

  Como

  $x \to 1^+ \Rightarrow x>1 \Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x-1 \to 0^+$

  $1<x \Rightarrow 2<2x \Rightarrow [\![2x]\!]=2$

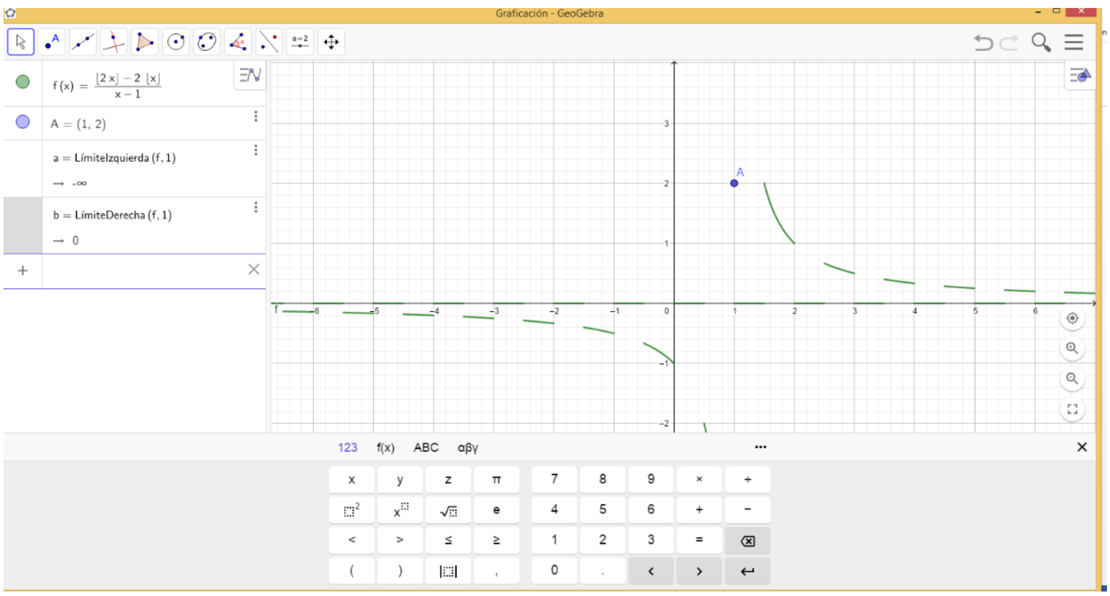
  $1<x \Rightarrow [\![x]\!]=1$

  $$\lim_{x\to 1+} \frac{[\![2x]\!]-2[\![x]\!]}{x-1} = \lim_{x\to 1+} \frac{2-2(1)}{x-1}$$

  $$= \lim_{x\to 1+} \frac{0}{x-1} = 0.$$

  Puesto que los límites laterales son diferentes, entonces $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{[\![2x]\!]-2[\![x]\!]}{x-1}$ no existe.

$\therefore$ La función no es continua en $x_0 = 1$, tiene una discontinuidad de segunda especie.



Ejemplo 2 Estudiar la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} 2x+3; \text{ si } x \leq 1 \\ 8-3x; \text{ si } 1 < x < 2 \\ x+3; \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$ y construir su gráfica .

Solución

Analizamos en $x = 1$

i) $f(1) = 5$ (si existe)

ii) Existencia del límite

- $\lim\limits_{x \to 1^-} (2x+3) = 5$
- $\lim\limits_{x \to 1^+} (8-3x) = 5$

$\therefore$ Como los límites laterales existen y son iguales, si existe $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 5$.

iii) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 5 = f(1)$

$\therefore$ La función es continua en $x = 1$.

Analizamos en $x = 2$

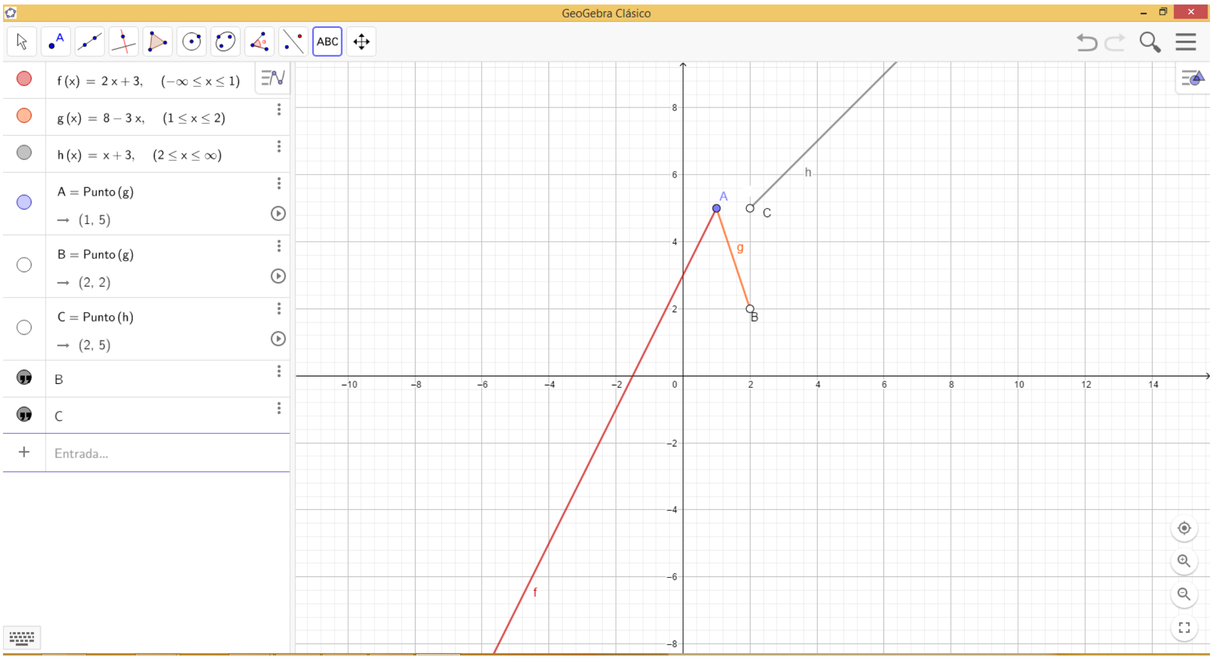
i) $f(2) = 5$ (si existe)

ii) Existencia del límite

- $\lim\limits_{x \to 2^-} (8-3x) = 2$
- $\lim\limits_{x \to 2^+} (x+3) = 5$

Los límites laterales existen pero son diferentes, entonces no existe $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

$\therefore$ La función no es continua en $x = 2$. Tiene una discontinuidad no evitable de primera especie.



Ejemplo 3 Estudiar la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2}; \text{ si } x \neq 1 \\ 3; \text{ si } x = 1 \end{cases}$

y construir su gráfica.

Solución

i) $f(1) = 3$ (si existe)

ii) Existencia del límite

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x\to 1} \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2}\right)\left(\frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2}\right) = \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x+3-4}$$

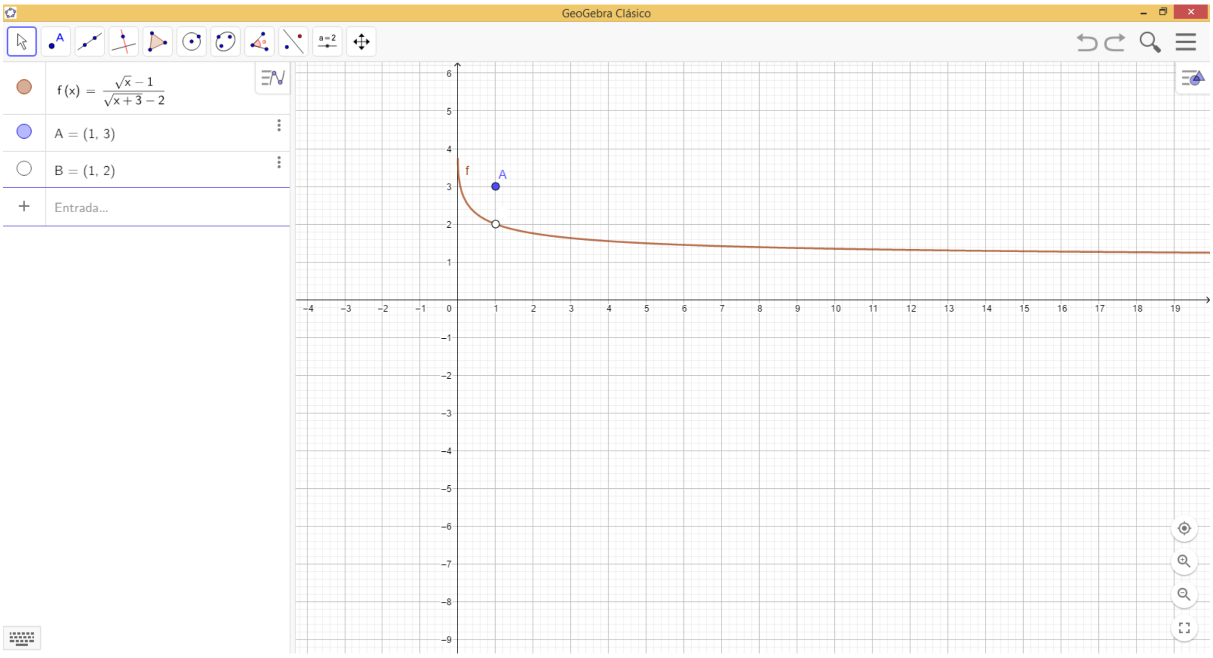
$$= \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{2+2}{1+1} = 2$$

