INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN

SECCIÓN DE POSGRADO

APLICACIÓN DEL PROGRAMA PENSAMIENTO LATERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE SECUNDARIA DE LA I.E.P. SKINNER, CARABAYLLO, 2016

PRESENTADO POR

EMERSON LÓPEZ DELGADO

ASESOR

OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA

TESIS

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA

LIMA – PERÚ

2017

INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN
SECCIÓN DE POSGRADO

APLICACIÓN DEL PROGRAMA PENSAMIENTO LATERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE SECUNDARIA DE LA I.E.P. SKINNER, CARABAYLLO, 2016

TESIS PARA OPTAR
EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:
EMERSON LÓPEZ DELGADO

ASESOR:
Dr. OSCAR RUBÉN SILVA NEYRA

LIMA - PERÚ
2017

APLICACIÓN DEL PROGRAMA PENSAMIENTO LATERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE SECUNDARIA DE LA I.E.P. SKINNER, CARABAYLLO, 2016

ASESOR Y MIEMBROS DEL JURADO

ASESOR:

Dr. Oscar Rubén Silva Neyra

PRESIDENTE DEL JURADO:

Dr. Carlos Augusto Echaiz Rodas

MIEMBROS DEL JURADO:

Dra. Patricia Edith Guillen Aparicio

Dra. Yenncy Petronila Ramírez Maldonado

Dedicatoria

A mi familia, por ser la inspiración en todos los momentos de mi vida.

Agradecimiento

Al Instituto para la Calidad de la Educación de la Universidad San Martín de Porres, por brindarme una formación académica, práctica y de investigación.

A mi asesor, Dr. Oscar Rubén Silva Neyra, por la constancia en la guía de este proceso de investigación.

A la I.E.P. Skinner, por otorgar las condiciones a fin de desarrollar esta investigación.

A los estudiantes que participaron de este estudio, a cada uno de ellos gracias.

ÍNDICE

ANEXOS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

El objetivo de la presente investigación consistió en determinar la influencia de la aplicación del programa Pensamiento Lateral en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. Se aplicó el diseño cuasi experimental que es aquel que consiste en dos ediciones de la variable dependiente en dos momentos, antes y después, de ser aplicada la variable independiente. La población se halló conformada por los estudiantes del primer año de educación secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima, matriculados en el año lectivo 2016, haciendo un total de 48, caracterizado por ser heterogénea con respecto a la edad, pues las edades varían entre 11 a 13 años de edad. El tipo de muestreo fue no probabilístico. La muestra estuvo comprendida de 48 estudiantes del primer año de educación secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 24 al grupo control y 24 al grupo experimental. Los estudiantes fueron elegidos aleatoriamente para la conformación de los grupos de estudio, considerándose el número de estudiantes, siendo divididos en dos grupos, un grupo experimental y un grupo de control.

Se concluyó que gracias a la aplicación del programa pensamiento lateral se presenta influencia significativa en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. Se observó que la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos antes de la aplicación del programa pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 5,00, y la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos después de la aplicación del programa pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 14,92. Se encontró diferencias significativas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos tanto en el pretest como en el postest $p<0,05$.

Palabras clave: Pensamiento lateral, resolución de problemas matemáticos, Metacognición, Heurística, Educación de matemáticas.

ABSTRACT

The objective of the present investigation was to determine the influence of the application of the Lateral Thinking program in the resolution of mathematical problems in the students of the first year of the secondary level of I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. The quasi-experimental design was applied, which consists of two editions of the dependent variable in two moments, before and after, if the independent variable is applied. The population was made up of the students of the first year of secondary education of the I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima, enrolled in the academic year 2016, making a total of 48, characterized with heterogeneous sample respect to age, since the ages vary between 11 to 13 years of age. The type of sampling was non-probabilistic. The sample was comprised of 48 students of the first year of secondary education of the I.E.P. Skinner, Carabayllo, 24 to the control group and 24 to the experimental group. The students were randomly chosen to form the study groups, considering the number of students, being divided into two groups, an experimental group and a control group.

It was concluded that thanks to the application of the lateral thinking program there is a significant influence on the resolution of mathematical problems in students of the first year of the secondary level of the I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. It was observed that the mean score in solving mathematical problems before applying the lateral thinking program in the experimental group was 5.00, and the mean score in solving mathematical problems after the application of lateral thinking program in the experimental group was 14.92. We found significant differences between the mean of the score in the resolution of mathematical problems in both the pretest and postest $p < 0.05$.

Keywords: Lateral thinking, mathematical problem solving, Metacognition, Heuristics, Mathematics education.

INTRODUCCIÓN

El pensamiento lateral *(lateral thinking*) hace alusión nuevas formas creativas de abordar las soluciones desde el conocimiento de saber lo que se quiere, y precisamente para lograr el objetivo educativo se utiliza el pensamiento lateral, contrario al pensamiento vertical que se fundamenta en lo que se sabe y que predomina en los ambientes educativos en los tiempos actuales.

En tal contexto, la resolución de problemas viene a ser el área de mayor influencia en la educación matemática y su práctica en la enseñanza es preocupación de toda propuesta curricular, pues busca el fin de lograr que los estudiantes favorezcan la adquisición del conocimiento matemático. Al respecto, los estudiante adolescentes presentan predisposición a reflexionar sobre este conocimiento, dado que “los estudiantes desarrollan un método inquisitivo que les permite reflexionar constantemente de manera profunda sobre las diversas maneras de representar y explorar las ideas matemáticas” (Santos, 2008, p. 23). De esta forma, es posible de aprovechar las condiciones ofrecidas por los jóvenes para el desarrollo de programas que afiancen sus conocimientos en el área matemática.

De esta forma, la investigación que se presenta a continuación, se ha dividido en cinco capítulos:

El primer capítulo aborda aquellos aspectos que involucran la descripción de la realidad correspondiente a la problemática en estudio, el problema formulado en general y específicos, los objetivos del estudio, así como las razones que justifican el estudio, la implicación de las limitaciones y la forma en la que la investigación es viable.

El segundo capítulo presenta el marco respecto de la teoría, con el cual se abordan los antecedentes a nivel internacional y nacional sobre las variables pensamiento lateral y resolución de problemas. Asimismo, se consideran las bases teóricas, la definición de los conceptos básicos y se formulan las hipótesis de estudio.

El tercer capítulo muestra la metodología empleada, que considera el diseño metodológico de investigación, la población de la que se constituye el estudio y la muestra representativa, asimismo la operacionalización de las variables, las técnicas utilizadas para recoger los datos, las técnicas aplicadas al procesamiento y análisis, y así también, los aspectos éticos considerados para el desarrollo del método científico durante todo el estudio.

El cuarto capítulo presenta los resultados obtenidos según los objetivos de investigación planteados, que comprenden la descripción de los datos y su respectiva presentación sobre los resultados para que se realice el contraste de hipótesis.

El quinto capítulo muestra la discusión, en referencia a los estudios antecedentes de la investigación, para luego ser formuladas las conclusiones y las recomendaciones.

Finalmente, se hacen presentes las fuentes de información consistente en la bibliografía revisada para efectos del estudio y los anexos que refieren a los acápites desarrollados en los capítulos.

CAPÍTULO I : PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Descripción de la realidad problemática

Actualmente, a nivel global, los países promueven la educación de estudiantes capaces de reconocer el rol de las Matemáticas en su participación directa en el mundo, a partir de juicios con fundamentos y una toma de decisiones que implica ser ciudadanos que reflexionan sobre el entorno que los rodea. De esta manera, el aprendizaje de la Matemática cobra relevancia en las sociedades que requiere de individuos que ejerzan su ciudadanía. Es por ello que los hallazgos principales provenientes del *Programme for International Sutdent Assessment* - PISA 2012 se enfocaron en la evaluación de las capacidades de los estudiantes en Matemática.

En el escenario en mención, el Perú mostró un desempeño muy bajo y, lo más inaudito fue que se mostrara de la misma forma sistemáticamente en todas las subescalas en el proceso de evaluación.

De esta manera, es de resaltar que al contar con un sistema de información como es la Evaluación de 1998, se ha hecho evidente que los logros obtenidos en Matemática son de una notable deficiencia en los primeros grados del nivel primerio en la educación.

Conforme a tales evidencias, PISA sugirió que lo precario de los logros en las competencias matemáticas viene siendo arrastrado durante todo el tiempo de estudios de los alumnos. Es por tales motivos, que el debate público sobre las políticas educativas es incesante, poniendo singular énfasis en las capacidades lectoras del estudiante, pero que hace necesario afianzar su enfoque a otras áreas como la Matemática, que no siendo la única puede incluir a otras materias de aprendizaje fundamental. Según estas referencias, se puede concluir entonces que los estudiantes no se encuentran en las condiciones requeridas para resolver problemas contextualizados, sustentar su proceso de solución paso a paso y ofrecer explicaciones del proceso reflexivo sobre los resultados encontrados, pues se observa la clara orientación a la resolución de los problemas con fórmulas estructuradas, haciendo uso de los métodos de forma mecánica y repetitiva, sin otorgar un sentido creativo y razonado al problema que debe ser atendido y resuelto.

Maestros y maestras suelen quejarse sobre el escaso dominio en sus alumnas y alumnos en resolver problemas matemáticos, lo que se proyecta en un porcentaje elevado de desaprobados en Matemática. Es muy cierto que las causas atribuibles a este hecho son numerosas, como la desnutrición por escasos recursos económicos y malos hábitos alimenticios, problemas familiares, problemas interpersonales, ambiente escolar no adecuado, falta de técnicas y buenos hábitos de estudios, errores en los métodos y técnicas de trabajo, así como la falta de desarrollo de las diversas formas del pensamiento, entre otras.

Existe un concepto equivocado en los docentes respecto a las potencialidades de los estudiantes, a quienes los consideran con un coeficiente intelectual inferior a lo real, concepto *a priori* que perjudica notablemente el proceso de su aprendizaje, ya que con este prejuicio respecto a la inteligencia no se puede esperar mayores logros y por ende como educadores no se aporta lo que se debe, mucho menos lo que se puede; por tanto el esfuerzo resulta mínimo.

En cuanto al sistema educativo, a pesar de la reforma curricular vigente, ésta, poco o nada aporta acerca del cómo desarrollar el pensamiento; apenas en uno de los tres objetivos de la Educación Básica Regular (E.B.R) se considera, cuando los diferentes estilos de pensamiento deben ser estimulados no sólo a edad temprana sino desde el claustro materno. La realidad es que nuestra educación ha centrado su atención más en la Pedagogía, descuidando otras áreas muy importantes. Siendo el ambiente escolar el espacio propicio para potenciar el pensamiento en sus diferentes tipos: analítico, sistemático, crítico y creativo entre otros, se considera una necesidad vital que las instituciones educativas y especialmente los maestros y maestras de matemática, asuman el compromiso de iniciarse en este proceso de desarrollo mediante la implementación de proyectos tendientes a generar el desarrollo del pensamiento creativo frente al actual mundo de cambios y competencias que últimamente se presentan.

En tal contexto, se observa la necesidad apremiante de reformular el proceso de pensamiento empleado en el aula, mediante el uso de *Pensalt* (Pensamiento lateral), de tal modo que al emplearse sus estrategias pueda alcanzarse la independencia cognoscitiva deseada en los estudiantes, aspectos que permitirán la evaluación del proceso con calidad, la que si bien se viene atendiendo no se transforma, en afán de las mejoras y cambios que el aula exige y que los estudiantes ponen de manifiesto cuando son evaluados, permitiendo al mismo tiempo que se puedan trazar las rutas más efectivas hacia el aprendizaje del conocimiento matemático y específicamente en la adquisición de la capacidad de la resolución de problemas contextualizados.

Es así que se aprecia que mediante el uso del pensamiento lateral es posible trabajar un modelo práctico de intervención que se centra en entrenar estrategias que son independientes del contenido temático, y que son de utilidad para metas generales y que son factibles de trasferencia directa sobre una diversidad amplia de tareas de aprendizaje. Entre ellas pueden considerarse las aplicadas a mantener un estado mental adecuado, facilitar la concentración, disminuir la ansiedad, orientar la atención sobre la tarea, mejor organización del tempo para estudiar, resolver problemas, respuesta efectiva, creatividad y claridad en las expresiones. Si las cualidades mencionadas responden al pensamiento lateral, cabe diferenciarlas de las habilidades que pueden ser desarrolladas con pensamiento vertical que involucran estrategias que dependen en forma directa del contenido, entre las que se hallan el facilitar la comprensión y la memoria, procesar significativamente la información y el estudio activo, asimismo orientan y controlan el proceso mental por medio del cual se logra la creatividad, lo que en complemento con el pensamiento lateral como método de enseñanza-aprendizaje exigiendo orden al proceso de asimilar los saberes y lo propio de la cultura, de forma semejante a organizar la vida misma, en un ambiente estimulante, abierto, de permanencia y participación en las actividades educativas.

De la revisión bibliográfica realizada sobre *Pensamiento lateral*, *Pensamiento lateral y matemática* y *Pensamiento lateral en la enseñanza de la matemática en los estudiantes del Nivel Secundaria*, se dedujo que, a pesar de lo mucho que se subraya y se habla de la necesidad de la creatividad en general y del desarrollo del Pensamiento Lateral, no existe ninguna investigación o experiencia real, en la práctica que permita afirmar si desarrollando el Pensamiento Lateral en el proceso de la enseñanza o en cualquiera de sus pasos constituyentes se logra el mejor aprendizaje de las matemáticas o, en particular, si se logra desarrollar la capacidad de resolver adecuadamente problemas contextualizados. En las instituciones educativas tanto estatales como privadas peruanas aún no se ha puesto en práctica la enseñanza del pensamiento lateral como una opción que permite mejorar el aprendizaje del conocimiento matemático, tal es el caso de la I.E.P. SKINNER de Carabayllo.

Esta institución educativa tiene 15 años de servicio y en la actualidad cuenta con 450 estudiantes, de los cuales 48 cursan el primer año de secundaria distribuidos en dos secciones. Está ubicada en la parte céntrica del distrito de Carabayllo y pertenece a la UGEL O4 de Lima Metropolitana. En ella se observa que un buen porcentaje de los estudiantes del primer año de secundaria tienen un bajo rendimiento académico en matemáticas y es la resolución de problemas matemáticos la mayor dificultad evidenciada según los informes académicos del coordinador de área.

Por lo expuesto anteriormente, se consideró estudiar las variables pensamiento lateral y la resolución de problemas matemáticos, las que se analizaron mediante la aplicación de un programa denominado Pensamiento Lateral, a modo de intervención educativa, realizado en los estudiantes del primer año de educación secundaria. Por ello, se tiene la siguiente interrogante: ¿En qué medida la aplicación del programa Pensamiento Lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016?

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema general

¿En qué medida la aplicación del programa pensamiento lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016?

1.2.2 Problemas específicos

a) ¿En qué medida la aplicación del programa pensamiento lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016?

b) ¿En qué medida la aplicación del programa pensamiento lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016?

c) ¿En qué medida la aplicación del programa pensamiento lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación del programa pensamiento lateral en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

1.3.2 Objetivos específicos

a) Determinar la influencia de la aplicación del programa pensamiento lateral en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

b) Determinar la influencia de la aplicación del programa pensamiento lateral en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

c) Determinar la influencia de la aplicación del programa pensamiento lateral en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

1.4 Justificación de la investigación

La investigación se orientó a considerar a todos los agentes educativos que participan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, justificándose así este estudio por involucrar a los estudiantes, docentes y a toda la organización educativa, favoreciendo así a toda la comunidad en general.

Se justifica en beneficio para los estudiantes pues se profundizó en los aspectos teóricos y prácticos que permiten el desarrollo de su capacidad tanto creativa como reflexiva, aplicándolo sobre la matemática en la vida diaria y comprendiendo mejor esta asociación, de tal forma que desarrollaron sus habilidades en comprender los problemas matemáticos contextualizados. Fue, asimismo, de beneficio para los profesores pues permitió acceder a las habilidades de los alumnos y redescubrir sus habilidades potenciales en el ejercicio del pensamiento lateral. Así también, el beneficio alcanza a las organizaciones educativas, pues al mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, se buscó elevar el nivel de enseñanza que brindan. De igual manera, se benefició a los padres de familia, así como a la comunidad en general, pues se aumentó en los estudiantes el rendimiento académico en matemáticas y su creatividad.

Con la investigación ya desarrollada, se buscó ofrecer una solución a la condición manifiesta de la educación en los deficientes niveles de logros en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente sobre la capacidad en resolver problemas matemáticos y el evidente bajo rendimiento académico en matemática que presentan las instituciones educativas públicas y privadas, y que configuran parte del problema que se presenta en el Plan Nacional de Educación.

Asimismo, dado que las habilidades matemáticas y su potencial desarrollo constituyen logros de importancia en el desarrollo cognitivo y social de los estudiantes, de allí nace la necesidad de brindar situaciones significativas en la adquisición de conocimientos matemáticos en el ámbito universitario. De esta manera, el estudiante fue tomado como el centro del aprendizaje, para que en un futuro pueda asumir actitudes que lo conduzca a enfrentarse en forma exitosa al mundo competitivo laboral. Con ese fin, el docente es parte fundamental de los logros de los estudiantes.

Por tales razones, el presente estudio concede alta significancia, pues con él se añaden alcances al cuerpo teórico que propone favorecer en los estudiantes la práctica y comprensión de las matemáticas a partir de las estrategias metodológicas que el docente maneja.

Con esta investigación se pretendió, además, que los estudiantes puedan acceder a fortalecer habilidades para utilizar esquemas de pensamiento en formas innovadoras y creativas que les permitan integrar y apropiar los nuevos conocimientos, habilitándolos para enfrentarse a los desafíos que continuamente encontrarán en sus estudios secundarios, estudios superiores y en su vida cotidiana.

1.5 Limitaciones de la investigación

Dentro de las principales limitaciones de la investigación, éstas se ciñeron a las escasas fuentes bibliográficas sobre la aplicación de algún Programa de Pensamiento Lateral en las escuelas de Educación Secundaria. Esta limitación se superó considerado estudios que aplicaron el Programa de Pensamiento Lateral en ambientes de educación superior.

Asimismo, se limita el fenómeno de estudio al tercer bimestre del año escolar 2016, es decir, estuvo conformado por los meses de agosto y setiembre 2016, durante los cuales se procedió a la aplicación del Programa. Si bien constituyó una limitación, fue solucionada con la debida aplicación de pruebas bimestrales realizadas en la primera semana de noviembre obteniéndose las notas de matemáticas para el contraste correspondiente.

Así también, el estudio se limitó a las instituciones educativas que aceptasen la experimentación con el Programa de pensamiento lateral. Dicha limitación implicó contar únicamente con la Institución Educativa Particular Skinner de Carabayllo, que concedió todas las facilidades para la aplicación de dicho programa.

De igual manera, la investigación involucró sólo a los alumnos del primer año del nivel secundaria, debido a la poca disponibilidad horaria de los grados superiores. Por ello, para un máximo rendimiento, se realizaron coordinaciones para facilitar la aplicación del Programa de pensamiento lateral en el primer año, contándose con la autorización de la Dirección de la Institución Educativa Particlar Skinner de Carabayllo.

1.6 Viabilidad de la investigación

El estudio fue viable desde la perspectiva económica y académica, pues fue posible el acceso a la información teórica y la concerniente a la población y la muestra.

La información requerida fue accesible a través de la recolección de datos mediante la aplicación del instrumento en la observación a la muestra seleccionada para el estudio, siendo obtenidas en las aulas con los estudiantes de la institución educativa.

CAPÍTULO II : MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación

Chulvi, González y Mulet (2015) en el artículo titulado *Influencia de perfiles de personalidad lógicos y no estructurados en la elaboración de diseños creativos*, de la Revista anales de psicología, España. Tuvo por objetivo analizar la influencia que ejercen las ideas de diseño sobre el grado de creatividad en los estudiantes, eligiéndose con tal fin sujetos con estilo de pensamiento lógico y sujetos con estilo de pensamiento no estructurado con la tarea de resolver un problema de diseño contando con el apoyo del pensamiento lateral, para determinar cuál proporciona mejores resultados. Realizada la experimentación, no se presentaron diferencias significativas en los parámetros de novedad y utilidad, por ende, de creatividad. Este hallazgo confirmó la teoría de Kirton (1978) que sostuvo que individuos de diferentes tipos tienen el mismo potencial de desarrollar productos creativos. Concluyeron, por tanto, que las personas innovadoras como adaptativos ofrecen soluciones del mismo orden de creatividad.

Figueroa (2013) en la tesis de maestría denominada "*Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas*" de la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima. Tuvo por objetivo presentar el diseño de una propuesta didáctica que sirva al fortalecimiento de las habilidades de resolución de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables de los estudiantes. Entre sus conclusiones se encuentran: La creación de problemas que depende de soluciones que requieren procesos paso a paso desde el sistema de ecuaciones lineales, constituye una tarea que es estimulante para los estudiantes que ponen en evidencia sus habilidades con creatividad. Asimismo, dado el contexto de los sistemas de ecuaciones lineales, el uso del GeoGebra fue de utilidad tanto para la visualización de las ecuaciones como para la resolución de los sistemas y resolución de problemas, sean estos contextualizados o no.

Gutiérrez (2012) en la investigación de maestría titulada "*Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa-Ventanilla*" de la Universidad San Ignacio de Loyola, Callao. Tuvo por objetivo la determinación de asociación existente entre las estrategias de enseñanza y la resolución de problemas matemáticos a partir de la percepción de los estudiantes. Este estudio fue de enfoque cuantitativo y de diseño no experimental.

Entre sus conclusiones figuran: Se encontró relación positiva moderada entre las estrategias de enseñanza y la capacidad de resolución de problemas matemáticos en la muestra de estudiantes. Presencia de asociación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para activar o generar conocimientos previos y la capacidad de resolución de problemas matemáticos. Se demostró la relación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para orientar la atención de los estudiantes y la capacidad de resolución de problemas matemáticos. Se encontró una relación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para promover el enlace entre los conocimientos previos con la nueva información y la capacidad de resolución de problemas matemáticos. Quedó así demostrado que existe asociación directa entre las estrategias de enseñanza que se aplican en el contexto educativo y la resolución de problemas matemáticos, aunque frente a la evidencia de correlación baja, se observa la deficiencia de la aplicación de las estrategias de enseñanza, estando sujetas a su mejora, lo que sirve de fundamento para el presente estudio. Sin duda, se requieren mejoras en la aplicación de estrategias.

Wilmar (2010) en la ponencia "*Acceso y permanencia en una educación de calidad. Estrategias de estimulación del pensamiento creativo delos estudiantes en el área de educación para el trabajo en la III etapa de educación básica*" del Congreso Iberoamericano de Educación Metas 2021, tuvo por objetivo presentar una propuesta en el uso estrategias de estimulación del pensamiento creativo con base en pensamiento lateral en estudiantes del área de Educación para el Trabajo. Siguió una metodología de enfoque cuantitativo, de diseño no experimental, de diagnóstico, aplicada a una muestra censal de 8 docentes con un cuestionario de 24 ítems. Concluyó que la propuesta lograda responde a la necesidad de estrategias organizadas secuencialmente para un aprendizaje efectivo. Queda evidente de esta manera la preocupación latente en los docentes por proponer nuevas formas de aplicación en las estrategias de enseñanza para mejorar el aprendizaje. En ese sentido, la secuenciación en sesiones de aprendizaje es relevante.

Chee (2008) en la tesis doctoral *"Influencia de estilo personal preferido de resolución de los problemas y factores de creatividad organizacional sobre tipos de pensamiento lateral"*, Universidad Putra Malaysia. La investigación indica que los estilos personales preferidos no tienen un impacto significativo en explicar las diferencias demostradas en los tipos de pensamiento lateral. Sin embargo, los factores de creatividad de las organizaciones mostraron una asociación significativa con un valor de chi- cuadrado de 30,61. Esto explica que podría haber otros factores que influyen en los tipos de pensamiento lateral. Las tres variables que son predictores significativos de las ideas de la novedad eran formación para la creatividad, proceso de implementación idea y el proceso de evaluación idea. El modelo explicó que la exactitud de predicción global fue del 68,2 % de los tipos de pensamiento lateral, presentando así un relativamente buen modelo de variables exógenas. En general, el modelo predijo correctamente el 80,3 % de los casos de las ideas de la novedad y de 52,6 % para la predicción de las ideas eficaces.

