



FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

**DISEÑO DE UN MEDIDOR DE CONSUMO DE ENERGÍA  
ELÉCTRICA EN REDES INDUSTRIALES DOMÉSTICAS,  
BASADO EN LA ADQUISICIÓN Y DIGITALIZACIÓN DE  
SEÑALES PARA EL MONITOREO Y ANÁLISIS DE LA CALIDAD  
DE ENERGÍA**

**PRESENTADA POR  
LENIN JESÚS MUÑOZ CASTRO**

**ASESORES  
FERNANDO RODRIGUEZ**

**ELVIS RIVERA**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO ELECTRÓNICO**

**LIMA – PERÚ**

**2014**



**Reconocimiento - No comercial – Compartir igual  
CC BY-NC-SA**

El autor permite transformar (traducir, adaptar o compilar) a partir de esta obra con fines no comerciales, siempre y cuando se reconozca la autoría y las nuevas creaciones estén bajo una licencia con los mismos términos.

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>



**USMP**  
UNIVERSIDAD DE  
SAN MARTÍN DE PORRES

**FACULTAD DE  
INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**

**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

**DISEÑO DE UN MEDIDOR DE CONSUMO DE ENERGÍA  
ELÉCTRICA EN REDES INDUSTRIALES Y DOMÉSTICAS,  
BASADO EN LA ADQUISICIÓN Y DIGITALIZACIÓN DE  
SEÑALES PARA EL MONITOREO Y ANÁLISIS DE LA  
CALIDAD DE ENERGÍA**

**TESIS**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO ELECTRÓNICO**

**PRESENTADA POR**

**MUÑOZ CASTRO, LENIN JESÚS**

**LIMA-PERÚ**

**2014**

## ÍNDICE

	<b>Página</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>v</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>vi</b>
<b>CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO</b>	<b>1</b>
1.2 Señales de voltaje y corriente de acuerdo al tipo de carga	4
1.3 Modelamiento Fasorial de Circuitos Monofásicos	6
1.4 Conversión Análoga Digital	11
1.5 Series de Fourier y transformada rápida de Fourier	13
<b>CAPÍTULO II. METODOLOGÍA</b>	<b>20</b>
2.1 Método y material	
2.2 Desarrollo del proyecto	24
<b>CAPÍTULO III. PRUEBAS Y RESULTADOS</b>	<b>47</b>
3.1 Diagrama circuital del prototipo	
3.2 Inversión y costos para la realización del diseño	50
3.3 Sensado y acondicionamiento de la señal	51
3.4 Adquisición de datos	55

<b>3.5 Procesamiento de la información</b>	<b>61</b>
<b>3.6 Resultados finales y comparación con valores Reales</b>	<b>63</b>
<b>CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN Y APLICACIONES</b>	<b>70</b>
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>72</b>
<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>74</b>
<b>FUENTES DE INFORMACIÓN</b>	<b>75</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>77</b>

## **RESUMEN**

El presente trabajo presenta el modelamiento de un sistema de medición de consumo de potencia en una red eléctrica monofásica, capaz de analizar y alertar las principales fallas eléctricas y registrar el consumo de energía a partir de un sistema de sensado de señal de corriente y voltaje, cuyas señales fueron llevadas del tiempo continuo al discreto por medio de la digitalización. Además, se presentó un prototipo que mostró la forma de onda de las señales y el valor de la potencia consumida de una carga eléctrica. Este diseño fue posible a través del desarrollo de los dos ejes de modelamiento planteados para esta tesis que son: El análisis fasorial y la Transformada Rápida de Fourier

## **ABSTRACT**

This work presents the modeling of a system for measuring power consumption in a single-phase power supply, able to analyze and warn the mains electrical faults and record consumption of energy from a system signal sensing current and voltage, whose signals are carried from continuous time to discrete by scanning. Another, upon completion of this work a prototype which can showed the waveform of the signals and the value of the consumed electric power face a capacitive resistive, inductive or present. This design it was possible through the development of the two axes modeling posed for this thesis are: The phasor analysis and Fast Fourier Transform.

## INTRODUCCIÓN

Como históricamente se ha constatado, la medición de la energía eléctrica consumida por un determinado usuario era registrada por medidores electromecánicos o instrumentos electrodinámicos, en la actualidad vienen siendo reemplazados por dispositivos electrónicos que ofrecen mayor seguridad, eficiencia y flexibilidad que facilitan la medición de diferentes parámetros eléctricos para el análisis de la calidad de energía. Se adjunta una serie de tipos de medidores eléctricos existentes y el “Reglamento Técnico y Metrológico para los Medidores de Energía Eléctrica” (anexo 1).

Actualmente, debido a la diversidad de clases de medidores eléctricos se han establecido estándares que regulan el funcionamiento de los mismos, en los que se pueden destacar:

- El ST IEEE 519-2014, el cual estandariza los requisitos para el control de armónicos en sistemas de energía eléctrica (anexo 2).
- El ST IEEE 644-1994, el cual estandariza los procedimientos normalizados para medición de la frecuencia de la energía, los campos eléctricos y magnéticos de líneas de alimentación de corriente alterna (anexo 3).



- El ST IEEE 1459-2010, que indica los procedimientos normalizados medición de la frecuencia de la energía y los campos eléctricos y magnéticos de líneas de alimentación de corriente alterna (anexo 4).

Dentro del planteamiento del Problema, cabe entender que con las dificultades que se tienen al realizar la medición del consumo de energía y por lo obsoletos que se encuentran los equipos de medición de potencia a nivel nacional, se pretende modelar, analizar y diseñar un sistema que pueda registrar parámetros eléctricos, como son voltaje, corriente, potencia aparente, potencia activa y potencia reactiva, utilizando técnica de modelamiento como son:

- La Transformada Rápida de Fourier, la cual permite hallar el espectro en frecuencia de una señal, con lo que se puede detectar un transitorio de voltaje, sobretensión, atenuación, corte de energía, entre otras alteraciones que perturban la calidad de energía eléctrica que a lo largo del tiempo pueden generar mayor consumo, lo que conlleva a la insatisfacción de los usuarios, que sienten que a pesar de que realizan un control exhaustivo del consumo de energía eléctrica, aun presentan problemas en la facturación, casos cotidianos que suceden en instalaciones domiciliarias y/o medianas y pequeñas industrias.
- El análisis fasorial, permitió saber si la carga está consumiendo una potencia reactiva o inductiva, la cual brinda exactitud al momento de la medición de la energía consumida. El análisis fasorial se realizó a partir del valor medio de la señal rectificadora de voltaje y corriente, el cual se obtiene luego de aplicar la Transformada Rápida de Fourier a la señal de corriente digitalizada. Donde valor medio de la señal permite tener una mayor precisión al momento de la medición a diferencia de los valores RMS, el cual era utilizado en los medidores de potencia antiguos.

El objetivo general es diseñar y construir un medidor digital de consumo de energía eléctrica, a partir de la digitalización de señales de voltaje y

corriente alterna, para obtener el valor medio de la señal rectificada, para el procesamiento digital, donde se obtendrá la cantidad potencia consumida y el tipo de potencia (de acuerdo al triangulo de potencias), además de proponer al usuario la alternativa de monitorear su consumo y la detección de fallas eléctricas como: sobrecargas, picos de voltaje y pérdidas de energía.

Los objetivos específicos son:

- Realizar la adquisición de señales eléctricas de voltaje alterno por el método de divisor de tensión. Así mismo la obtención de señales de corriente, a través de sensores cuyo principio de funcionamiento se basa en las leyes de Ampere y Faraday.
- Digitalizar las señales eléctricas obtenidas, mediante la técnica de muestreo de aproximaciones sucesivas, con el fin de evitar pérdidas de información en la digitalización de la señal eléctrica.
- Obtener el valor medio de la señal rectificada a partir de la señal digitalizada.
- Realizar el análisis del espectro de frecuencia y fase, a través de la transformada rápida de Fourier para la obtención del factor de potencia.
- Procesar los datos obtenidos para la obtención de la potencia consumida, el tipo de potencia y fallas eléctricas que alteran la calidad de energía eléctrica.
- Diseñar un software que pueda tener comunicación con el sistema de adquisición y procesamiento digital de señales eléctricas, para el almacenamiento y procesamiento e información.

Dentro de los alcances y limitaciones cabe mencionar que el método para el análisis de señales de corriente y voltaje alterno con la Transformada Rápida de Fourier, tiene un fuerte rival que es la transformada Wavelets, método que es capaz de analizar la señal en tiempos muy cortos, tiempos en los que quizá un transitorio pueda suceder, que pueda ser generado por

motores y equipos existentes en una gran industria y que tengan suministro de energía trifásica, parte en la que esta tesis no se va a enfocar, ya que con la Transformada Rápida de Fourier se pueden generar varias herramientas para el análisis de señal en un red de energía doméstica o una mediana o pequeña industria, específicamente en una red eléctrica monofásica (el anexo 4, compara las funciones de la FFT y Wavelets).

Como justificación, dentro del impacto social y económico: la idea básica de desarrollar esta tesis parte de proponer la mejora y evolución de los medidores de consumo de energía eléctrica en el país, ya que en su mayoría, por no decir en su totalidad son equipos análogos los que por el uso llegan a presentar fallas por desgaste sobre todo en las partes mecánicas, los que ocasionan fallas en la medición y la incomodidad en los usuarios al haber errores en la facturación. Además de crear un hábito, en las personas, a desconectar cargas eléctricas innecesarias, lo cual implica un ahorro económico significativo. En el caso de las industrias, corregir el factor de potencia que a la larga ocasiona exceso de consumo de energía.

Como justificación, dentro del impacto tecnológico fue llegar a estandarizar el sistema de medición de consumo de energía eléctrica al nivel tecnológico de otros países donde las empresas que brindan el servicio realizan el monitoreo de consumo sin necesidad de estar en cada punto instalado, el cual está basado en diversos sistemas de comunicación. Cabe mencionar que esta tesis no propone realizar centrales de monitoreo, sino que propone sentar las bases para futuras mejoras, partiendo del desarrollo de un medidor digital propio y usando recursos de una red Ethernet y Smart phones, tecnologías que gran mayoría de la población posee (teniendo como referencia a Lima Metropolitana), foco donde puede haber gran cantidad de usuarios que puedan tener el interés de tener un monitoreo constante de la potencia que consume o que tenga el interés de mejorar la calidad de energía.

Como justificación, dentro del impacto ambiental, fue el monitoreo constante de la energía eléctrica generara conciencia en los usuarios, ya que al detectar puntos altos puntos de consumo, este se preocupará de

desconectar cargas que generen consumos innecesarios y excesivos, en el peor de los casos la desconexión de equipos que generen cierta radiación que a larga puedan ocasionar un daño a la salud o daño ambiental.

La presente tesis consta de cuatro capítulos. El primero aborda el marco teórico de la tesis. El segundo, describe la metodología y los recursos matemáticos e ingenieriles en que se fundamentó la teoría. El tercero, muestra las pruebas y resultados obtenidos. El cuarto capítulo trata sobre las aplicaciones que se pueden implementar a través de la tesis.

## **CAPÍTULO I**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **1.1 Principio de generación de la corriente eléctrica**

##### **1.1.1 Origen de la corriente eléctrica domiciliaria e industrial**

La electricidad fabricada por el hombre se crea mediante generadores eléctricos que transforman la energía mecánica en energía eléctrica. Dichos generadores se basan en la ley de Faraday como principio de funcionamiento, la cual establece la inducción de una fuerza electromotriz (f.e.m.) en un circuito, variando el flujo del campo magnético que lo atraviesa. Esto se puede lograr de las siguientes formas:

Variando la superficie del circuito, el campo magnético, el ángulo que forman el campo magnético y la superficie del circuito. Este último método fue utilizado para obtener una fuerza electromotriz sinusoidal. Partiendo de lo mencionado se establece un generador de una sola espira (figura 1) la cual gira en el centro de un campo magnético  $B$ . En dicho giro la superficie de la

espira enfrentada al campo magnético varía con el tiempo y, por tanto, también el flujo que la atraviesa, induciéndose una fuerza electromotriz (fem).

$$fem = \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \dots (1.1).$$

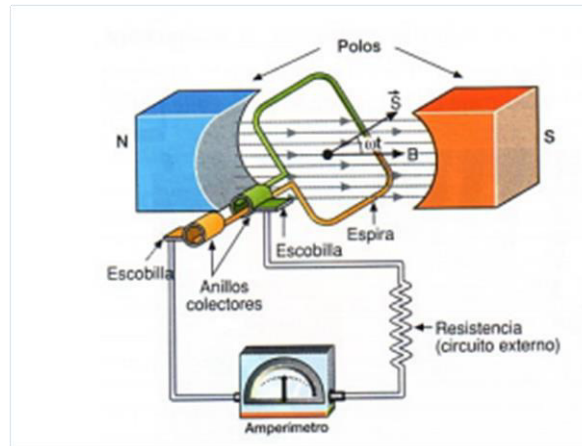


Figura 1. Modelo Simple de un Generador de Corriente Alterna  
Fuente: <https://voltajepasion.wordpress.com/2014/05/16/corriente->

De acuerdo con la ec. (1.1), se observa que el flujo magnético  $\phi$ , depende de la orientación de la espira, que en un instante dado formará con el campo B un ángulo  $\theta$ , el que determinará:

$$\phi = NB \cos \theta \dots (1.2)$$

Donde el ángulo  $\theta$  variará de orientación con respecto al tiempo, generando una función temporal  $\theta(t)$  y con esto la fuerza electromotriz inducida será variable con el tiempo. La espira variará con el tiempo describiendo “n-esimo” movimiento circular uniforme, de forma que el ángulo  $\theta$ :

$$\theta = \omega t \dots (1.3)$$

Y resolviendo la ec. (1.1) reemplazando el valor de  $\phi$  de la ec. (1.2) se obtiene que:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t \dots (1.4)$$

De ec. (1.4) esta ecuación se asume  $\varepsilon_0$  como la amplitud de la señal expresada en voltios en secuencia periódicas T, donde la señal llega a tener las mismas condiciones que el instante inicial.

Por lo ya mencionado, se deduce que la electricidad que circula en una instalación doméstica o industrial es el flujo de electrones que son impulsados

a una determinada fuerza, la cual a partir de ahora se le denominará Voltaje Alterno  $v(t)$  y al flujo de electrones se conocerá como la intensidad de corriente  $i(t)$  a una determinada frecuencia, cuya forma de onda es sinusoidal por lo ya explicado, [1].

### 1.1.2 Señales de voltaje y corriente alterna

El generador descrito en la figura 1 podría ser utilizado como una fuente de alimentación de un circuito externo y proporciona una tensión alterna correspondiente al voltaje instantáneo entre los terminales del generador, donde al no considerar la resistencia interna del generador se asume que  $V_0 = \varepsilon_0$ . Asumiendo la ec (1.4), se obtendría que el voltaje en dicho generador sería:

$$v(t) = V_0 \text{sen} \omega t \dots (1.5)$$

De ec (1.5) tensión  $v(t)$  provocará un movimiento en los portadores de carga del circuito externo originando una corriente eléctrica. Dado que la tensión aplicada varía periódicamente, el movimiento de los electrones constituirá un movimiento oscilatorio forzado con la misma frecuencia y en consecuencia, la misma intensidad de corriente variará con el tiempo en forma periódica, con la misma frecuencia que la tensión, con un valor máximo  $I_0$  y presentando un desfase respecto a la tensión la que dependerá del circuito o carga en cuestión. Por lo que se asumiría el valor  $i(t)$ :

$$i(t) = I_0 \text{sen}(\omega t + \phi) \dots (1.6),$$

De esta ecuación si el desfase (o ángulo de fase)  $\phi$  es positivo la corriente precede al voltaje, es decir alcanza los valores máximos antes que el voltaje, en caso de ser negativo el valor de corriente irá atrasado con respecto al voltaje (observar figura 2).

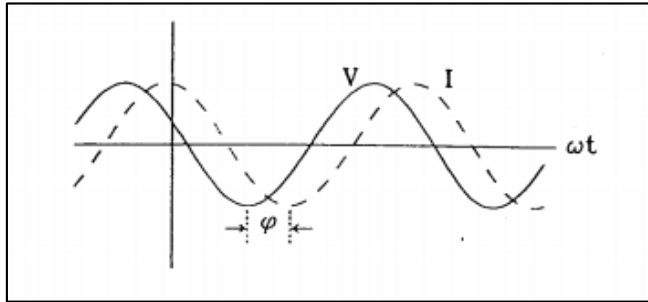


Figura 2. Desfasaje anular entre una señal de Voltaje y Corriente  
 Fuente: Manual Universitario "Corriente Alterna"-Universitat  
 Poltècnica de Catalunya- Departament de Física Aplicada

La relación que existe entre el voltaje y la corriente máxima que pasa por una determinada carga, se denomina impedancia ( $Z$ ), la cual de acuerdo con la composición circuital podría ser resistiva, capacitiva y/o inductiva, [1].

## 1.2 Señales de voltaje y corriente de acuerdo al tipo de carga

### 1.2.1 Cargas resistivas

Un circuito resistivo está basada en la ley de Ohm ver ec. (1.7):

$$v(t) = R \cdot i(t) \dots (1.7)$$

Donde al reemplazar la ec. (1.5) en (1.7), se obtendría ec (1.8):

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} \text{sen} \omega t \dots (1.8)$$

Del valor obtenido en ec. (1.8) la relación que existiría entre la señal de voltaje y corriente sería un circuito atenuado sin desfasaje, como se observa en la figura (3), [2].

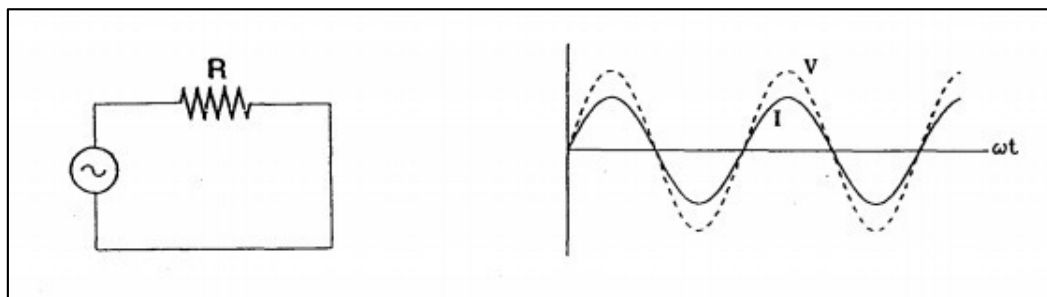


Figura 3. Circuito Resistivo y Representación de señal de Corriente y Voltaje  
 Fuente: Manual Universitario "Corriente Alterna"-Universitat Poltècnica de  
 Catalunya- Departament de Física Aplicada



### 1.2.2 Cargas inductivas

En un circuito inductivo, la variación de la intensidad que circula a través de un circuito produce un fenómeno de autoinducción, donde si se aplica una tensión  $v(t)$ , la cual generará una señal de corriente variable con el tiempo en la bobina, originando una **fem** autoinducida opuesta a la suministrado por el generador, por lo que:

$$v(t) = V_0 \text{sen} \omega t = L \frac{di}{dt} \dots (1.9), \text{ L representa el coeficiente de inducción de la bobina.}$$

Al despejar "L" de la ecuación (1.9), se obtiene la ec (1.10):

$$I = \int \frac{V_0}{L} \text{sen} \omega t dt = -\frac{V_0}{\omega L} \text{cos} \omega t = \frac{V_0}{\omega L} \text{sen} \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \dots (1.10)$$

En la ecuación 1.10 se observa el desfase de  $\frac{\pi}{2}$  que existe entre el voltaje y la corriente donde la corriente adelanta la voltaje, observar figura (4), [2].

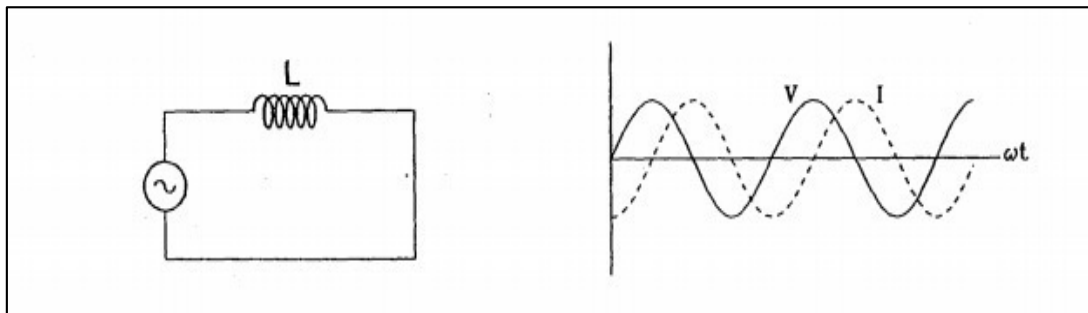


Figura 4. Circuito Inductivo y Representación de señal de Corriente y Voltaje  
Fuente: Manual Universitario "Corriente Alterna"-Universitat Politècnica de Catalunya- Departamento de Física Aplicada

### 1.2.3 Carga capacitiva

Una carga capacitiva se carga inmediatamente al ser alimentada, originando un voltaje igual y opuesto a la tensión aplicada, para el caso de una tensión alterna, la tensión de carga también varía constantemente, cargándose y descargándose periódicamente con la misma frecuencia que la tensión, por lo que la corriente alterna se puede transmitir a través de él.

Este tipo de circuitos dependen de la capacidad de carga "Q" y del voltaje aplicado ver ec. (1.11).

$$Q = CV = CV_0 \text{sen} \omega t \dots (1.11), \text{ "C" es la capacitancia de la carga}$$

En el caso de esta carga la corriente se obtiene a través de la ec. (1.12).

$$I = \frac{dQ}{dt} = CV_0 \cos \omega t = CV_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \dots (1.12).$$

Al obtener la ecuación (1.12) y compararla con el voltaje, se observa el desfase de  $\frac{\pi}{2}$ , existente entre el voltaje y la corriente, la cual se encuentra en atraso con el voltaje, como se aprecia en la figura (5), [2].

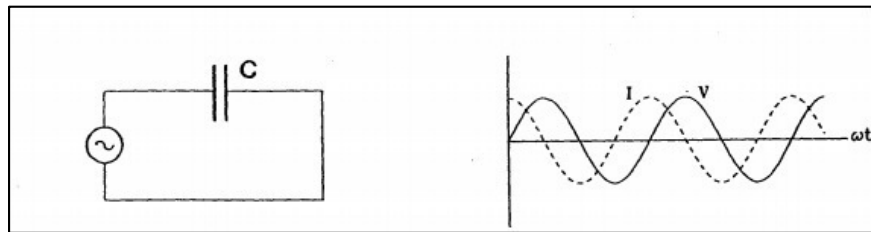


Figura 5. Circuito Resistivo y Representación de señal de Corriente y Voltaje

Fuente: Manual Universitario "Corriente Alterna"-Universitat Politècnica de Catalunya- Departamento de Física Aplicada

### 1.3 Modelamiento fasorial de circuitos monofásicos

#### 1.3.1 Potencia Activa y Potencia Reactiva en Circuitos Monofásicos

Aunque la representación fasorial de señales sinusoidales puras (ondas de tensión, corriente, fuerzas magnetomotrices, etc.) es trivial, hay otras magnitudes eléctricas de gran importancia que aparentemente no la admiten como la potencia, por ejemplo. Es indudablemente cierto que la potencia instantánea absorbida por un dipolo eléctrico, ver ec (1.13)

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \dots (1.13)$$

Al ser  $p(t)$  el producto de dos señales monocromáticas presenta naturalmente la mezcla de frecuencias (llamada función heterodina), representada en la ec. (1.14):

$$2 \cdot \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t = \cos(\omega_1 - \omega_2) t - \cos(\omega_1 + \omega_2) t \dots (1.14)$$

Por lo que no puede ser representada por medio de un fasor estándar. No obstante, en este trabajo, nos proponemos demostrar que para el caso  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ .

Ya que la potencia activa instantánea (en adelante PAI) para sistemas trifásicos AC se define en ec. (1.15):

$$p(t) = \overrightarrow{v(t)} \cdot \overrightarrow{i(t)} \dots (1.15)$$

Donde el vector potencia reactiva instantánea se define como:

$$q(t) = \overrightarrow{v(t)} \wedge \overrightarrow{i(t)} \dots (1.16),$$

Donde:

$$\overrightarrow{v(t)} = [v_1(t). v_2(t). v_3(t)]^T \dots (1.17)$$

$$e \overrightarrow{i(t)} = [i_1(t). i_2(t). i_3(t)]^T \dots (1.18),$$

Con toda lógica se define la potencia reactiva instantánea (PRI) como el módulo del vector PRI. Estas definiciones, sin embargo, no son completamente trasladables al caso monofásico. Así, aunque la definición de PAI es la correcta, como se observa en la ecuación (1.13), la PRI resulta idénticamente nula  $q(t) = 0$ , lo cual no puede ser cierto en general, de acuerdo con las investigaciones realizadas en este trabajo se propondrá una definición válida de PRI para sistemas AC monofásicos, en régimen permanente, que es independiente de la definición previamente mencionada, y que se generalizan inmediatamente al régimen transitorio, cuyo eje de modelamiento está basado en el “álgebra geométrica” que es un formalismo que abarca, generaliza y simplifica el cálculo de matrices, de números complejos, que tuvo su origen en los trabajos de los matemáticos Grassman y Clifford [5]. Como ilustración se señala que en “álgebra geométrica” se define el siguiente producto geométrico:

$$\vec{a} \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} + j \vec{a} \times \vec{b} \dots (1.19)$$

Donde " $\wedge$ " indica el producto exterior y "j" es el pseudoescalar del álgebra, que es tal que  $j^2 = -1$ . La suma de escalares y vectores (multivectores) no solamente es posible, sino que es inmensamente beneficiosa; así, por ejemplo, el producto geométrico de los vectores tensión y corriente trifásicos nos da automáticamente, el (multivector) potencia. Entre las bondades del producto geométrico destacaremos que es generalizable a

cualquier dimensión e invertible, por lo que se nos va a permitir ¡dividir entre vectores! Aunque a primera vista la ecuación (1.19) parezca incorrecta la realidad es que es usada continuamente al manejar números complejos (2 dimensiones) ver ec. (1.20), la cual es proporcional a la ec. (1.19), [3]:

$$\underline{ab}^* = (a_1 + ja_2)(b_1 - jb_2) = a_1b_1 + a_2b_2 + j(a_2b_1 - a_1b_2).... (1.20)$$

### 1.3.2 Definiciones en régimen AC permanente

En este apartado, analizamos el régimen permanente de circuitos alternos sinusoidales monofásicos. Establezcamos, en primer lugar, la notación con toda claridad. Las letras minúsculas, con o sin dependencia temporal explícita denotan valores instantáneos, mientras que las mayúsculas indican valores constantes. Los símbolos subrayados son complejos y si no lo están son reales. Las variables complejas instantáneas las escribimos normalmente en notación exponencial. Así, por ejemplo:  $v(t)e^{i(t)}$  son funciones periódicas de periodo  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . También  $\underline{i} = \underline{i}(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot e^{j\omega t}$ ,  $i = \text{Re}[\underline{i}] \neq |\underline{i}|$  e  $I^2 = |\underline{I}|^2 = \overline{i^2}$ .