$\therefore$ Si existe $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$.

iii) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2 \neq 3 = f(1)$

$\therefore$ La función no es continua en $x = 1$, tiene una discontinuidad evitable.



La función f puede ser redefinida por

$$F(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2};\ \text{si } x\neq 1\\ 2;\ \text{si } x=1\end{cases}$$ y de este modo F ya sería continua en $x=1$.

Ejemplo 4 Sea $f(x)=\begin{cases}-senx;\ \ x\leq -\pi/2\\ asenx+b;\ \ -\pi/2<x<\pi/2\\ \cos x;\ \ x\geq \pi/2\end{cases}$. Hallar los valores de a y b para que la función f sea continua en todo su dominio.

Analizando en $x=-\pi/2$

i) $f(-\pi/2)=-(-1)=1$

ii) $\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}^-}(-senx)=\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{2}^+}(asenx+b)$

$1=a(-1)+b\Longrightarrow -a+b=1\ldots\ldots(*)$

Analizando en $x=\pi/2$

i) $f(\pi/2)=0$

ii) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} f(x)=\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^+} f(x)$

$a(1)+b=0\Longrightarrow a+b=0\ldots\ldots(**)$

Resolviendo el sistema formado por $(*)$ y $(**)$

$$\begin{cases} -a+b=1 \\ a+b=0 \end{cases} \qquad a=-\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}$$

Ejemplo 5 Determinar los puntos de discontinuidad de $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-x-3}$.

Solución

$f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-x-3}=\dfrac{x-3}{(x-3)(x+2)}$. Observamos que f no está definida en $x=3$ y $x=-2$

Para determinar la discontinuidad, analizamos los límites en esos puntos

Analizando en $x=3$

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{(x-3)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{5}$, pero $f(3)$ no existe.

$\therefore$ en $x=3$ hay una discontinuidad evitable, la cual se puede redefinir de la siguiente manera:

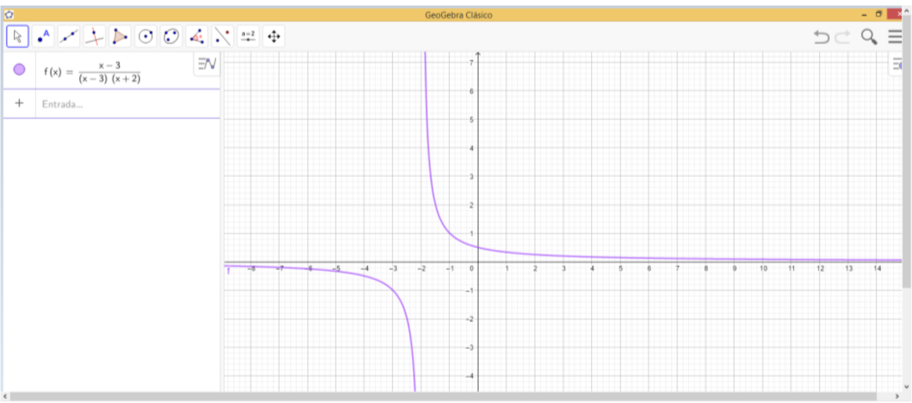
$$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x-3}{x^2-x-3}; & \text{si } x\neq 3 \\ \dfrac{1}{5}; & \text{si } x=3 \end{cases}$$

Analizando en $x=-2$

- $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-3}{(x-3)(x+2)}=\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-3}{(x-3)(x+2)}=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty$

Entonces no existe $\lim\limits_{x\to -2}f(x)$.

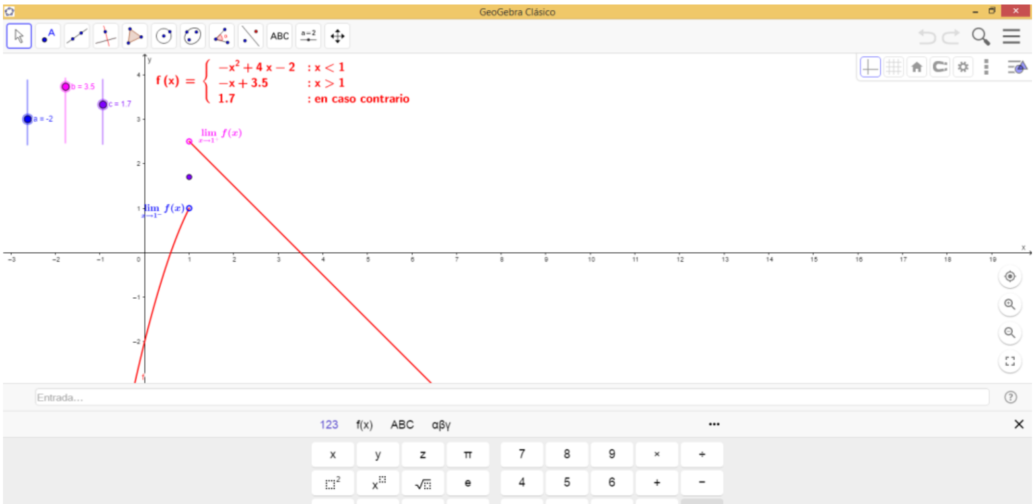
$\therefore f$ tiene una discontinuidad no evitable de segunda especie en $x=-2$



7. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

ACTIVIDAD 1

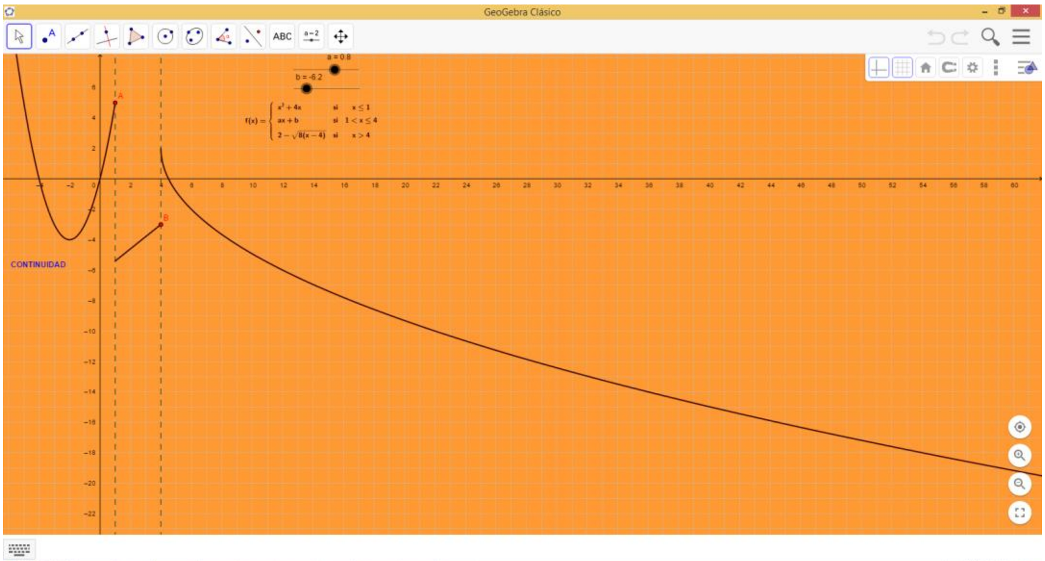
Abre el archivo **Construción_función_continua.ggb**



Mueve los deslizadores de color azul, rosado, morado y construye 3 funciones diferentes y continuas. Escribe su regla de correspondencia.