Agudelo (2008) en la tesis *"Uso de la lúdica y el pensamiento lateral en la enseñanza de las cinco disciplinas para la construcción de organizaciones inteligentes"* de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. Tuvo por objetivo analizar los resultados obtenidos en un curso para la Maestría en Administración de Desarrollo Humano y Organizacional tomando en consideración la teoría del pensamiento lateral de Edward De Bono, La Quinta Disciplina de Senge y las lúdicas de GEIO. La metodología fue cualitativa. Concluye que es necesaria la predisposición positiva al juego de parte de los participantes en la intervención educativa, determinando tal disposición el éxito del aprendizaje. Se encontró resistencia al cambio de participantes que luego se retiraron del curso favoreciendo el aprendizaje de los que sí tenían disposición. Se halló además un exagerado valor de los títulos académicos sobre quien facilita el aprendizaje.

Olivares y Oroza (2008) en el artículo *"El desarrollo del pensamiento lateral en las organizaciones"*, México. Tuvo por objetivo conocer la manera en que las estrategias propuestas por la aplicación del pensamiento lateral influye en la solución creativa de los problemas organizacionales. Se aplicó un enfoque cuantitativo, con diseño experimental a los integrantes de la Cámara Junior Cochabamba, Bolivia, conformado por 200 miembros. Concluyó que al aplicarse las estrategias del pensamiento lateral se presentaron notables diferencias en el grupo experimental en comparación con el grupo de control, mostrándose un aumento significativo del nivel de la creatividad depositada en la solución de problemas en las organizaciones, haciendo posible que se presentasen soluciones flexibles, con fluidez, de alta elaboración y originalidad. Mientras que la ausencia de aplicación de estrategias sobre el grupo de control, puso de manifestó que los niveles de solución creativa propuesta a los problemas de la organización se encontraron dentro de los parámetros establecidos con normalidad, en términos de fluidez, flexibilidad, originalidad y elaboración. Este estudio concedió aportes a la presente investigación por su naturaleza experimental y en los procedimientos de comparación entre los grupos de sujetos en estudio.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Variable independiente: Pensamiento lateral

2.2.1.1 El pensamiento lateral

El pensamiento lateral constituye una forma de pensamiento que fue tomada por Edward De Bono (1986) como contribución en las estrategias de enseñanza en la resolución de problemas aplicando métodos no ortodoxos o que se tiñen de aparente ilógica. De este modo, para De Bono, la mente en la ejecución de sus funciones despliega la función lógica cuando las ideas ya se encuentran producidas y desarrolladas y allí radica su eficacia, sin embargo no las genera. En ese sentido, solo el pensamiento divergente o lateral es capaz de generar las ideas, lo que es de necesidad en el individuo y que requiere también ser ejercitado. Es así, que De Bono sostiene que contándose con dos formas del pensamiento, es el pensamiento tradicional el capaz de refinar modelos y llegar a la comprobación de la valides lógica, pero es insuficiente para optimizar su uso frente a la nueva información, pues para ello es necesaria la creación de nuevos modelos, por lo que escaparía a la influencia de los modelos que se encuentran en la mente.

2.2.1.2 Definición del pensamiento lateral

Para definir el pensamiento lateral es necesario considerar que es un proceso conformado a la vez por una serie de operaciones que se dan en la mente, implicando estrategias y representaciones que todo individuo puede disponer según la experiencia que le haya tocado vivir en el mundo, por las cuales podrá capturar la situación, el fenómeno y objeto que se quiere conocer como una unidad compleja vista desde diversos aspectos, haciendo frente a las barreras, similitud y acorde a lo imperativo en la vida cotidiana. De esta forma, el pensamiento lateral constituye una potente herramienta que permite a todo individuo a proceder frente a una situación o hecho de forma muy distinta a lo que la costumbre cultural o propia establece, considerando sus propios sentimientos, creencias y razones, con la finalidad de crear un entorno que favorezca las oportunidades para todos los sectores con los cuales interactúa (Arboleda, 2007).

Para Domínguez (2009) el pensamiento lateral opta por métodos no convencionales:

> El Pensamiento Lateral se concibe como un Pensamiento Creativo, una forma de escapar a las ideas fijas. Es una habilidad mental adquirida que busca una solución mediante métodos no ortodoxos (opinión recta y verdadera), que normalmente serian ignorados por los pensamientos lógicos (p. 8).

De esta forma, se resalta el atributo de creatividad latente en el ejercicio del pensamiento lateral, logrando dejar lo habitual de lado y propiciando la innovación. Esta forma de pensamiento genera nuevas respuestas que inclusive se enviste de cierto ropaje ilógico pero que responde a la necesidad y la cubre desde toda expectativa.

Considerando tales aspectos, cabe llevarlos a la institución educativa cuya función principal es ser formadora del pensamiento:

> La institución educativa debe formar el pensamiento, mejor aún, los pensamientos múltiples, incluido el pensamiento lateral; generar espacios para desarrollar en los maestros conocimientos, habilidades y actitudes para asumir la formación acompañando sus procedimientos exitosos de estrategias correspondientes a diversos enfoques y perspectivas teóricas y metodológicas, y formar esquemas cognitivos, pedagógicos y actitudinales flexibles (Arboleda, 2012, p. 6).

En la línea por la que se orienta Arboleda (2012) se tiene en claro que las organizaciones educativas tienen por tarea insoslayable cultivar el pensamiento múltiple, sin obviar aquella que escapa a la formalidad de la ciencia como es el pensamiento lateral. En ese sentido, la organización educativa debe fomentar los espacios necesarios para el cultivo del pensamiento incluyendo al lateral y, por supuesto, sin excluir al pensamiento vertical o tradicional, asumiendo todas las estrategias que permitan su desarrollo en conjunto, los cuales afectarán, sin lugar a dudas, la forma de adquirir conocimientos desde dos perspectivas muy distintas: vertical y lateral.

2.2.1.3 Diferencias entre pensamiento vertical y pensamiento lateral

Para contar con la claridad que requiere toda investigación se precisan las diferencias entre pensamiento vertical y pensamiento lateral:

> Con el pensamiento vertical se confía en llegar a una solución; con el pensamiento lateral no se garantiza necesariamente una solución, simplemente se aumentan las probabilidades de una solución óptima mediante la reestructuración de los modelos. Es decir, el pensamiento vertical ofrece al menos una solución mínima, mientras que el pensamiento lateral incrementa sólo la posibilidad de llegar a una mejor solución (De Bono, 1986, p. 31).

De Bono planteó así que al considerarse al pensamiento lateral como fuente para la aplicación de determinadas estrategias no involucra una solución última o final, sino muchas posibilidades de resolución al considerar la reconstrucción de modelos fundamentados en bases sólidas o no, pero que tienta rutas apenas exploradas para nuevas soluciones.

En ese sentido, se presentan manifiestas diferencias entre el pensamiento vertical y el pensamiento lateral, pues ambos siguen pasos muy distintos al momento de iniciarse el proceso de reflexión sobre un problema determinado. En la tabla 1 se muestran las diferencias de acuerdo al pensamiento vertical y al pensamiento lateral.

Tabla 1. *Diferencias entre pensamiento vertical y pensamiento lateral.*

Pensamiento vertical	Pensamiento lateral
El pensador vertical…	El pensador lateral…
• Sigue una orientación determinada, una dirección fija	• Se orienta a crear una nueva dirección, una ruta no conocida
• Sabe con seguridad lo que anda buscando	• No sabe con seguridad lo que está buscando hasta percibir que lo encuentra
• Se fundamenta en concatenar las ideas de manera secuencial	• Suele provocar las ideas
• Utiliza la negación a fin de evitar las barreras implicadas	• Utiliza saltos sobre las barreras
• Excluye lo que no se relaciona al tema	• Investiga inclusive aquello no relacionado al tema
• Considera categorías, etiquetas y clasificaciones fijas	• Considera categorías, etiquetas y clasificaciones que no son fijas
• Se orienta hacia los caminos enfocados con claridad	• Se orienta por rutas escasamente claros
• Aplica un proceso que tiene fin	• Aplica un proceso probable, sin fin definido

Fuente: Elaboración propia.

2.2.1.3 Metodología basada en el pensamiento lateral

Considerando que una metodología infiere al uso de estrategias de enseñanza entendida como orientaciones generales acerca de cómo enseñar un contenido disciplinar considerando qué queremos que nuestros alumnos comprendan, por qué y para qué" (Anijovich y Mora, 2009, p. 4), el uso del pensamiento lateral en las estrategias pedagógicas en aula sigue procesos determinados. En ese sentido, como parte de la metodología, De Bono (1986) elaboró diversos tipos de provocaciones, siendo los siguientes:

- Palabra aleatoria: Cuando se introducen términos de forma aleatoria, al azar, lo que constituye el punto inicial, generando luego una palabra en relación a la primera, realizando la misma tarea sucesivamente de la misma forma. Es decir, frente a un problema se utiliza una palabra para dar solución al mismo, luego se la relaciona con la siguiente palabra en busca de una nueva solución y así continuamente hasta relacionar el problema con la solución más idónea, de tal modo que se han generado diversidad de ideas posibles para buscar una solución.

- Escape: Cuando se efectúa la evaluación de un elemento o elementos que se hallan implicados en el problema, realizándose la negación o cancelación de uno de estos atributos. Desde allí se propicia un nuevo entorno, una nueva situación, que al ser generada motiva la búsqueda de ideas con el uso de herramientas ya conocidas o habituales en el uso frente a estas situaciones.

- Piedra en el camino: Cuando se sugiere la exageración, distorsión o modificación de uno de los elementos del entorno vinculado al problema, con la finalidad de generar situaciones nuevas. Un ejemplo dado por De Bono consiste en utilizar los supuestos que cierto ente o variable es tal como se visualiza en lo deseado, y no tal cual es en la realidad.

Por lo general, se realizan los siguientes tres pasos:

- Se procede a la selección de un área sobre el problema a resolver y que sean necesarias nuevas ideas.
- Se realizan estímulos a modo de provocaciones asociadas al problema.
- Se procede a la generación de ideas tomando como base el problema, habiendo sido estimulados por las provocaciones.

Como técnica ofrece posibilidades de uso en dinámicas en grupo que involucra contar con un moderador y un secretario para las anotaciones, también puede darse de forma individual, sin embargo se recomienda el primer caso pues ha demostrado mayor efectividad.

2.2.1.4 Etapas del pensamiento lateral

Para el ejercicio del pensamiento lateral, De Bono (1986) propone las siguientes dimensiones desde el enfoque de estrategias didácticas, también consideradas en grupos que constituyen etapas:

Alternativas, supuestos e innovación

Desde la dimensión, denominada para la presente investigación alternativas, supuestos e innovación se agrupan las etapas del pensamiento lateral que contienen a varias alternativas, revisión de supuestos, innovación y aplazamiento de juicios y opiniones.

Varias alternativas: El pensamiento lateral se diferencia del vertical por la finalidad de la búsqueda, pues tiene como primer principio valorar diversas situaciones para obtener alternativas de respuestas varias. "El pensamiento lateral explora estas alternativas mediante la reordenación de la información disponible" (De Bono, 1986, p. 46). De esta forma, al evaluarse las diferentes oportunidades de solución se busca reordenar la información. Con esta finalidad, se propone un límite de alternativas para asegurar un número mínimo de estas.

Revisión de supuestos: Esta etapa considera las ideas latentes y que en su reordenamiento se van sucediendo, por lo que no implica evaluar si son válidas o no, que es propio de un proceso lógico. "Es la continuidad histórica (o historicismo) lo que mantiene la mayor parte de los supuestos, no una periódica revisión de su validez" (De Bono, 1986, p. 62).

Innovación: En esta etapa se realiza la creación de ideas a partir de nuevas perspectivas sobre los elementos o supuestos con los que se cuenta. "En el proceso de creación se buscan nuevos enfoques de múltiples alternativas al problema objeto de estudio" (De Bono, 1986, p. 72).

Aplazamiento de juicios y opiniones: Esta etapa consiste en evitar emitir juicio u opinión sobre los supuestos con los que se cuenta, dejando de considerar su uso o su lógica: "se prescinde de valorar la corrección de las ideas en el proceso de su elaboración; no se valoran ni su utilidad práctica ni su solidez lógica" (De Bono, 1986, p. 72).

Dibujo, vínculo y división

Desde la dimensión denominada dibujo, vínculo y división, se consideran las etapas de ejercicios de dibujo, ideas dominantes y factores vinculares, y fraccionamiento o división**.**

Ejercicios de dibujo: Como etapa implica puesta en práctica para estimular el pensamiento lateral, el cual puede ser libre o dirigido. Según De Bono (1986) esta estrategia permite desarrollar el pensamiento lateral desde su expresividad:

> El dibujo es un medio adecuado para desarrollar la práctica de los principios del pensamiento lateral. Los dibujos deben ser expresivos. Pueden ser en blanco y negro o en color, e incluir explicaciones verbales para facilitar su comprensión o bien proporcionarles características especiales" (De Bono, 1986, p. 76).

Ideas dominantes y factores vinculantes: Como estrategia considera las ideas principales del contexto del problema a resolver y se encuentran asociadas estas ideas entre sí, y de no ser así, se considera aquellas que se agrupan por la relación entre ellas. "Si no se define la idea dominante, las alternativas del problema referentes a su planteamiento y solución son limitadas a causa de su efecto concentrador" (De Bono, 1986, p. 82).

Fraccionamiento o división: Esta estrategia divide el problema a resolver en los elementos que le componen para que pueda ser agrupado de diferente forma. "Si se considera cualquier situación y se la descompone en sus partes constituyentes, puede luego reestructurarse la situación disponiendo las fracciones de forma distinta" (De Bono, 1986, p. 88).

Inversión, imaginación y analogías

Esta dimensión denominada inversión, imaginación y analogías, incluye al método e inversión, soluciones de imaginación o *brainstorming* y analogías.

El método de inversión: Esta estrategia consiste en seguir una ruta determinada para luego orientarse hacia una ruta opuesta. "En el método de inversión se coge impulso apoyándose en los modelos fijos existentes para alejarse en dirección contraria" (De Bono, 1986, p. 94).

Sesiones de imaginación creativa o *brainstorming:* Son consideradas un medio capaz de desarrollar el pensamiento lateral en un contexto colectivo:

> (…) en el que pueden aplicarse diversas técnicas y principios de pensamiento lateral sobre una base colectiva y prescindiendo en lo posible de toda inhibición por parte del pensamiento vertical o lógico que tiende a limitar el flujo de ideas a causa de su función enjuiciadora" (De Bono, 1986, p. 100).

Analogías: Esta estrategia supone el empleo de situaciones similares para enfocarlas en la resolución de un problema. "Analogía es la relación de semejanza entre dos o más cosas. Aquí es, además, un proceso del pensamiento fundamentado en la existencia de casos paralelos" (De Bono, 1986, p. 110).

2.2.2 Variable dependiente: Resolución de problemas matemáticos

2.2.2.1 Resolución de problemas

Entre los autores que abordan la temática en referencia a la resolución de problemas, se encuentra Polya (1974), quien define resolución de problemas de la siguiente manera:

> Resolver problemas significa encontrar un camino para salir de una dificultad, para eludir un obstáculo, para lograr un objetivo que no se puede alcanzar inmediatamente. Resolver problemas es una tarea específica de inteligencia y éste es el don específico del género humano: puede considerarse el resolver problemas como la actividad más característica del género humano.

De esta manera, Polya señala que la resolución de un problema es distinguir un sendero claro a un cuestionamiento que ofrece obstáculos a modo de preguntas y que de responderlas se puede acceder a un objetivo, por lo que es necesario responder al planteamiento de preguntas una a una, es decir, pasos después de los cuales se alcanza el objetivo. Tal proceso implica el uso de la inteligencia que es atributo humnano único por excelencia.

Según la National Council of Teachers of Matjematics - NCTM (2000):

> La resolución de problemas exitosa requiere del conocimiento del contenido matemático, del conocimiento de estrategias de resolución de problemas, de un auto-monitoreo efectivo, y una disposición productiva a plantear y resolver problemas. La enseñanza de la resolución de problemas requiere aún más de los profesores, ya que deben ser capaces de promover tal conocimiento y actitudes en sus estudiantes. ... La enseñanza en sí misma es una actividad de resolución de problema. (p. 341)

Por su parte, Rodríguez (2005) define la resolución de problemas como "un proceso en que se parte del conocimiento matemático que los alumnos poseen para, a través de una situación problemática, adquirir o bien nueva información no matemática sobre la situación o bien nuevo conocimiento matemático" (p. 131).

Este autor destaca la importancia de la resolución de problemas como un proceso en el que se tiene un punto de partida: el conocimiento o saber matemático que ya es poseído por los estudiantes o sujetos que quieren afrontar un problema, y que para resolver tal problema es necesario acceder a nueva información o conocimiento matemático, apropiarse de él y disponer los recursos intelectuales requeridos para ser dirigidos hacia la resolución del problema.

Para Santos (2008), la resolución de problemas puede consistir en encontrar direcciones diferentes que permitan llegar a una respuesta:

> En la resolución de problemas se reconoce también que pueden existir caminos distintos para promover el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes; sin embargo, tanto los programas de investigación como las prácticas de instrucción coinciden en reconocer la relevancia de conceptualizar la disciplina en términos de dilemas o preguntas que los estudiantes necesitan responder y discutir en términos de recursos matemáticos. (p. 23)

El autor ha considerado que el enfoque en la resolución de problemas no solo involucra conocer, saber o poseer el conocimiento matemático, sino que es necesario para el desarrollo del mismo, es decir, sólo resolviendo problemas puede desarrollarse esta capacidad y este ejercicio es el estímulo para continuar la resolución que cada vez solicita el acceso a nuevo conocimiento. En ese sentido, el planteamiento constante debe formularse en preguntas que requerirán el empleo de los elementos matemáticos en juego.

2.2.2.2 Propuestas de instrucción de resolución de problemas

Rodríguez (2005, pp. 132-134) enumera estas propuestas desde diferentes enfoques:

a) Énfasis en el proceso de resolución

- Propiciar el desarrollo de una gama de posibilidades para poner a prueba determinadas situaciones problemáticas o el uso de estrategias heurísticas.
- Proporcionar herramientas para probar situaciones.
- Promover el desarrollo de la competencia metacognitiva mediante estrategias que involucren estructuras como el andamiaje, o también el aprendizaje cooperativo.
- Aumentar las creencias pertinentes en torno a la resolución de problemas
- Realizar preguntas que podrán ser de uso oportuno en problemas propuestos en el futuro
- Realizar una constante invitación a practicar las matemáticas, aplicando el aprendizaje cognitivo en la resolución de problemas.

b) Énfasis en la aplicación del conocimiento matemático

- Fortalecer los esquemas mentales con los que cuentan los estudiantes sobre situaciones en los que se aplica el conocimiento matemático
- Enriquecer esquemas específicos del área
- Hacer uso de situaciones de contexto familiar, cultural o social para aproximar el conocimiento objetivo a los hechos cotidianos para adquirir la significatividad requerida en los estudiantes
- Orientar la atención del estudiante hacia posibles interpretaciones respecto de la solución
- Disminuir la ansiedad que se genera ante las matemáticas

c) Énfasis en la nueva información que se adquiere

- Realizar la selección de situaciones de contexto que generen interés en los estudiantes y de los cuales se requiere extraer la nueva información
- Ofrecer situaciones en los que se pueda apreciar el valor que ejercen las matemáticas como recurso de poder al alcanzar resultados procedentes de un análisis matemático
- Brindar herramientas que sirvan de apoyo a los estudiantes en la investigación de las situaciones problemáticas. Entre ellos las calculadoras, esquemas, computadoras, etc.

d) Énfasis en el nuevo conocimiento matemático que se adquiere a través de la resolución del problema.

- Alcanzar objetos o herramientas que sirvan de apoyo en el proceso pedagógico y que puedan ser asociados al conocimiento que se ha adquirido con el nuevo saber y que puede ser generado mediante el problema propuesto
- Propiciar la comprensión del saber matemático mediante procesos reflexivos sobre las tareas que realizan
- Apoyar a que el estudiante oriente sus ideas a ser formuladas con matemáticas, promoviendo así su mayor uso. Puede usarse la transcripción de una situación a una notación matemática, o empleando el modelado como técnica.
- Establecer reglas de participación con base en construir conocimiento, desarrollando normas socio-matemáticas para reconocer el tipo de conocimiento que es respetado y validado con el cumplimiento de las normas.

2.2.2.3 Dimensiones de la resolución de problemas matemáticos

Schoenfeld en el libro titulado *Mathematical Problem Solving,* publicado en 1985, se basó en estudios revisados en el siglo XX, específicamente durante los años 80. Este autor llego a realizar experimentos con estudiantes y docentes en las que propuso resolver problemas difíciles y que requerían conocimiento previo de los recursos útiles para llegar a las soluciones posibles. Los estudiantes poseían los conocimientos, los docentes también. Fue entonces que, observando ambos grupos en la resolución de problemas, registró toda la información posible, llegando a grabar, filmar y registrar las notaciones que estos efectuaban durante todo el proceso. Así fue como llegó a concluir que para laborar la resolución de problemas mediante estrategias didácticas había que considerar varios elementos más allá de solo considerar heurísticas (Barrantes, 2006).

De este modo, Schoenfeld (1985), afirmó que para lograr una adecuada resolución de problemas es menester que el resolutor sepa manejar cuatro dimensiones del proceso:

- **Los recursos (Dimensión cognitiva):** Se refiere a los elementos de los que se disponen para adquirir el conocimiento, como son los conceptos, algoritmos, fórmulas y cuanto saber al respecto sea requerido para resolver problemas.

- **Las heurísticas:** Que vienen a ser las operaciones mentales realizadas como estrategias de aplicación que son de utilidad para la resolución de problemas, y que pueden funcionar a modo de reglas o formas de comportamiento capaces de facilitar el proceso de resolución de problemas.

- **El control (Dimensión metacognitiva):** Referido al control que ejerce el estudiante sobre la tarea actividad que realiza, entre las cuales se encuentran la comprensión del problema, considerar diversas alternativas para su solución, monitorear el proceso y corregir el mismo o efectuar su evaluación. Corresponde al monitoreo y control.

- **El sistema de creencias sobre la matemática (Dimensión afectiva):** Se refiere al conjunto de creencias que influyen sobre la forma en la cual estudiantes y docentes abordan el resolver un problema y como en este proceso adquieren el nuevo conocimiento matemático, el que puede ser registrado en la memoria o no. Tales creencias hacen que las matemáticas sean pensada en términos de reglas o conceptos, asociaciones, modelos, etc. bajo los cuales se comprenden los problemas.

2.3 Definiciones conceptuales

Alternativas, supuestos e innovación: Es la etapa del pensamiento lateral que comprende las varias alternativas que son aquellas que se estructuran por medio de la reordenación de la información que se dispone. Comprende también, la revisión de supuestos que refiere a una secuencia histórica de supuestos que no son objetados o puestos a prueba en lo que respecta a su validez. Mientras, la innovación es realizada cuando se gestan nuevos enfoques en la búsqueda de las alternativas de solución frente a un problema. Finalmente, el aplazamiento de juicios y opiniones se da cuando se evita conceder valor a corregir las ideas que van surgiendo o que son elaboradas durante el proceso creativo de resolución de problemas.

Conocimientos previos: Es entendido como el conjunto de saberes, antes del inicio del proceso de enseñanza aprendizaje, con los que el estudiante cuenta. Se considera entre ellos: los conceptos, los algoritmos, fórmulas y elementos matemáticos que permitan la resolución de un problema.

Dibujo, vínculo y división: Es la etapa del pensamiento lateral en la que se incluyen ejercicios de dibujo que se convierten en herramienta capaz de lograr la puesta en práctica del pensamiento lateral siguiendo sus principios. En ese sentido, se ejercita la expresividad, la comparación y la argumentación sobre los aspectos relacionados al tema. Se incluyen además las ideas dominantes y factores vinculantes, para que se consideren las oportunidades de resolver el problema desde su planteamiento y se consideren soluciones ilimitadas. Finalmente, está el fraccionamiento o división, pues que involucra la posibilidad de dividir en partes el problema para que sufra una reconstrucción del mismo en un orden distinto.

Estrategias de enseñanza: Refiere al grupo de decisiones que toma el profesor con el fin de ejercer la orientación de la enseñanza durante sesión de aprendizaje, promoviendo así el aprendizaje en los estudiantes, mediante el uso de órdenes generales y específicas sobre un contenido disciplinar, siguiendo objetivos en el logro de una competencia determinada.

Heurística: La heurística es una metodología científica que puede ser aplicada a cualquier disciplina que considera la elaboración de reglas, estrategias, principios u otros medios que promuevan el encontrar soluciones.