Finalmente por conveniencia se introducirán las siguientes abreviaturas:

$$\check{f}(t) \cong f\left(t - \frac{T}{4}\right) \text{ y } \hat{f}(t) \cong f\left(t + \frac{T}{4}\right)$$

Recordemos que por definición la potencia compleja consumida por un dipolo es: ver ec. (1.21)

$$S = VI^* = P + jQ.... (1.21)$$

Donde P es la potencia promedio (potencia activa) absorbida, ver ec. (1.22)

$$P = \overline{p(t)} = \overline{i(t) \cdot v(t)} = \text{Re}[\underline{V} \underline{I}^*].... (1.22)$$

Esta última expresión naturalmente nos invita a examinar la función de correlación cruzada entre corriente y tensión, que llega a resultar en la ec. (1.23):

$$\psi(\tau) = \overline{v(t) \cdot i(1 + \tau)} = \frac{1}{4} \overline{(\underline{v} + cc)(\underline{i}e^{j\omega\tau} + cc)} \Rightarrow$$

$$\psi(\tau) = P \cos \omega \tau + Q \sin \omega \tau \dots (1.23)$$

Donde “cc” denota conjugación compleja. En términos generales, una función de correlación cruzada nos da una medida del grado de semejanza de las funciones. En el presente caso se trata una función sinusoidal de periodo T que verifica  $\psi(0) = P$  obviamente y también  $\psi\left(\frac{T}{4}\right) = Q$ .

De este modo se justifica la introducción de la función auxiliar, ver ec (1.24).

$$\xi(t) = v \cdot \hat{i} = v(t) \cdot i\left(t + \frac{T}{4}\right) \dots (1.24)$$

En ec (1.24) las propiedades que se desarrollaran a continuación permitirán obtener q (t) o “potencia reactiva instantánea”:

- a) Es dimensionalmente homogénea a una potencia.
- b) Tal y como se ha demostrado  $\xi(t) = Q$ , donde Q denota la potencia reactiva absorbida por el circuito.
- c) El **teorema Tellegen (ANEXO 5)** garantiza que  $\sum_{k=1}^R \xi_k(t) = 0$ , donde R indica el número total de ramas del circuito. De la combinación de las propiedades b y c resulta una prueba de la parte imaginaria del **teorema de Boucherot (ANEXO 6)**, que resuelve el problema de efectuar una evaluación global de potencias en una instalación, que se denomina balance de potencias. Además, al verificarse las relaciones que se muestra en la ec. (1.25) y ec.(1.26):

$$\hat{i} = \text{Re} \left[ \underline{i} e^{j\omega \frac{T}{4}} \right] = \text{Re} [j\underline{i}] = \text{Im} [\underline{i}^*] \dots (1.25)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \text{Re} [\underline{i}] = \text{Re} \left[ \frac{d\underline{i}}{dt} \right] = \text{Re} [j\underline{i}] = \text{Im} [\underline{i}^*] \dots (1.26)$$

- d) De la ec (1.25) y (1.26), se puede probar que en la ec. (1.27) se revela el significado físico del área limitada por la elipse inclinada descrita por el punto  $(i, v)$  tal y como se podría medir mediante un osciloscopio.

$$Q = \bar{\xi} = \frac{1}{T} \int_0^T v \frac{di}{dt} dt = \frac{1}{2\pi} \oint v di \dots (1.27)$$

- e) De acuerdo con la propiedad en d) podemos llegar a la conclusión de

que el área limitada por la curva cerrada descrita en el plano  $(i, \bar{u})$ , (y medida con un osciloscopio digital) es P, la potencia activa, ver ec. (1.28).

$$P = \overline{ui} = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt = \frac{1}{\omega T} \int_0^T i \frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{1}{2\pi} \oint i. d\bar{u} \dots (1.28)$$

La expresión de las funciones auxiliares  $\xi(t)$  para los diferentes elementos ideales es muy convincente:

- ✓ Para el caso de **Resistencia** se puede apreciar que  $\xi(t)$  no impone ningún tipo de continuidad, ver ec. (1.29)

$$\xi_R = Ri\hat{i} = \frac{1}{2\omega} \frac{d}{dt} (Ri^2) \text{ y } \bar{\xi}_R = 0 \dots (1.29)$$

- ✓ En el caso de la **Inductancia** como se observa en la ecuación (1.30) y (1.31), la continuidad de la función  $i_L$  implica que  $\xi_L$  es también continua, ya que  $v_L$  conlleva a  $w_L$ , el cual puede representar discontinuidades finitas, lo mismo que pasaría con  $p_L$

$$\xi_L(t) = Li \frac{di}{dt} = 2\omega \cdot \frac{1}{2} (Li^2) = 2\omega \hat{w}_L \dots (1.30)$$

$$\bar{\xi}_L = Q_L = 2\omega \overline{w}_L \dots (1.31)$$

- ✓ En el caso de elementos **Capacitivos**, la continuidad de la función  $v_c$  que conlleva a  $w_c$  implica que  $\xi_c$  sea continua; sin embargo  $i_c$ , así mismo que  $p_L$  también podría presentar discontinuidades finitas. Observar ecuaciones (3.32) y (3.33), [3].

$$\xi_C(t) = Cv \frac{dv}{dt} = \omega C u \hat{u} = -Cu^2 = -2\omega w_C \dots (1.32)$$

$$\bar{\xi}_C = Q_C = -2\omega \overline{w}_C \dots (1.33)$$

### 1.3.3 Representación fasorial del triángulo de potencias

Llegado a este punto de modelamiento, se puede afirmar que la función auxiliar  $\xi = v\hat{i}$  puede identificarse como la potencia reactiva instantánea q.

Como consecuencia inmediata del análisis realizado se desprende la siguiente definición de la potencia compleja instantánea válida para circuitos

monofásicos en régimen AC permanente, el valor de potencia instantáneo es obtenido a través de las ec. (1.35), ec. (1.34) y ec. (1.36):

$$\underline{s} \cong p + j.q = vi + ju\bar{i}.... (1.34)$$

$$\rightarrow \underline{s} = v.Re[\underline{i}] + jv.Im[\underline{i}^*].... (1.35)$$

$$\rightarrow \underline{s} = v.\underline{i}^*.... (1.36)$$

La ecuación (1.36) indica que la potencia compleja instantánea  $s$  es un fasor cuya extremidad describe una circunferencia en el sentido de las agujas del reloj (la corriente está conjugada) en el plano (p,q), con centro en:  $\underline{S} = \underline{\bar{S}} = \bar{p} + j.\bar{q} = P + j.Q$ , radio  $S$  y periodo  $\frac{T}{2}$ .

Al ser la distancia del origen al centro igual al radio, la circunferencia pasa por el origen la llamaremos CPO para abreviar. A partir de este punto debemos interpretarlo e ilustrarlo antes de poder generalizarlo al régimen transitorio. Cuyo análisis se realizará posteriormente, en el análisis de circuitos ideales modelados anteriormente, [3].

## 1.4 Conversión Análoga Digital

### 1.4.1 Señales discretas:

Las señales en tiempo discreto se definen en instantes discretos del tiempo y, por tanto, la variable independiente toma valores discretos, es decir, los instantes discretos del tiempo se representan como secuencia de números. Señales como el voltaje y la corriente pueden tener variables tanto continuas como discretas, las que al cumplir con ciertas condiciones pueden ser totalmente equivalentes.

El tratamiento digital de señales de corriente y voltaje para poder realizar la medición de la potencia consumida, en una red eléctrica, se asocian a las señales y sistemas en tiempo discreto, que llegaría a ser una secuencia de números  $v$  o  $i$ , en los que el  $n$ -ésimo número se indica como  $v$ , ver ec. (1.36)

$$v = \{v[n]\}, -\infty < n < \infty.... (1.36)$$

En ec. (1.36), siendo  $n$  un entero, para el caso práctico, estas secuencias surgen de muestrear una señal analógica  $v_a(t)$ . En este caso el valor numérico del  $n$ -ésimo número de la secuencia es igual al valor de la señal analógica  $v_a(t)$ , en el instante temporal  $nT$ , es decir:  $v[n] = x_a(nT)$ ,  $-\infty < n < \infty$ , la cantidad  $T$  se denomina periodo de muestreo, y su inversa es la frecuencia de muestreo, [4].

### **1.4.2 Conversor analógico digital**

La salida de los sensores de voltaje y corriente de flujo alterno de corriente, que permiten al equipo electrónico interactuar con el entorno, es normalmente una señal analógica, continua en el tiempo. En consecuencia, esta información debe convertirse en binaria (cada dato analógico decimal codificado a una palabra formada por unos y ceros) con el fin de adaptarla a los circuitos procesadores y de presentación. Un convertidor analógico-digital que a partir de ahora se denominará CAD es un circuito electrónico integrado cuya salida es el resultado de convertir la señal analógica de entrada.

La conversión a digital se realiza en dos fases: cuantificación y codificación. Durante la primera, se muestrea la entrada y a cada valor analógico obtenido, se asigna un valor o estado, que depende del número de bits del CAD. El valor cuantificado se codifica en binario, en una palabra digital, cuyo número de bits depende de las líneas de salida del CAD. Estos dos procesos determinan el diseño del circuito integrado. En esta etapa del modelamiento, el primer apartado se expone los principios de funcionamiento de un CAD. El segundo apartado expone el muestreo de señales basado en la técnica de aproximaciones sucesivas, [4].

### **1.4.3 Principio operativo de los CAD**

En un CAD de " $n$ " bits hay  $2^n$  estados de salida y su resolución (porción más pequeña de señal que produce un cambio apreciable en la salida) se expresa como  $\frac{1}{2^n}$  (parte en el número de estados). Con frecuencia la resolución se expresa a partir del margen de entrada del convertidor para



definir el intervalo de cuantización o espacio de 1 LSB (Least Significant Bit; bit menos significativo).

$$1LSB = q = \frac{Margen}{2^N} \dots (1.37)$$

Para la figura (6), se representa la respuesta de un convertidor A/D de “n” bits a una entrada analógica sinusoidal de frecuencia “f”, valor medio V/2 y valor pico de V, en ella se observa los 2<sup>n</sup> estados de salida correspondientes a los códigos binarios desde el 000 al 111 (para un caso de representación, en el que n=3). Cada intervalo de cuantización “q”, tiene una anchura  $q = \frac{V}{2^n}$ , de acuerdo con la ecuación (1.37).

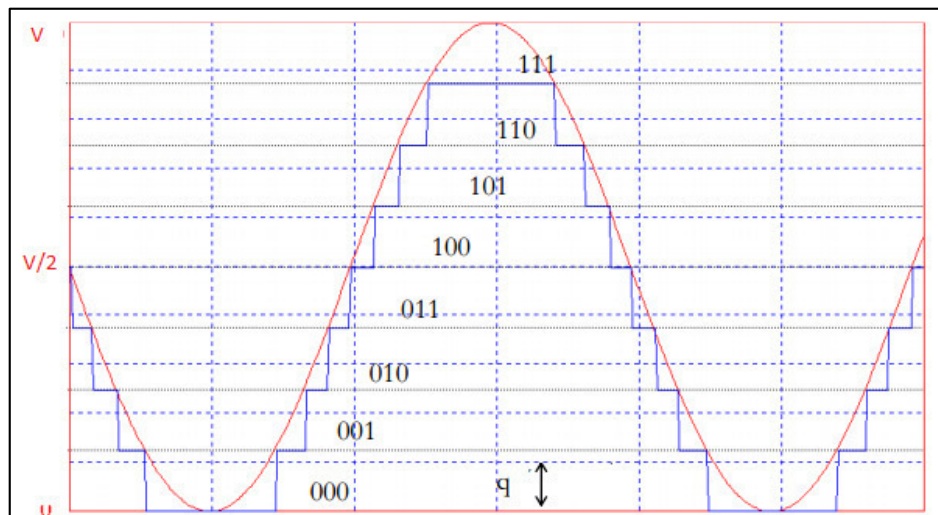


Figura 6. Señal sinusoidal , cuantificada a 3 bits

Fuente: <http://skiras.blogspot.pe/2016/03/entendiendo-los-osciloscopios-iii.html>

Para aproximar la señal digitalizada a la analógica original se aumenta el número de bits “n”, [4].

### 1.4.4 Relación entrada salida de un CAD

El CAD es un dispositivo no lineal, por lo que no tiene sentido la consideración de función transferencia. Su relación entrada-salida viene dada por una característica escalonada. La figura (7) representa característica ideal de un CAD de 3 bits. En ella se consideran los puntos de decisión situados en el centro de cada intervalo de cuantización ( $\frac{1}{2}LSB$ ), los puntos de decisión se sitúan en la mitad de cada intervalo de cuantización. Se ha supuesto un FE=10 V, [4].

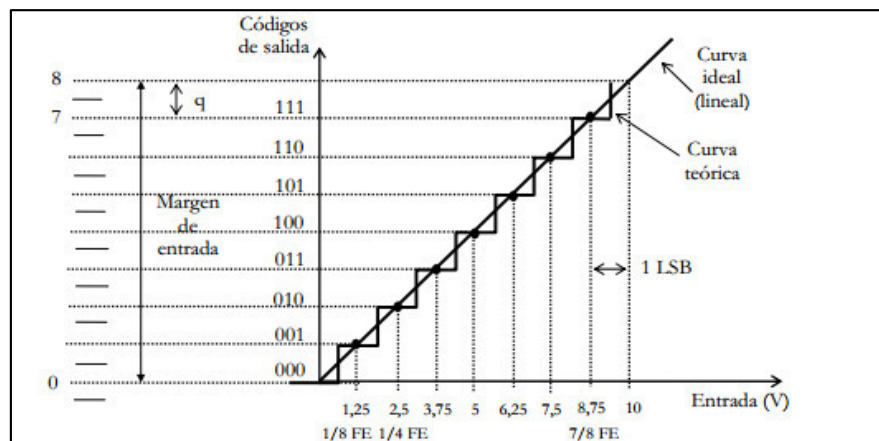


Figura 7. Relación de código binario de 3 bits con voltaje de entrada <http://skiras.blogspot.pe/2016/03/entendiendo-los-osciloscopios-iii.html>

Los puntos de decisión pueden considerarse, en los extremos o en los centros de cada intervalo de cuantificación. Para el caso de  $2^n$  estados anteriores, la última transición se dio en el estado  $2^n - 1$ , que correspondió a una tensión de entrada, resultando en la ec. (1.38).

$$Margen - q = Margen - \frac{Margen}{2^n} = Margen \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \dots (1.38)$$

En el caso de que las transiciones se den en los puntos centrales de los intervalos, entonces, la última transición se da en el punto de decisión correspondiente, resultando en la ec. (1.39):

$$Margen - \frac{q}{2} = Margen - \frac{Margen}{2^{n+1}} = Margen \left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) \dots (1.39)$$

Esta expresión puede verse también representada en ec. (1.40):

$$Margen - \frac{q}{2} = 2^n q - \frac{q}{2} = \left(2^n - \frac{1}{2}\right) q \dots (1.40)$$

La gráfica de la figura (7), muestra las especificaciones estáticas del proceso de conversión de un CAD, [4].

## 1.5 Series de Fourier y transformada rápida de Fourier

Las transformadas rápidas de Fourier son algoritmos especializados que permiten a un procesador digital hacer el cálculo de la transformada Discreta de Fourier de una forma eficiente, en lo que respecta a carga computacional y tiempo de procesamiento. Se busca realizar la representación de una señal, originalmente adquirida en el dominio del tiempo (serie de tiempo) como función del dominio de la frecuencia.

### 1.5.1 Serie de Fourier en forma compleja

Una función periódica con periodo T puede ser expresada como una serie de Fourier, ver ec. (1.41), [5].

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2nf_0t) + b_n \text{sen}(2nf_0t)] \dots (1.41)$$

Siendo  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  la frecuencia fundamental. Los coeficientes están definidos por las integrales mostrados en las ec. (1.42) y ec. (1.43)

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \cos(2nf_0t) dt \dots (1.42), \text{ donde } n=0,1,2\dots$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \text{sen}(2nf_0t) dt \dots (1.43), \text{ donde } n=0,1,2\dots$$

De la variable compleja se tienen las identidades, mostradas en las ec. (1.44) y ec. (1.45).

$$\cos(2nf_0t) = \frac{1}{2} (e^{j2nf_0t} + e^{-j2nf_0t}) \dots (1.44)$$

$$\text{sen}(2nf_0t) = \frac{1}{2j} (e^{j2nf_0t} - e^{-j2nf_0t}) \dots (1.45)$$

Reemplazando los valores de ec. (1.44) y ec. (1.45) en la ecuación (1.41), se obtiene la ec. (1.46), [5].

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - jb_n) e^{j2nf_0t} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + jb_n) e^{-j2nf_0t} \dots (3.46)$$

Introduciendo valores negativos de n en las ecuaciones (1.42) y (1.43), se obtendrán las ec. (1.47) y ec. (1.48).

$$a_{-n} = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \cos(-2nf_0) dt = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \cos(2nf_0) dt = a_n \dots (1.47)$$

$$b_{-n} = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \text{sen}(-2nf_0) dt = -\frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) \text{sen}(2nf_0) dt = -b_n \dots (1.48)$$

Donde: n=0,1,2...

Del artificio aplicado se llega a obtener las ec. (1.49) y ec. (1.50)

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-2nf_0 t} = \sum_{n=-1}^{\infty} a_n e^{2nf_0 t} \dots (1.49) \text{ y}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} j b_n e^{-2nf_0 t} = -\sum_{n=-1}^{\infty} b_n e^{2nf_0 t} \dots (1.50)$$

Reemplazando (1.49) y (1.50) en (1.46), se tuvo la ec. (1.51), la cual corresponderá a la serie Fourier en forma exponencial.

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n - j b_n) e^{j2nf_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{j2nf_0 t} \dots (1.51)$$

Donde  $a_n = \frac{1}{2}(a_n - j b_n)$  y  $n=\pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Finalmente, para obtener la serie de Fourier en forma de coeficientes complejos se combinarán las ecuaciones (1.42), (1.43), (1.47), (1.48), que resultaran en la ec. (1.52)

$$a_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t) e^{-j2nf_0 t} dt \dots (1.52), \text{ donde } n=\pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

### 1.5.2 Definición de la transformada de Fourier

Las transformadas de Fourier son expresiones que permiten calcular una expresión en el dominio de la frecuencia a partir de una expresión en el dominio del tiempo y viceversa,  $h(t) \leftrightarrow H(f)$ , ver ec. (1.53) y ec. (1.54).

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi f t} dt \dots (1.53), \text{ en el dominio del tiempo.}$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi f t} dt \dots (1.54), \text{ transformada inversa.}$$

Se puede tener una representación alternativa de las dos ecuaciones, haciendo  $\omega = 2\pi f$ , entonces el par queda transformado como se muestra en ec. (1.55) y ec. (1.56), [5]:

$$H(\omega) = a_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt \dots (1.55)$$

$$h(t) = a_2 \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t} dt \dots (1.56)$$

En estas dos ecuaciones se tiene la condición de que  $a_1 \cdot a_2 = \frac{1}{2\pi}$ , por lo que algunos autores escogen  $a_1 = 1$  y  $a_2 = 1/2\pi$

Respecto a estas ecuaciones se menciona de momento la condición de existencia de la integral de Fourier definida mediante las dos siguientes condiciones:

- **Primera condición:**

Si  $h(t)$  es integrable, ver ec. (1.57)

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \dots (1.57)$$

Entonces su transformada de Fourier existe y satisface la transformada inversa de la ecuación (1.54). Esta condición es suficiente, pero no necesaria para establecer la existencia de la transformada de Fourier, [5].

- **Segunda condición:**

Si  $h(t) = b(t)\text{sen}(2\pi ft + a)$  donde  $f$  y  $a$  son constantes arbitrarias, si  $b(t+k) < b(t)$  y si  $|t| > 0$ , entonces la función  $h(t)/t$  es absolutamente integrable de acuerdo con la ecuación (1.57). Entonces su transformada de Fourier existe y satisface la transformada inversa de la ecuación (1.54).

Respecto a esta condición se recomienda considerar las condiciones de integrales de la función  $h(t) = \text{sen}(at)/at$ .

### 1.5.3 Transformada discreta de Fourier

La transformada discreta de Fourier es un método muy eficiente para determinar el espectro en frecuencia de una señal. Permite convertir una secuencia de valores en el dominio del tiempo a una secuencia de valores equivalente en el dominio de la frecuencia. La Inversa de la transformada discreta de Fourier (IDFT) realiza el proceso contrario. Recordemos el par de ecuaciones de la DFT, mostrados en ec. (1.58) y ec. (1.59), [5]:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]W_N^{kn} \dots (1.58)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]W_N^{-kn} \dots (1.59)$$

Donde  $k=0, \dots, N-1$  y  $W_N = e^{-j(2\pi/N)}$

El inconveniente de realizar unos algoritmos que implementen tal cual estas fórmulas es la cantidad de tiempo requerido para computar la salida. Esto se debe a que los índices  $k$  y  $n$  deben variar de 0 a  $N-1$  para conseguir el rango de salida completo y, por tanto, se deben realizar  $N^2$  operaciones. Para simplificar toda la complejidad de la DFT, se utiliza la Transformada Rápida de Fourier (FFT del inglés Fast Fourier Transform). Eje de modelamiento que abarca diferentes algoritmos con distintas características, [5].

### 1.5.4 Transformada rápida de Fourier

En la fórmula de la Transformada Discreta de Fourier obtener  $X(k)$  para un 'k' determinado requiere aproximadamente  $N$  sumas complejas y  $N$  productos complejos, ya que:

$$X(k) = x(0) + x(1). W^k + x(2). W^{2k} + \dots + x(N-1). W^{(N-1)k}$$

Para  $k = 0, 1, \dots, N-1$ . Si lo que se desea es obtener  $X(0), X(1), \dots, X(N-1)$  entonces se necesitaron un total de aproximadamente  $N^2$  sumas complejas y  $N^2$  productos complejos. Esto quiere decir que los requerimientos computacionales de la DFT pueden ser excesivos especialmente si el tamaño de  $N$  es grande.

La FFT aprovecha la periodicidad y simetría del factor  $W_N$  para el cálculo de la Transformada Discreta de Fourier. La periodicidad de 'W' implica:  $W^k = W^{k+N}$ . Y su simetría implica  $W^k = -W^{k+N/2}$ .