ACTIVIDAD 2

Abre el archivo **Continuidad_con_dos_parámetros.ggb**



Mueve los dos deslizadores hasta formar una función continua.

Realiza los cálculos de manera manual. (debe coincidir con los resultados de Geogebra)

ACTIVIDAD 3

Estudiar la continuidad de $f(x)=\begin{cases} x+2; & x<-1 \\ -x; & -1\leq x\leq 1 \\ x^2-1; & x>1 \end{cases}$, y construir su grafica

8. EVALUACIÓN

Las actividades desarrolladas serán evaluadas por medio de una rúbrica.

9. AUTOEVALUACIÓN

Instrucciones

Las siguientes preguntas son para conocer su grado de conocimiento alcanzado al desarrollar las actividades. Se le pide que responda con honestidad cada una de las preguntas.

	Siempre 4	Casi siempre 3	Algunas veces 2	Pocas veces 1	Nunca 0	Puntaje
6. Leo reflexivamente las definiciones, propiedades y ejemplos presentados en la guía didáctica.						
7. Uso el programa Geogebra según las indicaciones expresadas en la guía didáctica.						
8. Veo los videos colgados en el aula virtual como un complemento a las sesiones presenciales						
9. Utilizo diversas estrategias para resolver problemas matemáticos						
10. Soy consciente del valor del uso de las TIC (Tecnologías de la información y comunicación) como apoyo en el aprendizaje de la matemática.						
Total						

10. BIBLIOGRAFÍA

1. Espinoza, E : “Análisis matemático I” 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : “El cálculo con Geometría analítica” 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A : “Análisis matemático I” 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : “Cálculo de una variable” 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : “Cálculo de una variable” 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : “Cálculo Diferencial e Integral” 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición.

7. Di Cesare Molina, M. “Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones”, 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. “Tópicos de cálculo Volumen 1”, 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.
9. Ruiz, A., Barrantes, H. “Elementos de Cálculo Diferencial”, 1996. Universidad de Costa Rica.

ANEXO 17: ARTÍCULO CIENTÍFICO

La Matemática Superior y las Competencias

"Estrategia De Implementacion de Competencias Matemáticas"

Nelson Córdova Rosas y Eladio Oliveros Saúco

Resumen

Este documento presenta una propuesta de una estrategia de cómo implementar las principales competencias matemáticas para la enseñanza superior en Matemática determinadas por el informe PISA (Rico, 2005) .

Este enfoque basado en competencias obedece a la tendencia actual y la puesta en marcha del tratado de Bolonia y su aplicación a los países de américa Latina. El enfoque basado en competencias busca alinear el aprendizaje con conseguir un perfil del egresado que declara la Universidad y cumplir con los estándares internacionales.

Esta propuesta nos permite orientar nuestro trabajo en matemáticas, con la finalidad de formar 8 competencias organizadas en cuatro grupos con el objetivo de conseguir una clasificación que permita una mejor propuesta de formación.

Esta estrategia se desprende de un trabajo aplicado durante 15 años en la Universidad Santa María. En un principio se partió utilizando la taxonomía de Bloom y luego el modelo de Ramírez et al. (Córdova & Estay, 2002)Este último sirvió como paso inicial de trabajo y también para la creación de una nueva taxonomía que permitirá pasar en la transición de un enfoque conductista hacia un enfoque constructivista con el objetivo de construir una estrategia pedagógica que permita modernizar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el campo de la Matemática.

Palabras Claves: *Competencia, Resultados de aprendizaje, semántica.*

Introducción

A lo largo de los años el aprendizaje de la matemática ha sido un gran problema para una parte importante del alumnado. En el mundo estudiantil es muy raro escuchar que estudiar matemática es un placer para todos los estudiantes. Al reflexionar acerca de esta situación queremos intentar entender por qué se da este hecho, pero las razones no son tan claras. Creemos que en parte se da porque la matemática "exige pensar, a veces mucho" o porque los maestros no estamos preparados pedagógicamente para desarrollar con éxito la enseñanza de la Matemática. Sin embargo se pueden observar algunas variables que intervienen en esta problemática:

ENSEÑANZA	APRENDIZAJE	METODOLOGÍA	EVALUACIÓN	CONDICIONES
Falta de preparación pedagógica en los profesores	Falta de planificación	Enfoque conductista, Método dogmático	No congruente con objetivos de aprendizaje	Exceso de alumnos por aula
Poco desarrollo de habilidades y/o competencias	Repetitivo, falto de comprensión	Sin preparación Previa ni variedad	Evaluaciones densas y difíciles	Disparidad en formación del alumnado
Enfocados en el contenido.	Temor al rechazo por errores	Sin estrategias para el aprendizaje	Prima el nivel repetitivo	Alta carga horaria por profesor

Fuente: Elaboración propia

Otro aspecto a tomar en cuenta en la enseñanza de la matemática y debido a su complejidad inherente a los problemas antes mencionados, es el hecho de que muchos estudiantes en algún momento no llegan a comprender bien algún tema básico de la matemática, lo que provoca en el estudiante algunos vacíos, y por ende también le crea un cierto nivel de inseguridad o un temor que se va acrecentando aún más, debido a la estructura secuencial y escalonada necesaria para el aprendizaje en matemática , lo que resulta en un inevitable rechazo a la materia.

Este mismo aspecto condiciona a los maestros a tener problemas en el aula y en los resultados, por lo que debemos estar conscientes de que son muchas las variables que están activas cuando enseñamos matemáticas.

Edward de Bono dice que "vivimos inmersos en una caja", que no nos permite visualizar el horizonte del saber. A este estado le llamamos Nivel reproductivo o Mecánico. Esto se convierte en una debilidad natural del ser humano, la que fue ampliamente reforzada por el conductismo de Skinner que dominó la enseñanza de la matemática del siglo XX y todavía no hemos sido capaces de escapar de su influencia en nuestra forma de aprender y enseñar.
Al analizar nuestro trabajo docente, nos damos cuenta que seguimos utilizando el paradigma tradicional, aplicando condicionamiento clásico a través de premios y castigos.
Ahora nos asaltan las siguientes preguntas:
¿Podremos salir de la "Caja"? ¿Qué debemos hacer para enseñar a pensar?

De alguna manera, este artículo pretende enfrentar este desafío, crear conciencia del camino que debemos recorrer y ayudarnos a reflexionar para desarrollar competencias en nuestros estudiantes.

Metodología Anterior

Todavía en la educación universitaria existe la concepción o paradigma de concentrarnos en enseñar contenidos, y alguna que otra habilidad, pero como entes aislados, con suerte, si la persona los puede combinar y amalgamar en forma eficaz, podrá llegar a ser competente en algún área del conocimiento, pero con mucha dificultad.

Con la idea de organizar el aprendizaje y clasificar objetivos, durante muchos años se utilizó en la enseñanza la teoría de Benjamín Bloom, quien propuso su taxonomía de habilidades del pensamiento: Conocimiento, Comprensión, Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación, posteriormente Anderson y Krathwohl (Krathwohl, 2002) redefinieron esta taxonomía en el año 2000 y propusieron los niveles: Recordar, Comprender, Aplicar, Analizar, Evaluar, Crear, estableciendo una mejor explicación de lo que Bloom había propuesto. Aunque Bloom en su propuesta más completa consideró los tres aspectos que intervienen en el proceso enseñanza y aprendizaje que son: Cognitivo, Afectivo y Psicomotor, pero lo que más se ha trabajado en el ámbito educativo, es el aspecto Cognitivo.

La taxonomía de Bloom se utilizó en el proceso de enseñanza-aprendizaje y también pero con menos intensidad en la Matemática, comenzando con la clasificación en las evaluaciones sumativas e incorporando la clasificación de ejercicios y problemas en los 6 niveles. Esta iniciativa fue una experiencia enriquecedora, sobre todo cuando el docente podía planificar la enseñanza y alcanzaba los objetivos con los estudiantes logrando una expertiz en el manejo de los verbos clasificatorios. En Matemática fue posible establecer niveles de ejercicios que permitían elaborar guías y exámenes de manera más prolija. Por otro lado los estudiantes aprendieron a identificar el nivel de los ejercicios y esto les proporcionó una manera práctica de organizar su ejercitación matemática y apreciar de forma directa el nivel que poseían dentro de la materia (autoevaluación). Pero a pesar de todos estos esfuerzos, no ha sido suficiente, porque todavía persiste la problemática antes mencionada: como empujados por un enorme resorte, tendemos hacia el conductismo.