> Una heurística puede verse como un procesador de información que, deliberadamente, peor juiciosamente, ignora cierta información. Ignorando información, una heurística se libra de gran parte del esfuerzo que debió haberse requerido para leer los datos y hacer cálculos con ellos. Por otra parte, la solución producida por tal heurística, es independiente de la información ignorada, y de este modo no se ve afectada por cambios en tal información. Idealmente, se busca ignorar información que resulta muy caro colectar y mantener, esto es, computacionalmente caro de explotar y mantener, y que contribuye en poco a la precisión de la solución (p. 1).

Inversión, imaginación y analogías: Es la etapa del pensamiento lateral que involucra un método de inversión por el cual se aplican modelos determinados con una dirección determinada y luego alejarse en la ruta opuesta. También involucra sesiones enlas que se apela a una imaginación creativa o *brainstorming* que es un medio que permite la aplicación de diferentes técnicas y principios del pensamiento lateral en un grupo, sin barreras por parte del pensamiento vertical causante de límites en la creatividad. Asimismo, las analogías que son la asociación de similitud entre dos o más elementos de lo que se aborda, que incluye considerar casos con características paralelas.

Metacognición: Es un proceso por el cual se considera todas las formas en las que se adquiere el aprendizaje. “Conocimiento del propio conocimiento que implicará ser capaces de conocer el funcionamiento de nuestra forma de aprender, comprender y saber, e igualmente, conocer los procesos del pensamiento. Regulación, control y organización de las estrategias y habilidades metacognitivas" (Allueva, 2002, p. 71).

Modelo: Un modelo es una estructura según la cual se tiene orden en cuanto a la información que administra un sujeto de manera mental. En ese sentido, es una "Disposición u ordenación de la información en la mente. […] En la práctica, un modelo es cualquier concepto, idea, pensamiento o imagen que puede repetirse en su forma original cuando algún estímulo determina su reaparición" (De Bono, 1986, p. 38).

Programa de pensamiento lateral: El programa de pensamiento lateral es un conjunto de actividades conformado por sesiones de aprendizaje que involucran al proceso de pensamiento lateral que se encuentra conformado a la vez por una serie de operaciones que se dan en la mente, implicando estrategias y representaciones que todo individuo puede disponer según la experiencia que le haya tocado vivir en el mundo, por las cuales podrá capturar la situación, el fenómeno y objeto que se quiere conocer como una unidad compleja vista desde diversos aspectos, haciendo frente a las barreras, similitud y acorde a lo imperativo en la vida cotidiana.

Resolución de problemas matemáticos: Es un proceso en el que se tiene un punto de partida: el conocimiento o saber matemático que ya es poseído por los estudiantes o sujetos que quieren afrontar un problema, y que para resolver tal problema es necesario acceder a nueva información o conocimiento matemático, apropiarse de él y disponer los recursos intelectuales requeridos para ser dirigidos hacia la resolución del problema.

2.4 Formulación de hipótesis

2.4.1 Hipótesis general

La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

2.4.2 Hipótesis específicas

a) La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

b) La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

c) La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

2.4.3 Variables

Variable independiente: Pensamiento lateral

> El Pensamiento Lateral se concibe como un Pensamiento Creativo, una forma de escapar a las ideas fijas. Es una habilidad mental adquirida que busca una solución mediante métodos no ortodoxos (opinión recta y verdadera), que normalmente serian ignorados por los pensamientos lógicos (Domínguez, 2009, p. 8).

Variable dependiente: Resolución de problemas matemáticos

> Resolver problemas significa encontrar un camino para salir de una dificultad, para eludir un obstáculo, para lograr un objetivo que no se puede alcanzar inmediatamente. Resolver problemas es una tarea específica de inteligencia y éste es el don específico del género humano: puede considerarse el resolver problemas como la actividad más característica del género humano (Polya, 1974).

CAPÍTULO III : DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 Diseño de la investigación

Se aplicó en el presente estudio el diseño experimental a nivel cuasi experimental que consiste en dos ediciones de la variable dependiente (Resolución de problemas matemáticos) en dos momentos diferentes, un momento antes y un momento después, de la aplicación en forma de intervención de la variable independiente (Programa de pensamiento lateral). Al respecto, Hernández, Fernández y Baptista (2014) sobre el diseño cuasi experimental dice que “A un grupo se le aplica una prueba previa al estímulo o tratamiento experimental, después se le administra el tratamiento y finalmente se le aplica una prueba posterior al tratamiento” (p. 220). Es decir, como parte del Programa de pensamiento lateral se realizará una intervención educativa como estímulo y tratamiento para lograr determinados efectos sobre quienes se ha ejercido dicho estímulo y conocer así su repercusión en la capacidad de resolver problemas.

Tabla 2. *Diseño de pre-test y post-test.*

Ge	$\xrightarrow[\text{con P. P. L.}]{}$	R_1	$P\ (R1) = M_1$ $P\ (R1) = M_1$
Gc	$\xrightarrow[\text{sin P. P. L.}]{}$	R_2	$H_o : M_1 \leq M_2$ $H_1: M_1 > M_2$

Ge = Grupo Experimental = 24 alumnos Sección A

Gc = Grupo Control = 24 alumnos Sección B

PPL = Programa de Pensamiento Lateral

R_1 = Resultado por alumno Ge

R_2 = Resultado por alumno Gc

M_1 = Resultado promedio Ge

M_2 = Resultado promedio Gc

El enfoque empleado fue el cuantitativo porque se buscó medir las variables, particularmente la variable dependiente a fin de conocer su comportamiento en los sujetos en estudio. Este enfoque, según Valderrama (2015) asevera que "Usa la recolección y el análisis de los datos para contestar a la formulación del problema de investigación; utiliza, además, los métodos o técnicas estadísticas para contrastar la verdad o falsedad de la hipótesis" (p. 106). De esta manera, se contrastará la hipótesis mediante aplicación de técnicas estadísticas apropiadas al diseño cuasi experimental.

3.2 Población y muestra de investigación

3.2.1 Población

Para el desarrollo de la investigación, se consideró como población de estudio a aquella conformada por los estudiantes del primer año de educación secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima, matriculados en el año lectivo 2016, haciendo un total de 48, tal como se aprecia en el siguiente cuadro.

Tabla 3. *Distribución de estudiantes del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo.*

Grado de estudios	Sección	Sexo		Total
		M	F	
Primer año	A	8	16	24
	B	11	13	24
Totales		19	29	48

Fuente: Nominas de matrícula.

Algunos aspectos que se observan en la población son: es heterogénea con respecto a la edad, pues las edades oscilan entre 11 a 13 años de edad.

3.2.2 Muestra

Para obtener la muestra se utilizó el tipo de muestreo no probabilístico, permitiendo al investigador determinar la muestra según las condiciones establecidas por la organización educativa. De esta manera, la muestra se constituyó de 48 estudiantes del primer año de educación secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 24 al grupo control y 24 al grupo experimental. Los estudiantes fueron elegidos aleatoriamente para la conformación de los grupos de estudio, considerándose el número de estudiantes, siendo divididos en dos grupos, un grupo experimental y un grupo de control.

Grupo experimental

Estudiantes que participan del Programa de Pensamiento Lateral, de los cuales 24 estudiantes corresponden al grupo experimental.

Tabla 4. *Grupo experimental.*

Grado de estudios	Sección	Sexo		Total
		M	F	
Primer año	A	8	16	24
Total		8	16	24

Grupo de control

Estudiantes que no participan del Programa de Pensamiento Lateral, de los cuales 24 estudiantes corresponden al grupo de control.

Tabla 5. *Grupo de control.*

Grado de estudios	Sección	Sexo		Total
		M	F	
Primer año	B	11	13	24
Total		11	13	24

3.3 Operacionalización de variables

Tabla 6. *Tratamiento de la variable independiente para el grupo experimental y control.*

GRUPO EXPERIMENTAL					GRUPO CONTROL				
VARIABLE	**ETAPAS**	**PASOS**	**CONTROL**	**INSTRUMENTO**	**VARIABLE**	**ETAPAS**	**PASOS**	**CONTROL**	**INSTRUMENTO**
PROGRAMA PENSAMIENTO LATERAL	Alternativas, supuestos e innovación	1. Reordena la información disponible	Sesión 1 Sesión 2 Sesión 3 Sesión 4 Sesión 5 Sesión 6 Sesión 7 Sesión 8	Cuestionario	**SIN PROGRAMA PENSAMIENTO LATERAL**		1.	Sesión 1 Sesión 2 Sesión 3 Sesión 4 Sesión 5 Sesión 6 Sesión 7 Sesión 8	Cuestionario
		2. Encuentra una continuidad histórica					2.		
		3. Crea nuevos enfoques					3.		
		4. Se abstiene de corregir ideas					4.		
	Dibujo, vínculo y división	5. Dibuja					5.		
		6. Identifica ideas dominantes					6.		
		7. Divide las ideas en partes					7.		
	Inversión, imaginación y analogías	8. Se apoya en modelos y va en contra de ellos					8.		
		9. Genera ideas creativas					9.		
		10. Relaciona las semejanzas					10.		

Tabla 7. *Tratamiento de la variable dependiente.*

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	INSTRUMENTO	ESCALA	ESTADÍSTICO
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	Conocimientos previos	• Conocimientos previos de conceptos • Conocimientos previos de fórmulas • Conocimientos previos de procedimientos	• Problema 1 • Problema 2 • Problema 3	Prueba de Evaluación (Prueba de resolución de problemas matemáticos) • Prueba de entrada • Prueba de salida	Excelente: 19 – 20 Muy bueno: 17 – 18 Bueno: 14 – 16 Regular: 11 – 13 Deficiente: 0 – 10	**Estadígrafo de Normalidad** $D = \sup_{1 \le i \le n} \lvert \hat{F}_n(x_i) - F_0(x_i) \rvert$ **Comparación de medias T de Student** $t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \times \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$
	Heurística	• Heurístico para representar o comprender un problema • Heurístico para idear un plan • Heurístico para ejecutar un plan • Heurístico para verificar los resultados	• Problema 4 • Problema 5 • Problema 6 • Problema 7			
	Metacognición (Control)	• Entendimiento del problema • Formas de solución • Corrección del proceso	• Problema 8 • Problema 9 • Problema 10			

3.4 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

Prueba de entrada y salida: Que consiste en un conjunto de preguntas especialmente diseñadas y pensadas a partir de la identificación de indicadores para ser dirigidas a una muestra de población. Esta batería de preguntas se aplicaron en una prueba en dos momentos diferentes, uno antes y otro después de la debida aplicación del Programa de Pensamiento Lateral.

3.4.1 Descripción de los instrumentos

Cuestionario: Es un conjunto de preguntas cuyo objetivo es obtener información concreta en función a la investigación. En ese sentido, se tienen diversos estilos y formatos para este instrumento, el cual según la finalidad que busca alcanzar contiene aspectos específicos.

De esta manera, para la investigación se utilizó un cuestionario auto aplicable con preguntas cerradas que constan de 10 ítems en forma de preguntas problematizadas relacionadas a la resolución de problemas matemáticos, que tuvieron por finalidad recolectar información de los alumnos del primer año de educación secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo.

3.4.2 Validez y confiabilidad de los instrumentos

A fin de validar los instrumentos, el proceso de validación consistió en consultar a expertos del sector educación, pues éstos confieren valores que van de un mínimo valor a un máximo valor, de débil a aceptable o a fuerte, según su parecer y conocimiento en la efectividad de los instrumentos para medir las variables (Barraza, 2007). Con tal fin, en este caso, para la prueba de validez se dispuso la validez de contenido aplicándose el juicio de expertos, habiéndose solicitado a tres (3) docentes universitarios la revisión de los instrumentos de investigación, cuyos certificados figuran en Anexo 4.

De otra parte, la confiabilidad hace referencia al grado de confianza que tiene un instrumento respecto a si mide adecuadamente la aplicación repetida del mismo a los mismos sujetos produciendo resultados similares (Hernández *et al.,* 2014). Conforme a ello, tratándose de un diseño experimental, con la finalidad de determinar el grado de confiabilidad del instrumento de la variable programa de pensamiento lateral y la variable resolución de problemas matemáticos, se consideró el mínimo de variabilidad de los datos recolectados de los estudiantes.

3.5 Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos

A fin de llevar a cabo el procesamiento estadístico de datos se empleó el programa SPSS versión 21. La presentación de resultados se hizo a través de la estadística descriptiva e inferencial.

Para la prueba de normalidad se utilizó Shapiro-Wilk, pues es la prueba que se recomienda para el contraste del ajuste de datos a una distribución normal, en particular cuando la muestra es pequeña, es decir, menor a 30.

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

Para el contraste de hipótesis se aplicó la T de Student.

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_{x_1 x_2} \bullet \sqrt{\frac{1}{\sqrt{n_1}} + \frac{1}{\sqrt{n_2}}}}$$

3.6 Aspectos éticos

El estudio realizado consideró los criterios científicos requeridos realizándose el proceso de investigación con respeto a los derechos de autor y al contenido de la bibliografía revisada.

CAPÍTULO IV : RESULTADOS

4.1 Datos descriptivos

4.1.1 Resolución de problemas matemáticos

Tabla 8. *Nivel de calificaciones según resolución de problemas matemáticos (G. Experimental – Pre test)*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	Excelente	0	0,0	0,0
	Muy bueno	0	0,0	0,0
	Bueno	0	0,0	4,2
	Regular	1	4.2	95,8
	Deficiente	23	95,8	100,0
	Total	24	100.0	

Fuente: Estudiantes del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima 2016.

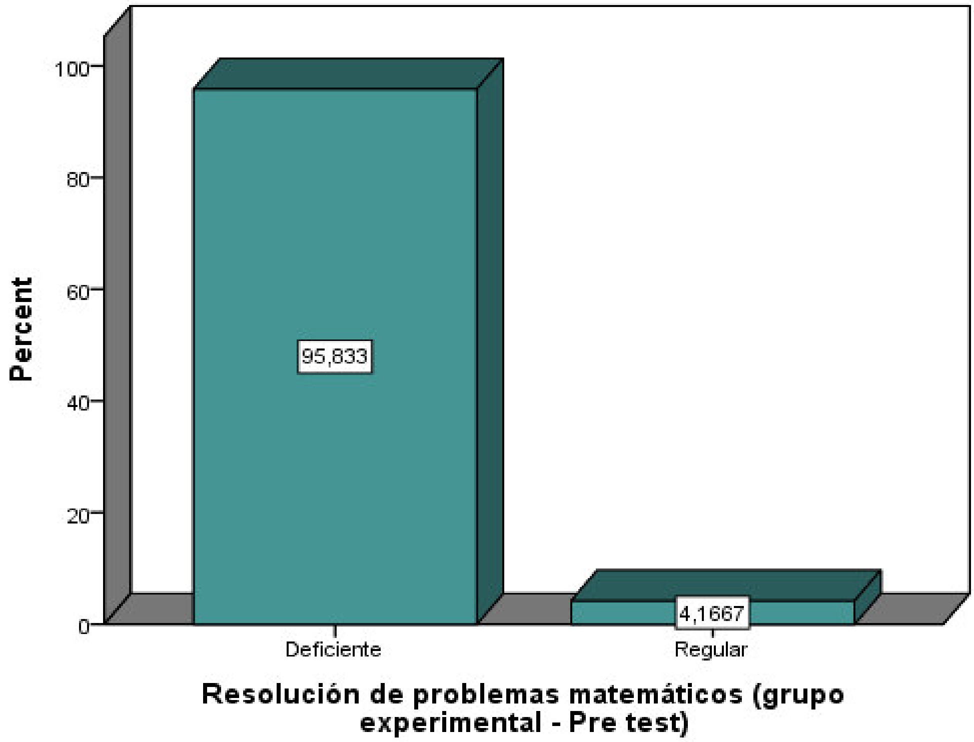


Figura 1. Resolución de problemas matemáticos (Grupo Experimental – Pre test).

En la Tabla 8, el nivel *deficiente* se muestra con un porcentaje válido de 95,8% a diferencia del nivel *regular* con un porcentaje de 4,1 % respectivamente. Lo que nos indica que para el primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, sí se valora la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 9. *Nivel de calificaciones según resolución de problemas matemáticos (G. Experimental- Post test)*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	Excelente	1	4,2	4,2
	Muy bueno	4	16,7	20,8
	Bueno	14	58,3	79,2
	Regular	4	16.7	95,8
	Deficiente	1	4,2	100,0
	Total	24	100.0	

Fuente: Estudiantes del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima 2016.

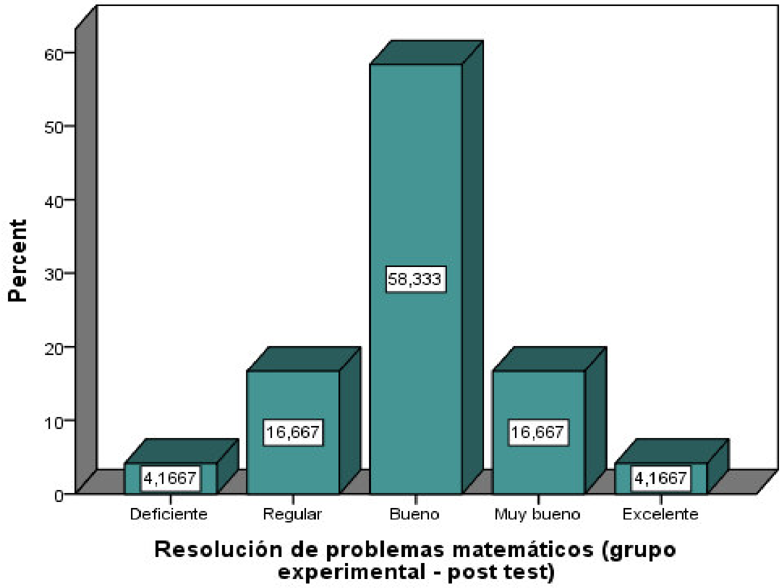


Figura 2. Resolución de problemas matemáticos (Grupo Experimental – Post test).

En la Tabla 9, el nivel *bueno* se muestra con un porcentaje válido de 58,3%; seguido del nivel muy bueno con un porcentaje de 16,6%; el nivel regular muestra un porcentaje igual de 16,6%; podemos observar una diferencia en el nivel *excelente* con un porcentaje de 4,1 %; y de igual manera en el nivel *deficiente* con un porcentaje de 4,1%. Lo que nos indica que para el primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, sí se valora la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 10. *Nivel de calificaciones según resolución de problemas matemáticos (G. Control – Pre test)*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	Excelente	0	0,0	0,0
	Muy bueno	0	0,0	0,0
	Bueno	1	4,2	4,2
	Regular	1	4,2	8,4
	Deficiente	22	91,7	100,0
	Total	24	100.0	

Fuente: Estudiantes del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima 2016.

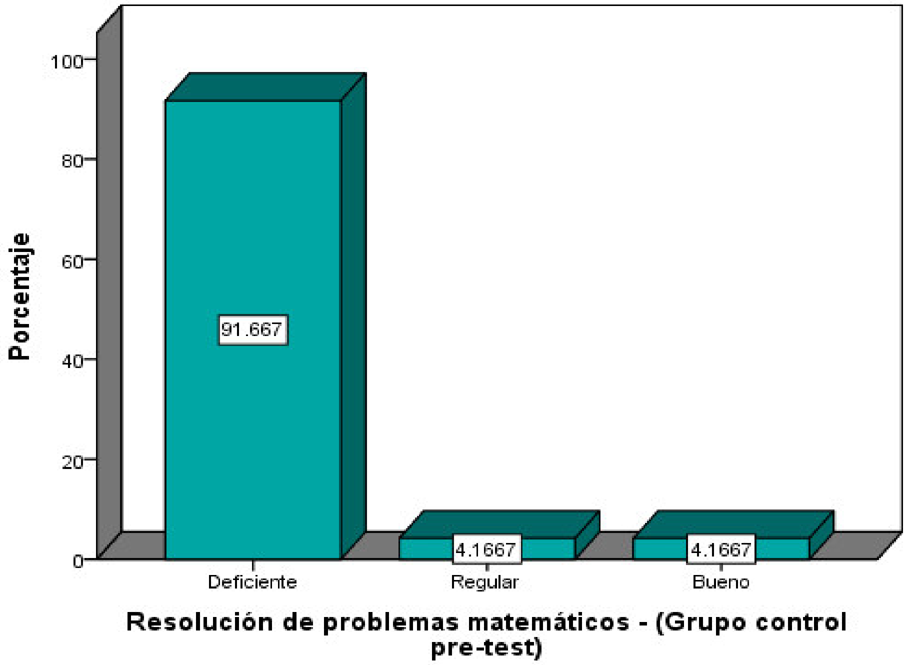


Figura 2. Resolución de problemas matemáticos (Grupo Control – Pre test).

En la Tabla 10, el nivel *deficiente* se muestra con un porcentaje válido de 95,8% a diferencia del nivel *bueno* con un porcentaje de 4,2 % y del nivel *regular* también con 4,2% respectivamente. Lo que nos indica que para del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, sí se valora la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 11. *Nivel de calificaciones según resolución de problemas matemáticos (G. Control- Post test)*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	Excelente	0	0,0	0,0
	Muy bueno	1	4,2	4,2
	Bueno	1	4,2	8,4
	Regular	14	58,3	66,7
	Deficiente	8	33,3	100,0
	Total	24	100.0	

Fuente: Estudiantes del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, Lima 2016.

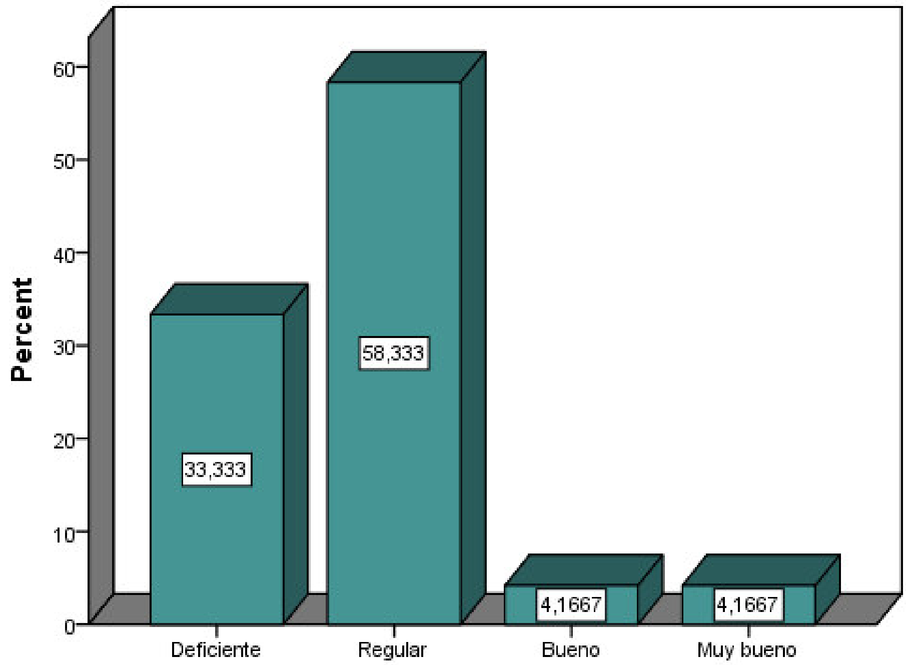


Figura 3. Resolución de problemas matemáticos (Grupo Control – Post test).

En la Tabla 11, el nivel *regular* muestra con un porcentaje válido de 58,33%; seguido del nivel deficiente que indica un 33,3%; a diferencia del nivel *bueno y muy bueno* con un porcentaje igual de 4,1 %. Lo que nos indica que para el primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, sí se valora la resolución de problemas matemáticos.

4.2 Presentación de resultados

4.2.1 Hipótesis general

La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Nula (H_O)

H_O: La aplicación del programa pensamiento lateral no influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Alternativa (H_1)

H_1: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Prueba de normalidad

Para determinar la normalidad de los datos o distribución normal se aplicó la prueba estadística de Shapiro-Wilk , considerando que la muestra con la que se cuenta es menor a 30 individuos. En ese sentido, como criterio aplicado para llegar a determinar si la varianza (VA) cuenta con una distribución normal es la siguiente:

p valor = > α entonces de acepta H_o = Los datos proceden de una distribución normal.

p valor < α entonces de acepta H_1 = Los datos no proceden de una distribución normal.