La FFT descompone la DFT de N puntos en transformadas más pequeñas. Una DFT de N puntos es descompuesta en dos DFT de (N/2) puntos. Cada DFT de (N/2) puntos se descompone, a su vez, en dos DFT de (N/4) puntos y así sucesivamente. Al final de la descomposición se obtienen (N/2) DFT de 2 puntos cada una. La transformada más pequeña viene determinada por la base de la FFT. Para una FFT de base 2, N debe ser una potencia de 2 y la transformada más pequeña es la DFT de 2 puntos. Para implementar la FFT existen dos procedimientos: **Diezmado en Frecuencia (DIF del inglés Decimation In Frequency) y diezmado en el tiempo (DIT del inglés Decimation In Time), [6].**

## **CAPÍTULO II**

### **METODOLOGÍA**

#### **2.1 Material y método:**

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación, se tomaron en cuenta los siguientes procesos, representados por el siguiente diagrama de bloques funcional:



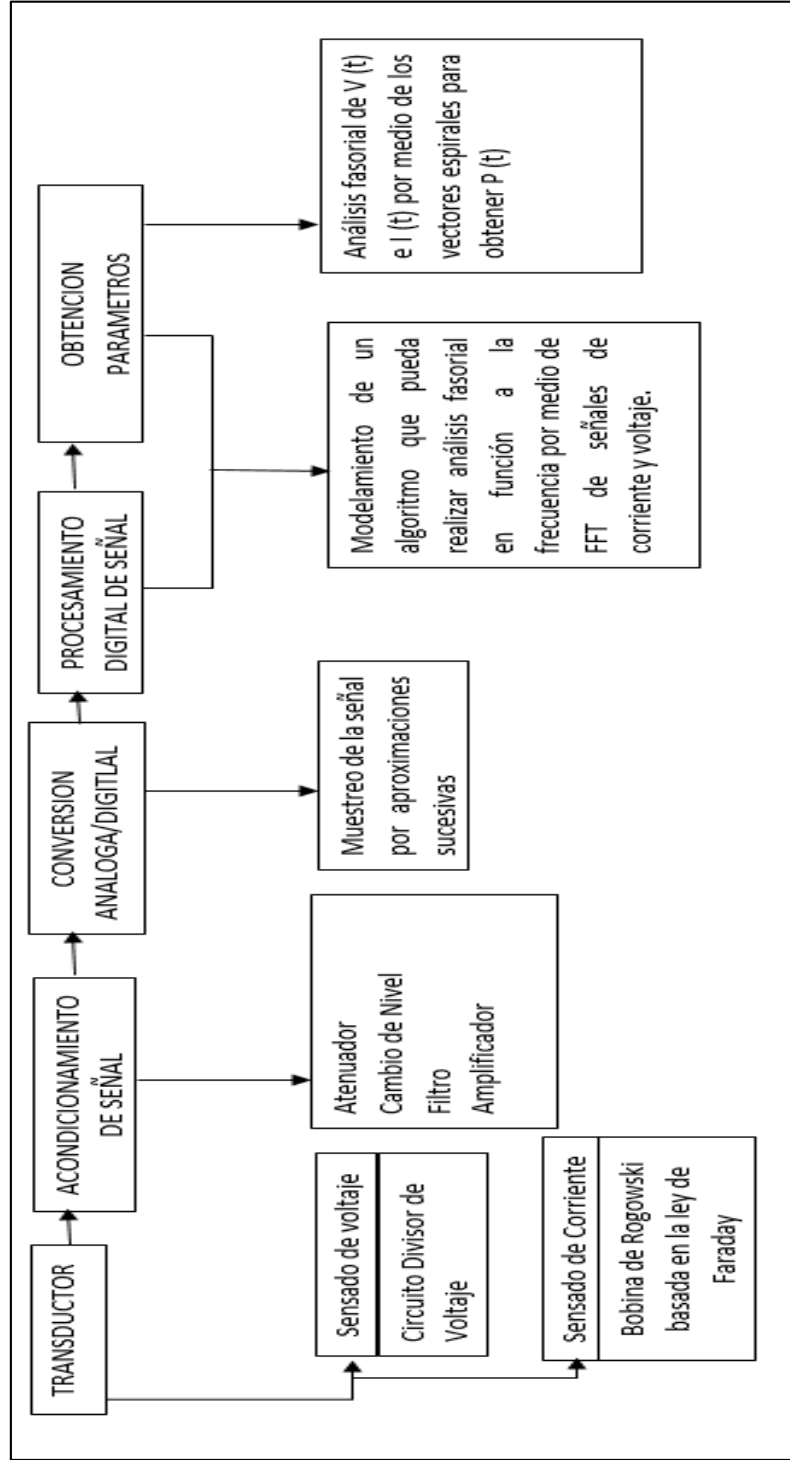


Figura 8. Diagramas de Bloques de funcionamiento de la propuesta del sistema.  
Elaboración: el autor

### **2.1.1 Transductor y acondicionamiento de la señal**

Se escogieron sensores de corriente y voltaje alterno, en una red eléctrica (que son  $i(t)$  y  $v(t)$  respectivamente). Para ello se realizó el modelamiento de un divisor de voltaje, cuyo principio se encuentra en reducir el voltaje de entrada, que para el caso de Perú se encuentra entre un rango de 250 a 200 VAC 60 Hz, la intención de reducir la amplitud de la señal de voltaje es para poder realizar la digitalización para poder realizar una relación que se encuentra con valores menores a 2.5 VDC, es decir una relación de 1/100.

En el caso de la señal de corriente, se utilizó el principio similar de modelamiento, en la que de acuerdo a la relación de corriente se arrojó un valor máximo para digitalización de 2.5 VDC para 50A.

Esta relación corresponde de acuerdo al tipo de sensado que se utilizó, el que fue escogido teniendo en cuenta que los domicilios tienen como rango de consumo 30A.

Para esta etapa, se tomó en cuenta: exactitud, precisión, rango de funcionamiento, velocidad de respuesta, calibración, fiabilidad.

### **2.1.2 Conversión Análoga/ Digital**

Esta etapa, se modeló a través de la técnica de Conversión de Realimentación por Aproximaciones Sucesivas, la cual como toda técnica de conversión análoga digital, cuenta con el muestreo, codificación y cuantificación.

### **2.1.3 Procesamiento digital de la información**

En esta etapa, es la que se llegó a dar mayor desarrollo, ya que luego de realizar el proceso de digitalización se procedió a realizar el algoritmo que realice el análisis de la señal de voltaje y corriente, partiendo de almacenar en tiempo continuo la forma de onda con el fin de llegar a obtener la potencia consumida, que es obtenida de los valores RMS, donde para llegar a estos valores se tiene que realizar el procesamiento de los valores medios,

obtenidos tras el análisis fasorial por medio de la Transformada Rápida de Fourier, métodos que también permitieron saber el factor de potencia, valores pico de voltaje, atenuación, sobretensión, pérdida de energía, tipo de carga.

#### 2.1.4 Cantidad de Potencia Consumida

Las empresas que suministran la corriente eléctrica realizan la facturación de acuerdo a la potencia activa "S" consumida por una hora, la denominación de este parámetro es conocida como Watts/hora. Por ejemplo, un foco de 100 vatios, encendido durante 10 horas, consume un kilowatio-hora. La potencia consumida viene de todo el modelamiento fasorial realizado en el capítulo anterior, aparte de ello existe una forma básica de determinar cuadros de medición de consumo de energía basado en el sencillo análisis del triángulo de potencias, que se pasa a describir a continuación. A partir de las señales: *voltaje "v(t)" y corriente "i(t)"*, [7].

Se obtiene el valor de la potencia eléctrica consumida:

$$s(t) = v(t) \cdot i(t)$$

Además, se tiene que tener en cuenta que un circuito eléctrico pueda llegar a ser resistivo, inductivo, capacitivo, lo que se llega a determinar realizando el desfasaje que existe entre las ondas  $v(t)$  e  $i(t)$ , cuyo ángulo es  $\theta$ , donde el factor de potencia llega a ser  $\cos(\theta)$ .

De acuerdo con el triángulo de potencias, mostrado en la figura (9):

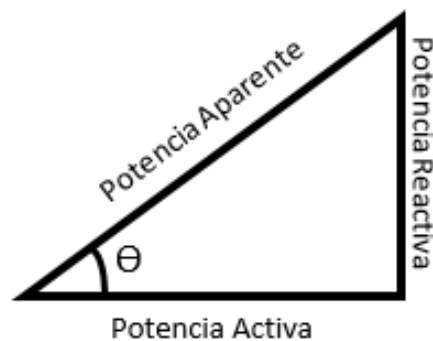


Figura 9. Triángulo de Potencias.  
Elaboración: el autor

**Donde:**

**Potencia Aparente es:**  $s(t) = v(t) \cdot i(t)$  **expresado en VA**

**Potencia Activa es:**  $p(t) = v(t) \cdot i(t) \cdot \cos(\theta)$ , **expresado en Watts**

**Potencia Reactiva es:**  $q(t) = q(t) = v(t) \cdot i(t) \cdot \sin(\theta)$ , **expresado en VAR.**

## **2.2 Desarrollo del Proyecto**

### **2.2.1 Especificaciones de parámetros para obtención de potencia**

De acuerdo con los parámetros de interés que se mencionaron, en el capítulo anterior, que son voltaje, corriente, potencia activa, potencia reactiva y potencia aparente, se comenzó a realizar el análisis para poder efectuar la medición, empezando a tener en cuenta qué valores llegaremos a obtener después de realizar todo el proceso de digitalización y reconstrucción de la señal.

- ✓ **VOLTAJE:** Entre 200 y 250 Vac, a 60 Hz.
- ✓ **CORRIENTE:** Depende del consumo del usuario, la cual no debe exceder los 30A, por recomendaciones del proveedor de servicio, en caso de domicilios y para el caso de industria se tendría que hacer una análisis de la capacidad de carga.
- ✓ **FACTOR DE POTENCIA:** Es el  $\cos(\theta)$ , que se encuentra en un rango de 0 a 1, debido a la forma de onda.

#### **2.2.1.1 Comparación entre Valor RMS, Valor Medio y True RMS**

Partiendo de la función de la forma de onda senoidal, de acuerdo a ec. (2.1) y ec. (2.2).

$$f(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \dots(2.1), \text{ en función del tiempo}$$

$$f(\theta) = A \cdot \text{sen}(\theta) \dots(2.2), \text{ en función del ángulo } \theta = \omega \cdot t$$

Se realizó el análisis para el desarrollo del sistema digitalizador de señales de voltaje y corriente alternos de una red eléctrica, que a partir de ahora, serán conocidos como  $v(t)$  e  $i(t)$ , respectivamente, donde:

A: amplitud, es la distancia entre el punto de referencia 0, y el pico máximo de la señal.

$\omega$ : Frecuencia angular representada por  $2 \cdot \pi \cdot f$

t: Periodo de la señal en una porción del tiempo

### 2.2.1.2 Valor medio:

Definido como el promedio senoidal en un periodo completo. Por lo que para hallar el valor medio se puede hacer tomando la media onda de la señal por la simetría de la señal, la cual puede ser obtenida a través de un rectificador de media onda. [7]

A partir de la gráfica de figura (10), se obtiene la siguiente la ec. (2.3).

$$f(\theta) = \begin{cases} A \cdot \text{sen}(\theta), & \text{para } \theta \in [0, \pi] \\ 0, & \text{para } \theta \in [\pi, 2\pi] \end{cases} \dots(2.3)$$

La cual permite realizar el cálculo del valor medio, determinado por  $f_{med}$ , representado en la ec. (2.4) y el resultado final se verifica en la ec. (2.5)

$$f_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) dt \dots(2.4), \text{ promedio en un periodo de } 0 \text{ a } 2\pi$$

$$f_{med} = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\pi} A \cdot \text{sen}(\theta) d\theta + \int_{\pi}^{2\pi} 0 d\theta \right]$$

$$f_{med} = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\pi} A \cdot \text{sen}(\theta) d\theta \right]$$

$$f_{med} = \frac{A}{2\pi} [-\cos(\theta)]_0^{\pi}$$

$$f_{med} = \frac{A}{2\pi} [-(\cos(\pi) - \cos(0))] = \frac{A}{2\pi} [ -(-1 - 1) ] = \frac{A}{2\pi} [2] = \frac{A}{\pi} \dots(2.5)$$

Para el caso de un rectificador de onda completa, a partir de los datos obtenidos en la figura (10), se obtuvo la siguiente función representada en la ec. (2.6).

$$f(\theta) = \{A \cdot \text{sen}(\theta), \text{para } \theta \in [0, \pi] \text{ y } [\pi, 2\pi] \dots (2.6)$$

A partir de la ec. (2.6) se realizará el análisis para obtener el valor medio, cuyo valor final se muestra en la ec. (2.7)

De la ec. (2.4), se tiene:

$$f_{med} = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\pi} A \cdot \text{sen}(\theta) d\theta + \int_{\pi}^{2\pi} A \cdot \text{sen}(\theta) d\theta \right]$$

$$f_{med} = \frac{A}{2\pi} \left( [-\cos(\theta)]_0^{\pi} + -[-\cos(\theta)]_{\pi}^{2\pi} \right)$$

$$f_{med} = -\frac{A}{2\pi} ([\cos(\pi) - \cos(0)] - [\cos(2\pi) - \cos(\pi)]) = \frac{A}{2\pi} [4] = \frac{2A}{\pi} (2.7)$$

### 2.2.1.3 Valor R.M.S

El valor R.M.S por sus siglas en inglés (Root Measure Square, Valor Cuadrático Medio), representado en la ec. (2.8). y desarrollada en la ec. (2.9) y ec. (2.10), [7].

$$f_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta)^2 d\theta} \dots (2.8)$$

$$f_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A^2 \text{sen}^2 \theta d\theta} \dots (2.9)$$

$$\text{sen}^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left( \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \dots (2.10)$$

En (2.10) se muestra la descomposición trigonométrica de  $\text{sen}^2 \theta$  para facilitar la integración.

Reemplazando (2.9) en (2.10), se obtiene el valor final mostrado en la ec. (2.15), cuyo desarrollo fue realizado a través de las ec. (2.12), ec. (2.13) y ec. (2.14).

$$frms = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right) d\theta} \dots (2.11)$$

$$frms = \sqrt{\frac{A^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} (1 + \cos 2\theta) d\theta} \dots (2.12)$$

$$frms = \sqrt{\frac{A^2}{4\pi} \left( \int_0^{2\pi} 1 d\theta + \int_0^{2\pi} \cos 2\theta d\theta \right)} \dots (2.13)$$

$$frms = \sqrt{\frac{A^2}{4\pi} (2\pi + \text{sen}(2\pi) - \text{sen}(0))} \dots (2.14)$$

$$frms = \sqrt{\frac{A^2}{4\pi} (2\pi)} = \frac{A}{\sqrt{2}} \dots (2.15)$$

#### 2.2.1.4 Valor RMS en sistemas de medición digital

De acuerdo con el resultado obtenido, se observa que en los medidores digitales el valor r.m.s no es natural, por lo que el valor deseado se obtiene a partir del valor medio de la señal rectificadora multiplicada por  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$  aplicado al valor obtenido en el valor medio de un rectificador de onda completa, de acuerdo con la ec. (2.7). Este artificio se tuvo que aplicar por la aparición de señales no sinusoidales, tomado el nombre de r.m.s. mean, observar la ec. (2.16), [7].

$$F_{mean} = \frac{\sum N |X_i|}{N} X \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \dots (2.16)$$

En la ec. (2.16)  $F_{mean}$ , es el valor r.m.s medido a partir de la señal rectificadora equivalente al valor mostrado en ec. (2.17).

$$F_{mean} = \frac{\pi}{T\sqrt{2}} \int_0^T f(t) dt \dots (2.17), T \text{ es el periodo de la señal.}$$

Si se tuviera necesidad de realizar mediciones de valores r.m.s asistidos por micro controladores y/o computadores, se tiene que recurrir a la ecuación (2.8), que para el análisis realizado solo se basa a una señal sinusoidal, que para el caso general se tendría la ec. (2.18), [7].

$$frms = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt} \dots (2.18)$$

En la ec. (2.18) T es el periodo de la señal evaluado en el tiempo t, tener en cuenta que el análisis en la ecuación (2.8) esta evaluada en fase  $\theta$ . Ya generalizada la función para obtener la serie de valores deseados se realizó el ecuacionamiento para valores digitalizados al cual se le denominará *true-r.m.s*, ver ec. (2.19).

$$F_{true-r.m.s.} = \sqrt{\frac{\sum_N X_i^2}{N}} \dots (2.19)$$

### 2.2.2 Cálculo Fasorial en Cicuitos RL

La propiedad de superposición, puede fácilmente demostrarse a partir de la ecuación (3.36), que dados dos subcircuitos 1 y 2 conectados en serie o en paralelo, la potencia instantánea total se calcula como se denota en la ec. (2.20), [7].

$$\underline{s}_T = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 \dots (2.20)$$

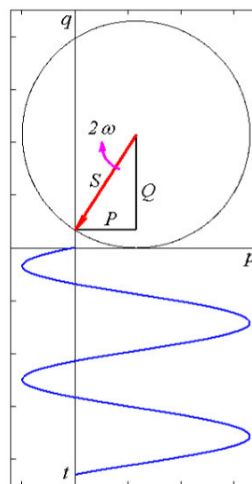


Figura 10. Triángulo de potencias, fasor potencia y potencia activa instantánea.  
Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

La figura 10 muestra el Triángulo de potencias, fasor potencia y potencia activa instantánea.

La superposición queda diagramada por la Figura (11), que se origina a partir de la figura 10, en la que se han representado las



circunferencias dextrógiras y síncronas descritas por las potencias  $s_R$  consumida por R,  $s_L$  consumida por L y la total  $\underline{s}_{RL} = \underline{s}_R + \underline{s}_L \dots$  (2.21) descrita para un circuito RL serie simple, [3].

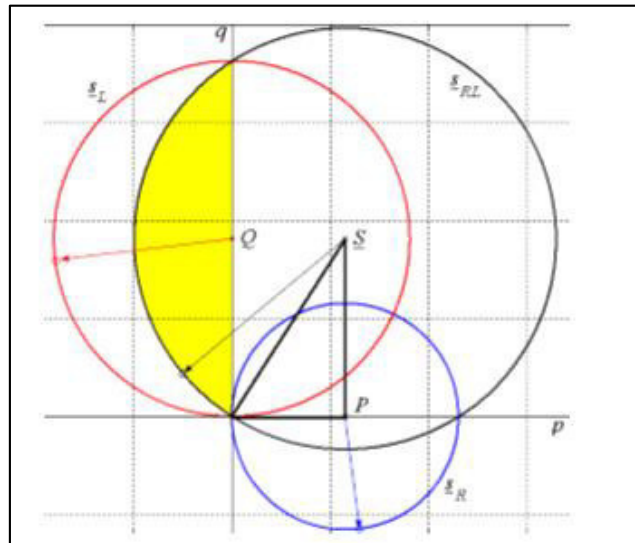


Figura 11. Fasores de potencia y potencias instantáneas en un circuito RL serie en el régimen permanente AC

Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

En cada instante, la proyección sobre el eje "p" nos indica la potencia instantánea absorbida por cada elemento. Además, la superficie coloreada corresponde al intervalo durante el cual el circuito devuelve potencia a la fuente. Para esta etapa de análisis, se ha puesto  $\underline{s}_{RL} = 0$  en  $t = 0$ .

Para obtener el máximo partido de la representación, conviene familiarizarse con la estructura geométrica del diagrama. En la Tabla 1, se indica las coordenadas de los puntos singulares, es decir de los puntos de intersección de las circunferencias y en la Figura (12) se han representado, para el mismo caso de un circuito RL. Se advierte que para este caso la intersección no quiere necesariamente decir coincidencia o encuentro simultáneo, las condiciones de coincidencia serán analizadas más adelante. Dos puntos opuestos por un diámetro en cualquiera de los CPO (Circunferencia que pasa por el origen) están separados en el tiempo por  $\frac{T}{4}$  segundos.

Tabla 1. Puntos Singulares del Diagrama Fasorial RL.

$o(0,0)$	$C(P, Q)$
$\alpha(2P, 0)$	$\eta(P, 0)$
$\beta(0, 2Q)$	$\varepsilon(0, Q)$
$\delta\left(\frac{2PQ^2}{S^2}, \frac{2P^2Q}{S^2}\right)$	$\gamma\left(\frac{4PQ^2}{S^2}, \frac{4P^2Q}{S^2}\right)$
$\mu\left(\frac{-2PQ^2}{S^2}, \frac{2P^2Q}{S^2}\right)$	$\nu\left(\frac{2PQ^2}{S^2}, \frac{-2P^2Q}{S^2}\right)$

Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

Sobre la Figura (12) puede apreciarse cómo las rectas  $0\delta\gamma$  y  $\beta C\delta\alpha$  son perpendiculares, como lo son las rectas  $0C$  y  $\mu 0\nu$  (esta última es tangente al CPO  $\underline{s}_{RL}$  en el punto 0).

Si inicialmente el circuito fuera resistivo puro,  $\underline{s}_{RL} = \underline{s}_R$  describe una circunferencia, con su centro sobre el eje p. Al ir incrementando el valor de L suceden varias cosas simultáneamente. El círculo varía su radio, pero sobre todo pivota en torno al origen de modo que al abandonar su centro el eje horizontal la circunferencia va a penetrar en la zona  $p < 0$  y va a ganar un Q (q promedio) no nulo.

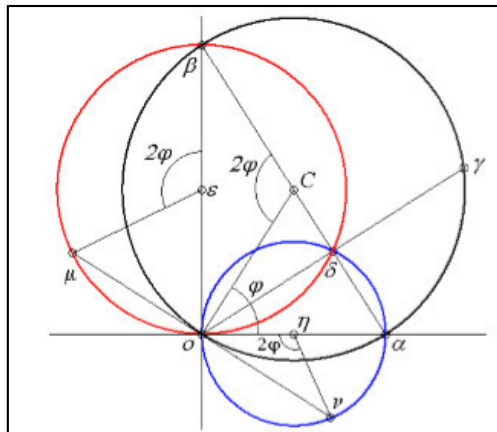


Figura 12. Puntos singulares y relaciones geométricas del diagrama fasorial RL.  
Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

Y estos efectos se hacen más importantes cuanto mayor es L. De hecho el intervalo de tiempo durante el cual se cede potencia a la fuente es el que tarda en recorrer el arco  $0C\beta$  de valor  $2\varphi$ :

$$\tau = \frac{T}{2} \frac{2\varphi}{2\pi} = \frac{\varphi}{\omega}$$

Se examinó en qué condiciones la superposición de dos CPO da origen a otra CPO.

Sean los CPO  $\underline{s}_k(t) = C_k e^{j\varphi_k}$  con  $k=1,2,\dots$ , donde los  $C_k$  son los centros de las circunferencias,  $C$  son sus radios y los  $\theta$  fijan un origen de fases. Para que la suma  $s_1 + s_2$  sea un CPO el radio debe ser igual a la distancia del centro al origen. Esto solo ocurrirá si se cumple la ec. (2.22).

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \cos(\theta_1 - \theta_2) \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pm\theta_1 \mp \theta_2 \dots (2.22)$$

### 2.2.2.1 Circuitos RL serie

En un circuito serie, los elementos ven la misma corriente y diferentes tensiones por lo que los  $\underline{s}_k = e_k \underline{i}^*$  tienen la misma fase y por lo tanto están alineados sobre rectas que pasan por el origen. Esta situación queda ilustrada por la Figura (13) y puede comprobarse mediante los datos recogidos en la Tabla 2, la cual indica las posiciones de los fasores  $s_R, s_L, s_{RL}$  para instantes de tiempo seleccionados, [7].

Tabla 2. Posiciones instantáneas de los fasores potencia en un circuito RL serie.

$t$	$\underline{S}_R$	$\underline{S}_L$	$\underline{S}_{RL}$	Descripción
0	$v$	$u$	$o$	$p = q = 0 \leftrightarrow e = 0$
$\frac{\varphi}{\omega}$	$o$	$\beta$	$\beta$	$i = 0 \rightarrow p = 0$ $i$ retrasa $\varphi$ respecto $e$
$\frac{T}{4}$	$o'_c$	$\mu'_\varepsilon$	$v'_\eta$	$e$ min/ max( $\hat{e} = 0$ )
$\frac{2\varphi}{\omega}$	$\delta$	$\delta$	$\gamma$	
$\frac{\varphi}{\omega} + \frac{T}{4}$	$\alpha$	$o$	$\alpha$	$i$ min/ max( $\hat{i} = 0$ ) es decir $q = 0$

Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

Tabla 3. Posiciones instantáneas de los fasores potencia en un circuito RL.

$t$	$\underline{S}_R$	$\underline{S}_L$	$\underline{S}_{RL}$	Descripción
0	$o$	$o$	$o$	$p = q = 0 \leftrightarrow e = 0$
$\frac{\varphi}{\omega}$	$\delta$	$\delta'_\varepsilon$	$\beta$	$= 0 \rightarrow p = 0$ $i$ retrasa $\varphi$ respecto $e$
$\frac{T}{4}$	$\alpha$	$\beta$	$o'_c$	$e$ min/ max( $\hat{e} = 0$ )
$\frac{2\varphi}{\omega}$	Ver CG	Ver CG	$\gamma$	
$\frac{\varphi}{\omega} + \frac{T}{4}$	$\delta'_\eta$	$\delta$	$\alpha$	$i$ min/ max( $\hat{i} = 0$ ) es decir $q = 0$

Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

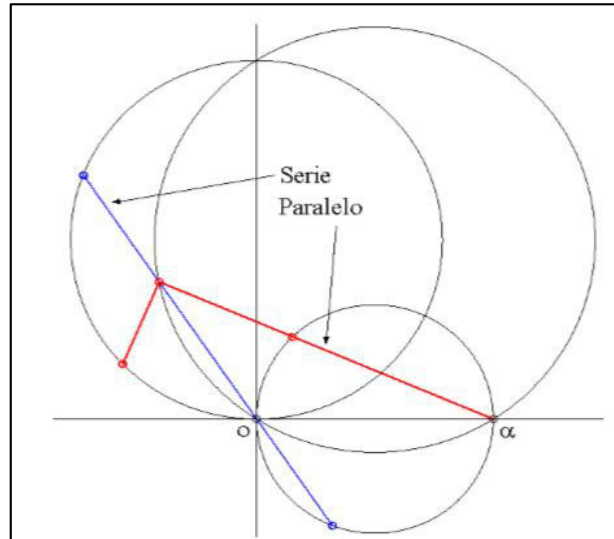


Figura 13. Construcción Gráfica de potencias instantáneas para circuitos RL serie y paralelo.  
 Fuente: G. Aguirre-Zamalloa, N. Vidal-Lekue. "La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos".

Mediante la notación  $x'_y$  se denotará al punto opuesto  $x$  en la circunferencia con centro en  $y$ , así por ejemplo:  $\alpha \equiv 0'_\eta = \beta'_C$ .

### 2.2.2.2 Circuito RL paralelo

En un circuito RL paralelo equivalente a un circuito RL serie tendremos exactamente la misma construcción geométrica (circunferencias, intersecciones), pero las CPO  $s_L$  y  $s_R$  son recorridos de modo distinto (distintas relaciones de fase y distintas coincidencias), cuyos resultados se ilustran en la Figura (13) y se recogen en las Tablas 2 y 3.

Donde  $\underline{s}_R = ei_{-R}^* = \frac{ee^*}{R}$  y  $\underline{s}_L = ei_{-L}^* = j\frac{R}{\omega L}\underline{s}_R$ , son claramente perpendiculares.