La Nueva Propuesta

En los tiempos actuales, tan globalizados y competitivos, se hace imprescindible que los profesionales que gradúan nuestras universidades adquieran competencias, tanto generales como específicas de cada área y en el área de la ingeniería depende en gran medida del nivel que hayan alcanzado en la formación del pensamiento matemático, sobre todo, que sean capaces de resolver problemas y así enfrentar con éxito los crecientes retos de la ciencia y la tecnología.

La propuesta que presentaremos a continuación constituye una herramienta metodológica que contribuirá al logro de la formación de competencias matemáticas de nuestros estudiantes. Especialmente está diseñado para potenciar un buen trabajo de formación camino hacia obtener competencias profesionales.

Competencia (Definición)

Una competencia es una óptima amalgama de Conocimientos, Habilidades, Actitudes y Valores que dotan al ser humano para tener un excelente desempeño en una actividad específica. (Elaboración propia)

"Capacidad individual para emprender actividades que requieren una planificación, ejecución y control autónomos". (Federación alemana de empresarios de Ingeniería (1985))

"La capacidad de usar el conocimiento y las destrezas relacionadas con productos y procesos y, por consiguiente de actuar eficazmente para alcanzar un objetivo". (Hayes 1985.)

"La competencia es la capacidad de responder a las demandas y llevar a cabo las tareas de forma adecuada. Surge de la combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz." (Martinez Recio, 2014)

Principios Pedagógicos Que Sustentan El Enfoque Basado En Competencias

• La pretensión central no es transmitir informaciones y contenidos, sino provocar el desarrollo de competencias.

• El objetivo de los procesos de enseñanza es que los alumnos sistematicen sus modelos mentales y sus esquemas de pensamiento.

• Para que el aprendizaje sea significativo se necesita que el estudiante se integre en procesos de búsqueda, estudio, experimentación, reflexión, aplicación y comunicación del conocimiento.

• El desarrollo de las competencias fundamentales requiere focalizar el estudio en situaciones reales. Vincular el conocimiento a los problemas importantes de la vida cotidiana.

• Aprender en situaciones de incertidumbre y en procesos permanentes de cambio es una condición para el desarrollo de competencias básicas y para aprender a aprender.

• La estrategia didáctica más relevante se concreta en la preparación de entornos de aprendizaje caracterizados por el intercambio y vivencia de la cultura más viva y elaborada.

• El aprendizaje relevante requiere estimular la meta-cognición de cada estudiante, su capacidad para comprender y gobernar su propio y singular proceso de aprender y de aprender a aprender.

• Se considera fundamental el aprendizaje cooperativo que incluye el diálogo, el debate y la discrepancia, respeto a las diferencias, saber escuchar, enriquecerse con las aportaciones ajenas y tener la generosidad suficiente para ofrecer lo mejor de sí mismo.

• El desarrollo de las competencias requiere proporcionar un ambiente seguro y cálido en el que el estudiante se sienta tranquilo y confiado para probar sin temor a equivocarse, realimentar, y volver a probar.

• La función del docente para el desarrollo de competencias puede concebirse como la tutorización del aprendizaje de los estudiantes lo que implica diseñar, planificar, organizar, estimular, acompañar, evaluar y reconducir sus procesos de aprendizaje.

Competencias en Matemática

La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar, relacionar, aplicar, analizar y modelar elementos matemáticos tales como: elementos geométricos, números, símbolos, funciones, expresiones algebraicas con sus operaciones básicas, formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

En el proyecto PISA, de la OCDE, el dominio de la competencia matemática comprende tres ejes principales:

• Las situaciones o contextos en que se ubican los problemas.

• El contenido matemático que se requiere para resolver los problemas, organizado de acuerdo a ciertas nociones claves.

• Las competencias que deben ser aplicadas para conectar el mundo real, en el que se generan los problemas, con las matemáticas, para resolver así los problemas.

Para evaluar el nivel de competencia matemática de los alumnos, OCDE/PISA se basa en las ocho competencias matemáticas específicas identificadas por Niss (1999). Nosotros hemos agregado una competencia más, que aunque parte de ella está implícita en las demás, por su importancia y presencia permanente en los diferentes problemas, merece una designación especial: cálculo operativo: cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales.

• Pensar y razonar (tipos de enunciados, cuestiones propias de las matemáticas).

• Argumentar (pruebas matemáticas, heurística, crear y expresar argumentos matemáticos).

• Comunicar (expresión matemática oral y escrita, entender expresiones, transmitir ideas matemáticas).

• Modelizar (estructurar el campo, interpretar los modelos, trabajar con modelos).

• Plantear y resolver problemas.

• Representar y simbolizar (codificar, decodificar e interpretar representaciones, traducir entre diferentes representaciones).

• Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas (comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y formulas; utilizar variables,

• Utilizar ayudas y herramientas (involucra conocer, y ser capaz de utilizar diversas ayudas y herramientas, incluyendo las Tecnologías de la Información y la Comunicaciones -TIC-, que facilitan la actividad matemática, y comprender las limitaciones de estas ayudas y herramientas).

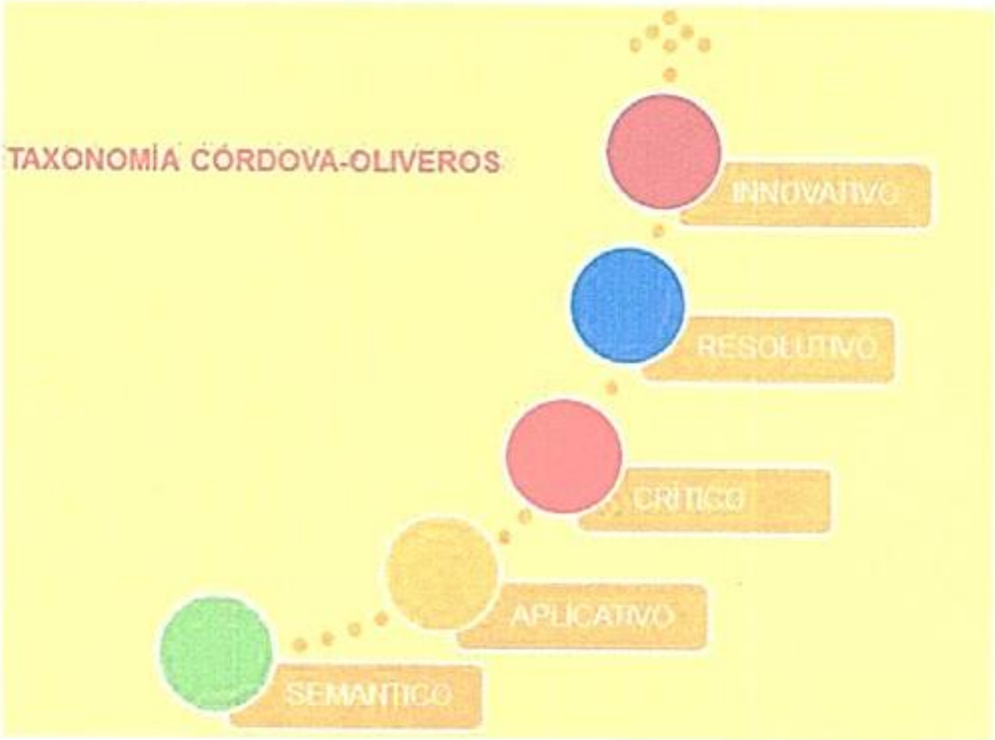
• Cálculo operativo: cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales.

Estrategia Creciente de formación de Competencias

Las competencias definidas para cada área serán el punto de partida para la formación de los estudiantes. En el caso específico de las competencias matemáticas proponemos agruparlas como indica la figura:

Fuente: Elaboración propia: Fig. 1 .Córdova-Oliveros 2014

Además de agruparlos por orden lógico, hemos definido una taxonomía propia, basada en los estudios de Bloom y Ramírez et al. (Ramirez, Recabarren, & Alfredo, 1988) y la experiencia que hemos adquirido como docentes por más de 25 años y que pretende definir un principio rector para organizar los aprendizajes y la formación de competencias



Fuente. Elaboración propia: Fig. 2 Córdova –Oliveros 2014

Conceptualización Semántica

Esta primera etapa es fundamental e imprescindible. En cualquier disciplina, es el primer acercamiento del estudiante con la nueva materia. La formación de conceptos es, sin duda, la actividad que más dificultades presenta la enseñanza de la Matemática. Tal vez por desconocimiento, los profesores prestamos poca o ninguna atención a la formación de conceptos pues en realidad no los formamos; los decimos. Los conceptos no se dicen, se forman y es el alumno quien tiene que trabajar más e incluso, enunciar la definición.