Tabla 9. *Prueba de normalidad*

Grupo		Shapiro-Wilk Estadístico	gl	Sig.
Pre test	Grupo de control	.884	24	.058
	Grupo experimental	.952	24	.294
Post test	Grupo de control	.945	24	.206
	Grupo experimental	.947	24	.231

Dado que p valor o valor de significancia es mayor al valor de α (0,05), entonces se da por aceptada la hipótesis nula, lo que permite afirmar que los datos proceden de una distribución normal.

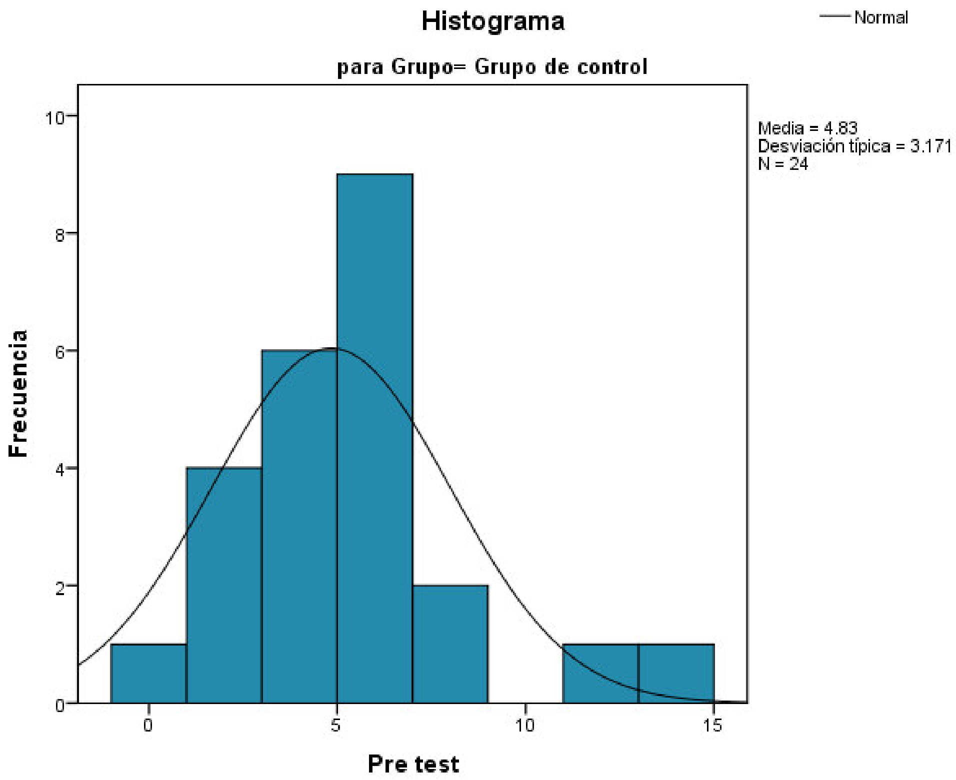


Figura 4. Histograma del grupo de control (Pre test).

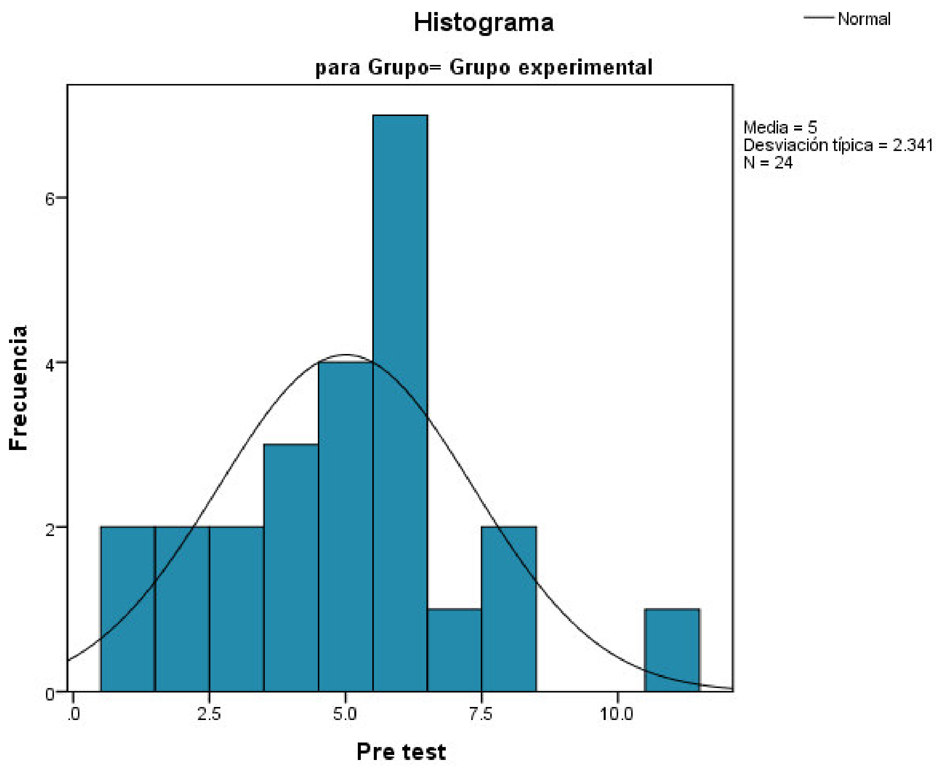


Figura 5. Histograma del grupo experimental (Pre test).

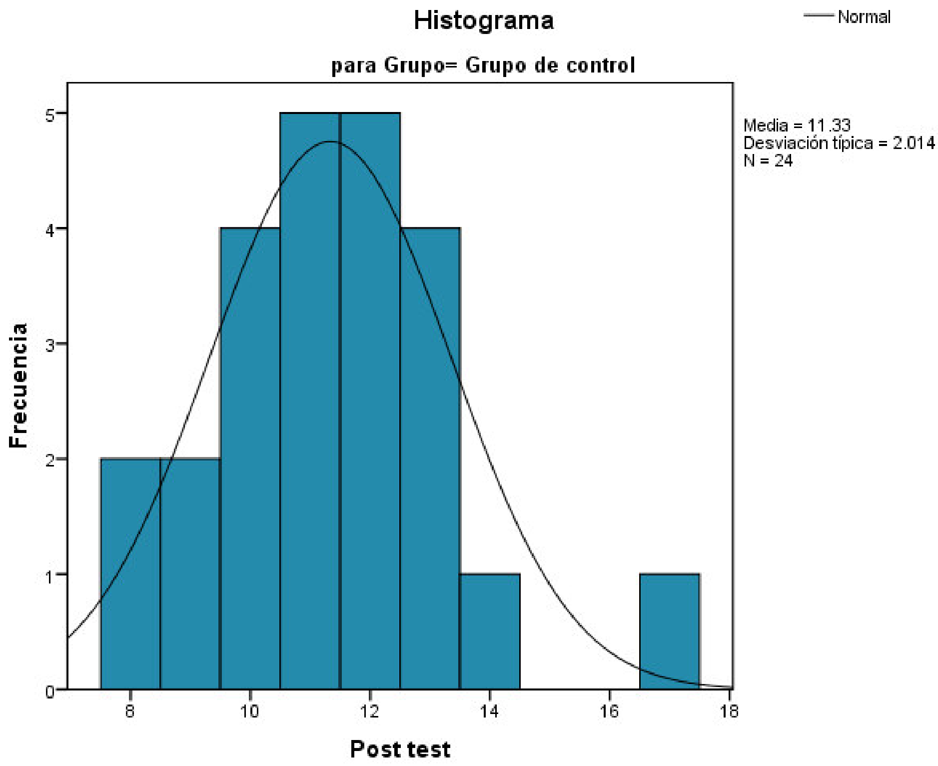


Figura 6. Histograma del grupo de control (Post test).

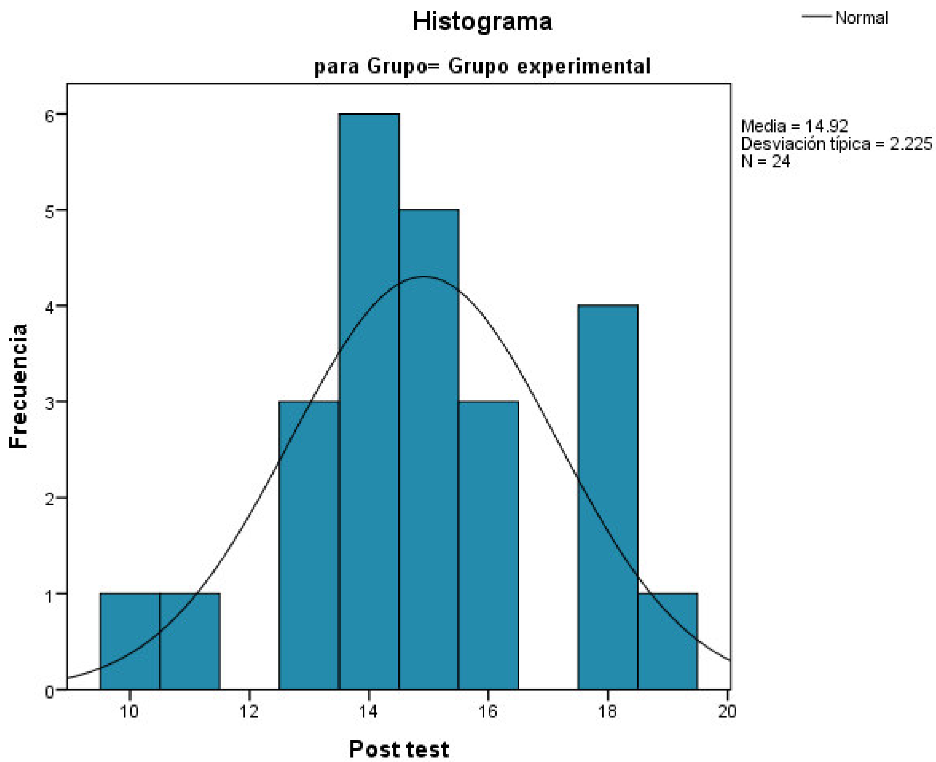


Figura 7. Histograma del grupo experimental (Post test).

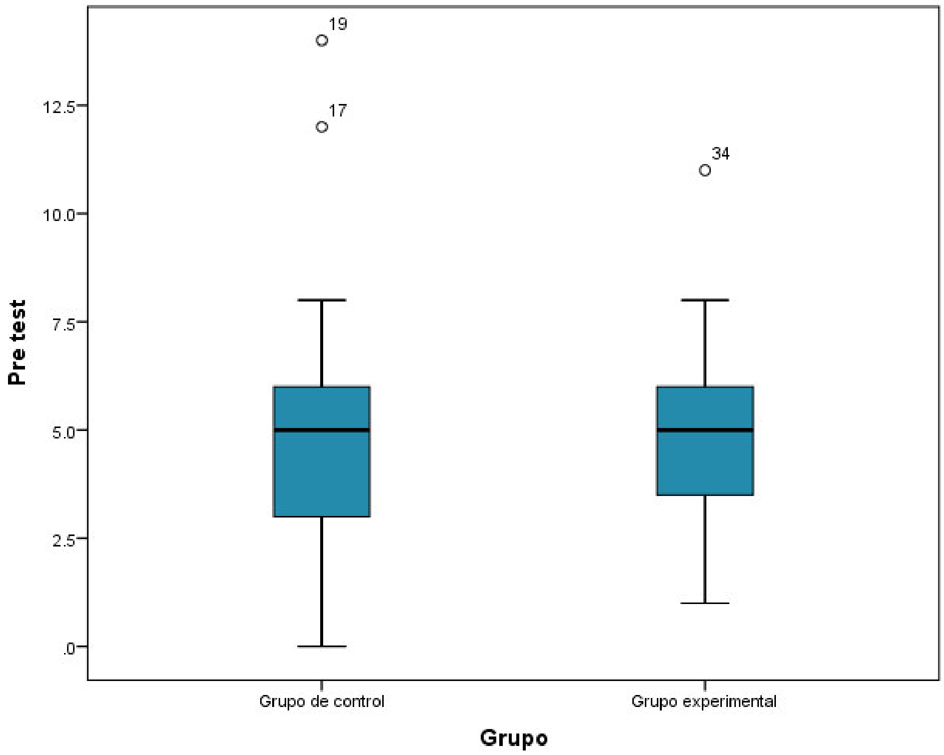


Figura 8. Comparación entre grupo de control y grupo experimental (Pre test).

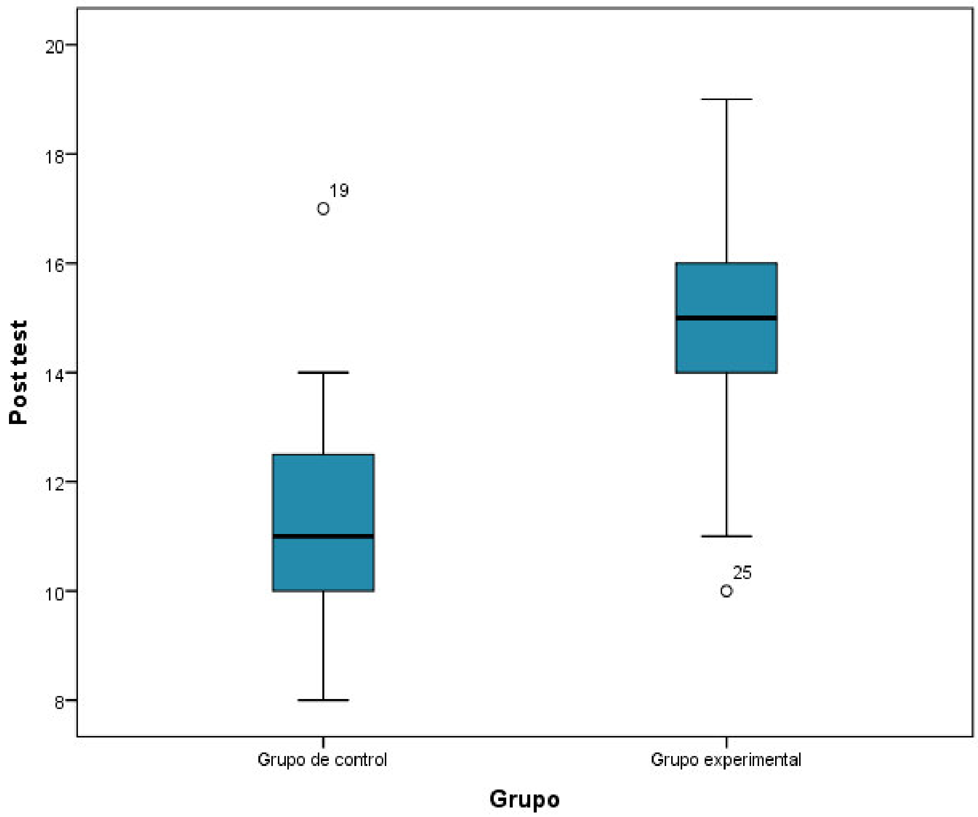


Figura 9. Comparación entre grupo de control y grupo experimental (Post test).

Prueba T (Pre test)

Tabla 10. *Estadísticos de dos muestras independientes (Pre test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre test	Grupo de control	24	4.83	2.996	.612
	Grupo experimental	24	5.00	2.341	.478

Tabla 11. *Prueba de muestras independientes (Pre test).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	.603	.441	-.207	46	.837	-.167	.805	-1.786	1.453
	No se han asumido varianzas iguales			-.207	42.322	.837	-.167	.805	-1.790	1.457

Dado que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, por tal razón, no se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el pre test.

Prueba T (Post test)

Tabla 12. *Estadísticos de dos muestras independientes (Post test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Post test	Grupo de control	24	11.33	2.014	.411
	Grupo experimental	24	14.92	2.225	.454

Tabla 13. *Prueba de muestras independientes (Hipótesis general).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	.140	.710	-5.849	46	.000	-3.583	.613	-4.816	-2.350
	No se han asumido varianzas iguales			-5.849	45.554	.000	-3.583	.613	-4.817	-2.350

Dado que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, por tal razón, no se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el pre test.

Tabla 14. *ANOVA (Hipótesis general)*

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Pre test	Inter-grupos	.750	1	.750	.104	.749
	Intra-grupos	332.500	46	7.228		
	Total	333.250	47			
Post test	Inter-grupos	154.083	1	154.083	34.213	.000
	Intra-grupos	207.167	46	4.504		
	Total	361.250	47			

Mediante ANOVA se encontró diferencias significativas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en los alumnos del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, en el pretest y postest (P<0,05). De tal forma, que se observa diferencias significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest (P<0,05). Es decir, en el grupo experimental después de la aplicación del programa pensamiento lateral se desarrollaron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos. Asimismo, en el grupo de control, después de las clases normales de matemáticas, se lograron avances también significativos en la resolución de problemas matemáticos. Se observa que el valor de p llegó a ser menor a 0,05, por lo tanto, se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

4.2.2 Hipótesis específica 1

La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Nula (H_O)

H_O: La aplicación del programa pensamiento lateral no influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Alternativa (H_1)

H_1: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Prueba T (Pre test)

Tabla 15. *Estadísticos de dos muestras independientes (Pre test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre test	Grupo de control	24	2.04	1.301	.266
	Grupo experimental	24	2.79	1.250	.255

Tabla 16. *Prueba de muestras independientes (Pre test).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	.104	.748	-2.036	46	.048	-.750	.368	-1.492	-.008
	No se han asumido varianzas iguales			-2.036	45.926	.048	-.750	.368	-1.492	-.008

Dado que p o nivel de significancia es menor a 0,05, por tal razón, se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el pre test.

Prueba T (Post test)

Tabla 17. *Estadísticos de dos muestras independientes (Post test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Post test	Grupo de control	24	4.38	1.209	.247
	Grupo experimental	24	4.63	1.013	.207

Tabla 18. *Prueba de muestras independientes (Hipótesis específica 1).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	.516	.476	-.776	46	.442	-.250	.322	-.898	.398
	No se han asumido varianzas iguales			-.776	44.638	.442	-.250	.322	-.899	.399

Dado que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, por tal razón, no se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

Tabla 19. *ANOVA (Hipótesis específica 1)*

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Pre test	Inter-grupos	7.521	1	7.521	4.808	.033
	Intra-grupos	71.958	46	1.564		
	Total	79.479	47			
Post test	Inter-grupos	.750	1	.750	.603	.442
	Intra-grupos	57.250	46	1.245		
	Total	58.000	47			

Mediante ANOVA se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los alumnos del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, en el pretest y postest (P<0,05). De tal forma, que se observa diferencias que son significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en el pretest y postest (P<0,05). Es decir, en el grupo experimental después de aplicado el programa pensamiento lateral se lograron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos. Mientras, en el grupo de control, después de las clases normales de matemáticas, se lograron avances también significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos. Se observa que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, por lo tanto, no se presentan diferencias estadísticamente significativas dadas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

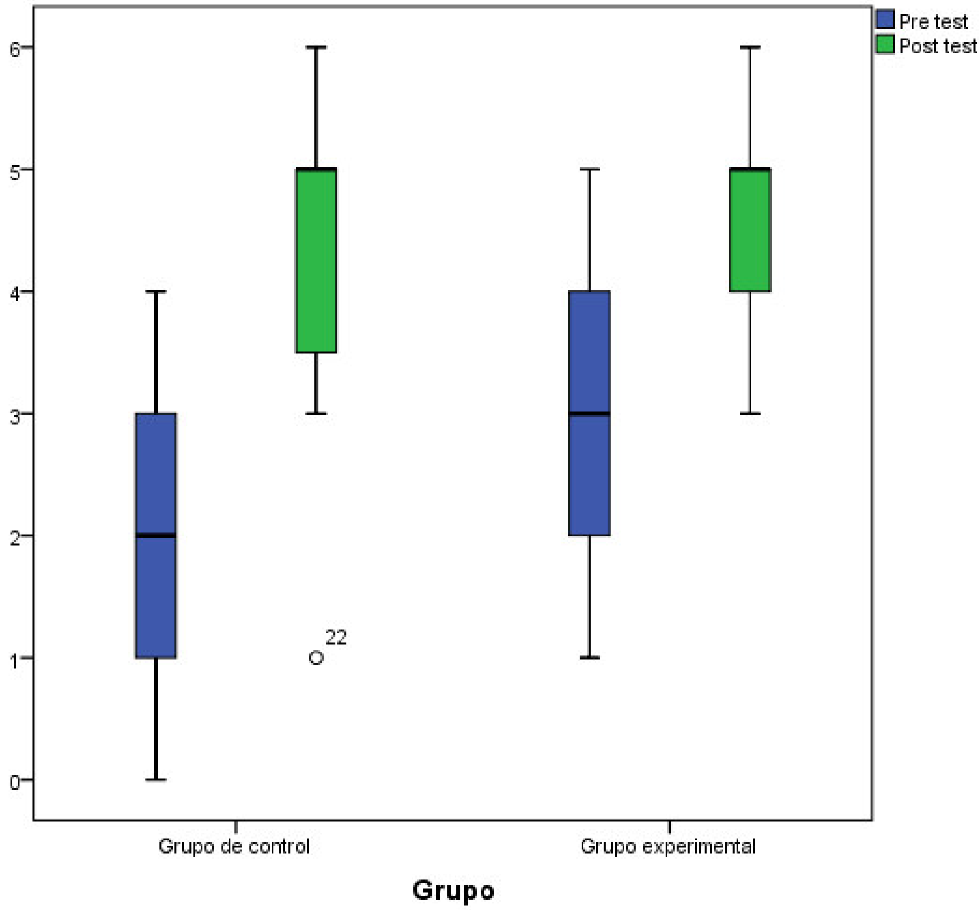


Figura 10. Comparación entre grupo de control y grupo experimental en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos (Pre test y post test).

4.2.3 Hipótesis específica 2

La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Nula (H_O)

H_O: La aplicación del programa pensamiento lateral no influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Alternativa (H_1)

H_1: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Prueba T (Pre test)

Tabla 20. *Estadísticos de la muestra (Pre test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre test	Grupo de control	24	1.46	1.668	.340
	Grupo experimental	24	1.08	1.139	.232

Tabla 21. *Prueba de muestras independientes (Pre test).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	2.777	.102	.910	46	.368	.375	.412	-.455	1.205
	No se han asumido varianzas iguales			.910	40.622	.368	.375	.412	-.458	1.208

Dado que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, por tal razón, no se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el pre test.

Prueba T (Post test)

Tabla 22. *Estadísticos de dos muestras independientes (Post test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Post test	Grupo de control	24	3.54	1.978	.404
	Grupo experimental	24	5.46	1.744	.356

Tabla 23. *Prueba de muestras independientes (Hipótesis específica 2).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	.001	.979	-3.561	46	.001	-1.917	.538	-3.000	-.833
	No se han asumido varianzas iguales			-3.561	45.292	.001	-1.917	.538	-3.001	-.833

Dado que p o nivel de significancia es menor a 0,05, por tal razón, se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

Tabla 24. *ANOVA (Hipótesis específica 2)*

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Pre test	Inter-grupos	1.333	1	1.333	.700	.407
	Intra-grupos	87.667	46	1.906		
	Total	89.000	47			
Post test	Inter-grupos	44.083	1	44.083	12.681	.001
	Intra-grupos	159.917	46	3.476		
	Total	204.000	47			

Mediante ANOVA se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los alumnos del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, en el pretest y postest ($P<0,05$). De tal forma, que se observa diferencias significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest ($P<0,05$). Es decir, en el grupo experimental, después de aplicado el programa Pensamiento Lateral se desarrollaron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística. En el grupo de control después de las clases normales de matemáticas se desarrollaron avances también significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística. Se observa que p o nivel de significancia es menor a 0,05, por lo tanto, se presentan diferencias estadísticamente significativas dadas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

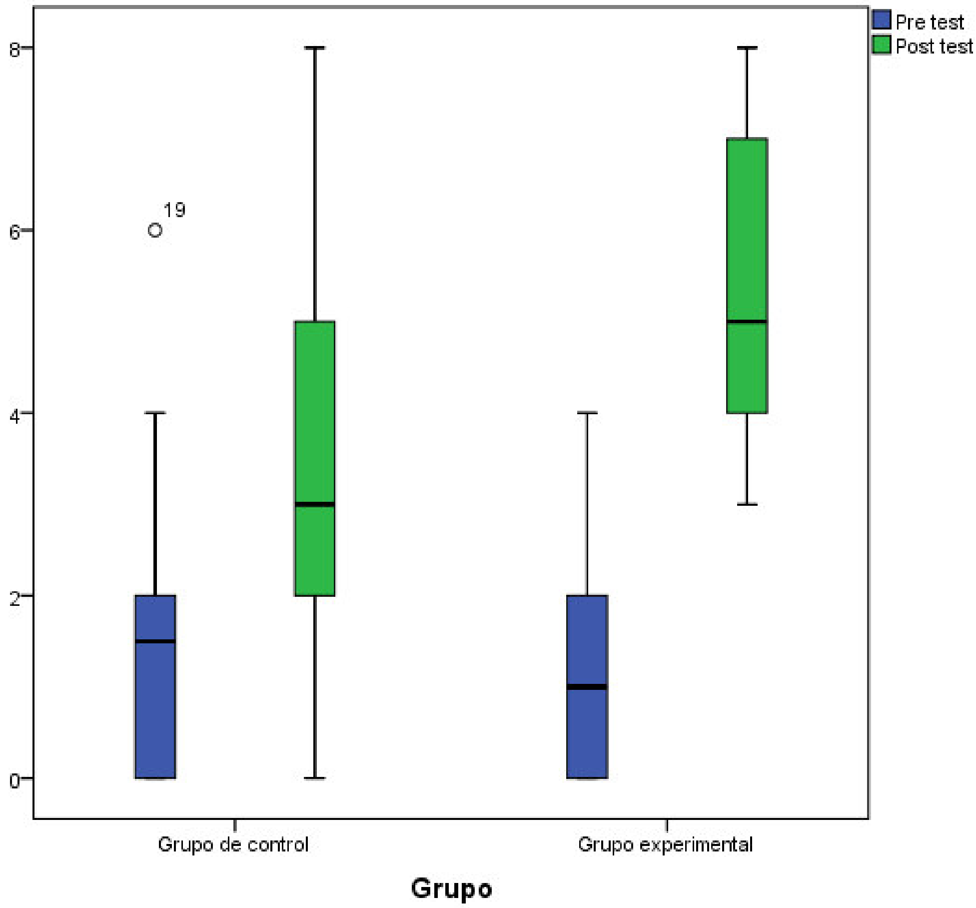


Figura 11. Comparación entre grupo de control y grupo experimental en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística (Pre test y post test).