Definiendo ahora  $\underline{s}_{RL}^{aux} = \underline{s}_R - 2P$ , vamos a ver que  $\underline{s}_{RL}^{aux}$ ,  $\underline{s}_R^{aux}$  y  $\underline{s}_L$  son paralelos entre si. Como  $\underline{s}_{RL}^{aux} = \underline{s}_R^{aux} + \underline{s}_L$  bastará para comprobar que  $\underline{s}_R^{aux}$  y  $\underline{s}_L$  son paralelos. Estas relaciones tienen una interpretación gráfica muy sencilla: los extremos de los fasores  $\underline{s}_{RL}$  y  $\underline{s}_R$  se encuentran sobre una recta que pasa por el punto  $\alpha$  al tiempo que el fasor  $\underline{s}_L$  es paralelo a esta recta.

### 2.2.3 Cálculo Fasorial utilizando vectores espirales:

Un vector espiral es un fasor con exponente complejo el cual permite tratar el cálculo del régimen transitorio de circuitos AC exactamente del mismo modo que el cálculo del régimen permanente. Para no extender el análisis fasorial, lo que no es el propósito de este trabajo, se realizará el cálculo para sistemas de 1º y 2º orden, partiendo por la integración de la ecuación real de segundo orden, ver ec. (2.23), con condiciones iniciales  $x_0$  y  $\dot{x}_0$ , donde  $\eta > 0$ , [3].

$$\ddot{x} + 2\eta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \sqrt{2}.F.\cos(\omega t + \varphi).... (2.23)$$

Podemos pasar a la forma compleja la ecuación (2.23), realizando los siguientes pasos:

La variable compleja  $\underline{z} = x + j.y$ , tal que  $x = \text{Re}[z]$ , donde “y” es una variable real que no se tomará en cuenta.

La constante compleja  $\underline{\delta} = -\eta\omega_0 + j\omega_0\sqrt{1 - \eta^2}$ . Entonces se puede demostrarse que (4.23) corresponde a la proyección real de la ecuación diferencial lineal (compleja) de primer orden, como indica ec. (2.24)

$$\dot{\underline{z}} - \underline{\delta}.\underline{z} = \sqrt{2}.F.e^{j\omega t}.... (2.24)$$

Donde  $\underline{F} = F\angle\varphi$ , cuya solución general viene dada por la superposición de la solución de la ecuación homogénea y de una solución particular de la ecuación completa, representada en ec. (2.25).

$$\underline{z} = \underline{A}.e^{\underline{\delta}t} + \underline{B}.e^{j\omega t}.... (2.25)$$

En la ec. (2.25)  $\underline{B} = \frac{\sqrt{2}.\underline{F}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\eta\omega\omega_0}$  y  $\underline{A}$  es una constante compleja a determinar a partir de las condiciones iniciales  $x_0 = \text{Re}[\underline{A} + \underline{B}]$  y  $\dot{x}_0 = \text{Re}[\underline{A}.\underline{\delta} + j\omega\underline{B}]$  donde se tiene en cuenta que los operadores proyección real y derivada respecto del tiempo conmutan, [3].

## 2.2.4 Conversión analógica-digital de voltaje y corriente:

Para la obtención de señales de corriente y voltaje alterno, en una red eléctrica (que se está denominando como  $v(t)$  e  $i(t)$  respectivamente), se utilizarán las siguientes técnicas de sensado:

### 2.2.4.1 Sensado de la señal de voltaje

A partir de un circuito divisor de voltaje se realizará la reducción de la tensión máxima de 250 VAC rms 60 Hz, a una mínima porción con las mismas características de la señal original, para ello se utilizará la ley de Kirchoff de divisor de voltajes, donde de acuerdo a la figura (14), se obtiene la ec. (2.26).

$$v_{R2} = \frac{R2}{R1+R2} \times v \dots (4.26), \text{ donde } \frac{R2}{R1+R2} \leq \frac{1}{100}$$

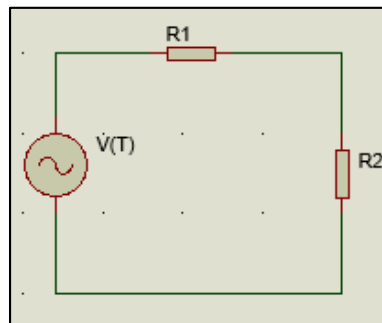


Figura 14. Circuito Divisor de Voltaje.  
Elaboración: el autor

### 2.2.4.2 Sensado de la señal de corriente:

La señal de corriente puede ser obtenida a través del flujo de corriente que recorre por una de las fases en la que necesariamente se tendrá que abrir el circuito para realizar la edición serial. Esta técnica de sensado se rige en el efecto Hall consiste en la aparición de un campo eléctrico, en un conductor, cuando es atravesado por un campo magnético. A este campo eléctrico se le llama campo Hall. Este efecto fue descubierto en 1879 por el físico estadounidense Edwin Erbert Hall.

Los sensores basados en efecto Hall constan de un elemento conductor o semiconductor y un imán. Cuando un objeto

ferromagnético se aproxima al sensor, el campo que provoca el imán, en el elemento, se debilita. Así se puede determinar la proximidad de un objeto, siempre que sea ferromagnético.

En La figura (15), se muestra las dos posibilidades de dirección de corriente,  $i$ .

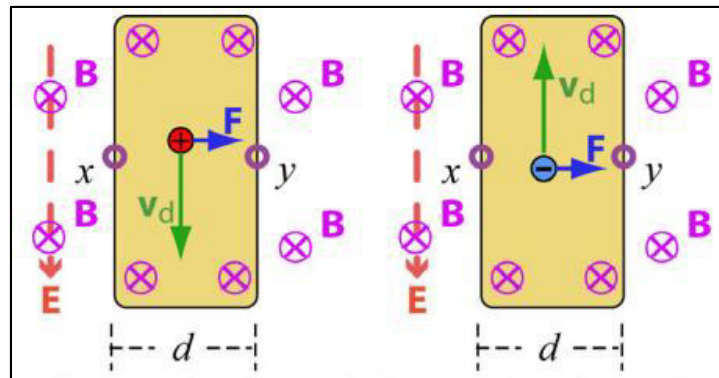


Figura 15. Flujo de electrones en un campo eléctrico  
 Fuente:<http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Electromagnetismo/Electromagnetismo07b.htm>

Donde se establece  $B \perp$  a la tira, lo que produce la fuerza desviadora, que en ambos casos, apunta hacia la derecha. La fuerza sobre los portadores es dado por  $F = q v \wedge B$ , que también es hacia la derecha, lo que produciría una elevación de carga  $y$ , por tanto, un voltaje transversal  $V_{xy}$ , cuyo signo sí depende de la carga de los portadores.

Para analizar y ver la magnitud del efecto Hall, calcularemos el valor de equilibrio del campo eléctrico debido al efecto Hall,  $EH$ , en el caso de que el ancho de la tira sea  $d$ . En cuyo caso  $VH = \frac{V_{xy}}{d}$ . Estableciendo un equilibrio, donde la fuerza que desvía las cargas es anulada por la fuerza eléctrica de sentido contrario,  $qEH$ , tenemos la ec, (2.27), [2].

$$qEH + qvd \times B = 0 \dots (2.27)$$

Recordando que  $vd = \frac{j}{ne}$ , de donde se deduce la ec. (2.28)

$$EH = \frac{jB}{ne} \dots (2.28)$$



## 2.2.5 Diseño de un conversor análogo digital

Acotando la señal, en un intervalo de tiempo y unos valores mínimos y máximos de tensión, tenemos que tener en cuenta dos factores fundamentales a la hora de almacenar dicha señal, en un formato adecuado, que pueda almacenarse digitalmente (con ceros y unos): se tiene que muestrear y cuantificar, [8].

### 2.2.5.1 Muestreo

Implica que tenemos que coger una muestra de la señal con una frecuencia muestreo mayor a 120Hz por el criterio de Nyquist ya que no hay memoria suficiente capaz de almacenar los infinitos puntos de una señal en un intervalo cualquiera de tiempo. Para este caso se ha acotado un segundo de tiempo y 5 V de tensión de entrada analógica hacia el dispositivo conversor. Observar figura (16).

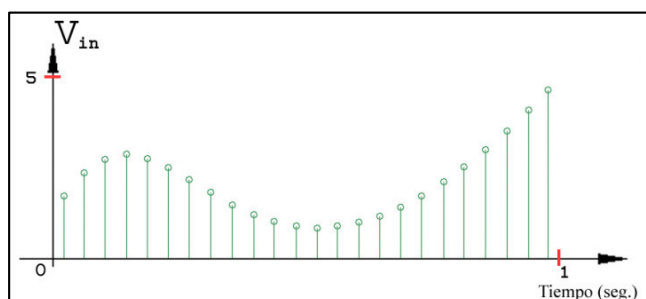


Figura 16. Señal muestreada a 24 muestras por segundo

Fuente: Circuitos microelectrónicos- Adel S. Sedra, Kenneth Carless Smith pag. 25

### 2.2.5.2 Cuantificación

Este proceso surge por el mismo motivo que el muestreo, pero para el eje de ordenadas: una vez tenemos una muestra su amplitud puede tomar infinitos valores, debemos redondear entre unos valores fijos a lo largo de ese eje. Estos valores van a depender del número de bits que se almacenaron para cada muestra, como se observó en la etapa de modelamiento, por ejemplo, en la figura (17) se cogen 4 bits y con ellos se pueden formar 16 combinaciones y por lo tanto, 16 distintos niveles en los que se puede dividir el eje. En caso de un dispositivo conversor como un PIC o un Atmel, llega a 10 bits.

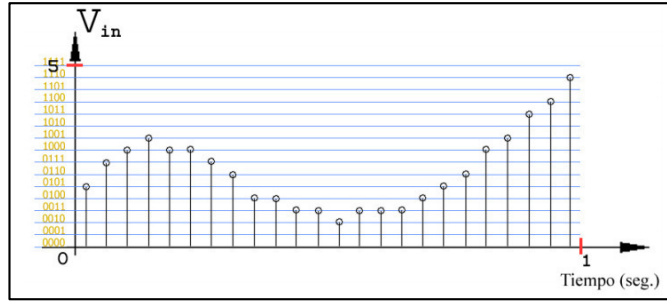


Figura 17. Señal Cuantificada a 4 bits  
Fuente: Circuitos microelectrónicos- Adel S. Sedra,  
Kenneth Carless Smith pag. 25

### 2.2.5.3 Error de cuantización

El parámetro fundamental del muestreo digital es el intervalo de muestreo  $\Delta_{seg}$  o su equivalente en frecuencia de muestreo  $1/\Delta$  Hz. Lógicamente, cuanto menor sea  $\Delta$ , mayor número de valores obtendremos de la señal, y viceversa. El resultado de dicho muestreo es la obtención de una serie discreta ordenada  $\{x_r\} = \{x_0, x_1, x_3, \dots, x_r, \dots\}$ , en la que el índice  $r$  indica la posición de orden temporal del valor  $x_r$ . Así, el valor de la señal original, en el tiempo  $t = \Delta r$ ,  $x(t)$ , se representa por  $x_r$ , observar la figura (18), [8].

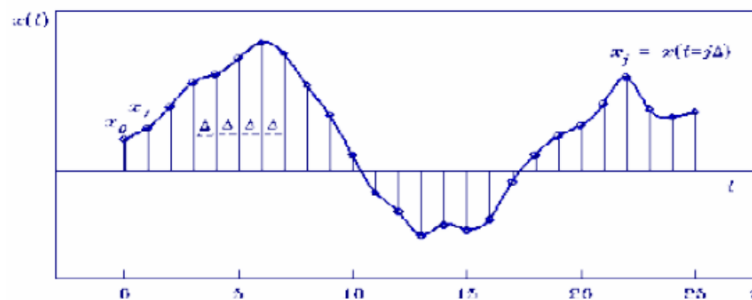


Figura 18. Intervalo de muestreo de una señal  
Fuente: [http://www.biopsychology.org/tesis\\_esteve/appendices/dft/tdft.htm](http://www.biopsychology.org/tesis_esteve/appendices/dft/tdft.htm)

Para que una señal muestreada sea más semejante a la original, se debe considerar el criterio de Nyquist que asegura que para que la señal muestreada contenga la misma información que la continua, la separación mínima entre dos instantes de muestreo debe ser  $1/(2W)$ , siendo  $W$  el ancho de banda de la señal. Dicho de otra forma, que la frecuencia de muestreo debe ser mayor o igual que  $2W$ . De aquí surge el error de

cuantificación (o ruido), que es la diferencia entre la señal de entrada (sin cuantificar) y la señal de salida (ya cuantificada), interesa que el ruido sea lo más bajo posible.

### 2.2.6 Transformada rápida de Fourier para señales periódicas

Considérese la Transformada Discreta de Fourier (DFT), ver ec. (2.29)

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_0(k) \cdot e^{\left(\frac{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot k}{N}\right)} \quad n = 0 \dots N - 1 \quad \dots(2.29)$$

Donde se ha reemplazado  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{T}$  por  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{n}/\mathbf{N} \cdot \mathbf{T}$  por  $\mathbf{n}$  por conveniencia de notación.

Se percibe que la ecuación (2.29) describe el cómputo de  $\mathbf{N}$  ecuaciones. Por ejemplo, si  $N = 4$  y si se por  $W$ , de acuerdo a ec. (2.30)

$$W = e^{\left(\frac{-j \cdot 2 \cdot \pi}{N}\right)} \dots(2.30)$$

La ec. (2.29) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} X(0) &= x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^0 + x_0(2) \cdot W^0 + x_0(3) \cdot W^0 \\ X(1) &= x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^1 + x_0(2) \cdot W^2 + x_0(3) \cdot W^3 \quad \dots(2.31) \\ X(2) &= x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^2 + x_0(2) \cdot W^4 + x_0(3) \cdot W^6 \\ X(3) &= x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^3 + x_0(2) \cdot W^6 + x_0(3) \cdot W^9 \end{aligned}$$

En forma matricial, las ecuaciones pueden ser representadas como indica ec. (2.22) o como indica ec. (2.33).

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix} \dots(2.32)$$

$$X(n) = W^{n \cdot k} \cdot x_0(k) \quad \dots(2.33)$$

Donde en la ecuación (2.32) se revela que  $\mathbf{W}$  y posiblemente  $\mathbf{x}_0(\mathbf{k})$  sean complejas, entonces son necesarias  $\mathbf{N}^2$  multiplicaciones complejas y  $\mathbf{N} \cdot (\mathbf{N}-1)$  adiciones para realizar el cómputo matricial requerido.

La FFT debe su éxito al hecho que el algoritmo reduce el número de multiplicaciones y adiciones requeridas en el cálculo de (2.32). A continuación, se analizó cómo se lleva a cabo esta operación.

### 2.2.6.1 Cálculo de la FFT

Para ilustrar el algoritmo FFT, es conveniente elegir el número de puntos muestras de  $x_0(\mathbf{k})$  de acuerdo a la  $\mathbf{N} = 2^Y$ , donde  $Y$  es un entero. Recuérdese que la ecuación (2.32) resulta de la elección  $\mathbf{N} = 4 = 2^Y = 2^2$  por lo tanto, se puede aplicar la FFT al cómputo de (2.32), [6].

El primer paso en el desarrollo del algoritmo FFT para este ejemplo es reescribir (2.32) en la ec. (2.34).

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & W^3 \\ 1 & W^2 & W^0 & W^2 \\ 1 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix} \dots (2.34)$$

La matriz de la ecuación (2.34) se deriva de la ecuación (2.32), usando la relación:

$$W^{n.k} = W^{\text{mod}(n.k,N)}$$

Se debe tener en cuenta que  $\text{mod}(n.k,N)$  es el resto de la división entre  $n.k$  y  $N$ , por lo tanto si  $N=4$ ,  $n=2$  y  $k=3$ , resultaría la ec. (2.35)

$$W^6 = W^2 \dots (2.35)$$

Debido a que:

$$W^{n.k} = W^6 = e^{\left(\frac{-j.2.\pi}{4} \cdot (6)\right)} = e^{(-j.3.\pi)} = e^{(-j.\pi)}$$

Resultaría en ec. (2.36)

$$W^2 = e^{\left(\frac{-j.2.\pi}{4} \cdot (2)\right)} = e^{(-j.\pi)} \dots (2.36)$$

El segundo paso en el desarrollo es factorizar la matriz cuadrada en (2.34) como sigue en ec. (2.37)

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W^0 & 0 & 0 \\ 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & W^1 \\ 0 & 0 & 1 & W^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix} \dots (2.37)$$

Se puede demostrar fácilmente que el producto de las dos matrices cuadradas da por resultado la matriz cuadrada de (2.34). Con la excepción que las filas 1 y 2 han sido intercambiadas. Nótese que el intercambio ha sido tomado en cuenta en (2.37) reescribiendo el vector columna  $X(n)$ , se denota el vector con la fila intercambiada mostrada en ec. (2.38), [6].

$$X_d(n) = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} \dots (2.38)$$

Esta factorización es la clave de la eficiencia del algoritmo FFT.

Habiendo aceptado el hecho que (2.37) es correcta, aunque los resultados están "revueltos", se puede observar el número de multiplicaciones requeridas para computar la ecuación. Se empezó primero por ec. (2.39).

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \\ x_1(2) \\ x_1(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix} \dots (2.39)$$

Esto es el vector columna  $\mathbf{x}_1(\mathbf{k})$  es igual al producto entre el vector y la matriz a la derecha de la ecuación (2.37).

El elemento  $\mathbf{x}_1(\mathbf{0})$  es computado por una multiplicación compleja y una adición compleja ( $W^0$  no es reducido a la unidad para desarrollar un resultado general), mostrado en la ec. (2.40).

$$x_1(0) = x_0(0) + W^0 \cdot x_0(2) \dots (2.40)$$

El elemento  $\mathbf{x}_1(1)$  está también determinado por una multiplicación compleja y una adición. Sólo una adición compleja se realiza para computar  $\mathbf{x}_1(2)$ . Esto deviene del hecho que  $W^0 = -W^2$ .

Por lo tanto se plantea la ec. (2.41)

$$x_1(2) = x_0(0) + W^2 \cdot x_0(2) = x_0(0) - W^0 \cdot x_0(2) \dots (2.41)$$

Donde la multiplicación compleja  $W^0 \cdot x_0(2)$  ya ha sido computada en la determinación de  $\mathbf{x}_1(0)$ .

Por el mismo razonamiento,  $\mathbf{x}_1(3)$  es computada por sólo por una adición compleja y ninguna multiplicación. El vector intermedio  $\mathbf{x}_1(k)$  es entonces determinado por cuatro adiciones y dos multiplicaciones complejas, ver ec. (2.42).

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(2) \\ X(1) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(0) \\ x_2(1) \\ x_2(2) \\ x_2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & W^1 \\ 0 & 0 & 1 & W^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \\ x_1(2) \\ x_1(3) \end{bmatrix} \dots (2.42)$$

El elemento  $\mathbf{x}_2(0)$  está determinado por una multiplicación y una adición complejas, de acuerdo a ec. (2.43)

$$x_2(0) = x_1(0) + W^0 \cdot x_1(1) \dots (2.43)$$

El elemento  $\mathbf{x}_2(1)$  está determinado por una adición compleja porque  $W^0 = -W^2$ .

Con un razonamiento similar  $\mathbf{x}_2(2)$  está determinado por una multiplicación compleja y una adición y  $\mathbf{x}_2(3)$  por sólo una adición.

Luego el cómputo de la ecuación (4.37) requiere un total de cuatro multiplicaciones complejas y ocho sumas complejas. En cambio, el cómputo de la ecuación (4.32) requiere dieciséis multiplicaciones complejas y 12 sumas complejas.

Nótese que el proceso de factorización de la matriz introduce ceros en las matrices factorizadas y, como resultado, reduce el

número requerido de multiplicaciones. Para este ejemplo, el proceso de factorización de matriz ha reducido el número requerido de multiplicaciones en un factor de dos.

Ya que el tiempo de cómputo es fuertemente gobernado por el número de multiplicaciones, se ve la razón de la eficiencia del algoritmo FFT.

Para  $N = 2^\gamma$  el algoritmo FFT es entonces simplemente un proceso de factorización de una matriz  $N \times N$  en " $\gamma$ " matrices (cada una de  $N \times N$ ) de modo tal que cada una de las matrices factorizadas tenga una propiedad especial de minimizar el número de multiplicaciones y adiciones.

Si se extiende el resultado del ejemplo previo, se nota que la FFT requiere  $N \cdot \frac{\gamma}{2} = 4$  multiplicaciones complejas y  $N \cdot \gamma = 8$  adiciones complejas, mientras que el método directo requiere  $N^2$  multiplicaciones complejas y  $N \cdot (N - 1)$  adiciones complejas.

Si se supone que el tiempo de cómputo es proporcional al número de multiplicaciones, entonces la razón aproximada de tiempo de cómputo del método directo al de la FFT está dado por la ec. (2.44)

$$\frac{N^2}{N \cdot \frac{\gamma}{2}} = \frac{2 \cdot N}{\gamma} \dots (2.44)$$

La cual para  $N = 1024 = 2^{10}$  es una reducción computacional de más de 200 a 1. La Figura (19) ilustra la relación entre el número de multiplicaciones requeridas usando el algoritmo FFT comparada con el número de multiplicaciones del método directo.

$$f_{dir}(N) = N^2 \quad N = 2 \dots 1024 \quad f_{fft}(N) = \frac{N}{2} \cdot \frac{\ln(N)}{\ln(2)}$$

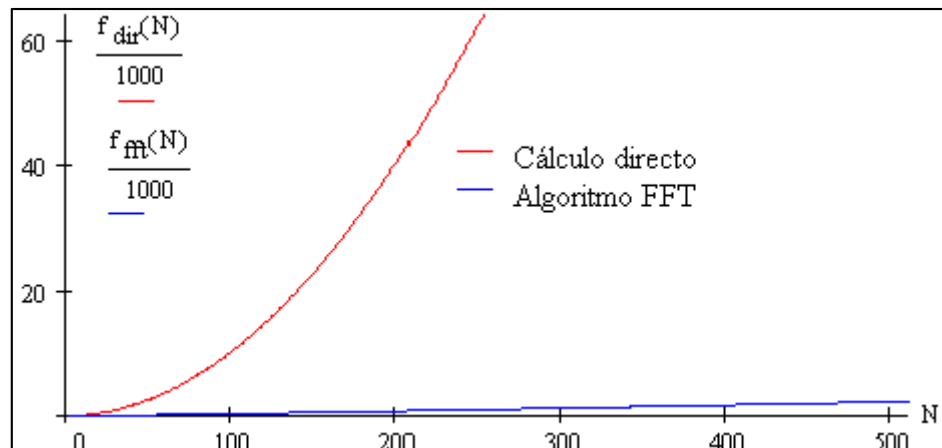


Figura 19. Relación entre el cálculo directo y FFT  
Fuente: <http://www2.dis.ulpgc.es/~obolivar/apuntes/tema4/tema4.htm>

El procedimiento de factorización introduce una discrepancia. Recuérdese que el cómputo de (2.37) produce:  $X_d(n)$  en vez de  $X_n$ , este reordenamiento es inherente al proceso de factorización de la matriz y es un problema menor debido a que es sencillo generalizar una técnica de "reordenamiento" de  $X_d(n)$  para obtener  $X_n$ , [6].

Reescribiendo  $X_d(n)$  reemplazando el argumento  $n$  con sus

equivalentes binarios: 
$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(2) \\ X(1) \\ X(3) \end{bmatrix} \text{ se convierte en } \begin{bmatrix} X(00) \\ X(10) \\ X(01) \\ X(11) \end{bmatrix} \dots (2.45)$$

Obsérvese que si los argumentos binarios de (2.45) son "flippeados" o "bit reversed" (es decir, 10 se transforma en 01, etc.) En otras palabras, la imagen del espejo del binario, apreciar ec. (2.46).

$$X_d(n) = \begin{bmatrix} X(00) \\ X(10) \\ X(01) \\ X(11) \end{bmatrix} \text{ flippea a } \begin{bmatrix} X(00) \\ X(01) \\ X(10) \\ X(11) \end{bmatrix} = X(n) \dots (2.46)$$

Es sencillo desarrollar un resultado generalizado para "reordenar" la FFT.

Para N mayor que 4, es voluminoso describir el proceso de factorización de la matriz análoga a ecuación (2.37). Por esta razón, es conveniente interpretar a la ecuación (2.37) de manera gráfica. Usando esta



formulación gráfica se puede describir, en forma suficientemente generalizada, un diagrama de flujo para un programa de computadora.

### 2.2.6.2 Gráfico Flujo Señal

Se convertirá la expresión (2.37) en un gráfico de flujo como el de la Figura (20), [9].