¿Qué se entiende por concepto y qué se entiende por definición? Muchas veces se confunden estos dos términos y dentro de la ciencia Matemática es aún más frecuente. Pero, en esencia, son dos cosas totalmente diferentes. El concepto es una idea generalizada acerca de un grupo de objetos o fenómenos, en tanto que la definición es la expresión formal de este concepto. En nuestra asignatura hay conceptos que no pueden definirse, por ejemplo, los conceptos de punto, recta y plano.

A este tipo de conceptos se les llama primitivos. Como los conceptos se forman, ofrecemos un sistema de pasos metodológicos que facilitan el aprendizaje de los estudiantes:

Pasos metodológicos para la formación de conceptos.

- Aseguramiento del nivel de partida.
- Presentación de objetos pertenecientes al concepto.
- Determinación de las características comunes esenciales.
- Definición del concepto.
- Fijación del concepto.
- Análisis de casos especiales y extremos.

Semántica

El término semántica proviene del griego "semantikos" y se refiere a los aspectos del significado, sentido o interpretación del significado de un determinado elemento, símbolo, palabra, expresión o representación formal.
Existen tres tipos de semántica muy relacionadas entre sí: lingüística, matemática y cognitiva. La semántica matemática estudia la relación entre el signo lingüístico y la realidad, las condiciones necesarias para que un signo o símbolo pueda aplicarse a un objeto determinado y las leyes que aseguran una interpretación de su significado. En realidad, es esta característica la que nos permite comprender conceptos, teoremas y procedimientos que serán aplicados en situaciones y problemas concretos.

Los elementos que componen la semántica matemática son:

- Conjunto de signos y símbolos.
- Variables y constantes.
- Conjunto de predicados sobre las variables.
- Conjunto de reglas a partir de expresiones sencillas. (Oliveros, 2003)

Si un estudiante no ha comprendido el significado real de los conceptos y propiedades estudiadas, es imposible que pueda posteriormente aplicar el conocimiento en actividades concretas y mucho menos, plantear y resolver problemas.

Competencia	Conceptualización Semantica
Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas (comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico)	SE1
Representar y simbolizar (codificar, decodificar e interpretar representaciones, traducir entre diferentes representaciones)	SE2
Comunicar (expresión matemática oral y escrita, entender expresiones, transmitir ideas matemáticas)	SE3

Aplicación Práctica

Luego de establecer la conceptualización semántica debemos avanzar en pos de una actividad que motive al estudiante a continuar el proceso de aprendizaje, resolviendo ejercicios que le muestren la utilidad de lo aprendido. Deben ser actividades que sean sumamente entretenidas pero alcanzables; con este enfoque debemos hacer que experimente aplicaciones prácticas sencillas que ayude a la internalización de aplicación de conceptos. A esta etapa la llamamos "Aplicación práctica". Para esta etapa podemos desarrollar las siguientes competencias:

Competencias Tipo A P

Competencia	Aplicativo
Utilizar ayudas y herramientas (involucra conocer, y ser capaz de utilizar diversas ayudas y herramientas, incluyendo las Tecnologías de la Información y la Comunicaciones -TIC-, que facilitan la actividad matemática, y comprender las limitaciones de estas ayudas y herramientas).	**AP4**
Cálculo operativo (cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales).	**AP5**

Desarrollo Crítico

Para entrar a esta etapa el estudiante tiene que haber logrado seguridad en el desarrollo y la aplicación de los contenidos, en el manejo de herramientas básicas que sirven de soporte para su trabajo, por ende aquí se intenta desarrollar el pensamiento crítico, desarrollar habilidades del razonamiento como el análisis, síntesis, evaluación, inferencias, deducciones, etc. Que conlleven a la formación de un pensamiento superior pero no como habilidades aisladas como las consideró Bloom en su momento sino como integradas y actuando en conjunto. En este nivel podemos desarrollar las siguientes competencias matemáticas:

Competencia	Crítico
Pensar y razonar (tipos de enunciados, cuestiones propias de las matemáticas).	CR6
Argumentar (pruebas matemáticas, heurística, crear y expresar argumentos matemáticos).	CR7
Modelar (estructurar el campo, interpretar los modelos, trabajar con modelos).	CR8

Desarrollo Resolutivo

La capacidad de resolver problemas es la eficacia y eficiencia que debe tener el estudiante para dar soluciones a situaciones diversas, emprendiendo las acciones correctoras adecuadas con o sin sentido común. Esta competencia se caracteriza por una interacción y amalgama de aprendizajes previos puestos en acción.

Es muy importante destacar que para resolver problemas no existen métodos ni "pasos" salvadores. Son tantos y tan variados los métodos y estrategias para resolver problemas como los propios problemas; esto hace imposible la tarea de crear una metodología única. Sin embargo, podemos plantear 3 condiciones necesarias para resolver un problema:

1) Deseo de resolverlo.

2) Un mínimo de conocimientos relacionados con el tema.

3) Estrategias adecuadas.

Por otro lado, como recomendación general, se pueden sugerir las siguientes acciones cuando nos enfrentamos a una situación problemática: definir el problema, buscar alternativas de solución y seleccionar las mejores, luego implementarlas, evaluar el proceso medio, descubrir la solución, evaluarla y definir la situación final.

Otras competencias que actúan paralelamente son la creatividad, la búsqueda de información, toma de decisiones, trabajo en equipo, flexibilidad.

Competencias Tipo R E

Competencia	Resolutiva
Plantear y resolver problemas. Resolver problemas diversos utilizando un modelo Heurístico; analizando el enunciado, eligiendo las estrategias adecuadas, realizando los cálculos pertinentes y comprobando la solución obtenida.	RE9

La Innovación

La innovación, máxima aspiración en el proceso de formación, se busca como resultado de una aplicación sistemática y holística del sistema que forman las 9 competencias anteriores y se inicia con elementos de la creatividad. En los modelos de Bloom-Anderson y Ramírez et al. Ambos coinciden en que la creatividad es el nivel más alto de pensamiento, le hemos llamado Innovativo porque creemos en la creatividad con un plus extra, algo que sirve y aporta, algo que perdura y que es útil a la sociedad. Pero para este artículo no hemos considerado competencias de este nivel para concentrarnos en la formación básica que sea útil como un primer comienzo en la formación de competencias. El esquema de la figura 1 representa su ubicación en el centro del proceso, pues no necesariamente debe estar al final como cuando consideramos el proceso lineal. Sino que la innovación se puede presentar en cualquier momento del desarrollo de la actividad de aprendizaje como elemento posible.

Contribución A Las Competencias Transversales Y Al Perfil De Egreso

Es muy alta y efectiva la contribución de estas competencias al perfil de egreso en las carreras de ingeniería, puesto que en nuestros perfiles se incluyen la autonomía e iniciativa personal, competencias de manejo de la información, aprender a aprender, y sensibilidad con el medio ambiente. A continuación se muestra su aportación:

AUTONOMIA E INICIATIVA PERSONAL	La Resolución de problemas nos ayuda a expresar elementos de esta competencia por tres caminos: Planificando, gestionando, y valorando los resultados. • La planificación está presente cuando debemos comprender en detalle el problema planteado, para definir estrategias o vías de solución que permitan orientarnos en la búsqueda de una respuesta. • La gestión está ligada a la búsqueda y elección de mejores alternativas de solución. • La evaluación periódica del proceso en cuestión para estar seguros de que se está bien encaminado y dar una respuesta real y coherente a los problemas. Se desarrollan capacidades asociadas a la confianza en sí mismo al enfrentarse con éxito a las situaciones planteadas.
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y COMPETENCIA DIGITAL	Al desarrollar destrezas en el cálculo numérico se capacita al estudiante para captar informaciones relacionadas con medidas, junto con la incorporación de herramientas tecnológicas como recursos didácticos para el aprendizaje y resolución de problemas. Facilita el registro, procesamiento de la información, razonamiento y selección de nuevas fuentes de información.
APENDER A APRENDER	En la metodología matemática están integradas estrategias que contribuyen a la competencia de aprender a aprender, como Compromiso personal, actividad creadora, labor investigativa, perseverancia en el aprendizaje y elementos que le permiten aumentar su autonomía.
SOCIAL Y CIUDADANA	Cuando se utiliza la matemática en especial la Estadística, en la aplicación a fenómenos sociales, se adquieren criterios para la predicción y la toma de decisiones, la metodología de proyectos refuerza el trabajo en equipo, la aceptación de nuevos puntos de vista de otros pares como elementos para la resolución de problemas diversos.