4.2.4 Hipótesis específica 3

La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Nula (H_O)

H_O: La aplicación del programa pensamiento lateral no influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Hipótesis Alternativa (H_1)

H_1: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

Prueba T (Pre test)

Tabla 25. *Estadísticos de dos muestras independientes (Pre test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre test	Grupo de control	24	1.33	1.167	.238
	Grupo experimental	24	1.13	1.116	.228

Tabla 26. *Prueba de muestras independientes (Pre test).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	.040	.842	.632	46	.530	.208	.330	-.455	.872
	No se han asumido varianzas iguales			.632	45.906	.530	.208	.330	-.455	.872

Dado que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, por tal razón, no se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el pre test.

Prueba T (Post test)

Tabla 27. *Estadísticos de dos muestras independientes (Post test).*

Grupo		N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Post test	Grupo de control	24	3.42	1.886	.385
	Grupo experimental	24	4.83	.816	.167

Tabla 28. *Prueba de muestras independientes (Hipótesis específica 3).*

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Pre test	Se han asumido varianzas iguales	22.383	.000	-3.377	46	.002	-1.417	.420	-2.261	-.572
	No se han asumido varianzas iguales			-3.377	31.327	.002	-1.417	.420	-2.272	-.561

Dado que p o nivel de significancia es menor a 0,05, por tal razón, no se presentan diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

Tabla 29. *ANOVA (Hipótesis específica 3)*

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Pre test	Inter-grupos	.521	1	.521	.400	.530
	Intra-grupos	59.958	46	1.303		
	Total	60.479	47			
Post test	Inter-grupos	24.083	1	24.083	11.401	.002
	Intra-grupos	97.167	46	2.112		
	Total	121.250	47			

Mediante ANOVA se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los alumnos del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, en el pretest y postest (P<0,05). De tal forma, que se observa diferencias significativas dadas entre la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest (P<0,05). Es decir, en el grupo experimental después de aplicado el programa pensamiento lateral se lograron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición. En el grupo de control después de las clases normales de matemáticas se desarrollaron avances también significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición. Se observa que p o nivel de significancia es menor a 0,05, por lo tanto, se presentan diferencias estadísticamente significativas dadas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test.

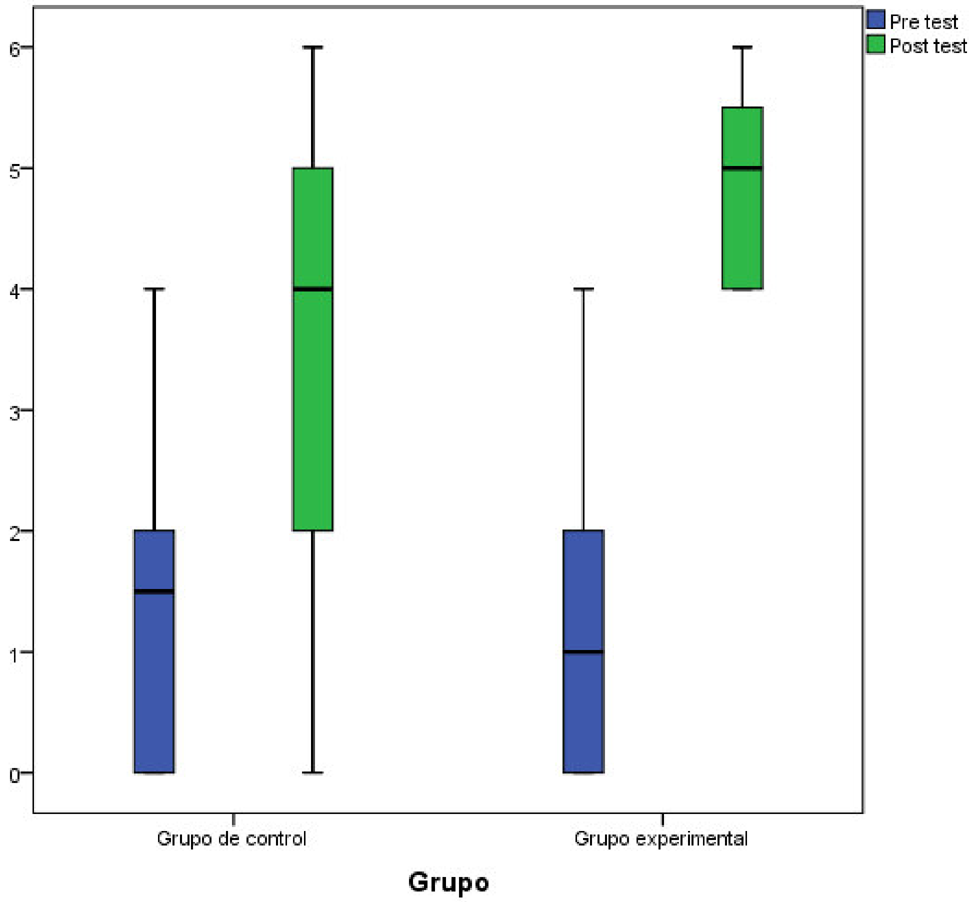


Figura 12. Comparación entre grupo de control y grupo experimental en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición (Pre test y post test).

CAPÍTULO V : DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Discusión

La presente investigación se propuso como objetivo llegar a determinar la influencia de aplicar un programa de Pensamiento Lateral sobre la resolución de problemas matemáticos en los alumnos del primer año de educación secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

La hipótesis general dice: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, se observa que la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos antes del programa pensamiento lateral en el grupo experimental es de 5,00, y la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos después del programa pensamiento lateral en el grupo experimental es de 14,92, llegando a presentarse diferencias significativas dadas entre la media del puntaje resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest p<0,05. Es decir, en el grupo experimental después del programa pensamiento lateral se desarrollaron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos. Asimismo, se observó que la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos antes de las clases en el grupo de control fue de 4,75, y la media del puntaje de resolución de problemas matemáticos después de las clases en el grupo de control fue de 11,33. Se encontró diferencias significativas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest p<0,05. Es decir, en el grupo de control después de las clases normales de matemáticas se desarrollaron avances también significativos en la resolución de problemas matemáticos. Considerando el pre test, dado que p o nivel de significancia es mayor a 0,05, no se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control; en el post test como p es menor a 0,05, por lo tanto, hay diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test. Estos hallazgos se confirman con los resultados de Wilmar (2010) en la ponencia "*Acceso y permanencia en una educación de calidad. Estrategias de estimulación del pensamiento creativo delos estudiantes en el área de educación para el trabajo en la III etapa de educación básica*" que concluye que la propuesta lograda responde a la necesidad de estrategias organizadas secuencialmente para un aprendizaje efectivo, tal y como es la propuesta de De Bono (1986). Asimismo, con Chee (2008) en la tesis doctoral *"Influencia de estilo* *personal preferido de resolución de los problemas y factores de creatividad organizacional sobre tipos de pensamiento lateral",* quien logró identificar 68,2 % de los tipos de pensamiento lateral en sus casos estudiados. Para el estudio realizado, se obtuvo para el caso del grupo experimental un 79,3% de logros en los estudiantes considerados de regular a excelente, mientras en el grupo de control en ese mismo rango de niveles se encuentra un 8,4%.

Respecto a la primera hipótesis específica que señala: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, se observa que la media del puntaje en el desarrollo habilidades de conocimiento y comprensión matemática antes del programa pensamiento lateral en el grupo experimental es de 2,79, y la media del puntaje después del programa pensamiento lateral en el grupo experimental es de 4,38, por lo que se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en el pretest y postest $p<0,05$. Es decir, en el grupo experimental después del programa pensamiento lateral se desarrollaron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos. En el grupo de control, se observó que la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos, antes de las clases en aula, es de 2,00, y la media del puntaje después de las clases en el grupo control es de 4,63. Se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en el pretest y postest $p<0,05$. Es decir, en el grupo control después de las clases en aula se dieron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos. En el pre test, como p o nivel de significancia es mayor a 0,05, no se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control. En el post test, como p es mayor a 0,05, por lo tanto, se presentan diferencias estadísticamente significativas dadas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test. Puede observarse así, que para la dimensión de conocimientos previos los resultados son similares, con apenas una diferencia, por lo que este hallazgo se confirmaría con Chulvi, González y Mulet (2015) en el artículo titulado *Influencia de perfiles de personalidad lógicos y no estructurados en la elaboración de diseños creativos,* quienes sostienen que las personas innovadoras como adaptativos ofrecen soluciones del mismo orden de creatividad.

En cuanto a la segunda hipótesis específica que afirma: La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, se observa que la media del puntaje en el desarrollo de habilidades para resolución de problemas, antes del programa pensamiento lateral, en el grupo experimental es de 1,08, y la media del puntaje después del programa pensamiento lateral en el grupo experimental es de 5,46. Se encontró diferencias significativas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en el pretest y postest $p<0,05$. Es decir, en el grupo experimental después del programa pensamiento lateral se dieron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística. Mientras, en el grupo de control, se observó que la media del puntaje en el desarrollo habilidades para resolución de problemas, antes de las clases en aula, en el grupo control es de 1,42, y la media del puntaje después de las clases en el grupo control es de 3,54. Se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest $p<0,05$. Es decir, en el grupo control después de las clases en aula se dieron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística. En el pre test, como p es menor a 0,05, hay diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control. En el post test, como p o nivel de significancia es menor a 0,05, por lo tanto, se presentaron diferencias estadísticamente significativas dadas entre el grupo experimental y el grupo control en el post test. Sin duda, la asignatura requiere que se muestren aplicaciones específicas de los temas que se desarrollan. En ese sentido, cada estudiante muestra necesidades que les son inherentes, motivaciones, expectativas y aspiraciones que caracterizan su estructura cognitiva y que se modificaran mediante el aprendizaje. La realización de ejercicios y prácticas son las formas en las que mejor se enseñan las matemáticas y la mejor forma de resolver problemas. En ese sentido, se coincide con lo encontrado por Figueroa (2013) en la investigación titulada "*Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas",* quien concluyó que según las propuestas diseñadas, la heurística considerada y utilizada sirvió para resolver problemas, fuesen éstos contextualizados o no.

En relación a la tercera hipótesis especifica que dice: La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016, se observa que la media del puntaje en el desarrollo habilidades para creación de problemas, antes del pensamiento lateral, en el grupo experimental es de 1,13, y la media del puntaje después del pensamiento lateral en el grupo experimental es de 4,83. Se encontró diferencias significativas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en el pretest y postest $P<0,05$. Es decir, en el grupo experimental después del Pensamiento Lateral se dieron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición. En el grupo de control, se observa que la media del puntaje en el desarrollo habilidades para creación de problemas, antes de las clases en aula, en el grupo control es de 1,33, y la media del puntaje después en el grupo control es de 3,42. Se encontró diferencias significativas en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en el pretest y postest $p<0,05$. Es decir, en el grupo control después de las clases en aula se dieron avances significativos en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición. En el pre test, como p es menor a 0,05, hay diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y el grupo control. En el post test, como p es menor a 0,05, por lo que se presentan diferencias estadísticamente significativas dadas entre el grupo experimental y el grupo control. Este resultado se confirma con Gutiérrez (2012) en la tesis de maestría titulada "*Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa-Ventanilla"* que encontró una asociación positiva y moderada entre las estrategias de enseñanza y la capacidad de resolución de problemas matemáticos, conforme a la percepción que tienen los alumnos. Aquella relación mostró que a mayor aplicación de estrategias de enseñanza, mayor sería la capacidad de los estudiantes en resolver problemas matemáticas. Del mismo modo, en el presente estudio se evidencia que con métodos basados en la aplicación práctica del pensamiento lateral promueve en los estudiantes una mejor posibilidad de resolver problemas matemáticos. En esa línea, Agudelo (2008) en la tesis *"Uso de la lúdica y el pensamiento lateral en la enseñanza de las cinco disciplinas para la construcción de* *organizaciones inteligentes",* quien señala que puede encontrarse resistencia al cambio, pero la disposición de parte de los estudiantes es determinante. Para el caso en el estudio presente, el grupo experimental mostró absoluta disposición al programa pensamiento lateral.

De este modo, los resultados muestran que el grupo experimental, después del pensamiento lateral, mostró avances significativos en la resolución de problemas matemáticos, resultado que coincide con la investigación de Olivares y Oroza (2008) en el artículo *"El desarrollo del pensamiento lateral en las organizaciones"*, que concluyó que gracias al programa de pensamiento lateral aplicado se mostró en el grupo experimental diferencias en contraste con el grupo de control, haciéndose evidente mediante un incremento que fue significativo en la creatividad enfocada en resolver problemas al interior de la organización, logrando así alternativas de solución elaboradas y originales, además de flexibles y fluidas; mientras que la ausencia de la aplicación de estas estrategias en el grupo de control, puso de manifiesto que la creatividad puesta en la solución de los problemas en la organización se mostraban con parámetros considerados normales en términos de originalidad, elaboración, fluidez y flexibilidad.

Finalmente, es posible considerar que el estudio realizado presenta alcances que serán de contribución a las investigaciones a realizarse en el futuro sobre la influencia del pensamiento lateral en la resolución de problemas matemáticos.

5.2 Conclusiones

De acuerdo con los resultados del estudio, se presentan las siguientes conclusiones:

1) Visto el resultado se determinó que la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos antes del pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 5,00, y la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos después del pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 14,92. Se encontró diferencias significativas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en el pretest y postest $P<0,05$. La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

2) Visto el resultado se observó que la media del puntaje en el desarrollo habilidades de conocimiento y comprensión matemática antes del programa pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 2,79, y la media del puntaje después del programa pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 4,63. Se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en el pretest y postest

p<0,05. Sin embargo, entre el grupo de control y grupo experimental no hay mucha diferencia en esta dimensión (p>0,05). La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los alumnos del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

3) Visto el resultado se determinó que la media del puntaje en el desarrollo de habilidades para resolución de problemas, antes del programa pensamiento lateral, en el grupo experimental fue de 1,08, y la media del puntaje después del programa pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 5,46. Se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en el pretest y postest p<0,05. La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

4) Visto el resultado se observó que la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición, antes del programa pensamiento lateral, en el grupo experimental fue de 1,13, y la media del puntaje después

del programa pensamiento lateral en el grupo experimental fue de 4,83. Se encontró diferencias significativas dadas entre la media del puntaje en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en el pretest y postest $p<0,05$. La aplicación del programa pensamiento lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.

5.3 Recomendaciones

1) A las autoridades de la I.E.P. Skinner, implementar las estrategias del pensamiento lateral en el área de matemáticas, particularmente, en la resolución de problemas para que los profesores sean en conjunto actores de un mismo proceso de construcción del conocimiento en la organización educativa. Para ello, debe programarse una capacitación dos veces al año para evaluar los logros obtenidos en los estudiantes y compartir las experiencias educativas en la aplicación del pensamiento lateral en la resolución de problemas matemáticos.

2) A los docentes de educación secundaria de las instituciones educativas en general, recomendamos el uso del pensamiento lateral como parte de sus estrategias de enseñanza, pues permite facilitar el avance, a diferencia del método tradicional basado en

técnicas aprendidas que requieren mayor atención y concentración. Por el contrario, el pensamiento lateral permite que los estudiantes encuentren su propio camino a la solución.

3) Al Ministerio de Educación, concientizar a los profesores, principalmente de educación secundaria, sobre la importancia y la necesidad de motivar en el estudiante las formas creativas de encontrar soluciones a los problemas matemáticos, aplicando el pensamiento lateral.

4) A las universidades peruanas, propiciar el desarrollo de investigaciones a nivel nacional sobre la aplicación del pensamiento lateral tanto para el área de resolución de problemas matemáticos, como de otras áreas para encontrar perfiles o estilos de aprendizaje en los estudiantes. Por ello, se sugiere líneas de investigación para el manejo de las estrategias previo diagnóstico de los casos en estudio.

FUENTES DE INFORMACIÓN

Referencias bibliográficas

Allueva, P. (2002). Conceptos básicos sobre metacognición. En: P. Allueva, *Desarrollo de habilidades metacognitivas: programa de intervención.* Zaragoza: Consejería de Educación y Ciencia.

Arboleda, J. C. (2007). *Pensamiento lateral y Aprendizajes. Aplicaciones a la vida escolar, familiar, laboral y cotidiana.* Santa fe de Bogotá: E. Magisterio.

Barraza, A. (2007). La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias de validez basadas en el contenido. *Apuntes sobre metodología de la investigación*. *Universidad Pedagógica de Durango,* 5-14.

De Bono, E. (1986). *El pensamiento lateral. Manual de creatividad.* Buenos Aires: Paidós.

Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Polya G. (1974). *Como resolver y plantear problemas*. México: Editorial Trillas.

Valderrama, S. (2015). *Pasos para la elaboración de proyectos de investigación científica. Cuantitativa, Cualitativa y Mixta.* Lima: Editorial San Marcos.

Tesis

Agudelo, A. (2008). *Uso de la lúdica y el pensamiento lateral en la enseñanza de las cinco disciplinas para la construcción de organizaciones inteligentes.* (Tesis de Licenciatura). Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica.

Chee, A. (2008). *Influencia de estilo personal preferido de resolución de los problemas y factores de creatividad organizacional sobre tipos de pensamiento lateral.* (Tesis doctoral). Malaysia: Universidad Putra Malaysia.

Figueroa, R. E. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas.* (Tesis de maestría). Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

Gutiérrez, J. A. (2012). *Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa-Ventanilla.* (Tesis de maestría). Callao: Universidad San Ignacio de Loyola.

Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas, una propuesta integradora desde el enfoque antropológico.* (Tesis doctoral). Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

Referencias hemerográficas

Arboleda, J. C. (2012). Editorial 816 Pensamiento lateral, aprendizaje y cotidianidad. *Boletín informativo de la Red Iberoamericana de Pedagogía, Septiembre 10 de 2012*.

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(1).

Bartholdi, J. J. y Platzman, L. K. (1988). Design of efficient binnumbering schemes for warehouses. *Material Flow* 4, 247-254.

Chulvi, V.; González, M. C. y Mulet, E. (2015). Influencia de perfiles de personalidad lógicos y no estructurados en la elaboración de diseños creativos. *Anales de psicología*, 31 (3), octubre, 1062-1068.

Referencias electrónicas

Anijovich, R. y Mora, S. (2009). Estrategias de enseñanza. Otra mirada al quehacer en el aula. Recuperado el 5 de abril de 2016 desde http://terras.edu.ar/jornadas/55/biblio/55Como-ensenamos-Las-estrategias-entre-la-teoria-y-la-practica.pdf

Domínguez, L. (2009). *Edward de Bono "Pensamiento Lateral" Su aporte a la educación*. Cuenca, Ecuador: Universidad de Cuenca. Recuperado de: http://cdjbv.ucuenca.edu.ec/ebooks/td4203.pdf

Olivares, D. M. y Oroza, P. M. (2008). El desarrollo del pensamiento lateral en las organizaciones. *Psicología para América Latina*, (15), México. Recuperado de: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1870-350X2008000400007

Santos, M. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica.* Recuperado el 30 de enero de 2017 desde http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

Título: APLICACIÓN DEL PROGRAMA PENSAMIENTO LATERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE SECUNDARIA DE LA I.E.P. SKINNER, CARABAYLLO, 2016

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES
Problema General ¿En qué medida la aplicación del programa Pensamiento Lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016? **Problemas Específicos** En qué medida la aplicación del programa Pensamiento Lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016? ¿En qué medida la aplicación del programa Pensamiento Lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016? ¿En qué medida la aplicación del programa Pensamiento Lateral influye en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016?	**Objetivo General** Determinar la influencia de la aplicación del programa Pensamiento Lateral en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. **Objetivos Específicos** Determinar la influencia de la aplicación del programa Pensamiento Lateral en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. Determinar la influencia de la aplicación del programa Pensamiento Lateral en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. Determinar la influencia de la aplicación del programa Pensamiento Lateral en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.	**Hipótesis General** La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. **Hipótesis Específicas** La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con los conocimientos previos adquiridos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la heurística en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016. La aplicación del programa Pensamiento Lateral influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos en relación con la metacognición de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer año del nivel secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 2016.	**Variable independiente** Programa Pensamiento Lateral **Variable dependiente** Resolución de problemas matemáticos

TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN	POBLACIÓN Y MUESTRA	TÉCNICA E INSTRUMENTOS	ESTADÍSTICA

TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

TIPO:
Aplicada

DISEÑO:
Experimental

ENFOQUE
Cuantitativa

CORTE
Longitudinal

NIVEL
Cuasi experimental

MÉTODO
Hipotético deductivo

POBLACIÓN Y MUESTRA

POBLACIÓN

Estudiantes de 1er año de secundaria de la IE. SKINNER de Carabayllo

Sección	Sexo M	Sexo F	Total
A	8	16	24
B	11	13	24
Totales	19	29	48

Fuente: Nómina de estudiantes

Tipo de muestra:
Diseño muestral no probabilístico
Tipo de muestreo por conveniencia.

TAMAÑO DE MUESTRA:

48 estudiantes del primer año de secundaria de la I.E.P. Skinner, Carabayllo, 24 al grupo control y 24 al grupo experimental.

Grupo experimental

Grado de estudios	Sección	Sexo M	Sexo F	Total
Primer año	A	8	16	24
Total		8	16	24

Grupo control

Grado de estudios	Sección	Sexo M	Sexo F	Total
Primer año	B	11	13	24
Total		11	13	24

TÉCNICA E INSTRUMENTOS

Variable 1:

Programa Pensamiento Lateral

Técnica: Prueba de entrada

Instrumento: Cuestionario

Variable2:

Resolución de problemas matemáticos.

Técnica: Prueba de entrada

Instrumento: Cuestionario

ESTADÍSTICA

Estadígrafo de Normalidad

$$D = \sup_{1 \le i \le n} \left| \hat{F}_n(x_i) - F_0(x_i) \right|$$

Comparación de medias T de Student

$$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \times \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

Anexo 2. Instrumentos para la recolección de datos.

Cuestionario 1

PRUEBA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Skinner Más Nivel !

Colegio de Talentos

Carabayllo Lima - Perú

EXAMEN EXPLORATORIO DE MATEMÁTICA PRIMER AÑO A y B

Duración : 60 minutos ***Profesor : Emerson López Delgado***

Alumno:____Fecha______________

01. En un aula de 35 alumnos, 14 alumnos aprobaron Aritmética, 20 aprobaron Literatura, 5 alumnos no aprobaron ningún curso, ¿Cuántos alumnos aprobaron solo un curso?