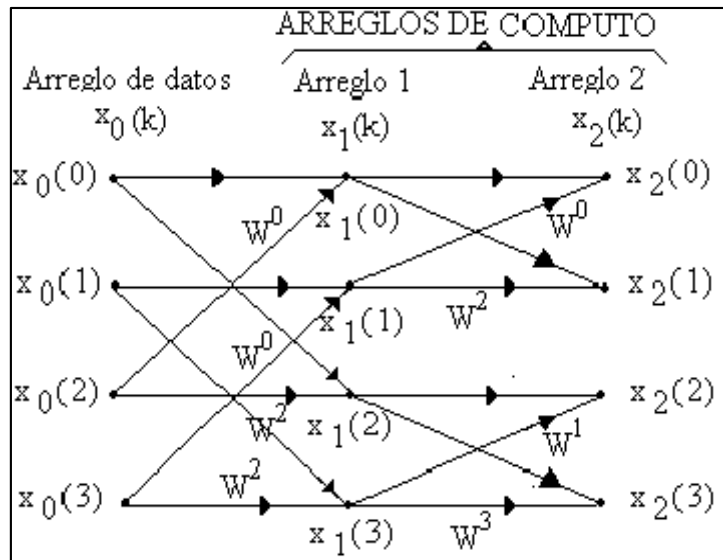


Figura 20. Gráfico de Flujo

Fuente: Discrete-Time Signal Processing-Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer- Pearson Education

Como se muestra, se representa el vector de datos o arreglo  $x_0(k)$  por una columna vertical de nodos sobre la izquierda del gráfico. El segundo arreglo vertical de nodos es el vector  $x_1(k)$  computado en la ecuación (2.39), y el próximo arreglo corresponde el vector  $x_0(k) = x_d(n)$ , ecuación (2.42). En general, se computarán  $\gamma$  arreglos, donde  $N = 2\gamma$ .

El flujo de señal se interpreta como sigue. A cada nudo ingresan dos líneas sólidas representando "sendas de transmisión" desde nudos previos. Una senda transmite o trae una cantidad desde un nodo en un arreglo, multiplica la cantidad por  $W^P$ , y saca el resultado por el nudo del próximo arreglo. El factor  $W^P$  aparece cerca de la flecha de la senda de transmisión, la ausencia de este factor implica que  $W^P = 1$ .

Los resultados entrantes en un nudo desde dos sendas de transmisión son combinados aditivamente.

Para ilustrar la interpretación del gráfico de flujo de señal, considérese el nudo  $x_1(2)$  de la Figura (20).

De acuerdo con la regla para interpretar el gráfico de flujo de señal, de la ec. (2.47),[9].

$$x_1(2) = x_0(0) + W^2 \cdot x_0(2) \dots (2.47)$$

Lo cual es simplemente la ecuación (2.41). Cada nodo del gráfico de flujo de señal es expresado similarmente.

Este método es entonces un método conciso para representar los cálculos requeridos en la matriz factorizada del algoritmo FFT ecuación (2.37). Cada columna del gráfico corresponde a una matriz factorizada; se requieren  $\gamma$  arreglos verticales de  $N$  puntos cada uno  $N = 2\gamma$ . La utilización de esta presentación gráfica permite fácilmente describir el proceso de factorización para un  $N$  grande, [5].

### **CAPÍTULO III**

#### **PRUEBAS Y RESULTADOS**

Para realizar las pruebas y la demostración de resultados deseados, desarrollados a partir del modelamiento y análisis de este trabajo, se realizará un prototipo asistido por computadora, el cual obtendrá las señales de corriente y voltaje, las que serán apreciadas en tiempo real, así mismo se apreciará el consumo en potencia hora de una carga eléctrica, ya sea inductiva, capacitivo o resistiva. El procesamiento digital será realizado por la tarjeta de desarrollo Arduino YUN, el cual cuenta con interfaz de comunicación IP inalámbrica y alámbrica y un conversor análogo digital, con la capacidad de cuantificar una señal a 10 bits. A continuación se mostrará el diagrama de bloques del prototipo desarrollado, en la figura (21).

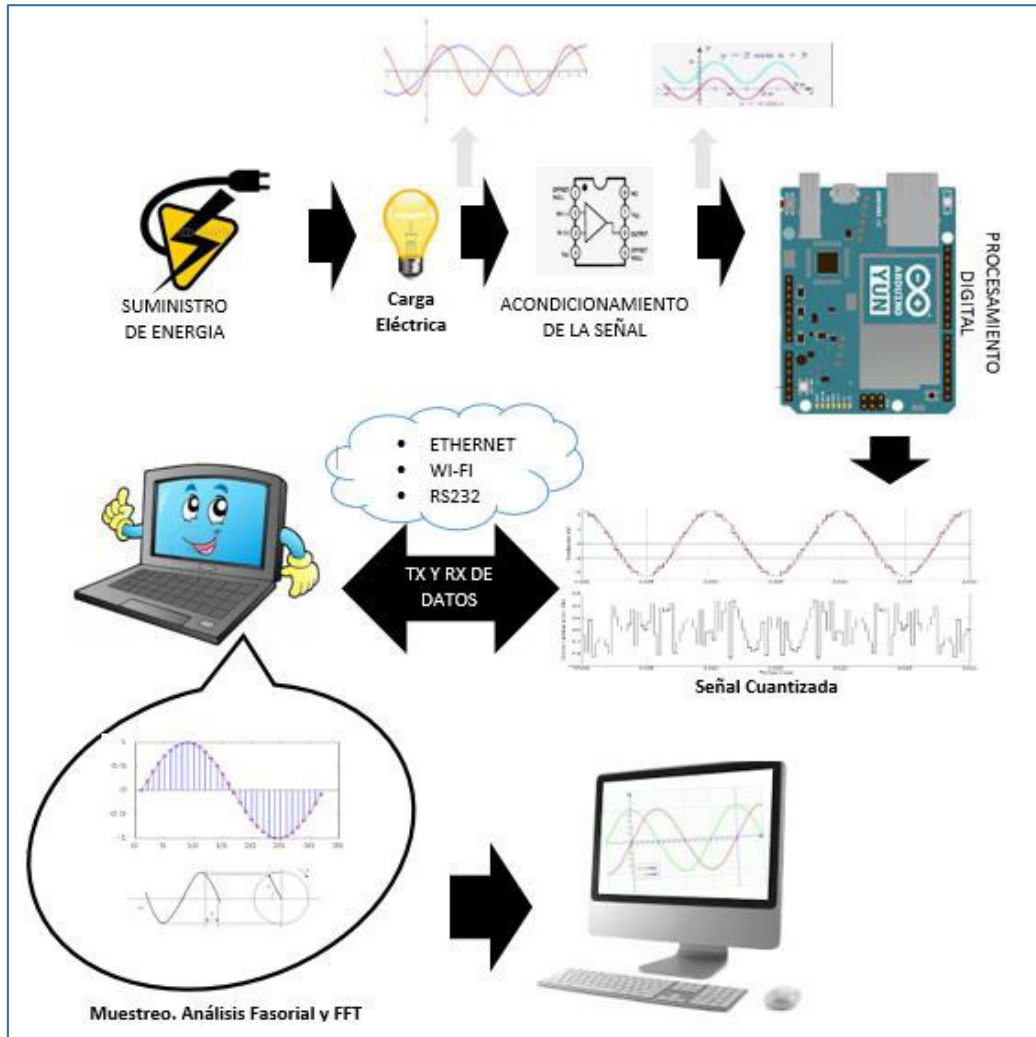
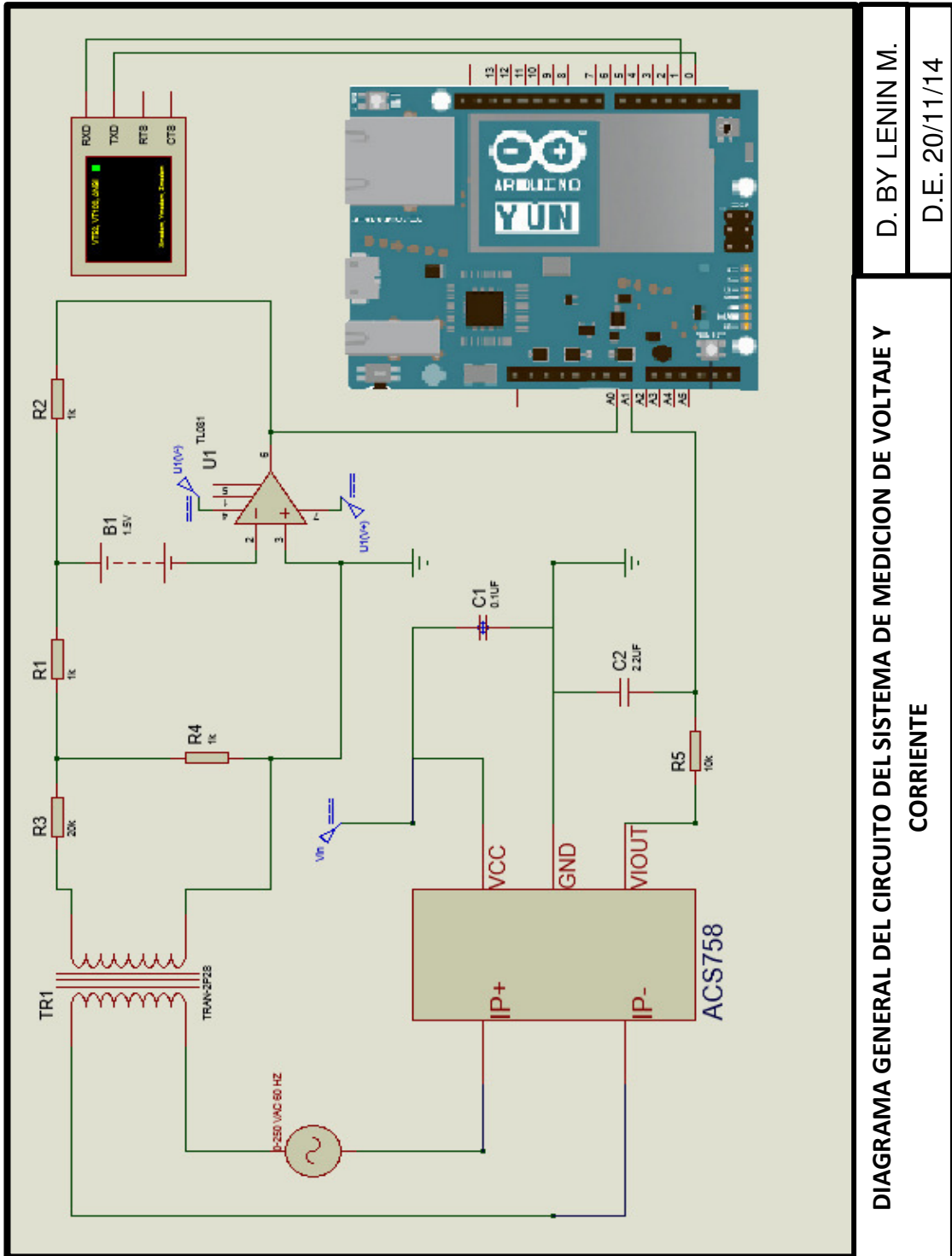


Figura 21. Diagrama de Bloques del Prototipo  
Elaboración: el autor

### 3.1 Diagrama Circuital del Prototipo

De acuerdo con el diagrama de bloques del prototipo, se realizó el diseño circuital para el sensado de la corriente y el voltaje, que será digitalizada y procesada para su posterior análisis. En la figura (22) se presenta el diagrama circuital general del sistema, donde cada una de las etapas mostradas, en este diseño, explicada a continuación.



D. BY LENIN M.  
D.E. 20/11/14

**DIAGRAMA GENERAL DEL CIRCUITO DEL SISTEMA DE MEDICION DE VOLTAJE Y CORRIENTE**

Figura 22. Diagrama Circuitual General  
Elaboración: el autor

### 3.2 Inversión y costos para la realización del diseño

Para la implementación del diseño, se ha estimado un gasto económico que se presenta en la tabla (4). Dicho monto solo se ha utilizado para la implementación del diseño, ya para implementar un producto final que pueda ser comercializado se tiene que considerar la inscripción de la marca, certificaciones entre otras documentaciones que se pueda requerir para comercializar el producto. Claro está que una de las bases para el desarrollo de este producto es la minimización de costos comparado con productos similares, ya que para el sensado, procesamiento y monitoreo de consumo de potencia se han utilizado dispositivos electrónicos de bajo costo, pero de buena calidad y software libre, que si se desea realizar un cambio por algún dispositivo con opciones adicionales a las que se propone, no existirá dificultad en reemplazarlo o adaptarlo.

Tabla 4. Costo Total del Diseño

Equipo/dispositivo	Marca	Característica	Cantidad	Costo (S/.)
Módulo YUN	Arduino	Tarjeta Procesadora con chip Atmega	1	260,00
Transformador 220/20 VAC		Reduce voltaje de entrada para realizar sensado	1	10,00
Sensor de Corriente	Allegro	ACS758	1	59,00
Opam	Schneider	TL081	1	2,00
Resistencias		Diferentes valores ohmicos	10	2,00
batería	Duracell	9 VDC	2	20,00
Cables conectores		Diversos Tamaños		5,00
			<b>TOTAL</b>	358,00

Elaboración: el autor

### 3.3 Sensado y acondicionamiento de la Señal

#### 3.3.1 Sensado Señal de Voltaje

Para sensar la señal de voltaje se realizó el aislamiento de las líneas de fase, neutro y tierra por medio de un transformador, con el fin de evitar fallas con el prototipo a desarrollar, ya que la tierra del circuito se llegaría a unir con la tierra de la tensión del suministro, lo que ocasionaría diferencias de potencial indeseadas. Ya obtenida la señal, el siguiente paso es atenuar la señal a un valor que el procesador que realizará la conversión digital pueda soportar, para ello se consideró el circuito que se muestra en la figura (14), (punto 2.2.4.1).

Para el diseño del transformador, se consideró atenuar el voltaje de entrada ( $v_{in}$ ) a un voltaje de salida ( $v_{out}$ ), que tiene una relación directamente proporcional de:  $\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{10}$ , esta relación es obtenida por el criterio de diseño de un transformador que considera: la relación entre el número de vueltas de la bobina primaria (NP) y el número de vueltas de la bobina secundaria (NS) es directamente proporcional al voltaje de entrada ( $v_{in}$ ) entre el voltaje de salida ( $v_{out}$ ), ver ec. (3.1)

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{NS}{NP} = \frac{1}{10} \dots (3.1)$$

Es por ello que para el diseño del prototipo de medición se consideró atenuar el voltaje a la décima parte, por ejemplo: si existe un  $v_{in} = 218 \text{ VAC}$  el  $v_{out} = 2,18 \text{ VAC}$ .

Para el diseño del transformador, también se consideró el número de vueltas primario y número de vueltas secundario, que se obtiene a través de la fórmula señalada en la ec. (3.2)

$$E = 4. K. f. N. S_N. \beta \dots (3.2)$$

Donde en ec. (3.2) se considera:

E: es el voltaje de salida ( $v_{out}$ ) o entrada ( $v_{in}$ ), para consideración de diseño se consideró  $v_{in}=220 \text{ VAC}$  y  $v_{out}=22$ , este valor fue obtenido por la ecuación (3.1).

K: Es el factor de forma de la señal de la tensión, para este caso es una señal sinusoidal cuyo factor es "1.11".

f: Es la frecuencia de la señal de la tensión , que para el caso de la tensión suministrada en Perú es "60 Hz".

N: es el número e vueltas de la bobina primaria o secundaria.

$S_N$ : Es el área seccional del núcleo, que es obtenida por la fórmula mostrada en la ec. (3.3).

$$S_N = 1.2\sqrt{P}...(3.3)$$

En ec. (3.3) P es la potencia que soportará el transformador, para este caso como solo se tiene como fin conseguir la señal, solo se consideró un transformador cuya potencia activa  $P=200W$ , que siendo reemplazado en la ecuación (5.3), se obtendrá una sección transversal  $S_N = 16.9cm^2 = 0.00169m^2$ .

$\beta$ : Es la constante de calidad de las láminas del núcleo, en este caso para las láminas de hierro/silicio la constante utilizada es 12000 Gauss=1.20 Teslas.

Por lo tanto, haciendo el reemplazo en la ecuación (5.2), se obtendría que el número de vueltas primario:

$$NP = \frac{220}{4 \times 1.11 \times 60 \times 0.00169 \times 12000} = 407 \text{ vueltas}$$

Volviendo a aplicar la ecuación (3.1) se obtendría el número de vueltas de la espira secundaria  $NS = 41 \text{ vueltas}$ .

Para finalizar con la etapa del sensado de la señal, que ya se encuentra aislada de la fuente principal del generación de voltaje, se atenuará la señal a través de un circuito divisor de voltaje donde se utilizan: R1 y R2, que es el arreglo circuital que atenúa la señal, donde por la ecuación (4.26) se utilizará el voltaje de VR2 para el procesamiento digital, donde el voltaje se baja a la vigésima primera parte. Esto se consideró realizar ya que el procesador tiene un rango análogo de procesamiento de voltajes entre 0 y 5



VDC de la señal de entrada, por lo que  $R1=20K\Omega$  y  $R2=1K\Omega$ , revisar diseño final en la figura (23).

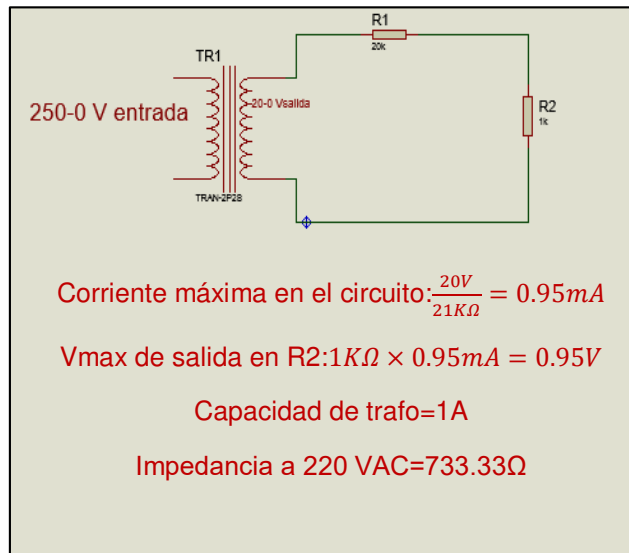


Figura 23. Diseño Circuitual y Parámetros de funcionamiento  
Elaboración: el autor

Ya atenuada la señal, se procede a elevar el offset de dicha señal con el fin de evitar los voltajes negativos que perjudicaría al conversor, ya que este soporta valores de 0 a 5 VDC, que se elevara a 2.5 VDC, siendo este el nivel de referencia como se indica en la figura (24).

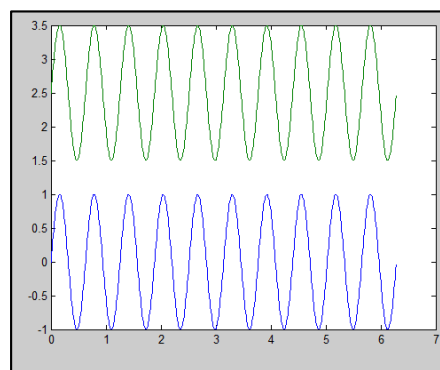


Figura 24. Señal en el origen (azul), señal con 2.5 DC (verde)  
Elaboración: el autor

### 3.3.2 Acondicionamiento señal de voltaje

La tensión de offset en la entrada aparece cuando la característica de transferencia del A. O. no pasa por el origen. La tensión de offset se puede definir como el voltaje diferencial que hay que aplicar entre las entradas de A.

O. para que su salida valga justamente 0. Este error se puede modelar simplemente añadiendo una fuente de tensión de valor constante en serie con una de las entradas del A. O. Puesto que esta tensión es constante su efecto en los circuitos va a ser tan solo la aparición de una tensión de DC en la salida.

En la configuración, que se muestra en la figura (25), la tensión de offset se suma a la tensión de la entrada y por lo tanto aparecerá en la salida multiplicada por la misma ganancia que ella, ver ec. (3.3).

$$V_o = (V_i + V_{off})(1 + \frac{R_1}{R_2}) \dots (3.3)$$

El valor de la ecuación (3.3), se muestra en el diseño mostrado en la figura (25), donde  $V_i$  es el resultado del  $V_{max}$ . en  $R_2$  de la figura (23).

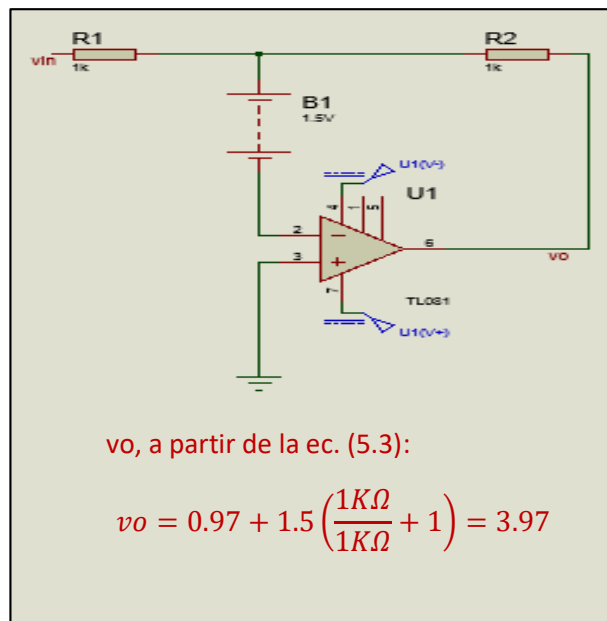


Figura 25. Amplificador Operacional-Configuración no Inversora  
Elaboración: el autor

### 3.3.3 Sensado y acondicionamiento de la señal de corriente

Para realizar el sensado de esta señal se utilizó el circuito integrado ACS758, cuyo funcionamiento se basa en el efecto Hall, que llegó a ser muy preciso y lineal de bajo offset.

Este convierte un campo magnético generado por la corriente que pasa a través de una pista de cobre, el campo es capturado por el sensor de efecto hall y convertido a voltaje.

La exactitud y linealidad es optimizada por medio de la localización próxima de la señal de corriente al sensor, a través de la integración de un núcleo ferro-magnético de alto desempeño dentro del encapsulado.

La exactitud de este sensor se debe, en gran parte, a la precisión y bajo off-set con la cual se suministra el voltaje,

La resistencia interna de la sección conductora de corriente presenta una bajísima resistencia, siendo 0.0001 Ohms su valor típico, lo que a su vez, presenta una bajísima pérdida de potencia.

Los terminales de la sección conductora de corriente son aislados, eléctricamente de los pines del sensor (terminales 1 al 3).

Este dispositivo permite sensor corrientes de operación (DC o AC) de hasta +/- 200 Amperios y su voltaje de operación esta en el rango de 3.3v a 5v.

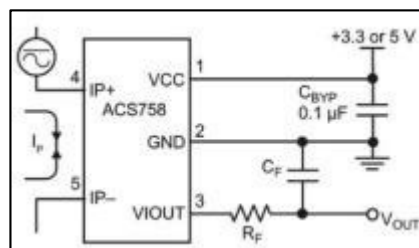


Figura 26. Conexión del ACS758

Fuente: [www.allegromicro.com/~media/Files/.../ACS758-Datasheet.ashx](http://www.allegromicro.com/~media/Files/.../ACS758-Datasheet.ashx)

- Tensión de funcionamiento (analógico): 5V
- Tamaño: 34x34mm
- Medición de pico de tensión: 3000 V (AC) , 500V (DC)
- Medición de la corriente : -50 ~ 50A
- Sensibilidad: 40 mV / A
- Temperatura de funcionamiento: -40 ~ 150 ° C

### 3.4 Adquisición de datos

De acuerdo con lo mencionado en la introducción de este capítulo, para la digitalización de las señales en interés, se utilizará el módulo para diseño de software y hardware Marca: Arduino, Modelo: YUN.

Las especificaciones técnicas se detallan en la Tabla (5).

Tabla 5. Especificaciones Técnicas Arduino YUN

Microcontroller	ATmega32u4
Operatin Voltage	5V
Input Voltage	5V
Digital I/O Pins	20
PWM Channels	7
Analog Input Channels	12
DC Current per I/O Pin	40mA
DC Current for 3.3V Pin	50mA
Flah Memory	32 KB (of which 4KB used by bootloader)
SRAM	2.5 KB
EEPROM	1 KB
Clock Speed	16MHz

Elaboración: el autor

### 3.4.1 Algoritmo del Proceso de Digitalización

El proceso de digitalización está basado en el algoritmo, cuyo diagrama de flujo se muestra en la figura (28).