Propuesta Metodológica

Utilizaremos los contenidos como uno de los elementos que nos ayudarán a conseguir las competencias y de paso servirán de apoyo a otras materias que los necesitan como herramientas para su desarrollo.

PASO 1: RELACIONAR LA COMPETENCIA CON LOS RESULTADOS DE APRENDIZAJES:

Para cada competencia definiremos indicadores que permitirán describirla y a su vez ayudan a formarla. Estos son elementos que conforman la competencia pero no los consideraremos como entes aislados sino como "Mini-competencias" llamados resultados de aprendizajes.

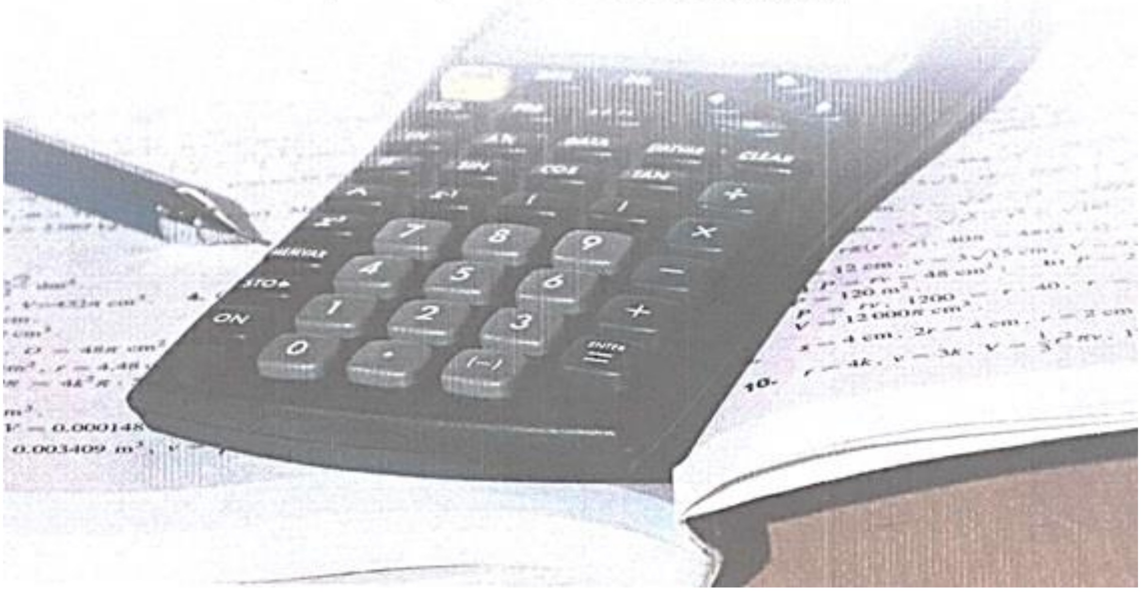
"Resultados de aprendizaje (o logros de aprendizaje) asociados a cada competencia del perfil según los dominios o áreas de conocimiento y de intervención profesional futura. Son aquellos resultados (acciones, comportamientos) que el estudiante deberá demostrar en el manejo de los elementos de la competencia, estructurados a partir de escenarios contextuales de la profesión y observables en situaciones simuladas o reales de desarrollo laboral.

Se sugiere para su escritura el uso de: verbo impersonal (modo imperativo) + objeto + condición de calidad." (Utfsm. Dea, actualización del modelo educativo 2004.octubre 2011)

COMPETENCIA
Plantear y resolver problemas. (analizando el enunciado, eligiendo las estrategias adecuadas, realizando los cálculos pertinentes y comprobando la solución obtenida)
INDICADORES = Resultados de Aprendizaje
I1: Realiza una lectura comprensiva del enunciado del problema que le permite identificar los elementos relevantes del problema. I2: Identifica los datos y las incógnitas del problema propuesto asignando eficazmente las variables. I3: Traduce al lenguaje algebraico determinadas situaciones. I4: Aplica estrategias heurísticas adecuadas para la resolución del problema. I5: Evalúa diferentes alternativas de cara a resolver el problema y elige la más adecuada. I6: Presenta de una manera clara, ordenada y argumentada el proceso seguido y las soluciones obtenidas al resolver el problema.

Una vez definidos los indicadores generales (Rda.) para cada competencia, se procede a impartir los temas a través de los planes de clase, considerando para cada tema las competencias a desarrollar en esta clase y adecuando los resultados de aprendizajes que permitirán evaluar la formación de las competencias determinadas dentro del tema específico. Para cada competencia se define un número adecuado de resultados de aprendizaje, incluso podría en algún caso llegar a ser uno sólo para una competencia.

Estos resultados de aprendizaje pueden estar graduados utilizando algún modelo que organice los verbos que los describen como La taxonomía de Bloom o el modelo de Ramírez et Al. La idea sigue siendo la original de Bloom: abordar el aprendizaje en forma paulatina y de menor a mayor complejidad.



PASO 2: DEFINIR UN PLAN DE CLASES:

Definir un plan de clases que ayude a organizar una unidad de aprendizaje determinada por el sistema de contenidos del curso. Este plan nos servirá para desarrollar una metodología que nos permita cumplir con nuestro objetivo que es la formación de competencias. Este plan de clases debe contener las competencias en formación; los resultados de aprendizaje asociados, la metodología y el tipo de evaluación.

R. de aprendizaje ⟷ **método y técnica adecuada** ⟷ **Tipo de evaluación**

EJEMPLO DE PLAN DE CLASE

AREA: MATEMÁTICA	**Asignatura: MATEMÁTICA 0**
Título de la lección: CONECTIVOS LÓGICOS Unidad Temática: LÓGICA Y CONJUNTOS Competencias matemáticas : SE1: Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas. **RESULTADOS DE APRENDIZAJE** RDA1: Interpretar expresiones del lenguaje natural y traducirla al lenguaje lógico formal de modo que resuelva un problema determinado. RDA2: Utilizar la lógica para decidir si un proposición es o no verdadera. RDA3: Utilizar símbolos lógicos y proposiciones válidas para decidir acerca de una situación problemática.	
Fecha: semana del 10 al 15 de Marzo de 2014	
Bibliografía: Texto: MATEMATICAS SANSANA 0 (Preuniversitario)	
Introducción:... 1.- Presentación, establecer las políticas del curso 2.- La lógica y sus elementos .Tiempo máximo sugerido: 15 minutos	
Temas : 1.- Definición de proposición y de los conectivos. Notación y ejemplos (representar, codificar: RDA1) 2.- Tautología, contradicción y contingencia (RDA2 utilizar operaciones simbólicas) 3.- Ejemplos relacionados con los RDA (RDA1-RDA2-RDA3) 4.- Leyes fundamentales de la lógica.	Recursos de apoyo a la instrucción
Metodología: Teniendo en cuenta la competencia a desarrollar y sus 3 Rda comenzamos: 1.- Explicación (participativa). 2.- Ejemplificación colaborativa. 3.- Talleres de trabajo (técnica 126 IT). 4.- Exposición final y resumen de los temas de parte de los estudiantes	Texto guía PPT con los temas Infocus y pc En aula
Ejercitación: Taller 1 de la Guía. Tiempo mínimo sugerido: 35 minutos	
Evaluación: Sacamos a la pizarra a los grupos al azar y evaluamos con la Plantilla con los resultados de aprendizaje. Tiempo máximo sugerido: 10 minutos	
Tarea: 1.- Ejercicios de la guía (texto). Tiempo mínimo: 2 minutos por cada resultado de aprendizaje.	