02. En un barrio donde hay 29 personas, 16 compran en el mercado, 15 en la bodega, 18 en el supermercado, 5 en los dos últimos sitios únicamente, 6 en los dos primeros únicamente, y 7 en el primero y último únicamente. Solo una persona compra en los tres sitios ¿Cuál es el número de personas que compran solamente en el mercado?

03. En una familia se encuentran varios niños y niñas (todos hermanos). Alguien les preguntó ¿cuántos eran? y la niña mayor contesto que tenía tantos hermanos como 5 veces el número de hermanas. Si el número de hermanas es 2. ¿Cuántos hermanos varones hay en dicha familia?

04. Al morir un padre deja S/.1800 a cada uno de sus hijos. Antes de repartirles la herencia muere uno de ellos y la suma que le correspondía se distribuye equitativamente entre los restantes, quienes reciben S/.2100 cada uno. ¿Cuánto fue la herencia?

05. Él tiene la edad que ella tenía cuando él tenía la tercera parte de la edad que ella tiene. Si ella tiene 18 años. ¿Cuántos años tiene él?

06. Ernesto le dice a Miluska: *¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 6:30 a.m?* Ella le responde: *Cero grados.* ¿Será correcta su respuesta? Demuéstralo

07. Dos amigos salen en sus autos simultáneamente de las ciudades "A" y "B", distantes 300 km, con rapideces de 70 km/h y 30 km/h respectivamente para encontrarse. ¿En qué tiempo y a qué distancia de "A" se encontrarán?

08. Jorge repartió su herencia de la siguiente manera: el 20% a su esposa, el 35% a su hijo mayor, el 25% a su hija y los S/.20 000 restantes para su empleada. ¿A cuánto ascendía la fortuna de Jorge?

09. Están en una sala de sesiones: un ingeniero, un contador, un abogado y un médico. Los nombres, pero ninguno en el mismo orden, son: Pedro, Dante, Juan y Lucas.

- Se sabe que Pedro y el contador no se llevan bien.
- Dante es pariente del abogado.
- Juan es contador.
- El ingeniero es muy amigo de Lucas y del Médico.

¿Quién es el ingeniero?

10. Elizabeth dice : Al contar el dinero que me quedó, me percaté que había gastado los 3/5 de lo que no había gastado. Si tenía S/. 80 inicialmente, ¿cuánto dinero gasté?

Anexo 3. Constancia emitida por la institución donde se realizó la investigación.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA

B.F. Skinner

R.D. 000048-002190 UGEL 04 MINEDU PERU

CONSTANCIA

La Dirección Académica de la Institución Educativa Privada "B.F. SKINNER" de la UGEL 04- CON CÓDIGO MODULAR: 1497551.

Hace constar que el Profesor : **Emerson López Delgado** identificado con DNI 09747055 asumió el dictado del curso de Matemática en el 1er año de secundaria secciones A y B. Desarrollando en la sección A, su ***Programa Pensamiento Lateral*** y en la sección B ,dictado tradicional sin la aplicación de dicho programa. Labor que efectuó desde el mes de agosto hasta el mes de noviembre, periodo en que se hizo las coordinaciones, aplicación de su programa y sus evaluaciones. Durante su permanencia ha demostrado cumplimiento y responsabilidad.

Se entrega el siguiente documento a solicitud del interesado y para los fines que estime conveniente.

Carabayllo , 21 de Diciembre del 2016

Director Académico
Oswaldo Bernabel Suyo

Anexo 4. Validación de expertos.

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE PROGRAMA DE PENSAMIENTO LATERAL

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	ALTERNATIVAS, SUPUESTOS E INNOVACIÓN	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Reordena la información disponible	X		X		X		
2	Encuentra una continuidad histórica	X		X		X		
3	Crea nuevos enfoques	X		X		X		
4	Se abstiene de corregir ideas	X		X		X		
	DIBUJO, VÍNCULO Y DIVISIÓN	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
5	Dibuja	X		X		X		
6	Identifica ideas dominantes	X		X		X		
7	Divide las ideas en partes	X		X		X		
	INVERSIÓN, IMAGINACIÓN Y ANALOGÍAS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Se apoya en modelos y va en contra de ellos	X		X		X		
9	Genera ideas creativas	X		X		X		
10	Relaciona las semejanzas	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SÍ HAY SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

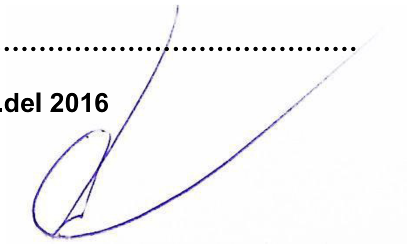
Apellidos y nombres del juez validador. Dr. CAMA SOTELO, MANUEL SALVADOR **DNI:** 10248111

Especialidad del validador: Dr. EN ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN

05 **de** 09 **del 2016**

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo.
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo.

Nota: Se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión.



Firma del Experto Informante.

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	CONOCIMIENTOS PREVIOS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Conocimientos previos de conceptos	X		X		X		
2	Conocimientos previos de fórmulas	X		X		X		
3	Conocimientos previos de procedimientos	X		X		X		
	HEURÍSTICA	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
4	Heurístico para representar o comprender un problema							
5	Heurístico para idear un plan	X		X		X		
6	Heurístico para ejecutar un plan	X		X		X		
7	Heurístico para verificar los resultados	X		X		X		
	METACOGNICIÓN (CONTROL)	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Entendimiento del problema	X		X		**X**		
9	Formas de solución	X		X		X		
10	Corrección del proceso	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SÍ HAY SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Dr. CAMA SOTELO, MANUEL SALVADOR **DNI:** 10248111

Especialidad del validador: Dr. EN ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN

05 **de** 09 **del 2016**

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo.
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo.

Nota: Se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión.

Firma del Experto Informante.

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE PROGRAMA DE PENSAMIENTO LATERAL

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	ALTERNATIVAS, SUPUESTOS E INNOVACIÓN	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Reordena la información disponible	X		X		X		
2	Encuentra una continuidad histórica	X		X		X		
3	Crea nuevos enfoques	X		X		X		
4	Se abstiene de corregir ideas	X		X		X		
	DIBUJO, VÍNCULO Y DIVISIÓN	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
5	Dibuja	X		X		X		
6	Identifica ideas dominantes	X		X		X		
7	Divide las ideas en partes	X		X		X		
	INVERSIÓN, IMAGINACIÓN Y ANALOGÍAS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Se apoya en modelos y va en contra de ellos	X		X		**X**		
9	Genera ideas creativas	X		X		X		
10	Relaciona las semejanzas	X		X		X		

SÍ HAY SUFICIENCIA

Observaciones (precisar si hay suficiencia):____

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

CUCHILLO PAULO VERÓNICA 08167023

Apellidos y nombres del juez validador. Dra. ……………………………………………………………………….. **DNI:**……………………………………

Dra. en ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN

Especialidad del validador:……………………………………………………………………………………………………

05 09

……….de………..del 2016

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo.
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo.

Nota: Se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión.

Firma del Experto Informante.

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	CONOCIMIENTOS PREVIOS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Conocimientos previos de conceptos	X		X		X		
2	Conocimientos previos de fórmulas	X		X		X		
3	Conocimientos previos de procedimientos	X		X		X		
	HEURÍSTICA	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
4	Heurístico para representar o comprender un problema							
5	Heurístico para idear un plan	X		X		X		
6	Heurístico para ejecutar un plan	X		X		X		
7	Heurístico para verificar los resultados	X		X		X		
	METACOGNICIÓN (CONTROL)	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Entendimiento del problema	X		X		X		
9	Formas de solución	X		X		X		
10	Corrección del proceso	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SÍ HAY SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Dra. ………CUCHILLO PAULO VERÓNICA……….. **DNI:**……08167023……

Especialidad del validador:……Dra. en ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN……

……05….**de**……09…..**del 2016**

Firma del Experto Informante.

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE PROGRAMA DE PENSAMIENTO LATERAL

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	ALTERNATIVAS, SUPUESTOS E INNOVACIÓN	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Reordena la información disponible	X		X		X		
2	Encuentra una continuidad histórica	X		X		X		
3	Crea nuevos enfoques	X		X		X		
4	Se abstiene de corregir ideas	X		X		X		
	DIBUJO, VÍNCULO Y DIVISIÓN	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
5	Dibuja	X		X		X		
6	Identifica ideas dominantes	X		X		X		
7	Divide las ideas en partes	X		X		X		
	INVERSIÓN, IMAGINACIÓN Y ANALOGÍAS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Se apoya en modelos y va en contra de ellos	X		X		X		
9	Genera ideas creativas	X		X		X		
10	Relaciona las semejanzas	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SÍ HAY SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Mg. SALVADOR CORDERO, EMPERATRIZ NIEVES **DNI:** 08689556

Especialidad del validador: Mg. EN TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN E INFORMÁTICA EDUCATIVA

……05**.de**……09**..del 2016**

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo.
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo.

Nota: Se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión.

Firma del Experto Informante.

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	CONOCIMIENTOS PREVIOS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Conocimientos previos de conceptos	X		X		X		
2	Conocimientos previos de fórmulas	X		X		X		
3	Conocimientos previos de procedimientos	X		X		X		
	HEURÍSTICA	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
4	Heurístico para representar o comprender un problema							
5	Heurístico para idear un plan	X		X		X		
6	Heurístico para ejecutar un plan	X		X		X		
7	Heurístico para verificar los resultados	X		X		X		
	METACOGNICIÓN (CONTROL)	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Entendimiento del problema	X		X		**X**		
9	Formas de solución	X		X		X		
10	Corrección del proceso	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SÍ HAY SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Mg. SALVADOR CORDERO, EMPERATRIZ NIEVES **DNI:** 08689556

Especialidad del validador: Mg. EN TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN E INFORMÁTICA EDUCATIVA

05 de 09 del 2016

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo.
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo.

Nota: Se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión.

Firma del Experto Informante.

Anexo 5. Sesiones de aprendizaje.

Grado: Primero Duración: 2 horas pedagógicas	**NÚMERO DE SESIÓN**
	1/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN
Números Racionales - Fracciones

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Expresa la equivalencia de los números racionales (fracciones, decimales) con soporte gráfico y otros. ▪ Elabora un organizador de información relacionado a la clasificación de las fracciones y decimales, sus operaciones ▪ Expresa que siempre es posible encontrar un número decimal o fracción entre otros dos.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Propone conjeturas referidas a la noción de densidad, propiedades y relaciones de orden en Q.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (15 minutos)

- **El docente inicia la sesión presentando el propósito y los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, capacidades e indicadores, los cuales plasma en la pizarra. Estos consisten en establecer las equivalencias entre los decimales y las fracciones ; así como determinar la clasificación de fracciones.**
- **el docente hace entrega del artículo “El etiquetado nutricional de los alimentos” (Instituto de Nutrición y Tecnología de los Alimentos) (Anexo 01), y solicita que un alumno, de manera voluntaria, le dé lectura. En base a ella, plantea las siguientes interrogantes:**

> ¿En qué consiste la declaración de los nutrientes? ¿En qué productos se suelen encontrar?

- **Luego, pide que saquen las etiquetas de los productos de consumo alimenticio solicitadas en la clase anterior.**
- **El docente presenta el propósito de la sesión que consiste en entender la noción de densidad y en elaborar un cuadro de doble entrada para registrar los valores nutricionales expresados en fracciones, decimales y porcentajes, así como la clasificación de fracciones, empleando los valores nutricionales de las etiquetas de**

productos de consumo alimenticio.

- **El docente solicita que observen las etiquetas e identifique los números que se usan para la información nutricional. Después, pregunta a los estudiantes: ¿Con qué números se suele representar cada uno de los valores? ¿Será posible representar dichos números con fracciones?**
- **Para ello, plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:**

> - Conformar y dinamizar el trabajo a nivel de equipo promoviendo la participación de todos y acordando la estrategia apropiada para comunicar los resultados.
>
> **-** Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para el desarrollo de cada actividad relacionadas a la equivalencia de números racionales y a la

Desarrollo (65 minutos)

- **El docente promueve la formación de equipos de trabajo de 4 integrantes para realizar las siguientes actividades:**
  Los estudiantes se disponen a desarrollar la Actividad 01: Declarando nutrientes (Anexo 02), para lo cual toman en cuenta las etiquetas de los productos de consumo alimenticio. En grupos, completan la tabla 1 donde se les pide registrar los datos correspondientes al valor nutricional, la cantidad en decimales y representar su equivalente en fracciones.

Tabla 1: INFORMACIÓN NUTRICIONAL					
Cantidad por:					
Producto	**Declaración de nutrientes**	**Cantidad en decimales**	**Equivalente en fracciones**	**Cantidad en porcentajes**	**Equivalente en fracciones**
Leche	Proteínas	2,8 g	$\frac{28}{10}$	18 %	$\frac{18}{100}$
	…	…	…	…	…

- **Luego, trabajan la tabla 2 en la que seleccionan las fracciones obtenidas y las ubican en la tabla de acuerdo a sus características.**

Tabla 2	
Fracciones de tipo 1 (Numerador menor que el denominador)	$\frac{18}{100}$; …
Fracciones de tipo 2 (Numerador mayor que el denominador)	$\frac{28}{10}$; …

- **Luego de completar la tabla 2, los estudiantes respondenlas interrogantes que se presentan a continuación:**

a. **¿En qué se diferencian las fracciones de tipo 1 con las fracciones de tipo 2?**
b. **¿Los decimales que generaron las fracciones de tipo 1 y 2 presentan alguna diferencia? ¿Cuáles?**
c. **¿Qué sucede si ambos términos de una fracción son iguales?**

d. **¿Existirá una fracción con denominador cero?**
e. **¿Qué sucede si la fracción tiene numerador cero?**

- **El docente está atento para orientar a los estudiantes en establecer la equivalencia entre decimales y fracciones y seleccionarlas de acuerdo a sus características.**
- **Luego que los estudiantes responden a las preguntas, el docente gestiona el aprendizaje ayudando a los estudiantes a conocer la clasificación de las fracciones mostrando diversos ejemplos.**
- **El docente presenta un conjunto de fracciones (tabla 3) para identificarlas según su clasificación.**
- **Los estudiantes, en equipos de trabajo, desarrollan la Actividad 2: Clasificando las fracciones (Anexo 2). Consiste en indicar a qué tipo de fracciones corresponden las que se presentan en la tabla 3.**

Tabla 3: Clasificación de fracciones					
Fracción	**Tipo de fracción**	**Fracción**	**Tipo de fracción**	**Fracción**	**Tipo de fracción**
$\frac{3}{5}$		$5\frac{7}{19}$		$\frac{87}{0}$	
$\frac{8}{3}$		$\frac{9}{4}$		$2015\frac{1}{2015}$	
$\frac{9}{10}$		$\frac{1}{100}$		$\frac{0}{765}$	
$3\frac{2}{5}$		$\frac{5}{5}$		$\frac{7}{1000000000}$	
$\frac{31}{4}$		$\frac{6789}{6790}$		$\frac{28}{48}$	

- **Los estudiantes continúan trabajando en grupo y desarrollan la tabla 4 de la Actividad 2. Para ello, usan la tabla 1 y ordenan en forma ascendente los valores decimales y las fracciones de los nutrientes.**

Tabla 4								
Valores decimales y fracciones de los nutrientes (ordenado en forma ascendente)								
Decimales								
Fracciones								

Luego, los estudiantes terminan de realizar la Actividad 2 realizando el ejercicio que se presenta a continuación.

a. **Construye la recta numérica y ubica los números decimales**
b. **¿Será posible encontrar otro número decimal o fraccionario entre cada par de números?. Sustenta su respuesta.**
c. **Encuentra un número decimal o fraccionario entre cada par de números del cuadro anterior y ubícalos en la recta numérica.**

- **Cuando los estudiantes terminan de trabajar la Actividad 2, el docente realiza la mediación frente a las respuestas de los estudiantes y presenta ejemplos sobre la densidad de los números racionales, teniendo en cuenta la siguiente relación:**

Densidad en Q:

$$Si: \frac{a}{b} \; y \; \frac{c}{d} \in Q \,/\, \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \; ; \; \exists \frac{p}{q} \,/\, \frac{a}{b} < \frac{p}{q} < \frac{c}{d}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{2}$$

Cierre (10 minutos)

- **El docente induce a los estudiantes a llegar a las siguientes conclusiones:**

  - Todos los productos de consumo alimenticio presentan en su etiqueta información nutricional.
  - Los valores encontrados en las etiquetas se presentan a través de fracciones y/o decimales.
  - Es posible establecer la equivalencia entre los decimales, fracciones y porcentajes.
  - Las fracciones se clasifican en: fracciones ordinarias (propias e impropias), números mixtos y fracciones decimales.

- **El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes: ¿En qué otras situaciones encontramos los números decimales y las fracciones? ¿Qué aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?**

NÚMERO DE SESIÓN
2/8

Grado:Primero Duración: 2 horas pedagógicas

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

PROBLEMAS SOBRE COMPARACIÒN DE MAGNITUDES

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	- Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo de solución basado en proporcionalidad directa e indirecta. - Diferencia y usa modelos basados en la proporcionalidad simple y compuesta al plantear y resolver problemas.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 minutos)

- **El docente entrega a cada grupo el artículo periodístico "Tres de cada cinco peruanos tiene sobre peso u obesidad" (Anexo 01).**
- **Los estudiantes eligen a un representante para que dé lectura a dicho artículo y luego, responden a las siguientes peguntas: ¿Qué opinan de la obesidad en el Perú? ¿Será importante tener un estilo de vida saludable? ¿Por qué? ¿En qué relación se encuentran los niños, los jóvenes y las mujeres con respecto a la obesidad?**
- **Los estudiantes responden a las interrogantes a manera de lluvia de ideas, mientras el docente sistematiza en la pizarra las respuestas y va induciendo al propósito de la sesión. Luego, se dispone a desarrollar la Actividad 1 con los estudiantes.**
- **Para ello, plantea las siguientes pautas que serán consensuadas con los estudiantes:**

> - Dinamizar el trabajo a nivel de equipo promoviendo la participación de todos y acordando la estrategia apropiada para comunicar resultados.
> **-** Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para el desarrollo de cada actividad relacionadas a la proporcionalidad directa e indirecta de manera que se garantice el logro de los aprendizajes.

Desarrollo (55 minutos)

- **Organizados en grupos, los estudiantes desarrollan la Actividad 01: Generando proporcionalidad directa a partir del sobrepeso y obesidad (Anexo 02). La actividad consiste en considerar la información del artículo periodístico (Anexo 01) para completar las tablas 1, 2, 3 y 4.**

Tabla 1 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de personas con sobrepeso	3	6					…
Cantidad de peruanos	5				25		…

Tabla 2 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de niños con obesidad	1						…
Cantidad de niños	4						…

Tabla 3 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de jóvenes con obesidad	2						…
Cantidad de jóvenes	5						…
Tabla 4 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de mujeres obesas en edad reproductiva	1						…
Cantidad de mujeres en edad reproductiva	2						…

- **Luego de completar las tablas, los estudiantes responde a las interrogantes que se plantean en esta actividad.**
  a. ¿Explica qué observas en cada una de las tablas con los valores asignados?
  b. ¿Qué sucede si dividimos en cada columna los valores de la primera fila entre los valores de la segunda fila?
  c. ¿El resultado obtenido en cada columna de cada una de las tablas es constante? ¿Por qué?
  d. ¿Qué conclusiones podemos obtener de esta actividad?

- **El docente está atento para orientar a los estudiantes en generar la proporcionalidad directa completando las tablas.**
- **Los estudiantes, organizados en grupos, desarrollan la Actividad 02: Generando proporcionalidad inversa a partir del sobrepeso y la obesidad (Anexo 02). En esta actividad se plantea la siguiente situación:**
  Como parte del aniversario de la II.EE. se preparó pachamanca para todos los estudiantes. En dicha preparación, participaron 3 padres de familia y tardaron 2 horas (120 minutos) en preparar este potaje. Si el director hubiera comprometido a 12 padres, ¿cuántos minutos hubieran tardado en preparar la pachamanca? Organiza los datos en la siguiente tabla de valores:

Tabla 5							
Número de padres de familia	3	6					
Tiempo (en minutos)	120						

- **Luego de completar la tabla 5, los estudiantes responden a las interrogantes que se plantean en esta actividad.**
  a. ¿Explica qué observas en la tabla con los valores asignados?
  b. ¿Qué sucede si en cada columna multiplicamos los valores de la primera fila por los valores de la segunda fila?
  c. ¿El resultado obtenido en cada columna de la tabla es constante? ¿Por qué?
  d. ¿Qué conclusiones podemos obtener de esta actividad?
- **El docente está atento para orientar a los estudiantes en generar la proporcionalidad**

indirecta completando la tabla.

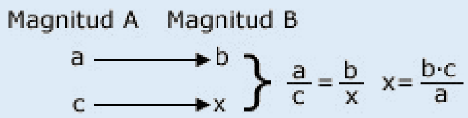
- **El docente gestiona el aprendizaje y acompaña a cada uno de los grupos induciéndolos a modelar la proporcionalidad directa e inversa.**

Cierre (25 minutos)

- **El docente promueve la reflexión en los estudiantes. Además, para reforzar el aprendizaje presenta la siguiente información :**

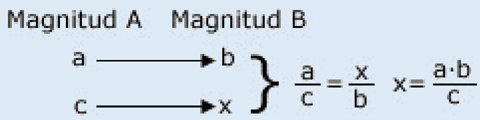
PROPORCIONALIDAD DIRECTA

- Dos magnitudes son DIRECTAMENTE PRPORCIONALES (DP) cuando al aumentar una, aumenta la otra en la misma proporción.



PROPORCIONALIDAD INVERSA

- Dos magnitudes son INVERSAMENTE PROPORCIONALES (IP) cuando al crecer una, los valores de la otra van decreciendo en la misma proporción.



- **El docente induce a los estudiantes a llegar a las siguientes conclusiones:**

- La proporcionalidad directa es aquella que, mientras aumenta una magnitud, aumenta la otra.
- La proporcionalidad inversa es aquella que, mientras aumenta una magnitud, disminuye la otra y viceversa.
- La propiedad fundamental de la proporción directa señala que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad a \ x \ d \ = b \ x \ c$$

a y d: extremos
B y c: medios

- **El docente finaliza la sesión haciendo las siguientes interrogantes: ¿Qué aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?**

ANEXO 01

FICHA DE TRABAJO

Propósito: Registrar la cantidad de personas con sobrepeso y obesidad para generar proporcionalidad directa e inversa.

Integrantes:

Actividad 01: Generando proporcionalidad directa a partir del sobrepeso y obesidad

1. Considerando el artículo periodístico (Anexo 01) completa las siguientes tablas de valores:

TABLA 1 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de personas con sobrepeso	3	6					…
Cantidad de peruanos	5				25		…

TABLA 2 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de niños con obesidad	1						…
Cantidad de niños	4						…

TABLA 3 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de jóvenes con obesidad	2						…
Cantidad de jóvenes	5						…

TABLA 4 (Reporte del MINSA)							
Cantidad de mujeres obesas en edad reproductiva	1						…
Cantidad de mujeres en edad reproductiva	2						…

2. Responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué observas en cada una de las tablas con los valores asignados? Explica brevemente.

----

b. ¿Qué sucede si en cada columna dividimos los valores de la primera fila entre los valores de la segunda fila?

----

c. ¿El resultado obtenido en cada columna de cada una de las tablas es constante? ¿Por qué?

----

d. ¿Qué conclusiones podemos obtener de esta actividad?

Actividad 02: Generando proporcionalidad inversa a partir del sobrepeso y la obesidad

1. Como parte del aniversario de la II.EE. se preparó pachamanca para todos los estudiantes. En la preparación participaron 3 padres de familia y tardaron 2 horas (120 minutos) en preparar este potaje. Si el director hubiera comprometido a 12 padres, ¿cuántos minutos hubieran tardado en preparar la pachamanca? Organiza los datos en la siguiente tabla de valores:

TABLA 5							
Número de padres de familia	3	6					
Tiempo (en minutos)	120						

2. Responde las siguientes preguntas:
a. ¿Explica qué observas en la tabla con los valores asignados?

----

b. ¿Qué sucede si multiplicamos en cada columna los valores de la primera fila por los valores de la segunda fila?

----

c. ¿El resultado obtenido en cada columna de la tabla es constante? ¿Por qué?