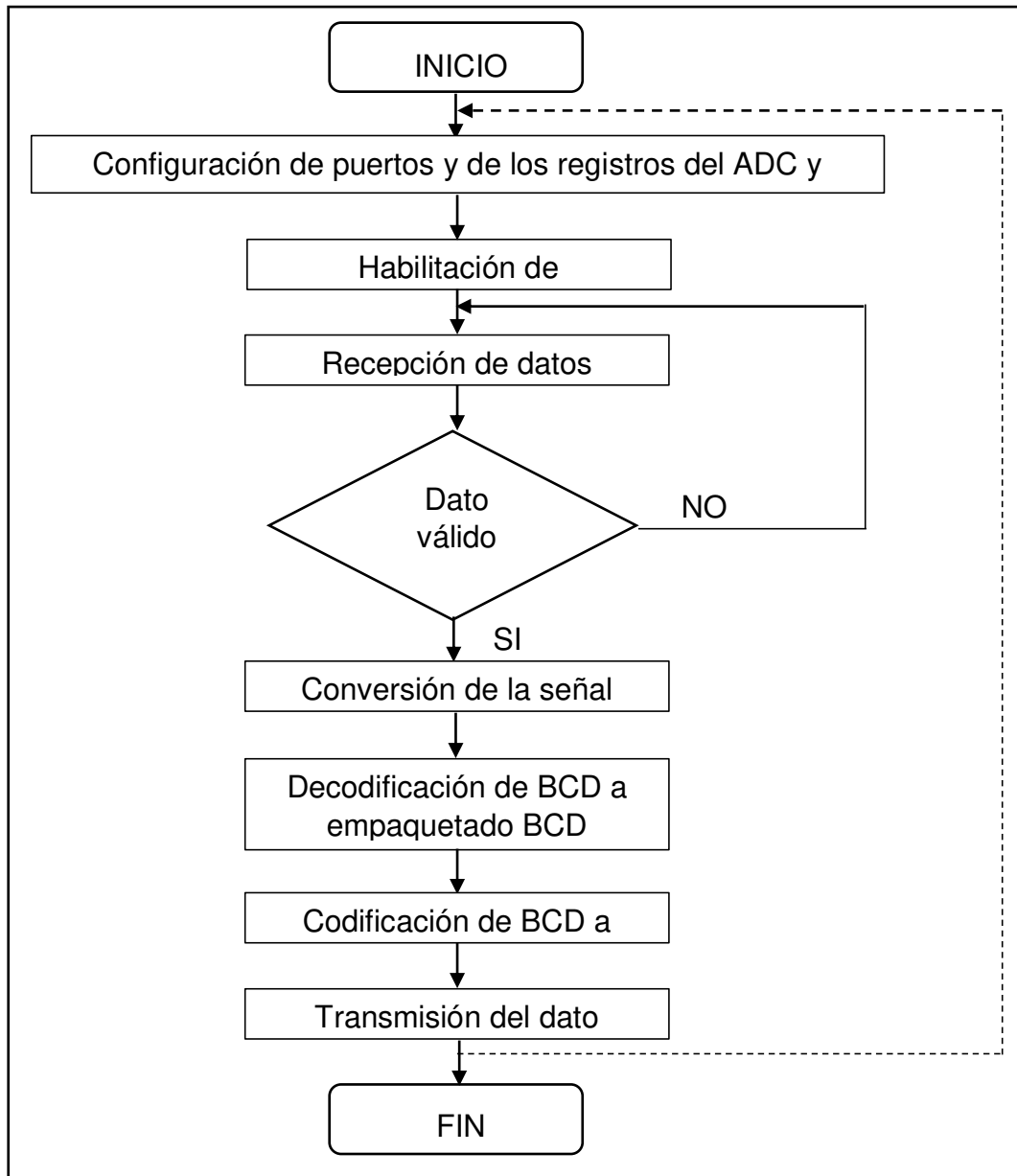


Figura 27. Diagrama de Flujo Principal  
Elaboración: el autor

### 3.4.2 Discretización de la señal

**Frecuencia de Muestreo ( $f_s$ )**, es la cantidad de muestras por segundo que se toman de la señal analógica para su conversión digital. Para este caso las señales tienen forma sinusoidal con una Frecuencia Máxima

$F_{max} = 60 \text{ Hz}$ . Por tanto aplicando el **\*\*Teorema de Nyquist** la Frecuencia de Muestreo  $f_s$ , resulta en la ec. (3.5), a partir de la ec. (3.4).

$$f_s > 2 \cdot F_{max} \dots (3.4),$$

Aplicando  $F_{max} = 60 \text{ Hz}$ , en ec. (3.4) se obtiene:

$$f_s > 120 \text{ muestras por segundo} \dots (3.5)$$

Considerando el criterio de Nyquist y evitando utilizar una carga computacional alta se asumirá una frecuencia de muestreo:  $f_s = 1000 \text{ muestras por segundo} \approx 1 \text{ KHz}$

### **\*\*Teorema de Nyquist**

El teorema demuestra que la reconstrucción exacta de una señal periódica continua en banda base a partir de sus muestras, es matemáticamente posible si la señal está limitada en banda y la tasa de muestreo es superior al doble de su ancho de banda.

Dicho de otro modo, la información completa de la señal analógica original que cumple el criterio anterior está descrita por la serie total de muestras que resultaron del proceso de muestreo. No hay nada, por tanto, de la evolución de la señal entre muestras que no esté perfectamente definido por la serie total de muestras.

Si la frecuencia más alta contenida en una señal analógica  $x_\alpha(t)$  es  $F_{max} = B$  y la señal se muestrea a una tasa  $f_s > 2 \cdot F_{max}$ , entonces  $x_\alpha(t)$  se puede recuperar totalmente a partir de sus muestras mediante la siguiente función de interpolación:

$$g(t) = \frac{\text{sen}(2\pi Bt)}{2\pi Bt}$$

Así,  $x_\alpha(t)$  se puede expresar como:

$$x_\alpha(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_\alpha\left(\frac{n}{F_s}\right) g\left(t - \frac{n}{F_s}\right)$$

Donde  $x_\alpha\left(\frac{n}{F_s}\right) = x_\alpha(nT) = x(n) \approx x_\alpha(t)$

Hay que notar que el concepto de ancho de banda no necesariamente es sinónimo del valor de la frecuencia más alta en la señal de interés.

A las señales para las cuales esto sí es cierto se les llama señales de banda base, y no todas las señales comparten tal característica (por ejemplo, las ondas de radio en frecuencia modulada). (Texto original de: [https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_de\\_muestreo\\_de\\_Nyquist-Shannon](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_muestreo_de_Nyquist-Shannon)):

La cuantificación de la señal, asociado directamente a los valores máximo y mínimo que se desean medir y a la cantidad de información que puede guardarse en cada medida (bits), para caso del módulo de diseño Arduino que digitaliza la señal a 10 bits, se tendrá un rango máximo de medida en:  $2^{10} = 1024$  datos posibles discretos.

Así, con un valor pico de 5 VDC (que fue considerado del voltaje máximo de operación del módulo arduino) y tomando en cuenta la ecuación 1.37 del CAPITULO I, se tuvo una resolución:

$$q = \frac{5}{2^{10}} = 0,00488$$

Donde "q" que es la resolución del conversor. Al tener una señal muestreada a esa cantidad de bits se obtiene una señal sinusoidal similar a la de la figura (28).

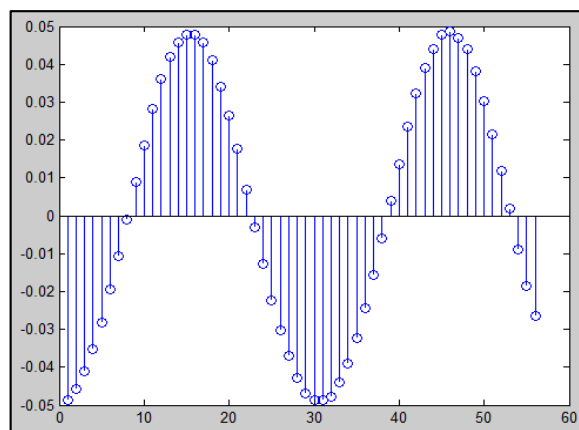


Figura 28. Muestreo de una señal de voltaje a 10 bits, 4KHz  
Elaboración: el autor

### 3.4.3 Desarrollo específico del algoritmo

A partir del diagrama de flujo de la figura (27), donde se generan los parámetros para la digitalización y de acuerdo con el módulo de diseño que se utilizó, se muestra en la figura (29), el diagrama más específico sobre los puertos a utilizarse en el módulo Arduino, donde se indica que el puerto A es para las entradas análogas y el puerto C para la transmisión y recepción de información, con sus respectivos parámetros de configuración serial.

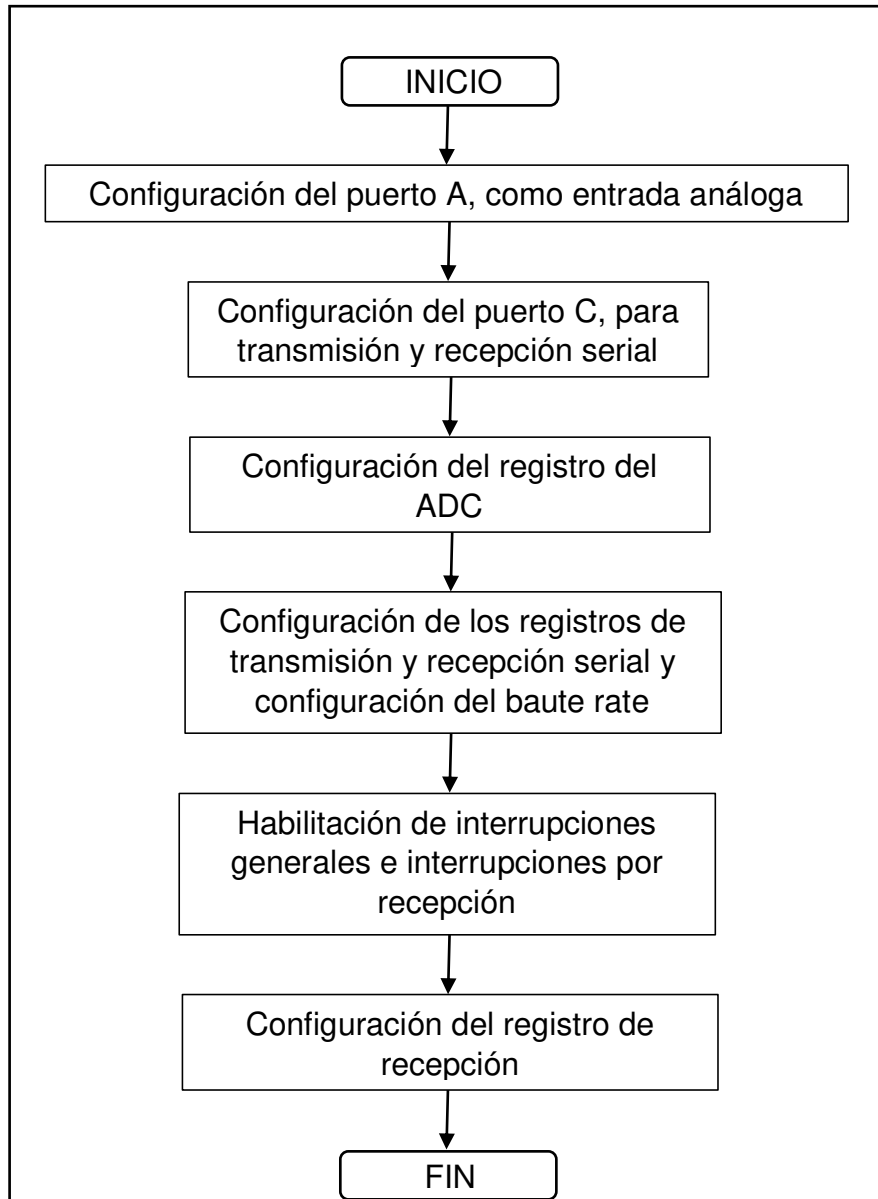


Figura 29. Diagrama de Flujo Específico  
Elaboración: el autor



### 3.5 Procesamiento de la información

Basados en el diagrama de flujo diseñado, mostrado en la figura 29, se desarrolló un código de programación para matlab, que reconstruyó la señal y mostrará la gráfica en tiempo real, así mismo la implementación del código para realizar la FFT de 8 muestras, con diezma en tiempo en base 4 como se diagrama en la figura 30, [10].

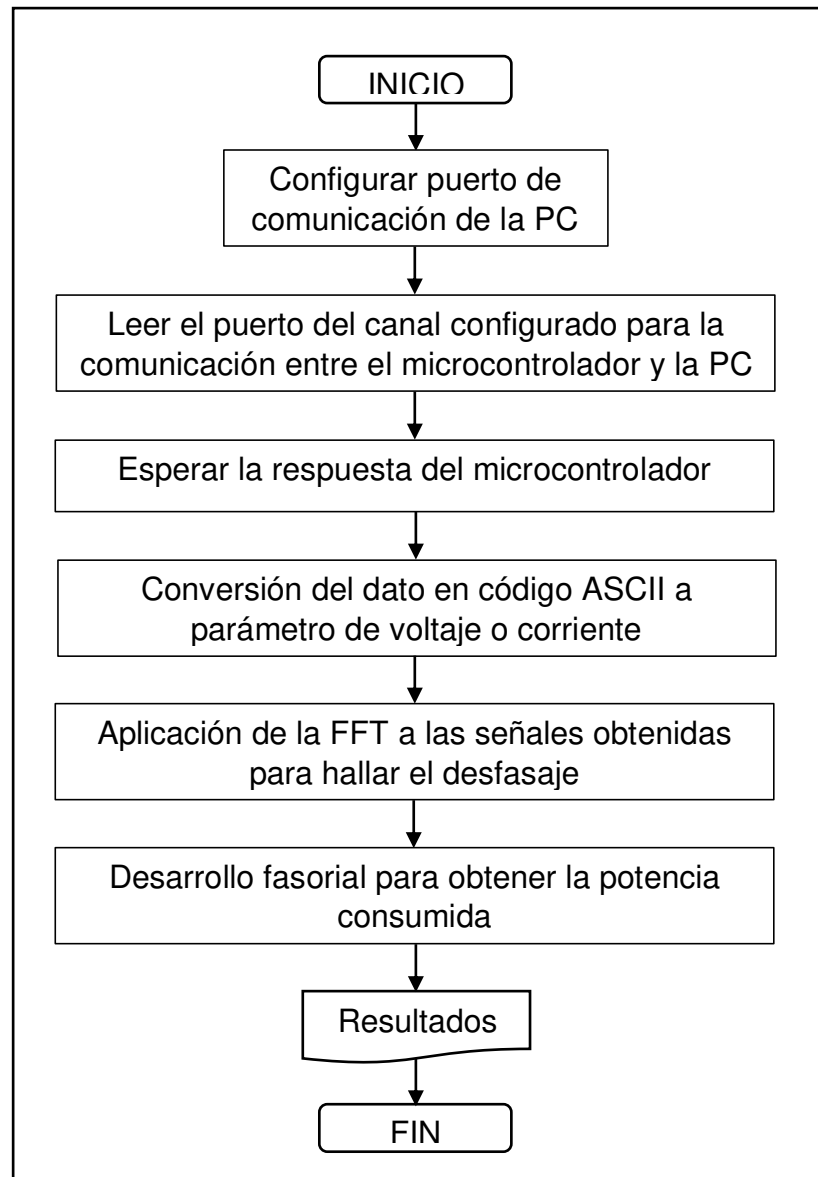


Figura 30. Diagrama de Flujo General Para las tareas que realizará la PC  
Elaboración: el autor

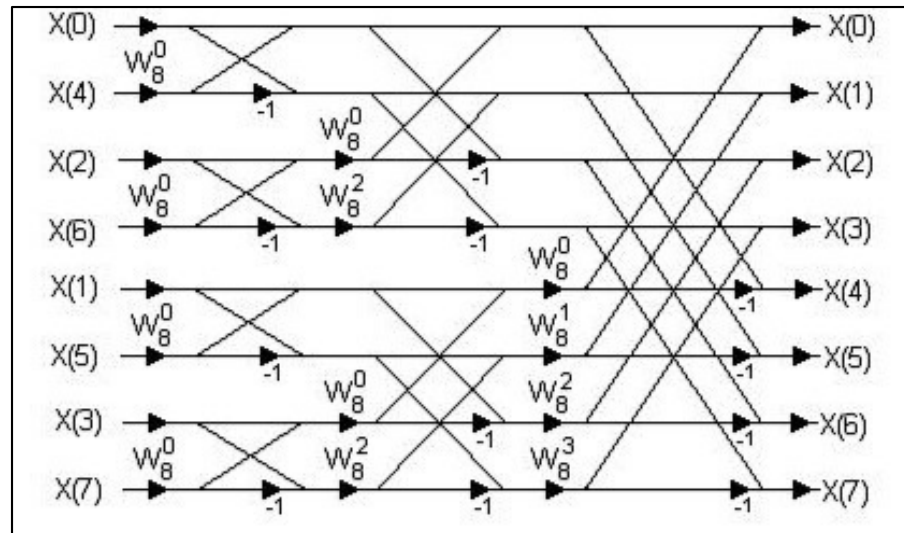


Figura 31. Flujo grama de una FFT en base 4 con diezmado en tiempo  
 Fuente: Oppenheim, A. V. y Ronald W. Schafer, R. W. (20) Discrete-Time Signal Processing.

### 3.6 Resultados finales y comparación con valores reales

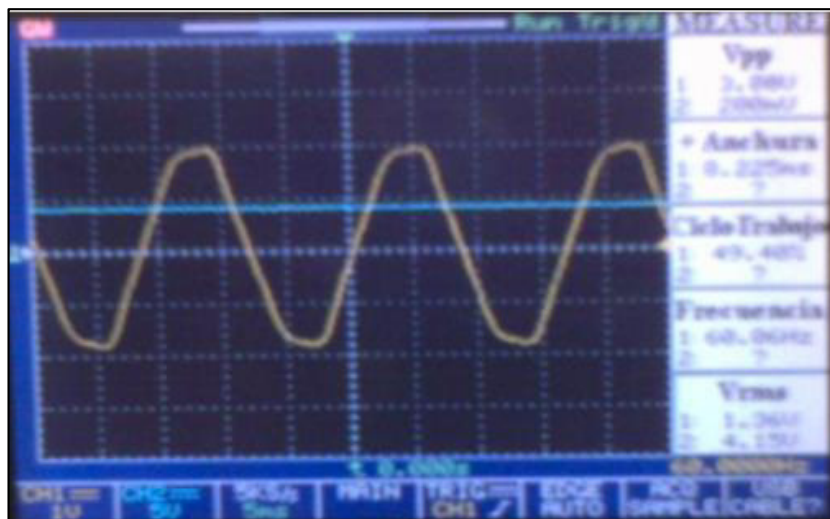


Figura 32. Forma de onda del voltaje capturada con el osciloscopio.  
 Elaboración: el autor.

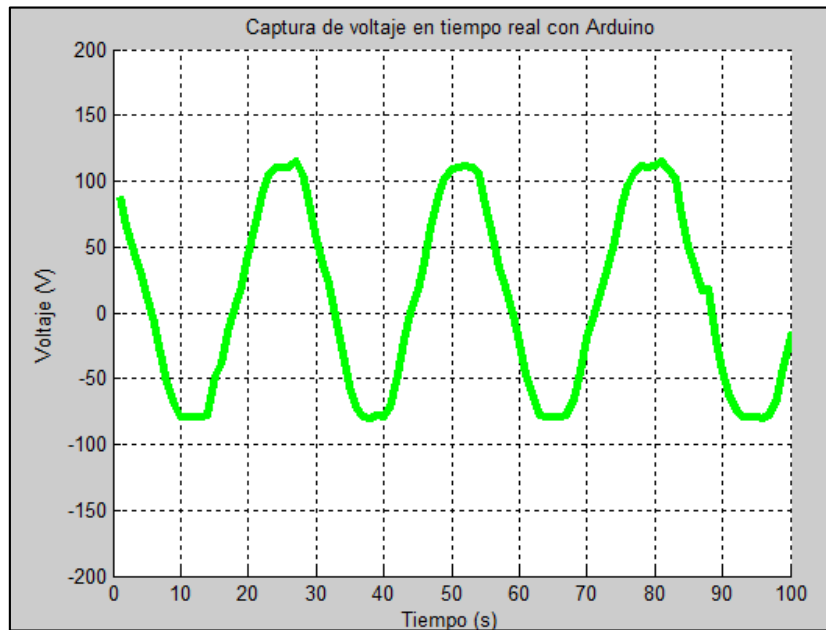


Figura 33. Forma de Onda Capturada por el Prototipo  
Elaboración: el autor

Para la demostración de captura de resultados, se muestra, en la figura (34), la señal de voltaje de 220 VAC 60 HZ, graficada con el osciloscopio y en la figura (35) la gráfica capturada el prototipo diseñado. El sensado de la señal de corriente es, a partir de una carga inductiva, cuyo desfase se encuentra a  $45^\circ$ , de acuerdo con el espectro de fase de voltaje y corriente, indicados en la figura (36), en que además se aprecia el espectro de frecuencia de dichas señales y también las señales capturadas y las señales reconstruidas.

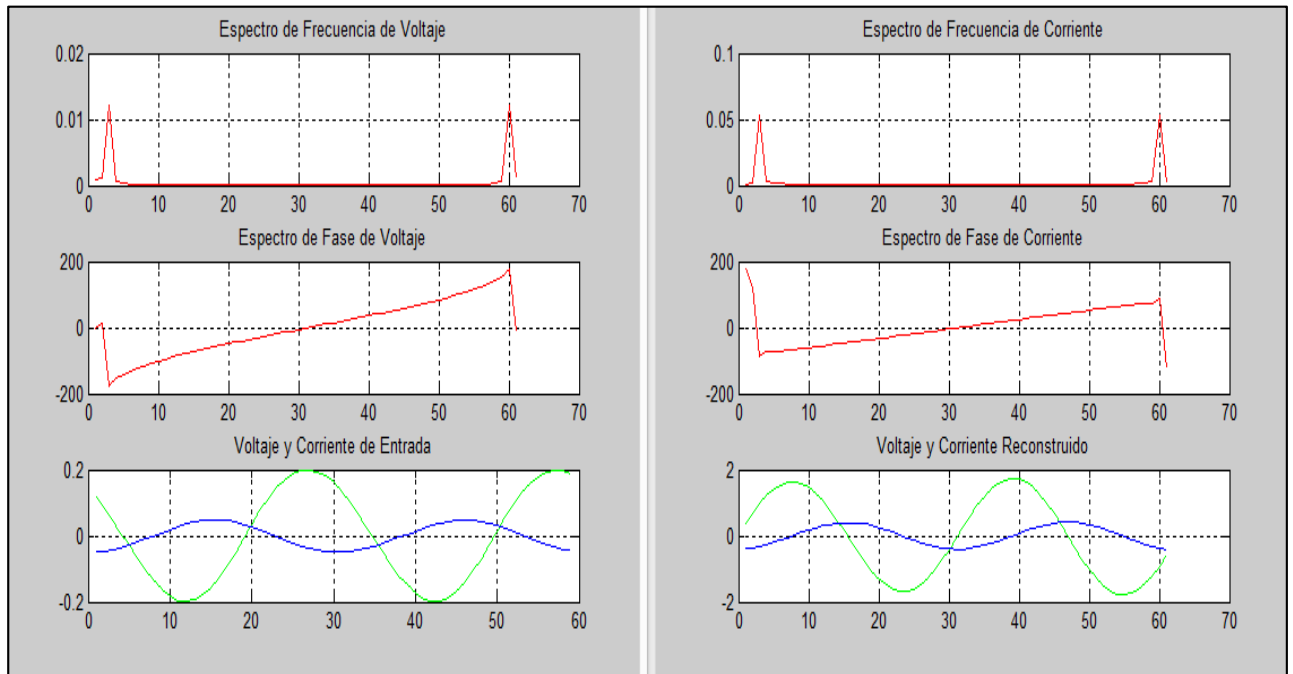


Figura 34. Resultados Obtenidos de las señales de Voltaje y Corriente  
Elaboración: el autor

Con la consideración de los datos obtenidos se tiene:

- $V=220.1$  VAC
- $I=0.9$  IAC
- $\Theta=45^\circ$
- Potencia aparente=  $0.198$ KVA
- Potencia activa= $0.140$ KW
- Potencia reactiva= $0.140$ KVAR

Para la finalización de pruebas se realizó la \*\*\*"Toma de Datos de Voltaje y Corriente".

### Toma de datos de voltaje y corriente

Para esta prueba, se ha tomado como referencia el método para comparación de datos estadísticos, el cual compara las mediciones de voltaje y corriente con una medida estándar del cual se deduce un error en comparación con los datos medidos por el diseño implementado. Este método se tomó como referencia de la tesis: "Diseño de un Medidor Eléctrico Digital de Prepago", realizado por el Ing. Jorge Olivera Ortega (2001).

Las pruebas fueron realizadas con una fuente para carga, conectado a un estabilizador híbrido con salidas de voltaje de 220 y 110 VAC, de acuerdo a datos de placa.

La comparación se realizó entre el Diseño del Circuito del Sistema de Medición de Voltaje y Corriente (que es la parte de hardware del diseño general) con una pinza amperimétrica, marca PRASEK modelo PR-202A. Los datos se muestran, en la tabla 6, y la gráfica de comparación en la figura (35), donde se aprecia un error del 1% aproximado.

Tabla 6 Comparación de mediciones de voltaje y corriente entre un multímetro digital v El Diseño del Circuito del Sistema de Medición de Voltaje v Corriente.

Voltaje Diseño	Voltaje Multímetro	Corriente Diseño	Corriente Multímetro
219	217	0,041	0,04
219	218	0,041	0,05
218	216	0,06	0,06
218	218	0,05	0,07
216	217	0,07	0,05
127,8	127,4	0	0,01
127,2	127,3	0,03	0,02
127,5	127,6	0,03	0,03
126	127,1	0,03	0,01

Elaboración: el autor

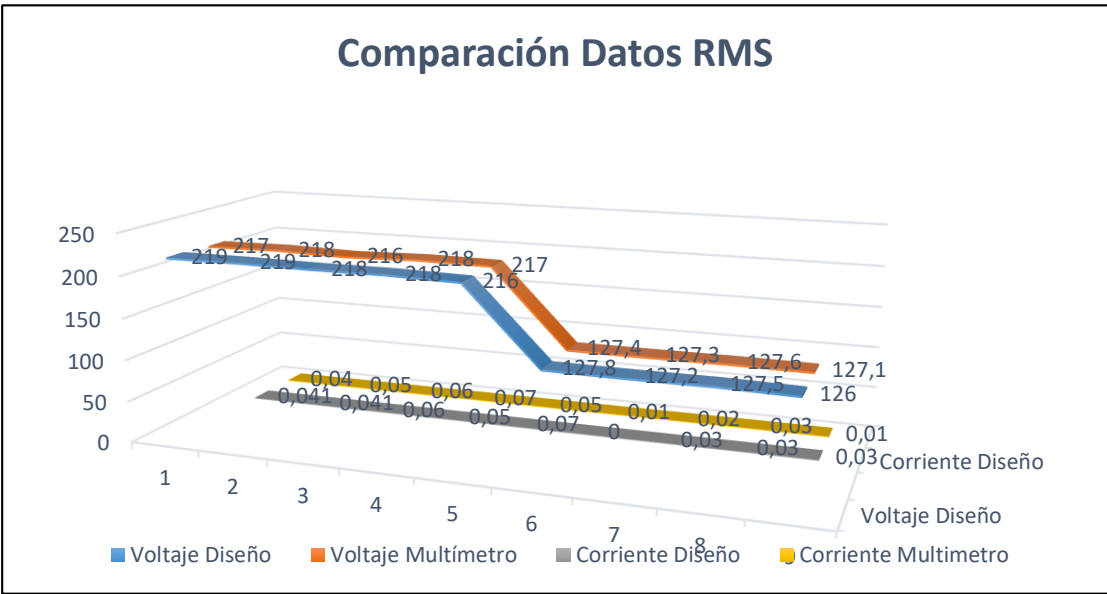


Figura 35. Valores tomados del diseño y valores de multímetro  
Elaboración: el autor

Asimismo, se evidencia el prototipo final de desarrollo en la figura (36), (37), (38), (39).