En general para la formación de competencias proponemos seguir un orden:

• Definir las competencias del área en cuestión, que estén de acuerdo al perfil de la carrera.
• Construir los resultados de aprendizajes generales para cada competencia.
• Clasificar las competencias dentro del esquema definido: Concepción Semántica-Aplicativo-Analítico-Resolutivo e Innovativo.
• Construir los planes de clase con las competencias que se desarrollarán o tratarán en la unidad temática respectiva.
• Integrar la explicación y ejercitación con los resultados de aprendizajes definidos.
• Definir qué métodos resultarán los más adecuados, según las competencias, los contenidos, los medios disponibles y las condiciones específicas de los estudiantes, de forma tal que los estudiantes participen activamente en los diferentes momentos del aprendizaje.
• Evaluar de acuerdo a los resultados de aprendizaje definidos.
• Sistematizar las competencias adquiridas, integrándolas con las otras competencias.

CONCLUSIONES:

En este artículo hemos querido plantear de una manera simple, pero fundamentada en preceptos científicos y en nuestra propia experiencia, el manejo y formación de competencias matemáticas siguiendo una estrategia con pasos metodológicos bien definidos y con la coordinación de un esquema de 5 niveles que nos permiten organizar lo metódico y lo evaluativo de acuerdo al tipo de competencia definida.

Debe quedar claro que la aplicación consecuente de la estrategia propuesta no garantiza por sí sola el éxito en la adquisición y desarrollo de estas competencias en los estudiantes. Para lograr los objetivos deseados deben estar presentes otras condiciones necesarias tales como: base material adecuada al nivel profesional que se trabaje, tiempo suficiente para aplicar estrategias de enseñanza, disposición de los estudiantes, etc. Sin embargo, lo que se puede asegurar con certeza es que, la no aplicación de estrategia alguna, la improvisación pedagógica en el trabajo con las competencias, nos llevará inexorablemente al fracaso en el aprendizaje y desarrollo de capacidades generales de los estudiantes.

Por todo lo anterior, vale la pena implantar esta estrategia; a nosotros nos ha dado resultados positivos, ¿a usted le funcionará?

BIBLIOGRAFÍA

Córdova, N., & Estay, C. (2002). Elementos de innovación docente y su impacto en la mejora del aprendizaje. Congreso Internacional docencia Universitaria, (págs. 1-3). Tarragona.

Krathwohl, D. (2002). A Revision of Bloom's Taxonomy an Overview. Theory into practice.

Martinez Recio, Á. (2014). APRENDIZAJE DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS. Avances en supervisión educativa, 1-6.

Oliveros, E. (2003). Metodología de la enseñanza de la Matemática. Quito: Santillana.

Ramirez, C., Recabarren, M., & Alfredo, P. (1988). Manual de capacitación Pedagógica. Valparaíso: Dirección de Instrucción de la Armada de Chile.

Rico. (2005). La competencia matemática en Pisa. La Enseñanza de las matemáticas y el informe Pisa, 21-40

Autor

Nelson Córdova
ncordova@usm.edu.ec

Ha sido catedrático en la Universidad Santa Maria desde el año 1997 en las materias de Álgebra 1 y 2 Cálculo 1,2 y 3, Matemáticas I, Matemáticas II y Matemáticas III. Es profesor de la materia Gestión estratégica y profesor titular tiempo completo, Campus Guayaquil.

También es profesor de la maestría en Docencia Universitaria, Universidad de Cuenca y profesor de curso nivelatorio en la Maestría en Administración de Empresas en la Universidad Santa María Campus Guayaquil.

Ha dictado Seminarios de Pedagogía en Universidad Santa María Campus Guayaquil y realiza asesorías Pedagógicas y capacitación a colegios de Guayaquil.

Ha sido profesor guía de tesis en pre y post grado de la USM y actualmente es coordinador de Matemáticas en la Universidad Santa María, Campus Guayaquil.

Autor

Eladio Oliveros
eoliveross@usm.edu.ec

Profesor de Matemática, formador de profesores de esta ciencia y entrenador de talentos matemáticos.

Es un incansable investigador de la metodología de la enseñanza de la Matemática y un innovador en el área de la didáctica de esta materia.

Se especializa actualmente en la semántica matemática.

ANEXO 18: Sesiones de aprendizaje

FACULTAD DE CIENCIAS	
ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA	

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 1
5. FECHA: 25/06/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA: Límite de una función. Interpretación geométrica. Demostración de límites.
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	Saber hacer	Saber ser
- Definición de Límite de una función. - Interpretación geométrica de límite. - Cálculo del límite por aproximación numérica.	-Demuestra límites usando la definición de límite de una función. - Determinar el límite de una función por medio de su gráfica realizado con Geogebra. Realizar aproximaciones numéricas del límite de una función con Geogebra.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guías	5 min.
DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía. 4. Desarrolla la Actividad N° 1, abriendo el archivo **Interpretación_límite.ggb** con Geogebra y siguiendo las indicaciones dadas. 5. Desarrolla la Actividad N° 2, abriendo el archivo **Explorando_límite.ggb.** Responde la pregunta planteada. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante elaborará una tabla de tabulación con Geogebra para estimar el límite propuesto. 7. En la Actividad 4, el estudiante demostrará los límites propuestos usando la definición de límite de una función,	- Laptop - Usb - Guías	110 min.
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
- Demuestra límites usando la definición de límite de una función. - Determinar el límite de una función por medio de su gráfica realizado con Geogebra. - Realizar aproximaciones numéricas del límite de una función con Geogebra.	-Aplica correctamente la definición de límite al hacer demostraciones. - Determina el límite de una función a partir de la gráfica de la función con Geogebra. - Elabora una tabla de tabulación con Geogebra para determinar el límite de una función por aproximaciones.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO
Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 2
5. FECHA: 25/06/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA: Teoremas sobre límites. Cálculo de límites algebraicos y con radicales
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	Saber hacer	Saber ser
- Propiedades de Límite de una función. - Calcular límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales. - Determinar el límite en un punto dado gráficamente. - Localizar intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función.	- Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales usando propiedades de límites. - Determina el límite de una función por medio de su gráfica. - Deduce los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función por medio de su gráfica.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guías	5 min.
DESARROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía. 4. Desarrolla la Actividad N° 1, abriendo el archivo **Interpretación_límite.ggb** con Geogebra y siguiendo las indicaciones dadas. 5. Desarrolla la Actividad N° 2, abriendo el archivo **Explorando_límite.ggb.** Responde la pregunta planteada. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante elaborará una tabla de tabulación con Geogebra para estimar el límite propuesto. 7. En la Actividad 4, el estudiante demostrará los límites propuestos usando la definición de límite de una función,	- Laptop - Usb - Guías	110 min.
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
- Calcula límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales usando propiedades de límites. - Determina el límite de una función por medio de su gráfica. - Deduce los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función por medio de su gráfica.	-Aplica correctamente las propiedades de límites al calcular límites de funciones algebraicas, racionales y con radicales. - Determina el límite de una función a partir de su gráfica efectuado con Geogebra. - Expresa de manera conjuntista los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO
Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos estudiados.	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 3
5. FECHA: 26/06/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA: Límites laterales
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	**Saber hacer**	**Saber ser**
- Límites laterales. - Existencia de límite de una función en un punto dado. - Deducir los límites laterales a partir de la gráfica de funciones.	-Calcula límites laterales de funciones. - Investiga la existencia del límite de una función por sus límites laterales. - Determina los límites laterales de una función graficado con Geogebra.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión.	- Laptop - Usb - Guías	5 min.

	2. Breves indicaciones como de cómo usar la guía didáctica.		
DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía. 4. Desarrolla la Actividad N° 1, abriendo el archivo **Limite_lateral1.ggb** con Geogebra, y deben responder las preguntas planteadas. 5. Desarrolla la Actividad N° 2, abriendo el archivo **Limite_lateral2.ggb** con Geogebra y deben responder las preguntas planteadas. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante debe calcular el límite lateral de una función dada y verificar sus resultados con Geogebra. 7. En la Actividad 4, el estudiante debe graficar una función con Geogebra y determinar los límites laterales.	- Laptop - Usb - Guías	110 min.
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
-Calcula límites laterales de funciones. - Investiga la existencia del límite de una función por sus límites laterales. - Determina los límites laterales de una función graficado con Geogebra.	-Aplica correctamente las propiedades de límites al calcular límites laterales. - Determina la existencia del límite de una función por sus límites laterales. - Utiliza el programa Geogebra para determinar los límites laterales.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO

Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos estudiados.	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 4
5. FECHA: 01/07/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA: Límites al infinito y Límites infinitos
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	Saber hacer	Saber ser
- Límites al infinito. - Límites infinitos.	- Calcula límites al infinito. - Calcula límites infinitos. - Usa el programa Geogebra para calcular límites al infinito y límites infinitos.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones como de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guía	5 min.

DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía y se apropian de las definiciones y propiedades de los límites al infinito y límites infinitos. 4. Desarrolla la Actividad N° 1, abriendo el archivo **Límites_infinito - infinito.ggb** con Geogebra, y deben responder las preguntas planteadas. 5. Desarrolla la Actividad N° 2, abriendo el archivo **Límites_infinitos1.ggb** con Geogebra y deben responder las preguntas planteadas. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante abre el archivo **Limites_infinitos2.ggb** y debe responder las preguntas planteadas. 7. En la Actividad 4, el estudiante debe calcular los límites propuestos y comprobar sus resultados con Geogebra.	- Laptop - Usb - Guía	110 min.
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
- Calcula límites al infinito. - Calcula límites infinitos. - Calcula límites al infinito y límites infinitos con el programa Geogebra.	- Aplica correctamente las propiedades de los límites para calcular límites al infinito. - Aplica correctamente las propiedades de los límites para límites infinitos. - Usa el programa Geogebra para calcular límites al infinito y límites infinitos.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO

Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos estudiados.	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 5
5. FECHA: 02/07/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA: Asíntotas de una función
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	**Saber hacer**	**Saber ser**
- Asíntotas: Verticales horizontales y oblicuas.	- Calcula las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guías	5 min.
DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía y se apropian	- Laptop	110 min.

	de las definiciones y propiedades de los límites para calcular las asíntotas de una función. 4. Desarrolla la Actividad N° 1, abriendo el archivo **Asintota_vertical.ggb** con Geogebra, y deben responder las preguntas planteadas. 5. Desarrolla la Actividad N° 2, abriendo el archivo **Asíntotas_horizontales_ oblicuas.ggb** con Geogebra y deben responder las preguntas planteadas. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante abre el archivo **Asíntotas_V_H_O.ggb** y debe responder las preguntas planteadas. 7. En la Actividad 4, el estudiante debe calcular las asíntotas de una función propuesta y comprobar sus resultados con Geogebra.	- Usb - Guías	
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Calcula las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función.	- Aplica las propiedades de los límites para calcular las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función. - Usa el programa Geogebra para determinar las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de una función.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO
Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos estudiados.	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA:	Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO:	2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN:	I - 2
4. SESIÓN:	6
5. FECHA:	03/07/2019
6. DURACIÓN:	2 horas
7. TEMA: Límites trigonométricos	
8. DOCENTE:	Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	**Saber hacer**	**Saber ser**
- Límites trigonométricos.	- Calcula límites trigonométricos. - Calcula límites trigonométricos con el programa Geogebra.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guía	5 min.
DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía y se apropian de las	- Laptop	110 min.

	definiciones y propiedades de los límites trigonométricos. 4. Para desarrollar la Actividad N° 1, el estudiante abre el archivo **Límites_trigonométricos1.ggb** con Geogebra, y debe responder las preguntas planteadas. 5. Para desarrollar la Actividad N° 2, el estudiante abre el archivo **Limites_trigonometricos2.ggb** con Geogebra y debe responder las preguntas planteadas. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante debe graficar la función propuesta con Geogebra y debe responder las preguntas planteadas.	- Usb - Guía	
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
- Calcula límites trigonométricos. - Deduce límite de funciones trigonométricas por medio de sus gráficas y por tabulación.	-Aplica correctamente propiedades de límites y funciones trigonométricas para calcular límites trigonométricos. - Usa el programa Geogebra para determinar límite de funciones trigonométricas, gráficamente y numéricamente.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO
Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos estudiados	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 7
5. FECHA: 08/07/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA: Límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	**Saber hacer**	**Saber ser**
- Límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$	- Calculo del número e por aproximación. - Calcula Límites de la forma $\lim_{x \to x_0} \left(f(x) \right)^{g(x)}$ según sea el caso.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guías	5 min.

DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía y se apropian de las definiciones y propiedades de los límites trigonométricos. 4. Desarrolla la Actividad N° 1, abriendo el archivo **Límites_trigonométricos1.ggb** con Geogebra, y deben responder las preguntas planteadas. 5. Desarrolla la Actividad N° 2, abriendo el archivo **Limites_ trigonometricos2.ggb** con Geogebra y deben responder las preguntas planteadas. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante debe graficar las funciones propuestas con Geogebra y debe responder las preguntas planteadas. 7. En la Actividad 4, el estudiante debe calcular los límites propuestos y comprobar sus resultados con Geogebra.	- Laptop - Usb - Guías	110 min.
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
- Calcula el número e por aproximación. - Calcula límites de la forma $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{g(x)}$ según sea el caso.	- Usa el software Geogebra para aproximar el cálculo del número e. - Reconoce y calcula límites de la forma $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{g(x)}$ según sea el caso.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO
Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero. A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.
5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA PROFESIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

I) DATOS GENERALES

1. ASIGNATURA: Matemática I.
2. SEMESTRE ACADÉMICO: 2019 -I
3. CICLO/SECCIÓN: I - 2
4. SESIÓN: 8
5. FECHA: 09/07/2019
6. DURACIÓN: 2 horas
7. TEMA : Continuidad de una función en un punto. Tipos de discontinuidad.
8. DOCENTE: Lic. Elí Monzón Briceño

II) COMPETENCIA

Aplica el Cálculo Diferencial para resolver problemas del área de la optimización básica en forma ordenada, lógica, secuencial, con capacidad crítica y creativa para formular, ejecutar, supervisar y evaluar proyectos de desarrollo, comprendiendo el medio donde actúa y adaptándose a los cambios con ética y responsabilidad.

III) CONTENIDOS

Saber	**Saber hacer**	**Saber ser**
- Continuidad de una función. - Tipos de discontinuidad.	- Determinar cuándo una función es continua. - Determinar el tipo de discontinuidad.	Muestra creatividad, orden, precisión y secuencia lógica en los procesos de la resolución de ejercicios.

IV) SECUENCIA METODOLÓGICA

MOMENTOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	1. Palabras de bienvenida y reparto de las guía didácticas con los archivos de Geogebra que serán usados en la presente sesión. 2. Breves indicaciones de cómo usar la guía didáctica.	- Laptop - Usb - Guías	5 min.
DESARRROLLO	3. Los estudiantes leen el contenido de la guía y se apropian de las	- Laptop	110 min.

	definiciones de función continua y tipos de discontinuidades. 4. Desarrolla la actividad 1, repasando los conceptos vertidos, mediante el archivo **Continuidad de funciones.ggb** con Geogebra**.** Luego deben responder las preguntas planteadas. 5. Para desarrollar la Actividad N° 2, el estudiante abre el archivo **Construción_función_continua.ggb** con Geogebra y debe responder las preguntas planteadas. 6. Para desarrollar la Actividad N° 3, el estudiante abre el archivo **Continuidad_con_parámetros.ggb** y debe responder la pregunta planteada.	- Usb - Guías	
CIERRE	El estudiante realizará la autoevaluación.	Autoevaluación	5 min.

V.-EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
- Determina cuándo una función es continua. - Determina el tipo de discontinuidad.	- Analiza la continuidad de una función según su definición - Reconoce el tipo de discontinuidad según su definición.	Rúbrica
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	INSTRUMENTO
Muestra empeño al realizar sus tareas.	Muestra dominio al operar con los métodos estudiados.	Lista de cotejo

VI) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Espinoza, E. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit San Marcos Perú.
2. Leithold Louis : *El cálculo con Geometría analítica*. 2001 Edit. Harla. México.
3. Venero, A. : *Análisis matemático I*. 2002.Edit. Printed in Perú
4. Tomas Finney : *Cálculo de una variable*. 2003 Edit. Pearson. 9na edición. México.

5. Stewart : *Cálculo de una variable*. 2002. Edit. Thomson. 3ra edición
6. E Purcell : *Cálculo Diferencial e Integral* 2000. Edit. Prentice Hall. 3ra edición
7. Di Cesare Molina, M. *Máximo de cálculo I: Aprendiendo límites, derivadas e inecuaciones*. 2017. www.amazon.com
8. Mitacc, M., Toro, L. *Tópicos de cálculo Volumen 1*. 2009. Editorial THALES S.R.L. Lima, Perú.
9. Ruiz, A., Barrantes, H. *Elementos de Cálculo Diferencial*. 1996. Universidad de Costa Rica.