Grado: Primero	Duración: 2 horas pedagógicas	**NÚMERO DE SESIÓN** 3/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

Resolviendo situaciones con ecuaciones

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Elabora y usa estrategias	▪ Emplea recursos gráficos para resolver problemas de ecuaciones lineales.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Justifica cuándo una ecuación es posible e imposible, a partir del conjunto solución.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (20 minutos)

- ✓ **El docente da la bienvenida a los estudiantes y hace una reflexión de la sesión anterior:**

Una ecuación es una equivalencia

- ✓ **El docente plantea la siguiente interrogante: ¿Toda equivalencia es una ecuación?**
- ✓ **Los estudiantes responden y el docente anota sus respuestas; luego, aclara las respuestas equivocadas (del error se aprende).**
- ✓ **El docente presenta las dos imágenes siguientes (anexo 1), las pega en la pizarra y recoge los saberes previos de los estudiantes utilizando el anexo 2.**
- ✓ **El docente solicita que trabajen las interrogantes del anexo 2.**
  - ➢ **Exprese en lenguaje matemático la información del platillo 1 de la figura 1.**
  - ➢ **De igual manera, ¿cómo se expresa la información del platillo 2 de la figura 2?**
  - ➢ **Exprese la equivalencia de la figura 2, en términos matemáticos.**

Considerando los ejemplos anteriores, complete la tabla con la información solicitada:

Lenguaje coloquial	Lenguaje matemático
Un número más tres	
El doble de un número, agregado 5	
El triple de personas	
A excede a B	
La diferencia de A respecto a N	

El doble de un número, disminuido 5	
X veces un número	
El producto de A y B	
A agregado B es C	
El doble de un número da X	
La diferencia entre N y M resulta Y	
Crea algunas situaciones y plantéalo	

- **En esta actividad, se pone de manifiesto el manejo del lenguaje matemático de los estudiantes. Lo que se requiere es verificar la traducción de una expresión escrita o hablada coloquialmente a un leguaje simbólico o matemático.**
- **El docente apoya, luego, los estudiantes socializan los resultados de su ficha.**
- **A continuación, les señala que el propósito de la sesión**
- **El docente acompaña a los estudiantes en esta actividad, orienta sus aprendizajes y disipa sus dudas. Luego, presenta el propósito de la sesión.**

- Se organizan en grupos de 3 o 4 estudiantes.
- Todos los integrantes realizan las acciones que propondrá el docente y responden a las preguntas.
- Se apoyan mutuamente a fin de que todos comprendan la situación, la analicen y elaboren conclusiones en grupo.

Desarrollo: (60 minutos)

- **El docente hace entrega de la ficha de trabajo 1, a cada integrante de los grupos.**

En ella, se presenta la siguiente situación problemática:

La compañía constructora "LIMA-PA S.A." viene haciendo la construcción de un conjunto habitacional. Sin embargo, a inicios de mes ha llegado un nuevo gerente de administración y desea tener información clara sobre la cantidad de trabajadores que hay en el rubro oficios. La información que le han proporcionado refiere que el número de electricistas es la tercera parte de los albañiles, la cantidad de carpinteros es la mitad de los albañiles. Se sabe que el sueldo diario de cada trabajador está en la tabla:

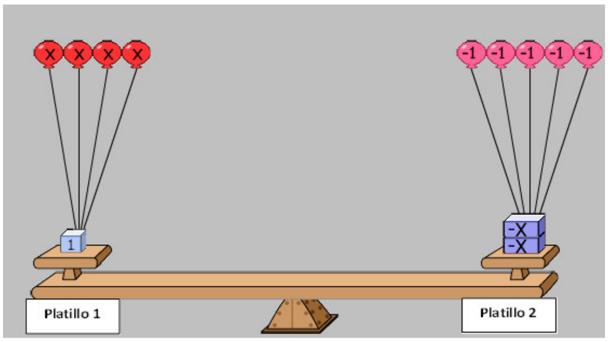
Personal u oficio	Albañil	Electricista	Carpintero
Sueldo diario	S/50.00	S/60.00	S/40.00

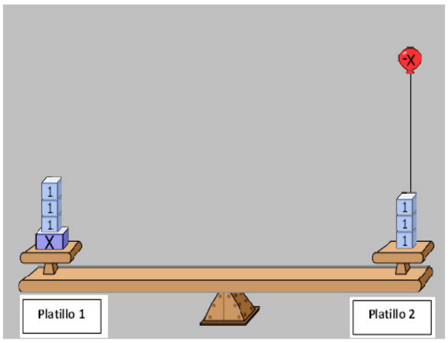
Si se sabe que el dinero depositado para pagar ese día fue S/. 2700.00, ¿cuántos albañiles trabajan en la compañía "LIMA-PA S.A."?

- **El docente orienta a los estudiantes para realizar <u>la familiarización</u>, a través de lectura, subrayando los datos más importantes. Luego, plantea preguntas:**
  - ✓ **¿Qué tipo de actividad hace la Compañía "LIMA-PA S.A."?**
  - ✓ **¿Qué sucedió a inicios de mes?**
  - ✓ **¿Qué información desea saber el nuevo gerente?**

✓ **¿Quiénes son los que trabajan en un oficio?** ✓ **Existe alguna igualdad en la situación planteada, ¿cuál es?** • **Luego el docente acompaña para <u>Prepara tu formulación matemática</u>. Para ello, propone interrogantes y el uso de estrategias y los lleva hacia <u>Realiza una formulación matemática.</u>** • **Los estudiantes desarrollan sus operaciones, el docente guía y orienta.** • **Finalizada esta etapa, el docente solicita que socialicen sus resultados justificando sus procesos y los hallazgos encontrados.**
Cierre: (20 minutos)
• **De manera individual, los estudiantes resuelven la actividad 12: "El agua es vida" del texto Resolvamos 1 (página 92).** **El docente realiza interrogante metacognitivas: ¿Qué dificultades presentaron al inicio de la actividad? ¿Cómo aportaron los integrantes en busca de la solución? ¿Qué propiedades podríamos redescubrir al resolver una ecuación? ¿Cómo podríamos hacerlo?**

Anexo 1 - Figuras





Anexo 2 - Recogiendo saberes

Observa las figuras y responde las interrogantes:

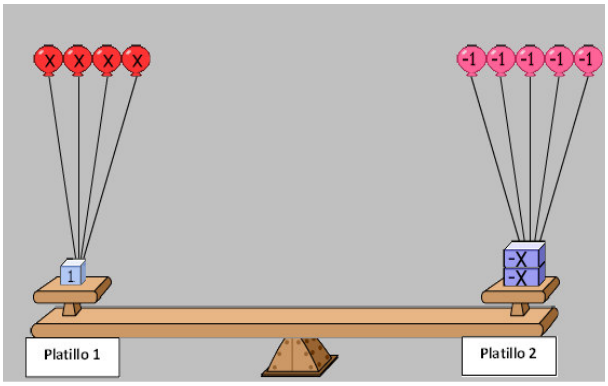


Figura 1

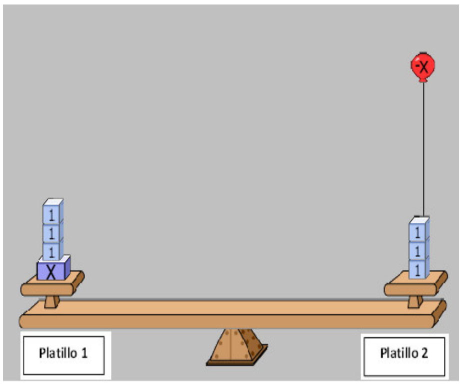


Figura 2

a) Exprese en lenguaje matemático la información del platillo 1 de la figura 1.

____

b) De igual manera, exprese en lenguaje matemático la información del platillo 2 de la figura2.

____

c) Exprese la equivalencia de la figura 1 y de la figura 2, en términos matemáticos.

Equivalencia de la figura 1	Equivalencia de la figura 2
--	--

d) Considerando los ejemplos anteriores, complete la tabla con la información solicitada:

Lenguaje coloquial	Lenguaje matemático
Un número más tres	
El doble de un número, agregado 5	
El triple de personas	
A excede a B	
La diferencia de A respecto a N	
El doble de un número, disminuido 5	
X veces un número	
El producto de A y B	
A agregado B es C	
Crea algunas situaciones y plantéalo	

Anexo 3 - Ficha de trabajo 1

Propósito: Resolver situaciones problemáticas que involucran ecuaciones de primer grado.

Integrantes:

1.	
2.	
3.	
4.	

SITUACION PROBLEMÁTICA:

La compañía constructora "LIMA-PA S.A." viene haciendo la construcción de un conjunto habitacional. Sin embargo, a inicios de mes ha llegado un nuevo gerente de administración y desea tener información clara sobre la cantidad de los de trabajadores que hay en el rubro oficios. La información que le han proporcionado refiere que el número de electricistas es la tercera parte de los albañiles, la cantidad de carpinteros es la mitad de los albañiles. Se sabe que el sueldo diario de cada trabajador está en la tabla:

Personal u oficio	Albañil	Electricista	Carpintero
Sueldo diario	S/50.00	S/60.00	S/40.00

Si se sabe que el dinero depositado para pagar ese día fue S/**.** 2700.00**,** ¿**c**uántos albañiles trabajan en la compañía "LIMA-PA S.A.**"?**

Familiarización:

a) ¿Qué tipo de actividad realiza la Compañía "LIMA-PA S.A."?

____

b) ¿Qué sucedió a inicios de mes?

____

c) ¿Qué información desea saber el nuevo gerente?

____

d) ¿Quiénes son los que trabajan en un oficio?
____

e) Existe alguna igualdad en la situación planteada, ¿cuál es?
____

Prepara tu formulación matemática:

f) ¿Qué relación hay entre la cantidad de albañiles y electricistas?
Exprésalo______________________________

g) Y entre albañiles y carpinteros____
____

h) Considerando los aportes anteriores, organiza la información en la tabla:

Oficio	**N° total de trabajadores**	**Sueldo al día**	**Sueldo del total de trabajadores**
Albañil			
Carpintero			
Electricista			
Total de sueldo pagado en el día			

Realiza una formulación matemática

i) Organiza la información que brinda la tabla y exprésalo como una ecuación:

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

Ahora desarrolla tus operaciones:

Validando la solución:

j) ¿Describe cuál de los pasos te facilitó resolver el problema?

----

k) Si anulamos el paso **h**, ¿qué otra estrategias propondrías?

----

l) Dialoga con tus compañeros sobre el tipo de variables usadas.

		NÚMERO DE SESIÓN
Grado: Primero	Duración: 2 horas pedagógicas	**4/8**

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

Desarrollando Problemas con Teoría de Conjuntos

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	Matematiza situaciones	▪ Usa modelos referidos a la Teoría de Conjuntos al resolver problemas.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (20 minutos)

- **El docente propone un problema que se desarrolla mediante operaciones con conjuntos presentándoles diferentes interrogantes a los estudiantes.**
- **¿Qué pasos seguirías para resolver este problema?**
- **Los estudiantes expresan sus opiniones planteando diferentes propuestas de solución.**

- **El docente plantea las siguientes pautas de trabajo que serán consensuadas con los estudiantes:**

  - Se organizan en equipos para realizar las actividades.
  - Se respetan los acuerdos y los tiempos estipulados garantizando un trabajo efectivo.
  - Se respetan las opiniones e intervenciones de los estudiantes.
  - Se fomentan los espacios de diálogo y reflexión.

Desarrollo: (50 minutos)
• El docente propone el método de Polya para la resolución de problemas. • El docente resuelve el problema propuesto haciendo uso del método de Polya utilizando diagramas de Ven y Euler • El docente propone y resuelve problemas utilizando diagramas de Carroll. • Los estudiantes se agrupan por afinidad con 4 integrantes. • El docente entrega fichas de trabajo con problemas sobre conjuntos para ser resueltos, con el apoyo del docente cuando el estudiante lo requiera. • Los grupos sociabilizan los problemas resueltos compartiendo sus experiencias • El docente hace las aclaraciones pertinentes disipando las dudas que hubiera en los alumnos.
Cierre: (20 minutos)
• Se propone a los estudiantes que resuelvan situaciones nuevas en las que tengan la oportunidad de poner de manifiesto lo aprendido en clase reflexionan sobre sus procesos cognitivos. • El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué conocimientos hemos aprendido? ¿Cómo los aprendimos? ¿Para qué nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos? ¿Qué dificultades han tenido? ¿Cómo las han superado?

NÚMERO DE SESIÓN
5/8

Grado: Primero Duración: 2 horas pedagógicas

I. TÍTULO DE LA SESIÓN
Aplicando Reducción a la unidad y Regla de tres

II. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Emplea el método de reducción a la unidad y la regla de tres simple en problemas relacionados con proporcionalidad directa.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- **El docente da la bienvenida a los estudiantes y plantea las siguientes interrogantes con la finalidad de explorar los saberes previos.**

> - ¿Qué actividades hemos realizado la clase anterior?
> - ¿En qué consiste el factor de conversión?
> - ¿Cuáles son las respuestas a las preguntas que se dejaron como tarea?
> - Además de la población, ¿consideran que las necesidades de transporte de un departamento dependen de su superficie? ¿Por qué?

- **El docente orienta la participación de los estudiantes de modo que se entienda que tanto las zonas altamente pobladas como las que tienen pocos habitantes en una gran extensión de terreno necesitan de un sistema de transporte adecuado.**
- **El docente presenta el propósito de la sesión que consiste en resolver problemas relacionados a la densidad poblacional y al transporte de pasajeros haciendo uso del método de reducción a la unidad y la regla de tres simple.**
- **Promueve la formación de equipos de trabajo de 4 integrantes y plantea las siguientes pautas de trabajo que serán consensuadas con los estudiantes.**

> - Dinamizar el trabajo en equipo promoviendo la participación de todos y acordando la estrategia apropiada para comunicar los resultados.
> - Demostrar responsabilidad en el cumplimiento de las actividades relacionadas al uso del método de reducción a la unidad y la regla de tres simple.

Desarrollo: (60 minutos)

- **El docente entrega a cada grupo una tabla titulada: "POBLACIÓN, SUPERFICIE TOTAL Y AGROPECUARIA, SEGÚN DEPARTAMENTO, 2015" (Anexo 1).**
- **Luego, solicita a cada grupo que observe la tabla y reconozca el tipo de información que se muestra.**

POBLACIÓN, SUPERFICIE TOTAL Y AGROPECUARIA,
SEGÚN DEPARTAMENTO, 2015

Departamento	Población 2015	Superficie total (Km²) Total	(%)	Superficie agropecuaria (Km²) Total	(%)	Superf. Agrop./ Superf. Territ. (%)
Total	31 151 643	1 285 215,60	100,0	387 424,65	100,0	30,1
Puno	1 415 608	71 999,00	5,6	44 644,74	11,5	62,0
Loreto	1 039 372	368 799,48	28,7	32 502,38	8,4	8,8
Cusco	1 316 729	71 986,50	5,6	26 665,67	6,9	37,0
Junín	1 350 783	44 328,80	3,4	24 237,90	6,3	54,7
Ucayali	495 511	102 399,94	8,0	23 219,09	6,0	22,7

- **A continuación, el docente plantea a los estudiantes la siguiente pregunta para que la respondan teniendo como referencia la información que se muestra en la tabla.**

¿Qué procedimiento utilizarías para determinar en qué departamento existen más personas por unidad de superficie?

- **El docente orienta el trabajo de los grupos dando algunas pistas, por ejemplo, las unidades en las que dicha concentración debe obtenerse (N° de habitantes/superficie de área). Añade que dicho cociente recibe el nombre de densidad poblacional y es una medida de la concentración de personas en una determinada zona.**
- **Luego, el docente plantea las siguientes preguntas:**

¿Qué se entiende por densidad poblacional?
¿Cuál es el departamento que tiene mayor densidad poblacional en la costa?
¿Y cuál es el que tiene menor densidad poblacional?
¿Qué problemáticas asociadas al transporte se dan en las zonas de mayor densidad poblacional?
¿Qué estrategias podríamos plantear para dar solución a esta problemática?

- **Los estudiantes de manera voluntaria responden a las preguntas planteadas por el docente, quien aclara algunos conceptos y sistematiza la información en algunas ideas fuerza.**
- **El docente propone desarrollar la siguiente actividad 1 (Anexo 2), que consiste en calcular la densidad poblacional de 7 departamentos haciendo uso de la tabla adjunta:**

Departamento	**N° de habitantes - 2015**	**Superficie total (Km^2)**	**Densidad poblacional (Dp) (N° de habitantes/superficie)**	**Interpretación**
La Libertad	1 859 640	25 499,90	$Dp = \frac{1859640}{25499,90} = 72,93$	La Libertad tiene aprox. 73 personas por cada Km^2
Lima				
…	…	…	…	…

- **Es importante destacar que, al calcular la densidad poblacional estamos haciendo una reducción a la unidad, como en el caso de la Libertad se sabe que por cada km^2 tiene aproximadamente 73 personas.**
- **Luego de haber obtenido los resultados el docente plantea los siguientes problemas:**

  1. **Sabiendo que La Libertad tiene aproximadamente 73 personas por cada km^2. ¿Cuántas personas habrá en 45 km^2?**
  2. **¿Qué región tiene mayor densidad poblacional y cuánto de superficie se requiere para 3 948 personas?**
  3. **¿Qué región tiene la menor densidad poblacional?, ¿Cuántas personas tendrá dicha región en 120 Km^2?**
  4. **¿Cuánto de superficie se requiere en el departamento de Huánuco para 345 personas?**

- **En todo momento el docente debe estar atento a la solución de los problemas por parte de los estudiantes, absolverá dudas y acompañara el aprendizaje induciendo a la aplicación de la regla de tres simple, por ejemplo al resolver el problema 1.**
  La Libertad:

$$\begin{array}{lcl} \text{73 personas} & \text{———} & 1 \text{ km}^2 \\ X & \text{———} & 45 \text{ km}^2 \end{array}$$

  - **En esta parte es importante precisar que se aplicará la regla de tres simple directa, el análisis pasará por deducir que, a mayor cantidad de km^2 mayor cantidad de personas.**

$$X = \frac{73\ p\ x\ 45\ km^2}{1\ km^2} = 3\ 285\ \ p$$

  - **Por lo tanto en 45 km^2 habrá 3 285 personas aproximadamente.**

- **A continuación el docente propone desarrollar la actividad 2, para lo cual pregunta si conocen cuáles son las medidas que se vienen tomando a lo largo de los años para intentar remediar el problema del transporte; haciendo referencia a la existencia de combis y de un gran número de vehículos privados.**
- **Con la finalidad de conocer alternativas de solución hace entrega a los estudiantes de un artículo periodístico titulado "Conozca las características del bus patrón de la Municipalidad de Lima" (Anexo 3).**
- **Los estudiantes leen en grupos el artículo, responden a la pregunta y resuelven los problemas propuestos.**
  1. **¿Cuál es la capacidad promedio de los buses patrón y a cuántas combis pueden reemplazar?**
  2. **Considerando la cantidad total de pasajeros que transporta un bus patrón de 18 m de largo. ¿Cuántos pasajeros podrá transportar los 800 buses que hay en Lima?**
  3. **Si 25 buses patrón pueden transportar 6000 personas. ¿Cuántas personas se podrán transportar con 140 buses? ¿Cuánto se recaudará en total sabiendo que el costo del pasaje es de S/ 1,50?**
- **El docente monitorea el trabajo e induce a la aplicación de la regla de tres simple, un**

estudiante por grupo sustenta los resultados.

Cierre: (20 minutos)

- **El docente promueve la reflexión de los estudiantes sobre la experiencia vivida y llega a las siguientes conclusiones.**

- La regla de tres simple es un mecanismo que permite la resolución de problemas vinculados a la proporcionalidad entre tres valores que se conocen y un cuarto que es una incógnita.

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

- **El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué conocimientos aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Para qué nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos? ¿Qué dificultades han tenido? ¿Cómo los han superado?**

Anexo 1

POBLACIÓN, SUPERFICIE TOTAL Y AGROPECUARIA, SEGÚN DEPARTAMENTO, 2015

Departamento	Población 2015	Superficie total (Km²)		Superficie agropecuaria (Km²)		Superf. Agrop./ Superf. Territ. (%)
		Total	(%)	Total	(%)	
Total	**31 151 643**	**1 285 215,60**	**100,0**	**387 424,65**	**100,0**	**30,1**
Puno	1 415 608	71 999,00	5,6	44 644,74	11,5	62,0
Loreto	1 039 372	368 799,48	28,7	32 502,38	8,4	8,8
Cusco	1 316 729	71 986,50	5,6	26 665,67	6,9	37,0
Junín	1 350 783	44 328,80	3,4	24 237,90	6,3	54,7
Ucayali	495 511	102 399,94	8,0	23 219,09	6,0	22,7
Ayacucho	688 657	43 814,80	3,4	22 469,88	5,8	51,3
Lima	9 834 631	34 828,12	2,7	20 024,29	5,2	57,5
Arequipa	1 287 205	63 345,39	4,9	19 652,70	5,1	31,0
Piura	1 844 129	35 657,50	2,8	18 958,78	4,9	53,2
Amazonas	422 629	39 249,13	3,1	17 662,79	4,6	45,0
Apurímac	458 830	20 895,79	1,6	15 737,92	4,1	75,3
Huancavelica	494 963	22 131,47	1,7	14 852,97	3,8	67,1
Huánuco	860 548	37 021,07	2,9	14 793,97	3,8	40,0
Cajamarca	1 529 755	33 304,32	2,6	14 092,92	3,6	42,3
San Martín	840 790	51 305,78	4,0	13 230,17	3,4	25,8
Áncash	1 148 634	35 889,91	2,8	13 019,24	3,4	36,3
La Libertad	1 859 640	25 499,90	2,0	10 572,01	2,7	41,5
Pasco	304 158	25 025,84	1,9	10 027,60	2,6	40,1
Lambayeque	1 260 650	14 479,52	1,1	6 910,70	1,8	47,7
Madre de Dios	137 316	85 300,54	6,6	6 613,44	1,7	7,8
Tacna	341 838	16 075,89	1,3	6 258,07	1,6	38,9
Ica	787 170	21 327,83	1,7	5 995,03	1,5	28,1
Moquegua	180 477	15 733,97	1,2	5 045,90	1,3	32,1
Tumbes	237 685	4 669,20	0,4	228,48	0,1	4,9
Provincia Constitucional del Callao	1 013 935	145,91	0,0	8,01	0,0	5,5

Nota: La superficie total incluye la superficie del Lago Titicaca (4 996,28 Km²).
Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática.

¿Qué procedimiento utilizarías para determinar en qué departamento hay mayor concentración de personas? Es decir, ¿en cuál hay más personas por unidad de superficie?

Anexo 2

Ficha de trabajo

Integrantes:

Actividad 1: Calculando la densidad poblacional

Departamento	N° de habitantes - 2015	Superficie total (Km^2)	Densidad poblacional (Dp) (N° de habitantes/superficie)	Interpretación
La Libertad	1 859 640	25 499,90	$Dp = \frac{1859640}{25499,90} = 72,93$	La Libertad tiene aprox. 73 personas por cada Km^2
Lima				
Madre de Dios				
Moquegua				
Huánuco				
Pasco				
Loreto				

NÚMERO DE SESIÓN
6/8

Grado: Primero Duración: 2 horas pedagógicas

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

REGLA DEL TANTO POR CIENTO

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	▪ Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Argumenta los procedimientos de cálculo sobre aumentos y descuentos porcentuales.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (20 minutos)

- **El docente da la bienvenida a los estudiantes e inicia la sesión presentando el propósito que consiste en argumentar procedimientos de cálculo sobre aumentos y descuentos porcentuales.**
- **A continuación organiza los equipos de trabajo, hace entrega de una noticia "Accidentes de tránsito en Perú dejaron más de 1 400 muertos en primer semestre del 2014" (Anexo 1), pide un voluntario para que de lectura, anima a realizar comentarios y realiza las siguientes interrogantes:**

> ➢ ¿Por qué se producen generalmente los accidentes de tránsito?
> ➢ ¿Cuántas víctimas por accidentes se registraron en la primera parte de año 2013?

- **El docente induce a los estudiantes emplear los valores porcentuales para obtener resultados que indiquen el número de víctimas por accidentes de tránsito para lo cual plantea las siguientes pautas de trabajo que serán acordadas con los estudiantes.**

> - Dinamizar el trabajo en grupo promoviendo la participación de todos y acordando la estrategia apropiada para comunicar los resultados.
> **-** Demostrar responsabilidad en el cumplimiento de las actividades y a la resolución de problemas relacionada al empleo de la regla de tres simple en problemas de proporcionalidad directa.