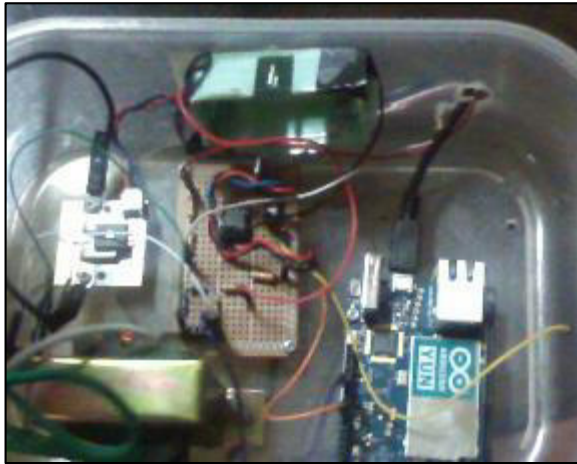


Figura 36. Vista interna del Prototipo.  
Elaboración: el autor.



Figura 37. Vista frontal del Prototipo.  
Elaboración: el autor.

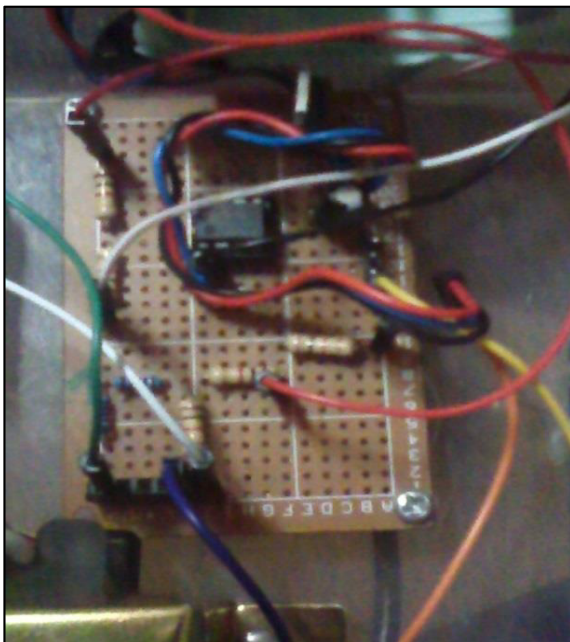


Figura 38. Módulo de Sensado de Voltaje.  
Elaboración: el autor.

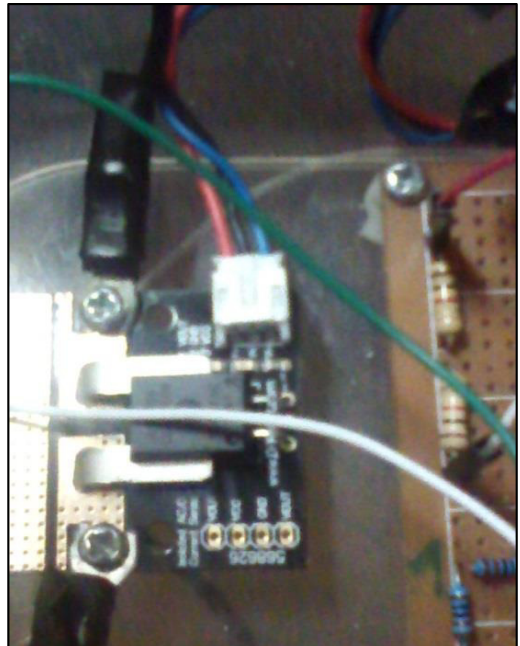


Figura 39. Módulo de Sensado de Corriente.  
Elaboración: el autor.

También se muestra la imagen del estabilizador y el cargador de baterías en las figuras (40) y (41), que se utilizaron para las pruebas de verificación.



Figura 36. Estabilizador de Voltaje.  
Elaboración: el autor.



Figura 37. Cargador de Baterías.  
Elaboración: el autor.

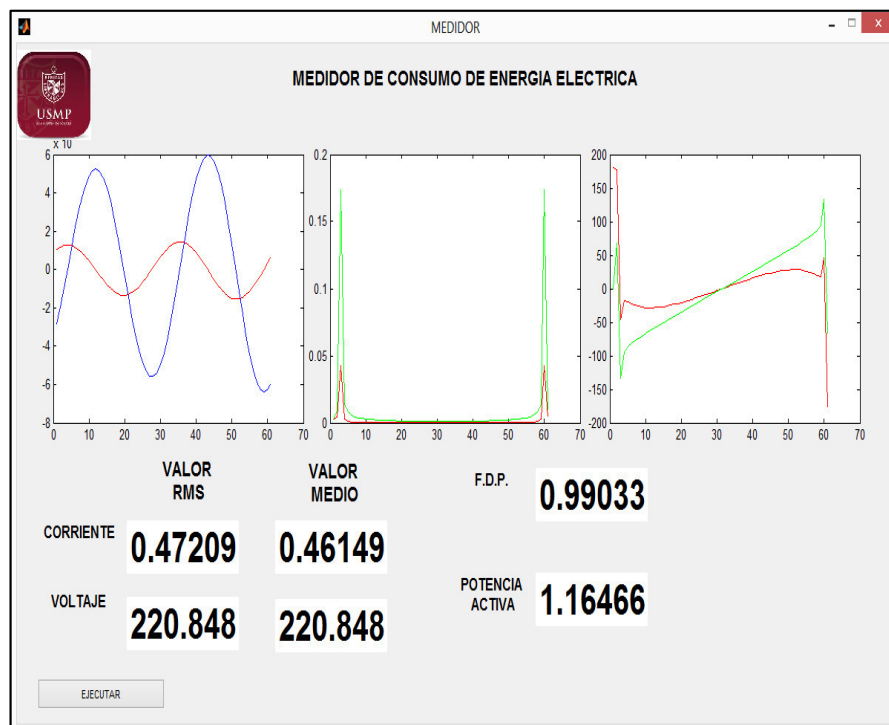


Figura 382. Entorno del programa desarrollado.  
Elaboración: El autor

Finalmente, se presenta, en la figura (42), el entorno del programa desarrollado, para la obtención de datos deseados y análisis de los mismos, cuyo código de programación se muestra en el ANEXO 8 .



## **CAPÍTULO IV**

### **DISCUSIÓN Y APLICACIONES**

Con la finalización de las pruebas realizadas y la comparación de valores RMS obtenidos, comparados con una pinza amperimétrica y un osciloscopio, se determina la eficiencia del prototipo ya que existe una variación de error comprensible, para el caso de voltaje  $\pm 1V$  y de corriente  $\pm 1mA$ , dichos resultados se puede apreciar en el capítulo I.

En cuanto a la potencia, se ha escrito y justificado una expresión para la potencia reactiva instantánea en el régimen AC permanente. Introduciendo la representación fasorial de la potencia, y analizando la estructura de los diagramas de circuitos de primer orden. Asimismo, recordando lo que son los vectores espirales propuestos en una expresión para la potencia instantánea transitoria que resulta ser extremadamente satisfactoria para circuitos de primer orden.

Finalizado el prototipo como primera versión que pueda tener muchas mejoras se concluye que en el País existen los recursos suficientes para el desarrollo de medidores eléctricos y la implementación en cada punto de suministro a cambio de los ya desactualizados medidores electromecánicos.

Con el desarrollo y mejoras en el prototipo propuesto, se hacer el monitoreo continuo del consumo así como de las fallas eléctricas cotidianas, de esa forma mejoraría la calidad de servicio de la empresas que suministran energía y disminuiría el descontento de los clientes que a diario hacen sentir su descontento por una y otra insatisfacción.

Con respecto a las limitaciones que tiene el prototipo final de esta tesis se podría decir que está limitada para ser monitoreada localmente. El monitoreo, a gran escala, implicaría escoger una canal de comunicación libre, que no ocasione tanto gasto, para el caso del monitoreo por internet, quizá se obligaría a todos los usuarios que cuente con este servicio, situación que sería un tanto imposible.

Otra limitación, es que el prototipo está diseñado para instalaciones eléctricas monofásicas, en caso de una instalación trifásica se tendría que modificar el modelamiento y análisis realizado.

## CONCLUSIONES

1. Se realizó el diseño e implementación de un medidor electrónico de energía activa mediante el empleo de hardware y software, con el fin de medir parámetros como son la energía consumida por una carga, tensión y corriente. Realizando los cálculos necesarios para determinar el  $\cos \phi$ , la energía aparente, y la energía reactiva, determinar, opcionalmente, la demanda máxima de la carga, y activar una alarma cuando se supere determinado valor de potencia, etc. Las posibilidades de desarrollo futuro son amplias, y dependerán de las necesidades o sugerencias que se presenten en la industria o en centros de investigación y desarrollo.
2. Se establecieron, de manera sistemática, las diferencias entre las distintas formas de calcular valores r.m.s. y los diferentes valores r.m.s. arrojados por varias señales.
3. Para el cálculo de potencia activa, se establece el algoritmo para su cuantificación, dejando claro su independencia frente a señales con contenidos armónicos.

4. El diseño de un algoritmo eficiente depende del conocimiento que se tenga del procesador y las instrucciones del problema que se quiere resolver. La solución de un problema determinado de procesamiento de señales, en tiempo real, requiere de la consideración de diferentes conjuntos de instrucciones y diferentes enfoques, para escoger el más eficiente en términos de uso de recursos del procesador y de velocidad de ejecución.
  
5. Mientras que una función, en el dominio temporal indica cómo la amplitud de la señal cambia en el tiempo, su representación en el dominio de la frecuencia permite conocer cuan a menudo esos cambios tienen lugar. Pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia se puede visualizar considerando que la señal en estudio está compuesta por la suma de ondas sinusoidales simples de amplitud y fase adecuadas o de exponenciales complejas relacionadas armónicamente.

## **RECOMENDACIONES**

1. Siempre tener en cuenta que para la medición de potencia reactiva y potencia aparente a partir de señales no sinusoidales, no existe una única definición y se estudian los conceptos y las recomendaciones de estándar ANSI/IEEE.
2. Es recomendable ejercitar el desarrollo de algoritmos para procesamiento digital de señales por medio de lenguajes de alto nivel y usar procesadores de propósito general. Aunque se tienen limitaciones en tiempo de ejecución, la transición de esta etapa a la implementación, en assembler o en lenguajes provistos por el fabricante, se hace natural y transparente.

## FUENTES DE INFORMACIÓN

### Bibliográficas:

Aguirre G., Zamalloa, Vidal N.-Lekue (2004). *La representación fasorial de la potencia en circuitos AC monofásicos*. Vizcaya. Universidad del país Vasco.

Chapman S. (2005). *Máquinas Eléctricas. Capítulo I: Introducción a los Principios de las Máquinas*. Australia. Mc Graw Hill, 4ta. Edición.

Deng D. (2008) *Sequential and adaptive learning algorithms for M-estimation*. Australia. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing.

Dorf R. y Svoboda J. (2000). *Circuitos eléctricos: introducción al análisis y diseño*. Capitulo: 8, 9 y 10. California. S.A. Macomb.

Olivera J. (2003). *Diseño de un Medidor Eléctrico Digital de Prepago*. México D.F. Tesis realizada en el Instituto Politécnico Nacional.

Oppenheim A., Schafer R. (2011). *Discrete-Time Signal Processing. Chapter 8: The Discrete Fourier Transform*. Upper Saddle River, N.J. Pearson-Ribera de Loira España.

Proakis J. G. y Manolakis, D. G. (2003). *Tratamiento Digital de Señales*. Madrid. Prentice Hall.

Sedra A., Kenneth C. (2006). *Circuitos microelectrónicos. Capítulo I: Introducción a la Electrónica*. Toronto. McGraw-Hill Interamericana de España S.L.

Serway R. y Jewet J. (2009). *Física para ciencias e ingeniería*. Capítulo 10: Inductancia, Capitulo 11: Circuitos de Corriente Alterna, Capitulo 12: Ondas

Electromagnéticas. Emérito-California. Cengage Learning Editores. Volumen II-2da Edición.

Silva Bijit L (2010). *Transformada rápida de Fourier*. Valparaíso. Universidad Técnica Federico Santa María.

Smith, S. W. (1999). *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California. Technical Publishing, Second Edition

### **Electrónicas**

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/energias-renovables/MATLAB/datos/fourier/>

<http://www.acee.com.mx/sistemas-de-monitoreo-de-indicadores-energeticos>

[http://electronics-diy.com/ICL7107\\_volt\\_meter.php](http://electronics-diy.com/ICL7107_volt_meter.php)

<http://www.emb.cl/electroindustria/articulo.mvc?xid=570&edi=7>

<http://www.coe.ufrj.br/~richard/Acionamentos/IEEE519.pdf>

<http://www.ni.com/white-paper/8198/es/>

<http://psim.mjmaytum.com/>

<http://www.eltoroide.com.ar/sensores%20rs.htm>

<http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=29049&url=http%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fstamp%2Fstamp.jsp%3Ftp%3D%26arnumber%3D29049>

<http://ddtorres.webs.ull.es/Docencia/Intalaciones/Electrifica/Tema%202.htm>

<http://arduino.cc/en/pmwiki.php?n=Tutorial/HomePage>

## **ANEXOS**

1. Diferentes tipos de medidores extraídos del reglamento técnico y metrológico para los medidores de energía eléctrica
2. Estándar IEEE 519
3. Estándar IEEE 644
4. Estándar IEEE 1459-2010
5. FFT Y Wavelets
6. Teorema de Tallegen
7. Teorema de Boucherot
8. Código fuente de desarrollo del software para obtención de datos.



## **Anexo 1. Diferentes tipos de medidores extraídos del reglamento técnico y metrológico para los medidores de energía eléctrica**

Esta reglamentación especifica los requerimientos que deberán satisfacer los medidores de energía eléctrica activa en corriente alterna, destinados al uso en mediciones sujetas a transacciones comerciales.

Se aplica exclusivamente a la parte de medición de medidores electromecánicos y estáticos para uso interior e intemperie, de las clases de precisión 2, 1, 0,5, 0,5S y 0,2S.

### **2 Definiciones**

#### **2.1 Definiciones generales**

##### **2.1.1 Medidor de energía eléctrica activa**

Instrumento destinado a medir la energía activa continuamente por integración de la potencia respecto al tiempo y que indica y almacena los valores de energía medida.

##### **2.1.2 Medidor de inducción**

Medidor en el cual las corrientes circulantes en bobinas fijas reaccionan con las corrientes inducidas en un elemento móvil, generalmente un disco(s), produciendo un movimiento proporcional a la energía a ser medida.

##### **2.1.3 Medidor estático**

Medidor en el cual la corriente y la tensión eléctrica actúan sobre elementos (electrónicos) de estado sólido para producir una salida de impulsos (o pulsos) proporcional a la energía activa.

##### **2.1.4 Medidor pre-pago**

Medidor destinado a permitir la entrega de una predeterminada cantidad de energía eléctrica. Tal instrumento mide continuamente la energía y puede indicar y almacenar la energía medida.

##### **2.1.5 Medidor de simple tarifa**

Medidor destinado a la medición de energía eléctrica activa en forma continua y a indicar y almacenar la energía asignada a una única tarifa.

##### **2.1.6 Medidor de tarifas múltiples**

Medidor de energía eléctrica activa equipado con dispositivos indicadores que hacen operativos registros distintos a intervalos de tiempo especificados asignados a tarifas diferentes.

#### **2.1.7 Medidor para conexión directa**

Medidor destinado a ser usado con conexión directa al circuito a ser medido.

#### **2.1.8 Medidor para conexión indirecta**

Medidor destinado a ser usado alimentado por uno o más transformadores de medida

#### **2.1.9 Medidor para uso interior**

Medidor con un grado de protección a la penetración de polvo, agua y radiación solar que lo hacen apto exclusivamente para uso interior.

#### **2.1.10 Medidor para uso intemperie**

Medidor con un grado de protección a la penetración de polvo, agua y radiación solar que lo hacen apto para uso a la intemperie

#### **2.1.11 Modelo de un medidor**

Se consideran de un mismo modelo los medidores construidos por un mismo fabricante, con idéntica designación, que tengan las mismas características metrológicas y que respondan a un mismo proyecto básico de módulos y partes que determinen esas características metrológicas.

Los medidores hechos por distintos fabricantes, o el mismo fabricante en países distintos, aunque presenten el mismo proyecto básico y características comunes, deberán tener designación diferente.

### **2.2 Definiciones relativas a elementos funcionales**

#### **2.2.1 Elemento de medición**

Parte del medidor que produce una salida proporcional a la energía.

#### **2.2.2 Dispositivo de ensayo**

# IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems

## 1. Introduction, Scope, and Application

**1.1 Introduction.** The uses of nonlinear loads connected to electric power systems include static power converters, arc discharge devices, saturated magnetic devices, and, to a lesser degree, rotating machines. Static power converters of electric power are the largest nonlinear loads and are used in industry for a variety of purposes, such as electrochemical power supplies, adjustable speed drives, and uninterruptible power supplies. These devices are useful because they can convert ac to dc, dc to dc, dc to ac, and ac to ac.

Nonlinear loads change the sinusoidal nature of the ac power current (and consequently the ac voltage drop), thereby resulting in the flow of harmonic currents in the ac power system that can cause interference with communication circuits and other types of equipment. When reactive power compensation, in the form of power factor improvement capacitors, is used with these nonlinear loads, resonant conditions can occur that may result in high levels of harmonic voltage and current distortion when the resonant condition occurs at a harmonic associated with nonlinear loads.

**1.2 Scope.** This recommended practice intends to establish goals for the design of electrical systems that include both linear and nonlinear loads. The voltage and current waveforms that may exist throughout the system are described, and waveform distortion goals for the system designer are established. The interface between sources and loads is described as the point of common coupling; and observance of the design goals will minimize interference between electrical equipment.

This recommended practice addresses steady-state limitation. Transient conditions exceeding these limitations may be encountered. This document sets the quality of power that is to be provided at the point of common coupling. This document does not cover the effects of radio-frequency interference; however, it does include electromagnetic interference with communication systems.

**1.3 Application.** This recommended practice is to be used for guidance in the design of power systems with nonlinear loads. The limits set are for steady-state operation and are recommended for "worst case" conditions. Transient conditions exceeding these limits may be encountered.

**Anexo 3. Estándar IEEE 644**

# **Measurement of Power Frequency Electric and Magnetic Fields From AC Power Lines**

Sponsor  
**Transmission and Distribution Committee  
of the  
IEEE Power Engineering Society**

Approved December 13, 1994

**IEEE Standards Board**

**Abstract:** Uniform procedures for the measurement of power frequency electric and magnetic fields from alternating current (ac) overhead power lines and for the calibration of the meters used in these measurements are established. The procedures apply to the measurement of electric and magnetic fields close to ground level. The procedures can also be tentatively applied (with limitations, as specified in the standard) to electric fields near an energized conductor or structure.

**Keywords:** ac power lines, electric field, magnetic field, measurement

---

The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.  
345 East 47th Street, New York, NY 10017-2394, USA

Copyright © 1995 by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. All rights reserved. Published 1995.  
Printed in the United States of America.

ISBN 1-55937-499-3

*No part of this publication may be reproduced in any form, in an electronic retrieval system or otherwise, without the prior written permission of the publisher*

**IEEE Standards** documents are developed within the Technical Committees of the IEEE Societies and the Standards Coordinating Committees of the IEEE Standards Board. Members of the committees serve voluntarily and without compensation. They are not necessarily members of the Institute. The standards developed within IEEE represent a consensus of the broad expertise on the subject within the Institute as well as those activities outside of IEEE that have expressed an interest in participating in the development of the standard.

Use of an IEEE Standard is wholly voluntary. The existence of an IEEE Standard does not imply that there are no other ways to produce, test, measure, purchase, market, or provide other goods and services related to the scope of the IEEE Standard. Furthermore, the viewpoint expressed at the time a standard is approved and issued is subject to change brought about through developments in the state of the art and comments received from users of the standard. Every IEEE Standard is subjected to review at least every five years for revision or reaffirmation. When a document is more than five years old and has not been reaffirmed, it is reasonable to conclude that its contents, although still of some value, do not wholly reflect the present state of the art. Users are cautioned to check to determine that they have the latest edition of any IEEE Standard.

Comments for revision of IEEE Standards are welcome from any interested party, regardless of membership affiliation with IEEE. Suggestions for changes in documents should be in the form of a proposed change of text, together with appropriate supporting comments.

Interpretations: Occasionally questions may arise regarding the meaning of portions of standards as they relate to specific applications. When the need for interpretations is brought to the attention of IEEE, the Institute will initiate action to prepare appropriate responses. Since IEEE Standards represent a consensus of all concerned interests, it is important to ensure that any interpretation has also received the concurrence of a balance of interests. For this reason IEEE and the members of its technical committees are not able to provide an instant response to interpretation requests except in those cases where the matter has previously received formal consideration.

Comments on standards and requests for interpretations should be addressed to:

Secretary, IEEE Standards Board  
445 Hoes Lane  
P.O. Box 1331  
Piscataway, NJ 08855-1331  
USA

IEEE Standards documents may involve the use of patented technology. Their approval by the Institute of Electrical and Electronics Engineers does not mean that using such technology for the purpose of conforming to such standards is authorized by the patent owner. It is the obligation of the user of such technology to obtain all necessary permissions.
---

## Anexo 4. Estándar IEEE 1459-2010

# Developing Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard

P. Wattanayingcharoen, A. Detchrat, S. Chitwong

**Abstract**—This paper describes the developing harmonic power analyzer based on IEEE 1459-2010. This instrument use the power definitions present in IEEE standard, the instrument use ARM Cortex-M3 high performance 32bits microcontroller to calculate electric power from isolated current and voltage transducers, and compare the experimental results with commercial instrument.

**Index Terms**—Harmonic analyzer, IEEE 1459-2010, power measurement

### I. INTRODUCTION

IN present, power system and power quality have been concerned about harmonic pollution generated by modern electronic devices such as adjustable speed drivers, controlled rectifier and clusters of personal computer[1]. The voltage and current distortion of waveform can cause malfunctions or damage on load.

The quality in power system is the most important for all equipment. Therefore, power quality monitoring system and/or harmonics analysis and identification are among the important factors to improve quality of power system. Presently, however, the definitions for active, reactive, and apparent power currently used are based on the knowledge that ignores harmonics component, as long as the current and voltage waveforms are nearly sinusoidal. At present, IEEE standard 1459 is the only available standard that gives some guidelines for designing instrument for measuring power and energy, suggesting quantities that should be measured for revenue purpose, engineering, economic decisions and major harmonic polluters individuation.

Nowadays, harmonic analyzers are manufactured based on the principle of Fast Fourier Transform (FFT) technique, which is capable to extract both magnitude and frequency of electrical signals. This technique is used in high performance instrument thus cost of the instrument is very high.

This paper proposes the Developing single phase Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard. Instead of using FFT technique which are used in high performance instruments, we will using Kalman

technique which will present more accurated and detailed results. The comparasion of both techniques are shown later in this document

### II. THEORETICAL OVERVIEW

#### A. IEEE standard 1459-2010

As present in first section, tradition instruments used knowledge in 1940s. The waveform is prone to significant errors when the current and voltage are distorted. User must be careful when using this instrument since the accuracy and information obtained from instrument does not include harmonic component, until in January 2000 IEEE announce first Trial used standard IEEE 1459-2000 define the power measurement under sinusoidal, nonsinusoidal, balance and unbalance conditions. 10 years after publication, in March 2010, the review was introduced and published in standard IEEE 1459-2010, with some important changes and corrections.

The standard defines the power measurement when the voltage and current are not sinusoidal, when the load is unbalanced or voltage is asymmetric and when the energy dissipated. The key concept of standard for power resolution is the separation fundamental component of voltage and current from all of harmonics component. This improves the quality of measurement of instrument and traditional power monitor system. The standard definitions for single phase and three phase system are present in Table I and II,

TABLE I  
IEEE 1459-2010 QUANTITIES WITH NONSINUSOIDAL SINGLE PHASE SYSTEM

Quantity	Combined	Fundamental	Nonfundamental
Apparent [VA]	$S$	$S_1$	$S_h, S_n$
Active [W]	$P$	$P_1$	$P_h$
Nonactive [VAR]	$Q$	$Q_1$	$Q_h, Q_n$
Line utilization	$PF = P/S$	$PF_1 = P_1/S_1$	•
Harmonic pollution	•	•	$S_h/S_1$

TABLE II  
IEEE 1459-2010 QUANTITIES WITH NONSINUSOIDAL THREE PHASE SYSTEM

Quantity	Combined	Fundamental	Nonfundamental
Apparent [VA]	$S$	$S_1, S_1', S_{1\alpha}$	$S_h, S_n$
Active [W]	$P$	$P_1'$	$P_h$
Nonactive [VAR]	$Q$	$Q_1'$	$Q_h, Q_n$
Line utilization	$PF = P/S$	$PF_1' = P_1'/S_1'$	•
Harmonic pollution	•	•	$S_h/S_1$
Load unbalance	•	$S_{1\alpha}/S_1'$	•

Manuscript received Jan 07, 2012;

P.Wattanayingcharoen is Master degree student in Instrumentation Engineering Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, E-mail address : pwanna@gmail.com

A. Detchrat is Master degree student in Instrumentation Engineering Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, E-mail address : aeketrang.na@gmail.com

S. Chitwong is Asst. Prof. in Engineering Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, E-mail address : kesakrey@kmitl.ac.th

## WAVELET PACKET BASED TRANSIENT SIGNAL CLASSIFICATION

Rachel E. Learned William C. Karl Alan S. Willsky

Massachusetts Institute of Technology  
Room 35-439  
Cambridge, Massachusetts, 02139  
Email: learned@lids.mit.edu

### ABSTRACT

Non-stationary signals are not well suited for detection and classification by traditional Fourier methods. An alternate means of analysis needs to be employed so that valuable time-frequency information is not lost. The wavelet packet transform [1] is one such time-frequency analysis tool. This paper summarizes efforts [2] which examine the feasibility of applying the wavelet packet transform to automatic transient signal classification through the development of a classification algorithm for biologically generated underwater acoustic signals in ocean noise. The formulation of a wavelet packet based feature set specific to the classification of snapping shrimp and whale clicks is given.