Desarrollo: (50 minutos)

- **El docente redirige la atención a la noticia y presenta a los estudiantes la actividad 1 (Anexo 2), que considera las siguientes interrogantes:**

1. Según la información planteada, ¿cuántas víctimas por accidentes de tránsito se registraron en el primer semestre del 2013?
2. Si la tendencia permanece, y los accidentes crecen para el primer semestre del 2015 también en 1,3% en relación al año anterior, ¿cuántas víctimas se esperarían para el primer semestre del 2015? ¿Cuántas víctimas se esperarían para el mismo periodo del 2016?
3. Considerando los supuestos anteriores, ¿en qué porcentaje aumentaron el número de víctimas por accidente de tránsito del año 2013 al 2015?

- **Esta actividad tiene el propósito de consolidar en el estudiante el uso de porcentajes. Así, un aumento del 1,3% del año 2013 al 2014 implica que el número de víctimas del año 2013 es como 100% (o 1 simplemente), mientras que el número de víctimas del año 2014 será como 101,3% (o 1,013 simplemente). Una parte crucial de este proceso es la asignación del valor de 100%, tanto al número de víctimas del año 2013 como del año 2014, pues estas cantidades actúan como referentes sobre los cuales se calcula la variación porcentual en cada uno de los casos. Nuevamente, es importante que los estudiantes comprendan que una proporción no significa que los antecedentes tengan el mismo valor (en otras palabras que el número de víctimas es "realmente" 100) sino que el número de víctimas en dichos años guardan la misma relación que los números 100 y 101,3, respectivamente.**
- **Con la finalidad de comprender la situación propuesta, el docente completa con ayuda de sus estudiantes las expresiones anteriores:**

$$\frac{\#\,de\ víctimas\ del\ año\ 2013}{\#\,de\ víctimas\ del\ año\ 2014} = \frac{100}{101{,}3}$$

$$\frac{\#\,de\ víctimas\ del\ año\ 2014}{\#\,de\ víctimas\ del\ año\ 2015} = \frac{100}{101{,}3}$$

- **Estas expresiones tendrán una doble utilidad.**
  La primera, permitirá determinar tanto el número de víctimas del año 2013 como la proyectada para el 2015.

$$\#\,de\ víctimas\ del\ año\ 2013 = 1388\ aproximadamente$$

$$\#\,de\ víctimas\ del\ año\ 2015 = 1424\ aproximadamente$$

- **La segunda, permitirá definir un procedimiento para expresar el cociente entre el número de víctimas del año 2013 y el número de víctimas del año 2015. Por**

ejemplo, multiplicando ambas expresiones miembro a miembro:

$$\frac{\#\,de\,víctimas\,del\,año\,2013}{\#\,de\,víctimas\,del\,año\,2014} x \frac{\#\,de\,víctimas\,del\,año\,2014}{\#\,de\,víctimas\,del\,año\,2015}$$

$$= \frac{100}{101,3} x \frac{100}{101,3}$$

$$\frac{\#\,de\,víctimas\,del\,año\,2013}{\#\,de\,víctimas\,del\,año\,2015} = \left(\frac{100}{101,3}\right)^2$$

- **Donde 2 indica el número de años trasncurridos asumiendo que el aumento porcentual es el mismo en cada año.**
- **En esta actividad el docente orienta a los estudiantes para obtener los resultados y argumentar los procedimientos al momento de comprobar el cociente del número de víctimas del año 2013 y del 2015.**
- **Los estudiantes en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 2 (Anexo 2) de la ficha de trabajo, en ella se presenta una situación relacionada a la educación vial.**

1. "El Estado piensa implementar una política que combine educación vial, mejor infraestructura y un sistema de sanciones para reducir el número de víctimas producto de los accidentes de tránsito. Dichas medidas proyectan una reducción del 20% del número de víctimas respecto del año precedente. Si se implementa en el año 2015, se pregunta:
   a. ¿Cuál será el número de víctimas proyectadas para el año 2 016 y 2 017?"
   b. ¿Qué sucede si el estado decide disminuir en el primer año el 10% y en el segundo año el 30%, el número de víctimas proyectadas para el 2016 y 2017 serán iguales? Sustente su respuesta argumentando los procedimientos de cálculo.

- **En esta actividad el docente orienta a los estudiantes para obtener el número de víctimas proyectadas para los años subsiguientes, para lo cual hará uso de los descuentos porcentuales y del método estudiado en las sesiones anteriores (regla de tres simple) y solicita a un representante del equipo que argumente los procedimientos de cálculo respondiendo a las preguntas propuestas.**

Cierre: (20 minutos)
El docente promueve la reflexión de los estudiantes sobre la experiencia vivida y da énfasis a la importancia de conocer las reglas de tránsito para evitar que sucedan muchos accidentes, así como la importancia de la aplicación de aumentos sucesivos.   **Con la finalidad de afianzar el aprendizaje se dan a conocer la fórmula de los aumentos sucesivos:**   **Para hallar el aumento sucesivo de dos cantidades a% y b%** $$AU = \left(a + b + \frac{a \ x \ b}{100} \right) \%$$ **Ejemplo:** **1. Dos aumentos sucesivos del 1,3 % y 1,3 %. ¿A qué aumento único equivale?** **2. Dos aumentos sucesivos del 20% y 20%. ¿A qué aumento único equivale?**   **El primer ejemplo permitirá comprobar el incremento de víctimas del año 2013 al 2015.**   **El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué conocimientos aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Para qué nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos? ¿Qué dificultades han tenido? ¿Cómo las he superado?**

Grado: Primero	Duración: 2 horas pedagógicas	NÚMERO DE SESIÓN
		7/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

PROBLEMAS SOBRE MÙLTIPLOS Y DIVISORES

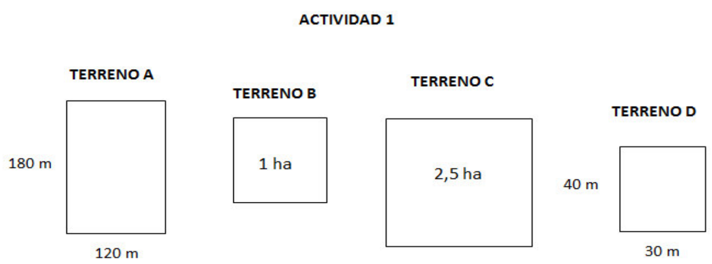
II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	▪ Reconoce datos y relaciones no explícitas, y los expresa en un modelo relacionado a múltiplos y divisores.
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Expresa el significado de múltiplo, divisor y números primos; compuestos y divisibles. ▪ Utiliza la Criba de Eratóstenes para expresar los números primos y compuestos inferiores a un número natural cualquiera.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (10 minutos)

- **El docente da la bienvenida a los estudiantes. Luego, revisa con ellos la tarea asignada en la sesión anterior.**
- **A continuación, les presenta los gráficos de la actividad 1 de la ficha de actividades (anexo 1) que representan terrenos que se quieren subdividir para tener la mayor cantidad posible de lotes para vivienda, según los requerimientos de la municipalidad. Les plantea las siguientes interrogantes:**



* ¿Qué forma tienen los terrenos?

* ¿Cuál es la unidad de medida con la que se representaría cada área?

- **A continuación, les señala que el propósito de la sesión es dividir terrenos para**

identificar las características de los números.

Desarrollo: (60 minutos)

- **El docente les pide que dividan los terrenos y calculen las dimensiones de acuerdo a las condiciones planteadas en la actividad 1.**
- **Luego, les proporciona cartulinas u hojas cuadriculadas para que las recorten de acuerdo a la medida de los terrenos y puedan completar la tabla.**
- **Los estudiantes comparten sus respuestas con el resto de la clase. El docente, a través de preguntas, va resumiendo las respuestas de los estudiantes para llegar a conclusiones. También incorpora nuevas variantes del problema para que construyan los conceptos. Por ejemplo:**

Los gráficos presentados representan terrenos que se quieren subdividir para tener la mayor cantidad de lotes posibles para vivienda. Todos los lotes de igual medida. Realiza la subdivisión de acuerdo a las condiciones de áreas mínimas que se piden en sus municipalidades. Utiliza las cuadrículas que te proporcionará el docente o grafícalas tú mismo en hoja o cartulina y completa la información.

TERRENO	TERRENO A	TERRENO B	TERRENO C	TERRENO D
Área mínima de lote	120 m^2	98 m^2	98 m^2	190 m^2
Medida del lado de cada cuadradito				
¿Cuántos cuadraditos se han utilizado por cada lado?				
¿Cuántos lotes se pueden obtener?				
¿Cuál sería el área de cada lote?				
¿Cuáles serían las dimensiones de cada lote?				
¿Qué relación existe entre la medida de lado de un lote y la medida del lado del terreno?				

***Docente: En el terreno A, ¿qué relación tienen las medidas de cada cuadradito y las dimensiones del terreno?**

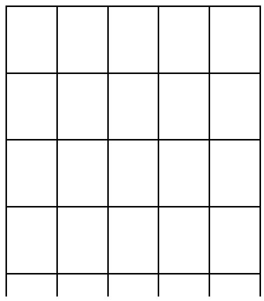
***Estudiantes: La medida del cuadradito en nuestro grupo es de 6m y divide a 120. También tenemos que 20 divide a 180 y a 120. Además, 180 se puede dividir exactamente en 9 cuadraditos (número de cuadraditos por lado) y por 20 (medida del lado de cada cuadradito).**

***Docente: Si la municipalidad permitiera lotes de 100m^2, ¿cuántos lotes de 97m^2 se pueden formar en el terreno A sin que sobre espacio?**

***Estudiantes: No es posible porque el área del terreno 21 600m^2 no se puede dividir entre 97m^2. No se puede porque no podemos dividir 97 en grupos de cuadraditos.**

***Docente: Entonces, ¿qué diferencias encuentran entre 120 y 97?**

***Estudiantes: 120 si lo podíamos dividir en grupos de cuadraditos sin que sobre ninguno. 97 no podemos dividirlo en grupos de cuadraditos. Solo podemos hacer grupos de 1 cuadradito o tomar los 97 cuadraditos como un solo grupo.**



***Docente: Si la siguiente cuadrícula representa un terreno, en el que el lado de cada cuadradito mide 40m, ¿cuál es el área de todo el terreno? ¿Qué hicieron para calcular el área?**

***Estudiantes: Multiplicamos 40 x 5 y 40 x 6 para hallar las dimensiones del terreno. Hallamos el área de un cuadradito (1600m^2) y lo multiplicamos por 30 cuadraditos.**

- **El docente va anotando las ideas expresadas por los estudiantes "se pueden dividir entre", "dividen exactamente a", "no se puede dividir" relacionados a los términos**

“divisible”, “divisor”, “no divisible”. De esta manera, va llenando un cuadro resumen con los valores que han dado los estudiantes y que irán completando en la pizarra con otros ejemplos.

Número	40			
Múltiplos de:	40 x 5 = **200** 40 x 40 = **1600** 40 x 6 = **240**			

Números compuestos	120	180	30	40
Divisores:	6, 20; 10; 2; …	20; 10; 90; …		

Números primos	97			
Divisores:	1; 97			

- **Para completar esta última tabla, el docente presenta la Criba de Eratóstenes (actividad 2 de la ficha de actividades, anexo 1), donde podrán hallar números primos y compuestos.**
- **Los estudiantes resuelven la actividad 2 en grupo. En esta actividad, los estudiantes pueden tener diferentes estrategias para resolver el problema. Luego de que compartan en clase sus respuestas, el docente hace preguntas que rescatan lo aprendido y se percata del uso de los términos y expresiones matemáticas utilizados por los estudiantes. Por ejemplo:**
  ***¿Cómo calcularon la medida de los lotes que no podían subdividirse más? Posibles respuestas: Continuamos con la Criba de Eratóstenes, empezamos a probar dividiendo uno por uno.**

  ***¿933 es un número primo o compuesto? ¿Por qué? Posible respuesta: Compuesto porque tiene más de dos divisores.**

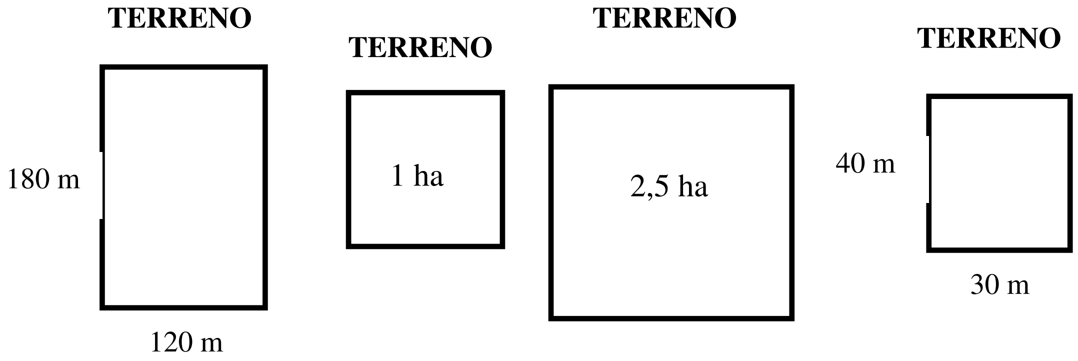
  ***¿Qué relación existe entre 960 y 120? Posibles respuestas: 960 es múltiplo de 120, 960 es divisible por 120.**

Cierre: (20 minutos)

- **El docente solicita a los estudiantes que elaboren un organizador visual (mapa conceptual, esquema o mapa mental) sobre los conceptos desarrollados (divisibilidad, divisor, múltiplo, primo, compuesto) y las expresiones matemáticas utilizadas. También pueden continuar el mapa mental iniciado por el docente en la sesión anterior.**

Anexo 1 - Ficha de Actividades

Actividad 1



Los gráficos presentados representan terrenos que se quieren subdividir para tener la mayor cantidad posible de lotes para vivienda. Todos los lotes son de igual medida. Realiza la subdivisión de acuerdo a las condiciones de áreas mínimas que se piden en sus municipalidades. Utiliza las cuadrículas que te proporcionará el docente o grafícalas tú mismo en hoja o cartulina y completa la información.

TERRENO	**TERRENO A**	**TERRENO B**	**TERRENO C**	**TERRENO D**
Área mínima de lote	120 m^2	98 m^2	98 m^2	190 m^2
Medida del lado de cada cuadradito				
¿Cuántos cuadraditos se han utilizado por cada lado?				
¿Cuántos lotes se pueden obtener?				
¿Cuál sería el área de cada lote?				
¿Cuáles serían las dimensiones de cada lote?				
¿Qué relación existe entre la medida de lado de un lote y la medida del lado del terreno?				

Actividad 2

Se tiene un terreno de 93^2 que se quiere subdividir en lotes de igual medida pero, por requerimientos de diseño, las áreas de los lotes deben tener un mínimo de $120m^2$ y un máximo de $150m^2$ de área. Se desea formar la mayor cantidad de lotes, de tal manera, que cada lote no pueda subdividirse en lotes más pequeños y que sobre la menor cantidad de área posible.

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles serían las áreas de lotes que no se pueden subdividir más?
- ¿Cuántos lotes alcanzarían y cuánto de área sobraría?
- ¿Cuál sería la mejor opción para subdividir el terreno?
- ¿Cuál podría ser el área del terreno más cercano a $933m^2$ si quisiéramos formar lotes de $120m^2$?

Grado: Primero	Duración: 2 horas pedagógicas	**NÚMERO DE SESIÓN**
		8/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

Resolviendo y graficando inecuaciones

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa las soluciones de inecuaciones lineales de la forma $x > a$ o $x < a$, $ax > b$ o $ax < b$.
	Elabora y usa estrategias	▪ Realiza transformaciones de equivalencias para obtener la solución de inecuaciones lineales.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (20 minutos)

- **El docente da la bienvenida a los estudiantes e inicia un diálogo sobre cómo se encuentra la construcción de las viviendas en el Perú. Comenta a los estudiantes que el sector construcción en el Perú está en crecimiento, tanto en ciudades como Lima, Huancayo, Iquitos y otros; incluso, las compañías extranjeras están invirtiendo en este rubro debido a la demanda de la población.**
- **El docente explora los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre la construcción de viviendas en las diferentes regiones del Perú y los retos que tienen que superar las compañías constructoras que se dedican a este rubro.**
- **El docente orienta la discusión referente a la inversión, por parte de las empresas inmobiliarias, en maquinaria y mantenimiento.**
- **El docente entrega a cada estudiante la lectura: "El sector de Construcción en el Perú atrae a inversionistas españoles" (anexo 1), indicándoles que empleen la técnica del subrayado para identificar las ideas principales.**
- **Finalizada la lectura, el docente formula las siguientes preguntas :**

❖ ¿De qué trata la lectura?
❖ ¿Por qué las empresas extranjeras invierten en el Perú?
❖ ¿Cómo podemos usar la matemática para determinar los gastos máximos y mínimos que ocasiona la construcción de viviendas y edificios?

- **El docente escucha atentamente y recoge las respuestas de los estudiantes, a su vez, los induce a tratar sobre gastos máximos y mínimos, en relación a la lectura.**
- **El docente presenta el propósito de la sesión, el cual es representar y**

transformar equivalencias para obtener la solución de situaciones problemáticas que involucren inecuaciones lineales.

Desarrollo : (55 minutos)

- **El docente entrega a los estudiantes la ficha de trabajo (anexo 2) para que desarrollen en equipos las preguntas de la actividad 1.**
- **El docente solicita la participación de un estudiante para que realice la lectura de la situación problemática planteada en la actividad 1:**

La constructora peruana "Los Andes" está interesada en adquirir dos modelos diferentes de maquinarias para sus trabajos en el rubro de construcción. El modelo A, cuesta S/ 9000 y necesita S/ 400 de mantenimiento anual. El modelo B, cuesta S/ 7000 y su costo de mantenimiento es S/ 600. Si la constructora cuenta con S/ 21 000, ¿Cuántos años de mantenimiento podrá cubrir la empresa?

- Terminada la lectura, el docente formula las siguientes preguntas de la ficha que corresponden a la fase de reconocimiento de la situación :

a) **¿En qué contexto se desarrolla la situación propuesta?**

b) **¿Cuántos modelos de maquinaria presenta la situación problemática?**

- **Con la pregunta a y b, el docente evidencia la comprensión e identificación de datos por parte de los estudiantes.**
- **El docente escucha atentamente las intervenciones de los estudiantes y anota en la pizarra las respuestas. Luego, procede con las interrogantes :**

c) **¿Qué información de costos y mantenimiento se presenta en la lectura con respecto a la maquinaria del modelo A y del modelo B?**

- **El docente logrará con esta pregunta que el estudiante relacione el costo de cada modelo con su respectivo mantenimiento, la cual quedará representada :**

  - **Modelo A : 9000 (costo) + 400 (mantenimiento por un año)**
  - **Modelo B : 7000 (costo) + 600 (mantenimiento por un año)**

d) **¿Qué nos piden hallar en la situación problemática planteada?**

- **Con esta pregunta, el docente induce al estudiante a identificar la incógnita de la situación problemática.**
- **A continuación, el docente formula las siguientes preguntas de la ficha que corresponden a la fase de cómo resolver la situación problemática.**

a) **¿Cómo representarías matemáticamente la información de costos y mantenimiento de ambas maquinarias, considerando el monto total de dinero con que cuenta la empresa y los años de mantenimiento que podrá cubrirla? Lo que se busca es que el estudiante represente a través de una inecuación los años**

- **El docente logrará con esta pregunta que los estudiantes simbolicen algebraicamente la incógnita del problema.**

b) **¿Qué expresión matemática permite hallar el costo de cada modelo de las maquinarias considerando "x" años? Completa la tabla.**

- **El docente logrará que los estudiantes formulen una estrategia apropiada que les permita organizar sus datos.**

	Expresión matemática
Maquinaria Modelo A	
Maquinaria modelo B	

c) **En la siguiente tabla, expresa los costos de las maquinarias considerando 1, 2,3 ,4 ,5 y 6 años.**

Años	**Costo Del Modelo A** **CA = 9000 + 400 X**	**Costo Del Modelo B** **CB =7000 + 600X**
1		
2		
3		
4		

- **Luego de completado el cuadro, el docente formula la siguiente pregunta:**
  d) **¿Cuánto resulta el costo de los modelos A y B al cabo de 1, 2, 3, 4 ,5 y 6 años?**
- **El docente logrará que los estudiantes identifiquen los valores correspondientes al costo de cada modelo según los años.**

- **En la fase formulando matemáticamente , el docente propone en la ficha lo siguiente:**
  a) **Representa -mediante una desigualdad- el número de años que se necesitan como máximo para cubrir el monto de dinero presupuestado.**
- **El docente logrará que los estudiantes representen matemáticamente el planteamiento que conllevará a la solución de la situación problemática; empleando para ello una relación de desigualdad:**

$$9000 + 400 X + 7\,000 + 600X < 21\,000$$

$$16\,000 + 1000X < 21\,000$$

$$1000X < 5000$$

$$X < 5$$

- **En la fase de validación, se propone la siguiente actividad:**
  a) **Comprueba si la respuesta obtenida responde al problema.**
- **El docente logrará que el estudiante compruebe y valide el proceso de solución de la situación problemática planteada.**
- **El docente promueve la reflexión, indicando los valores máximos y mínimos que puede asumir la variable para esta situación planteada. Les pregunta: ¿Qué estrategia les sirvió para llegar a la solución correcta?**

Cierre: (15 minutos)

- **El docente consolida el aprendizaje dando las siguientes indicaciones :**
  Resolver una inecuación significa hallar los valores que deben tomar las incógnitas para que se cumpla la desigualdad.

  Resolvemos : $3x - 2 < 1$

Despejando	**Aplicando propiedades**
$3x - 2 < 1$	$3x - 2 < 1$
$3x < 1 + 2$	$3x - 2 + 2 < 1 + \ \ 3x < 3$
$\frac{1}{3}3x < \frac{1}{3}3$	
$x < 1$	$x < 1$

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- **El profesor pide a sus estudiantes que estructuren un organizador gráfico de la información sobre sobre ecuaciones e inecuaciones: representación simbólica, grafica, transformaciones de equivalencia, conjunto solución; y lo presenten en un papelógrafo para ser expuesto en la siguiente sesión.**

Anexo 1 - Ficha de trabajo

<u>Propósito de la Sesión</u>: Representar y transformar equivalencias para obtener la solución de situaciones problemáticas que involucren inecuaciones lineales.

La constructora peruana “Los Andes” está interesada en adquirir dos modelos diferentes de maquinarias para sus trabajos en el rubro de construcción. El modelo A, cuesta S/ 9000 y necesita S/ 400 de mantenimiento anual. El modelo B, cuesta S/ 7000 y su costo de mantenimiento es S/ 600. Si la constructora cuenta con S/ 21 000, ¿Cuántos años de mantenimiento podrá cubrir la empresa?

Actividad 1:

<u>Situación problemática:</u>

<u>RECONOCIENDO LA SITUACIÓN</u>

a) ¿En qué contexto se desarrolla la situación propuesta?

____

b) ¿Cuántos modelos de maquinaria presenta la situación problemática?

____

c) ¿Qué información de costos y mantenimiento se presenta en la lectura con respecto a la maquinaria del modelo A y del modelo B?

Modelo “A”_____________________________________

Modelo “B”_____________________________________

d) ¿Qué nos piden hallar en la situación problemática planteada?

<u>RESOLVIENDO LA SITUACIÓN</u>

a) ¿Cómo representarías matemáticamente la información de costos y mantenimiento de ambas maquinarias, considerando el monto total de dinero con que cuenta la empresa y los años de mantenimiento que podrá cubrirla?

¿Qué expresión matemática te permite hallar el costo de cada modelo de las maquinarias considerando “x” años? Completa la tabla.

	Expresión matemática
Maquinaria Modelo A	
Maquinaria modelo B	

c) En la siguiente tabla, expresa los costos de las maquinarias en 1, 2, 3, 4, 5 y 6 años?

Años	Costo Del Modelo A CA = 9000 + 400 X	Costo Del Modelo B CB =7000 + 600X
1		
2		
3		
4		
5		
6		

d) ¿Cuánto resulta el costo de los modelos A y B al cabo de 1, 2, 3, 4, 5 y 6 años?

FORMULANDO MATEMÁTICAMENTE

a) Representa -mediante una desigualdad- el número de años necesarios, como máximo, para cubrir el monto de dinero presupuestado.

VALIDACIÓN

a) Comprueba si la respuesta obtenida responde al problema.

b) ¿Qué estrategia te sirvió para llegar a la solución?

Anexo 6. Fotografías.