### 1 INTRODUCTION

Over the last decade much work has been done in applying time-frequency transforms to the problem of signal representation and classification. Mallat's work on the application of wavelets to image representation [3] and Daubechies's work on the development of smooth orthonormal wavelet basis functions with compact support [4] sparked a great deal of interest in wavelets in the engineering community. Most recently, the emergence of wavelet theory has motivated a considerable amount of research in transient and non-stationary signal analysis.

This paper discusses the use of the wavelet packet transform in the detection and classification of transient signals in background noise. Our approach focuses on the exploitation of class-specific differences

\*The work of the first author is supported by the Charles Stark Draper Laboratory under a research fellowship. The work of the last two authors is supported in part by the Draper Laboratory IR&D Program under agreement DL-H-418524, by the Air Force Office of Scientific Research under Grant AFSOR-92-J-0002, and by the Army Research Office under Grant DAAL03-92-G-0115.

obtained through careful examination of the feature separation attainable from the wavelet packet decomposition of the transients. The Charles Stark Draper Laboratory and the Naval Underwater Systems Center furnished an extensive collection of acoustic signals in background noise which allowed for an empirical study of some typical occurrences of snapping shrimp and whale clicks. A wavelet packet based feature set specific to the classification of snapping shrimp and whale clicks is formulated.

#### 1.1 Motivation

The ability to classify underwater acoustic signals is of great importance to the Navy. Today, detection and classification, tailored for stationary signals, is done by the sonar officer who listens to incoming signals and determines their origins with the aid of a frequency display and look-up tables. Transient signals, lasting only a fraction of a second, are of particular concern because they will typically appear as broad band energy on the frequency display, thus, the sonar officer must be able to detect and classify these signals after only listening to them. These brief signals, such as the single acoustic transmission due to the closing of a door within a ship, may be missed by the sonar officer. Success or failure in the classification of transient signals using traditional methods relies solely on the officer's ability to detect and classify a signal after hearing it only once. An automatic method of classification for transient signals would greatly aid in the detection/classification process.

#### 1.2 Shortcomings of Fourier Methods

Transient signals are not well matched to standard spectral analysis methods. In particular, Fourier-based methods are ideally suited to the extraction of narrow band signals whose duration exceeds or is at least on the order of the Fourier analysis window length. That is, for sources of this type Fourier analysis, particularly the short-term Fourier transform (STFT), does an excellent job of *focusing* the information, thus, providing features (spectral amplitudes)

perfectly suited to detection and discrimination. The STFT does allow for some temporal as well as frequency resolution, but it is not well suited for the analysis of many transient signals and, in particular, to the generation of features for detection and discrimination. The STFT may be viewed as a uniform division of the time-frequency space. It is calculated for consecutive segments of time using a predetermined window length. The accuracy of the STFT for extracting localized time/frequency information is limited by the length of this window relative to the duration of the signal. If the window is long in comparison with the signal duration there will be time averaging of the spectral information in that window. On the other hand, the window must be long enough so that there is not excessive frequency distortion of the signal spectrum. The STFT with its non-varying window is not readily adaptable for capturing signal-specific characteristics. Additionally, all time resolution is lost within each window. We look to the wavelet packet transform for a bit more freedom in dealing with this time-frequency trade off.

### 1.3 Current Work In This Area

Current work in the area of underwater acoustic transient classification using wavelet related concepts has been done by Nicolas [5] and, more recently, Desai and Sharer [6]. They both employ a wavelet packet transform as a means of generating class dependent features from various classes of underwater acoustic transients for input to a neural network. In both studies, exploitation of class dependent frequency characteristics are suppressed by using a predetermined wavelet packet basis (or orthonormal division of the frequency space). The choice of the wavelet packet basis appears to be ad hoc in both cases. By limiting the input to one signal-independent feature set the adaptability of the neural network was left unexploited. These methods also ignore the redundancy between parent and children bins of the transform (discussed later in this paper). Additionally, by prohibiting signal specific division of the time-frequency space there can be no exploitation of any class dependent frequency variations. A natural expansion of their works is to address the issue of finding a wavelet packet based feature set that offers maximum feature separability due to class-specific characteristics.

## 2 THEORY

### 2.1 Wavelet Packet Decomposition (WPD)

The wavelet packet decomposition (WPD) of a signal can be viewed as a step by step transformation of the signal from the time domain to the frequency

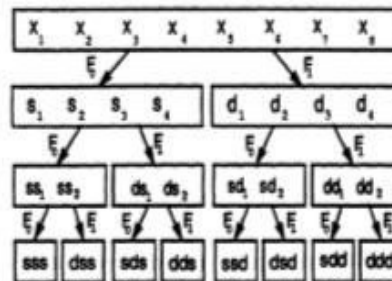
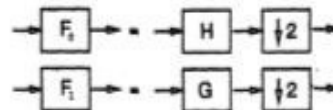


Figure 1: The fully decomposed wavelet packet tree for a signal of length eight.

domain. The top level of the WPD tree is the time representation of the signal. As each level of the tree is traversed there is an increase in the trade off between time and frequency resolution. The bottom level of a fully decomposed tree is a frequency representation of the signal.

This section presents the ideas developed by Wickerhauser [1] extending wavelet concepts to wavelet packets. Using Wickerhauser's notation, let  $h(n)$  and  $g(n)$  be the finite impulse response low-pass and high-pass filters derived from the wavelet chosen for the decomposition. Let  $\mathbf{x}$  be the vector having elements  $x_n = x(n)$ , where  $x(n)$  is the original discrete-time sequence that we wish to decompose via the wavelet packet method. Let  $F_0$  and  $F_1$  be the operators which perform the convolution with  $h(n)$  and  $g(n)$ , respectively, followed by a decimation by two. The convolution and decimation steps in the WPD can be interpreted as a discrete time filtering and downsampling.



The full WPD can be displayed as a tree with a discrete sequence represented by a bin vector at the end of each branch. The original discrete signal is on the first level. The bin vectors at each level are calculated by applying  $F_0$  and  $F_1$  to the bin vectors of the previous level. Figure 1 shows a WPD tree for a signal of length 8. Wickerhauser uses the notation  $\mathbf{s}$  and  $\mathbf{d}$  to represent the sequences resulting from the applications of  $F_0$  and  $F_1$  to  $\mathbf{x}$ .

$$F_0 \mathbf{x} = \mathbf{s} \quad \& \quad F_1 \mathbf{x} = \mathbf{d}$$



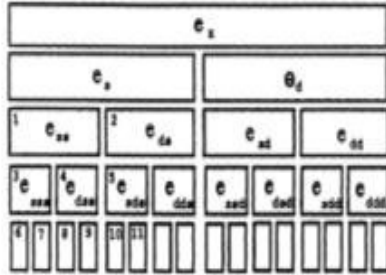


Figure 2: Energy mapping of the top five levels of a WPD tree. The eleven numbered bins comprise the energy vector used for analysis in Section 3.

In Figure 1,  $s_i$  and  $d_i$  are the  $i^{\text{th}}$  components of  $s$  and  $d$ .

The  $s$  and  $d$  are used as prefixes for the bin vector symbols throughout the tree because the low-pass filter-decimation operation can be compared to a sum and the high-pass filter-decimation can be compared to a difference. For example, at the third level of the tree  $ss$ ,  $ds$ ,  $sd$ , and  $dd$  are the vectors resulting from the filtering-decimation operations

$$F_0 s = ss \quad \& \quad F_1 s = ds$$

and

$$F_0 d = sd \quad \& \quad F_1 d = dd.$$

Due to the decimation, each bin vector contains half as many elements as its parent bin vector. The decomposition can be carried down to the final level where there is only one element in each bin vector.

### 2.2 Energy Mapping of the WPD

An intuitively pleasing representation of the WPD tree is one that highlights the energy distribution of the signal as it is decomposed down the tree. Such an energy map calculates an energy,  $\epsilon_j$ , from each bin vector,  $y$ . A simple energy calculation is the total energy in each bin

$$\epsilon_y = \frac{1}{2^N} \sum_{j=1}^{2^N} y_j^2 \quad (1)$$

where  $2^N$  is the number of elements in  $y$ .

There is, however, freedom in the choice of the calculation of  $\epsilon_j$ . For example, due to the short duration of a shrimp snap relative to a whale click, it may be beneficial to calculate a windowed energy in each bin by calculating the energy in adjacent or overlapping

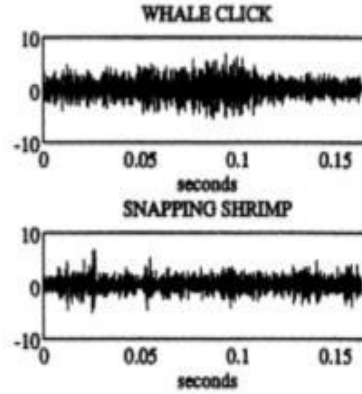


Figure 3: A typical whale click and snapping shrimp.

segments of the bin vector, choosing a segment length small enough to encompass one snap at a time. Figure 2 shows the energy mapping the top five levels of a WPD tree.

### 3 CHOOSING THE FEATURE SET

In the formulation of a decision rule, it is desirable to find a feature set which captures characteristics unique to each class of signals. Typically, the feature set uses a greatly reduced number of parameters in comparison with the number of samples in the signal.

Our feature set was found via an empirical study of the data using 54 excerpts from the NUSC data records. The duration of each excerpt is 4096 samples or 163.8 milliseconds. A typical whale click will have a duration of approximately 80 to 120 milliseconds and a single snap of a shrimp will have a duration on the order of 1 millisecond. The 4096 sample window will from one snap to an uncountably large number of snaps and can entirely encompass one whale click. The sample signal data base comprises 18 isolated whale clicks, 18 background noise excerpts, and 18 snapping shrimp excerpts. Figure 3 shows the time plots of a typical whale click and some snapping shrimp.

The transformation of the WPD trees into energy maps using (1) showed promising clarification of information. We began analysis of the 54 sample energy maps using the eleven bin energies corresponding to numbered bins shown in Figure 2. The choice of these eleven bins is discussed in greater detail in [2]. Let  $e^k$  be the energy vector containing these eleven bin energies, where  $k = 1, \dots, 18$  for each  $t = \text{shrimp, click, or noise}$ .

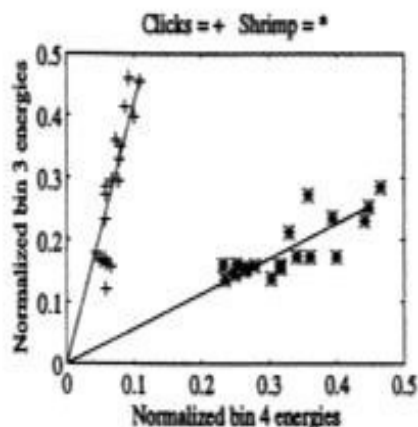


Figure 4: Normalized energies from bins 3 and 4 of the sample energy maps for snapping shrimp and whale clicks.

Each bin energy contains both signal and noise energies. Before continuing the search for a reduced parameter feature vector, the influence of noise on these eleven bin energies was compensated for by normalizing each of the eleven bin energies by the corresponding average noise energy as discussed in [2]. Each of the 54 energy vectors,  $e_i^t$ , corresponds to the eleven bin energies from each of the 54 sample energy maps. From these we find 54 normalized energy vectors,  $\hat{e}_i^t$ , containing the corresponding normalized bin energies.

A quantitative analysis was done by grouping the 54 normalized energy vectors into three classes and arranging them into three matrices,  $E_t$ , having columns  $\hat{e}_i^t$  through  $\hat{e}_{11}^t$  for each class,  $t = \text{click, shrimp, and noise}$ . Singular value decomposition of each  $E_t$  reveals one significant singular value,  $\sigma_t$ , and singular vector,  $u_t$  for each class,  $t$ . All other singular values were negligible. From examination of these three singular vectors we found that the bins numbered 3,4,7,8 and 9 in Figure 2 contain the dominant information.

Reduction of the feature vector is desirable for the simplification of the decision rule, and superfluous information should be avoided. A feature set which contains a parent bin energy and all of its descendant bin energies may be redundant because any parent bin vector of the WPD tree can be constructed from a linear combination of its children bin vectors. The feature set need not include all of the energies in bins of the energy map that are related in this way. This will also minimize the computational complexity of the energy vector because many bins of the WPD tree will not be used and will, therefore, not be calculated. Bins 3 and 4 are parents to 7, 8 and 9, thus, we begin with only the 3rd and 4th bin energies. Figure 4 plots the nor-

malized energies from bins 3 and 4 of the 54 sample energy maps. There is excellent separation between the click and shrimp features.

#### 4 CONCLUSION AND FUTURE WORK

This paper has presented results for the case of snapping shrimp and whale clicks; we are able to find a wavelet packet based feature set containing only two parameters which offers excellent separation of class specific characteristics. These features will greatly simplify the classification process for these two classes of signals.

Forthcoming, we are formulating a number of methods for detection and classification using neural networks and various pattern recognition techniques that lend themselves to the classification of signals using features of a limited number of sample signals as a training set. We are examining the robustness of the detection and classification algorithms derived from this reduced parameter feature set by running them on the entire NUSC data base which includes underwater sounds generated by popping ice, porpoise whistles, and whale cries in addition to many occurrences of snapping shrimp and whale clicks. A detailed discussion of the derivation and performance of different algorithms used with the wavelet packet based feature set is given in [2].

#### \* References

- [1] M. V. Wickerhauser. "Lectures on wavelet packet algorithms". Technical report, Washington University, Department of Mathematics, 1992.
- [2] R. E. Learned. "Wavelet packet based transient signal classification". Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1992.
- [3] S. Mallat. "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation". *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 1989.
- [4] I. Daubechies. "Orthonormal bases of compactly supported wavelets". *Commun. Pure Appl. Math.*, 1988.
- [5] A. Lemer J. Nicolas and D. Legitimus. "Identification automatique de bruits impulsifs en acoustique sous-marine par reseaux multi-couches". In *International workshop on neural networks and their applications*, 1989.
- [6] M. Desai and D. Shazeer. "Acoustic transient analysis using wavlet decomposition". In *Proceedings of the IEEE conference on neural networks for ocean engineering*, 1991.

## Anexo 6. Teorema de Tellegen

### 3.1 TEOREMA DE TELLEGEN I Y II

Estos teoremas, son de gran utilidad en las investigaciones teóricas de los circuitos eléctricos, no son más que una consecuencia directa del hecho de que los circuitos eléctricos constituyen un sistema cerrado<sup>24</sup>, se aplican a todo tipo de circuitos eléctricos, lineales o no, variantes o invariantes con el tiempo y cuyo estado energético puede ser nulo o no.

Los teoremas de Tellegen<sup>25</sup> establecen que las sumas de las potencias generadas y consumidas por los elementos de un circuito deben ser nulas. Este teorema permite comprobar los resultados obtenidos en el análisis del circuito y a veces es llamado "balance de potencias".

#### 3.1.1 ENUNCIADO

**TEOREMA I:** "En cualquier red de parámetros concentrados en cualquier instante, la suma algebraica de las potencias absorbidas o generadas por todos los elementos de circuito es nula. Es decir, cuando todas las corrientes se definen en el sentido de las caídas de potencial (o todas en el sentido de las subidas de potencial).

$$\sum_{k=1}^B V_k(t) I_k(t) = 0 \quad ; \quad \overrightarrow{V_B(t)}^T \cdot \overrightarrow{I_B(t)} = 0 = \overrightarrow{I_B(t)}^T \cdot \overrightarrow{V_B(t)} \quad (89)$$

<sup>24</sup> Que no intercambia energía con el medio

<sup>25</sup> Bernard D.H. Tellegen (Winschoten, 24 Junio de 1900 - Eindhoven, 30 Agosto de 1990) ingeniero electricista holandés. Ampliamente conocido en el mundo de la teoría de circuitos eléctricos por su gran aporte el llamado Teorema de Tellegen.

**TEOREMA II:** Si se consideran dos circuitos independientes cuyos gráficos orientados sean idénticos e  $\overrightarrow{I_B(t)}$  denota el vector de corrientes y  $\overrightarrow{V_B(t)}$  el de voltajes en el primer circuito y los del segundo, conocido también con el nombre de circuito adjunto, se designan mediante  $\hat{\overrightarrow{I_B(t)}}$  y  $\hat{\overrightarrow{V_B(t)}}$ , respectivamente."<sup>26</sup>

$$\sum_{k=1}^B V_k(t) \hat{I}_k(t) = \sum_{k=1}^B \hat{V}_k(t) I_k(t) = \overrightarrow{V_B(t)}^T \cdot \hat{\overrightarrow{I_B(t)}} = \hat{\overrightarrow{V_B(t)}}^T \cdot \overrightarrow{I_B(t)} = 0 \quad (90)$$

## Anexo 7. Teorema de Boucherot

### 4. Método de Boucherot

También conocido como teorema de Boucherot, viene a resolver el problema de efectuar una evaluación global de potencias en una instalación, que se denomina balance de potencias.

Se pueden presentar dos casos: que los receptores estén en serie o en paralelo.

a) Supongamos que los receptores están en serie (figura 4.15).

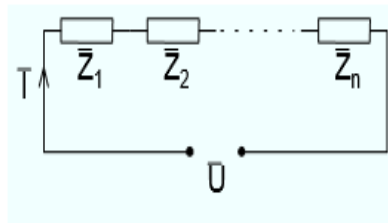


Fig. 4.15

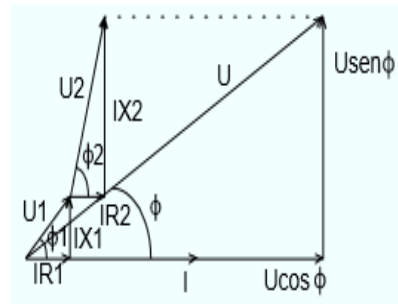


Fig. 4.16

Se verifica que:

$$\bar{U} = \bar{I}(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \dots + \bar{Z}_n) = \bar{I}(R_1 + jX_1 + R_2 + jX_2 + \dots + R_n + jX_n)$$

Tomando la intensidad en el origen de fases:  $\bar{I} = I \angle 0^\circ = I + j0$

por lo que:  $\bar{U} = IR_1 + jIX_1 + IR_2 + jIX_2 + \dots + IR_n + jIX_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) + jI(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$

Proyectando el fasor  $\bar{U}$  sobre el  $\bar{I}$  (eje real) y haciendo lo propio en el eje imaginario obtendremos (figura 4.16):

$$U \cos \phi = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = U_1 \cos \phi_1 + U_2 \cos \phi_2 + \dots + U_n \cos \phi_n$$

$$U \operatorname{sen} \phi = IX_1 + IX_2 + \dots + IX_n = I(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = U_1 \operatorname{sen} \phi_1 + U_2 \operatorname{sen} \phi_2 + \dots + U_n \operatorname{sen} \phi_n$$

Multiplicando por la intensidad, I, tendremos:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n = \sum P_i$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum Q_i$$

b) Si los receptores están en paralelo (figura 4.17), podremos aplicar lo que estudiamos de las componentes activas y reactivas de la intensidad:

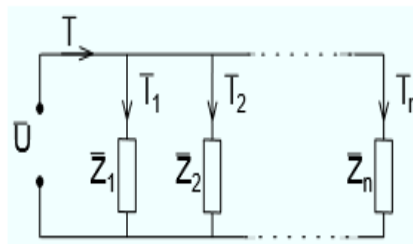


Fig. 4.17

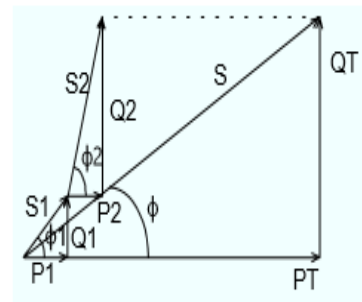


Fig. 4.18

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + \dots + I_{xn}$$

$$I_r = I_{r1} + I_{r2} + \dots + I_{rn}$$

que sustituyendo por sus valores:

$$I \cos \phi = I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 + \dots + I_n \cos \phi_n$$

$$I \sin \phi = I_1 \sin \phi_1 + I_2 \sin \phi_2 + \dots + I_n \sin \phi_n$$

y multiplicando por el valor eficaz de U, tendremos:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + \dots + P_n = \sum P_i \\ Q &= Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum Q_i \end{aligned}$$

En ambos casos se ha demostrado que la potencia activa total de una instalación es la suma de las potencias activas de cada uno de los receptores y la potencia reactiva total es la suma algebraica de las potencias reactivas de cada uno de los receptores (teniendo en cuenta los signos) y con ello expresamos el teorema o método de Boucherot.

Si se utilizan las potencias aparentes, hay que sumarlas fasorialmente y nunca algebraicamente:

$$\overline{S}_T = \overline{S}_1 + \overline{S}_2 + \dots + \overline{S}_n$$

También podríamos aplicar, gráficamente el teorema de Boucherot para efectuar un balance de potencias en una instalación, sumando los triángulos de potencias de cada uno de los receptores, siendo la potencia aparente total (fig. 4.18):

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

y la tangente del ángulo de desfase:

$$\operatorname{tg} \phi_T = \frac{Q_T}{P_T}$$

(Hacer los ejercicios 4.6, 4.7, 4.12, 4.15 y 4.18)

## Anexo 8. Código fuente de desarrollo del software para obtención de datos.

```
function ejecutar_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to ejecutar (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
delete(instrfind({'Port'}, {'COM1'}));
%crear objeto serie
s = serial('COM1', 'BaudRate', 9600, 'Terminator', 'CR/LF');
warning('off', 'MATLAB:serial:fscanf:unsuccessfulRead');

fopen(s);

% parámetros de medidas
tmax =10; % tiempo de captura en s
%rate = 33;% resultado experimental (comprobar)

% inicializar
v1 = [];
v2 = [];
i = 1;
t=0;

% ejecutar bucle cronometrado
tic
while t<tmax

    t=toc;
    a = fscanf(s, '%d,%d');
    v1(i)=a(1)/1024;
    v2(i)=a(2)/1024;

    i=i+1;

end

%OBTECION DE DATOS ESTABLECIDOS A TRAVES DE LA FFT
```

```

%CALCULO DEL VALOR RMS Y MEDIO PARA REALIZAR EL ANALISI FASORIAL
d=v1-((max(v1)+min(v1))/2);
e=v2-((max(v2)+min(v2))/2);
set(handles.vr,'String',rms(v1));
set(handles.cr,'String',rms(v2));
set(handles.vm,'String',mean(v1));
set(handles.cm,'String',mean(v2));

x=0:0.1:6;
a=0:length(d);
f=zeros(1,7);
f1=zeros(1,7);
for i=1:length(d)
f=d(i)*cos(2.*(x-a(i)))./(2.*(x-a(i)));
end

for i=1:length(e)
f1=e(i)*sin(2.*(x-a(i)))./(2.*(x-a(i)));
end

l=fft(f);
l1=fft(f1);

an1=180/pi*angle(l(60));
an2=180/pi*angle(l1(60));
anre=an1-an2;
potac=633.0016*rms(v1)*0.06456*rms(v2)*cos(anre);

set(handles.text11,'String',cos(anre));
set(handles.text12,'String',potac);

plot(handles.grafis,1:length(f),f,'r',1:length(f1),f1,'b');
plot(handles.axes4,1:length(l),abs(l),'r',1:length(l1),abs(l1),'g');
plot(handles.axes5,1:length(l),180/pi*angle(l),'r',1:length(l1),180/
pi*angle(l1),'g');
tis=[633.0016*rms(v1) 0.06456*rms(v2) 0.06504*mean(v2)
635.5204*mean(v1) cos(anre) potac];

```

```
xlswrite('conpot.xls',tis,'Hoja 1','A2');

myaddress='medidorusmp@gmail.com';
mypassword='1234usmp';
setpref('Internet','E_mail',myaddress);
setpref('Internet','SMTP_Server','smtp.gmail.com');
setpref('Internet','SMTP_Username',myaddress);
setpref('Internet','SMTP_Password',mypassword);

props = java.lang.System.getProperties;
props.setProperty('mail.smtp.auth','true');
props.setProperty('mail.smtp.socketFactory.class','javax.net.ssl.SSL
SocketFactory');
props.setProperty('mail.smtp.socketFactory.port','465');

sendmail({'ljmcl9@hotmail.com','ljmctes@gmail.com'},'Medidor Consumo
Electrico','SE HA DETECTADO
MEDICION',{'C:\Users\METRO\Documents\MATLAB\Medidor\conpot.xls'});
```